



Aprendizagens a Respeito do Raciocínio Proporcional em uma Comunidade de Prática de Professores Matemática

Learning to respect the Proportional Reasoning in a Mathematics Teacher Community of Practice

¹Laís Maria Costa Pires de Oliveira, ²Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

¹Universidade Estadual de Londrina – Brasil
lais_mariaa@hotmail.com

²Universidade Estadual de Londrina – Brasil
marciacyrino@uel.br

Palavras-chave:

Educação matemática. Formação continuada de professores. Comunidades de Prática. Raciocínio Proporcional

Keywords

Mathematics education. Teachers continuous education. Communities of practice. Proportional reasoning

RESUMO

O objetivo deste artigo é apresentar as aprendizagens de professores de matemática ocorridas em ações de formação continuada na “Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática” (CoP-PAEM), no empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional. Nesse empreendimento analisamos as ações de resolver, discutir e refletir sobre problemas envolvendo proporção/proporcionalidade nas perspectivas da Teoria Social da Aprendizagem (WENGER, 1998) e das ideias de Lamon (2012) a respeito do Raciocínio Proporcional. Os resultados evidenciam que o desenvolvimento dessas ações na/ pela CoP-PAEM ofereceu oportunidade para (re)significação do conhecimento matemático de professores participantes, especificamente aprendizagens a respeito do Raciocínio Proporcional relacionadas ao raciocínio relativo, às relações de covariância e invariância, aos processos de unitização e de raciocínio progressivo e regressivo. O processo de formação continuada de professores em Comunidades de Prática, estruturado na perspectiva de promover o desenvolvimento profissional de seus membros, especialmente a (res)significação do conhecimento do conteúdo que se ensina, se configura como uma oportunidade de aprendizagens por meio de interações sociais baseadas no respeito, na confiança e no compromisso dos participantes.

ABSTRACT

This article aims at presenting mathematics teachers' learning that have occurred in continuous education actions in the "Community of Practice of Teachers that are Learning and Teaching Mathematics" (CoP-PAEM), during the development of the articulated enterprise Study of Proportional Reasoning. In this enterprise, we have analyzed the actions of solving, discussing and reflecting about proportional problems based on Social Learning Theory (Wenger, 1998) and ideas about Proportional Reasoning (Lamon, 2012). The findings of this analyzes have evidenced that the development of these actions in/by the CoP-PAEM offered opportunity to Mathematics content's re-signification by mathematics' teachers, specifically leaning about Proportional Reasoning related to relative thinking, co-variance and invariance, unitizing and reasoning up and down. The mathematics teacher's continuous education in Communities of Practice, organized in a perspective that promotes professional development of its members, especially the re-signification of the Mathematics content, configures a learning opportunity through social interactions based on respect, trust and compromise among its members.

Introdução

Pesquisas a respeito da formação de professores, no âmbito da Educação Matemática, têm indicado a necessidade de que os professores sejam considerados como (co)responsáveis pelo seu próprio desenvolvimento profissional e que os espaços de formação proporcionem trabalhos conjuntos entre professores (discussões, reflexões individuais ou coletivas) com base em suas práticas em sala de aula (FERREIRA, 2006; NACARATO et. al, 2006; CYRINO, 2009; CYRINO, CALDEIRA, 2011; CYRINO et. al, 2014; NAGY, 2013; GARCIA, OLIVEIRA, CYRINO, 2013; GARCIA, 2014; OLIVEIRA, 2014; OLIVEIRA, CYRINO; 2014).

Nos últimos anos, o GEPEFOPEM – Grupo de Ensino e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – tem proposto e investigado espaços de formação com potencial para promover o desenvolvimento profissional de professores e a (res)significação de seu conhecimento profissional.

Com o intuito de contribuir com estudos desenvolvidos nessa direção, investigamos a prática de um grupo de formação continuada de professores, que se constituiu como uma Comunidade de Prática – CoP – (WENGER, 1998), a CoP-PAEM, no empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional.

Esse raciocínio tem sido pouco promovido na trajetória escolar de alunos e professores, apesar de fazer parte das orientações curriculares (BRASIL, 1998; PARANÁ, 2008; NCTM, 2000). Muitas vezes o trabalho com o Raciocínio Proporcional fica restrito ao estudo de relações mecanizadas de proporcionalidade, como a regra de três, em temas específicos do currículo escolar que são tratados de forma fragmentada e isolada pelos professores.

Considerando esses aspectos a CoP-PAEM discutiu a necessidade de se investigar a elaboração de estratégias de ensino, para o desenvolvimento/mobilização do Raciocínio Proporcional em salas de aula.

Apresentamos a seguir uma breve caracterização do Raciocínio Proporcional, o contexto do estudo e os procedimentos metodológicos empregados para a análise dos dados, que nos permitiram investigar os conhecimento mobilizados e as aprendizagens de professores de matemática sobre o Raciocínio Proporcional ocorridas nas ações de formação continuada de professores da CoP-PAEM e evidenciadas nas interações ocorridas entre os participantes.

Raciocínio proporcional

O termo Raciocínio Proporcional caracteriza um raciocínio que envolve noções de covariância e invariância, comparações multiplicativas entre razões e demanda dos indivíduos a capacidade de interpretar, armazenar e processar conjuntos de informações mobilizando aspectos quantitativos e qualitativos do pensamento (LESH et. al, 1988).

Raciocínio proporcional refere-se a detectar, expressar, analisar, explicar e oferecer evidências em apoio às afirmações sobre relações proporcionais. A palavra *raciocínio* sugere ainda que usemos a razão, o bom senso e uma abordagem cuidadosa para resolver problemas, em vez de arrancar números dos enunciados e cegamente aplicar regras e operações. (LAMON, 2012, p. 4, grifos da autora).

Para seu desenvolvimento/mobilização faz-se necessário produzir significado para as diferentes representações do número racional (porcentagem, decimal, fração), para as interpretações da representação fracionária $\frac{a}{b}$ (relação parte-todo/medida, quociente, razão, probabilidade, operador) e ainda identificar relações coerentes entre essas representações (proporcionalidade direta ou inversa, equivalência).

Lamon (2012) defende que esse raciocínio deve ser desenvolvido/mobilizado a partir do trabalho contínuo, em todos os anos escolares com diferentes conteúdos, por meio do estudo e da discussão de algumas estruturas centrais do conhecimento matemático, que se inter-relacionam formando uma rede de conceitos, contextos, representações e maneiras de pensar (Figura 1). Segue uma breve caracterização para os elementos presentes nessa rede.

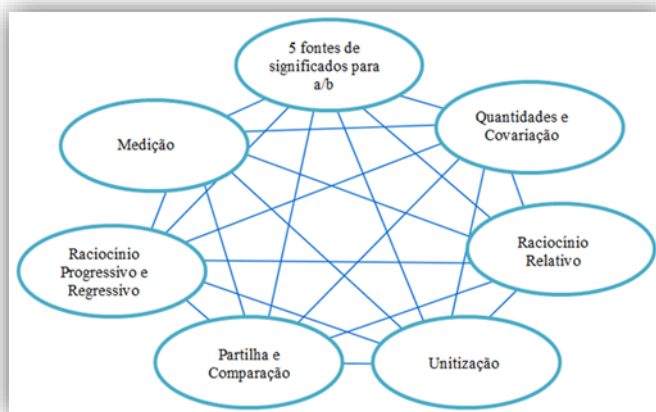


Figura 1: Rede Lamon
Fonte: Lamon (2012, p. 10 tradução nossa).

As diferentes fontes de significados para o registro fracionário $\frac{a}{b}$ caracterizam interpretações possíveis para esse registro, em acordo com o contexto em que se insere. Segundo Lamon (2012), podem indicar uma relação parte-todo/medida, um operador, um quociente, uma razão, um número.

A **medição** tem como base princípios matemáticos importantes (princípios compensatório, de partição recursiva e de aproximação) e refere-se a percepção de variações entre grandezas em um espaço de tempo e a identificação dessa variação em termos relativos ou absolutos.

Na identificação de variações de grandezas em termos relativos, é demandada dos indivíduos a mobilização de **raciocínio relativo**, por meio do qual eles são capazes de mensurar quantidades mais complexas, abstratas, resultantes de comparações/relações entre grandezas (de natureza distinta ou não). Esse raciocínio demanda maior abstração pelos indivíduos que raciocinar em termos absolutos (raciocínio com base na visualização, contagem e medição direta de quantidades).

A **quantidade e covariação** relaciona-se com a capacidade de identificar e mensurar quantidades e, de perceber como elas variam (covariância), ou não (invariância), quando relacionadas; se de maneira multiplicativa ou não, de forma diretamente ou inversamente proporcional.

A **unitização** pode ser caracterizada como a reorganização de grandezas em termos de grupos de diferentes tamanhos, mas que mantenham relações de proporcionalidade existentes. Esse processo é algo subjetivo e natural para os indivíduos, e é desenvolvido por meio do **raciocínio progressivo e regressivo**, um procedimento mental que envolve projetar relações proporcionais, diminuindo ou aumentando o valor das grandezas envolvidas, como na equivalência de frações.

A representação fracionária $\frac{a}{b}$ tem raízes em outro elemento presente na rede; a ideia de **partilha (divisão equitativa) e comparação**, o ato de particionar uma unidade (discreta ou contínua) em seções disjuntas, finitas e iguais que fazem parte da unidade referencial (LAMON, 2012) e posteriormente estabelecer comparações entre as partes resultantes da partilha e, entre elas e a unidade referencial.

Se há a preocupação com o desenvolvimento/mobilização desse raciocínio em sala faz-se necessário que os professores invistam em estudos e discussões conjuntas sobre o Raciocínio Proporcional, de maneira que, ao (re)significarem seu conhecimento matemático, oportunizem aos estudantes trabalhos que os incentivem a também raciocinarem proporcionalmente.

Contexto da investigação e encaminhamento metodológico

O grupo de estudos investigado, do qual a primeira autora deste artigo é membro (professora em formação, pesquisadora e formadora), foi organizado pela formadora/pesquisadora 1 em março de 2011 na cidade de Paranavaí, Brasil, e conta, até a presente data, com a participação de pesquisadores e professores dos anos finais do Ensino Fundamental.

Em sua trajetória o grupo apresentou características de uma Comunidade de Prática o que nos possibilitou utilizar a perspectiva da Teoria da Aprendizagem Situada (WENGER, 1988) nas análises. Os encontros da comunidade aconteceram semanalmente e foram planejados respeitando as negociações feitas pelos seus participantes em torno de um domínio, que mobilizou o engajamento de seus membros e diferentes formas de participação na CoP.

Na CoP-PAEM o domínio identificado foi a formação de professores, já que o interesse dos participantes residia em discutir e encontrar formas de lidar com preocupações envolvendo a continuidade de seus estudos da Matemática e de como ensiná-la. As ações, empreendimentos e as questões de organização e funcionamento foram estabelecidas com base em uma negociação constante em que os participantes puderam discutir e propor encaminhamentos e temas para estudos.

Com o objetivo de identificar e analisar aprendizagens dos participantes da CoP-PAEM referentes a seu conhecimento matemático, especificamente quanto ao Raciocínio Proporcional, apresentamos neste artigo a análise de duas ações do empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional, quais sejam: os processos de resolver e discutir problemas matemáticos envolvendo proporção/proporcionalidade (Ação 1) e, de refletir a respeito de algumas destas resoluções e justificações tendo em conta o apoio da literatura sobre o tema (LAMON, 2012) (Ação 4).





Com a Ação 1 buscamos oportunizar a mobilização de aspectos do Raciocínio Proporcional no trabalho com problemas envolvendo proporcionalidade sem que os participantes recorressem ao uso da regra de três como estratégia de resolução para os problemas; e com a Ação 4 buscamos evidenciar indícios de aprendizagens dos participantes, na reflexão a respeito de suas produções (escritas e orais), dos mesmos problemas trabalhados antes da trajetória de estudos desenvolvida.

As informações referentes às Ações 1 e 4 foram recolhidas por meio de diário de campo, registros escritos dos participantes e transcrições de gravações de áudio. São apresentadas e analisadas a seguir registros escritos e orais da professora lara¹, além de negociações de

¹Em acordo com o termo de consentimento livre e esclarecido aprovado pelo comitê de ética em pesquisa da UEL, afora os nomes reais das formadoras/pesquisadoras Lais e Tânia, para os demais participantes da CoP-PAEM, neste texto, foram utilizados nomes fictícios.

significados envolvendo outros participantes no trabalho com o problema: “Se 6 chocolates custam R\$ 0,93, quanto custam 22 chocolates?”

Na análise, para a identificação de mobilização de conhecimentos ou aprendizagens do Raciocínio Proporcional, evidenciados nas negociações de significado do grupo e nos registros escritos de lara, utilizamos a legenda a seguir.

LEGENDA	
Processo de unitização	
Relação de invariância e covariância	
Raciocínio progressivo e regressivo	
Raciocínio relativo	

Quadro 1 – Alguns aspectos do Raciocínio Proporcional em cores baseado em Lamon (2012)
Fonte: As autoras

Recolhidas as informações referentes às Ações 1 e 4, selecionamos o “problema do preço dos chocolates” para as análises, por ter oportunizado aos participantes a mobilização de ideias, formas de pensar e conceitos essenciais ao desenvolvimento do Raciocínio Proporcional (LAMON, 2012) e pelas negociações de significados observadas, evidenciarem pontos de enfoque envolvendo o conhecimento do conteúdo matemático dos professores de Matemática participantes da CoP.

Aprendizagens do raciocínio proporcional no trabalho com a tarefa “Problema do Preço dos Chocolates” nas ações 1 e 4

O problema analisado é caracterizado como um problema de valor omissivo (LAMON, 2012; LESH et. al, 1988) em que as grandezas covariantes variam de forma diretamente proporcional. Independente da estratégia elaborada para a resolução do problema, as evidências de mobilização do Raciocínio Proporcional e de aprendizagens poderiam ser apontadas quando um participante identificasse a **covariância** entre as grandezas do problema e a **relação multiplicativa** (diretamente proporcional) existente entre elas.

Ação 1: Resolver e discutir problemas envolvendo proporção/proporcionalidade

lara apresentou na CoP apenas sua resolução do problema (Figura 2), sem justificar oralmente o que havia feito. Pelos registros é possível observar que lara tomou a unidade

referencial do problema como sendo um chocolate e evidenciou em seus cálculos os processos de **unitização** e de **raciocínio progressivo e regressivo**.

$$\begin{array}{l} 6 \rightarrow R\$ 0,93 \\ 1 \rightarrow 0,93 : 6 = 0,155 \quad \text{Preço de 1} \\ 22 \times 0,155 = 3,41 \end{array}$$

Figura 2 – Registro escrito lara (Folha de tarefas 1).
Fonte: As autoras

Primeiro lara encontrou o preço de uma unidade de chocolate a partir do preço de um conjunto formado por 6 unidades deles, $\left(\frac{0,93}{6} = 0,155\right)$, em seguida multiplicou o preço encontrado para unidade (R\$ 0,155) pela quantidade desejada de chocolates indicada no enunciado do problema, 22, $(R\$ 0,155 \times 22)$, expandindo a relação multiplicativa (razão) encontrada entre a quantidade de chocolate e seu respectivo preço, chegando ao valor final de R\$ 3,41.

Ao elaborar uma resolução distinta da regra de três, lara reafirma sua legitimação ao desafio proposto e, evidencia a mobilização de elementos do Raciocínio Proporcional para além daqueles subjacentes à regra. Pela estratégia utilizada, inferimos que a participante identifica as grandezas **covariantes** do problema, chocolates e seus respectivos preços, e a forma como elas **covariam (relação de proporcionalidade direta)**, reconhecendo as **relações multiplicativas (raciocínio relativo)** existentes entre essas quantidades.

Ao calcular **o preço de apenas uma unidade de chocolate** e **multiplicar o valor encontrado por 22**, preço solicitado no enunciado, há evidências da mobilização de **raciocínio relativo**, especificamente dos processos de **unitização**, e **raciocínio progressivo e regressivo**, o que nos indica a mobilização de Raciocínio Proporcional pela participante em sua resolução.

Ação 4: Refletir a respeito de algumas resoluções e justificações com o apoio da literatura

As reflexões a respeito dos registros escritos de lara (Figura 2) feitas na/pela CoP, evidenciaram aprendizagens não só desta participante mas, de todos os professores engajados nesta ação. As aprendizagens ficaram evidentes na medida em que lara e os demais participantes foram capazes de identificar a mobilização dos processos de **unitização** e **raciocínio progressivo e regressivo** na reflexão sobre a resolução compartilhada.

- Bia:** Ela (lara) **achou o preço de cada** (chocolate).
lara: **Eu achei o individual?** (pausa) **Ah sim, eu dividi por 6** (o valor 0,93) **também, (para encontrar) o preço de 1.**
Bia: **Depois multiplicou por 22.**
Tânia: Isso (pausa), qual que é a diferença aí?
lara: **Eu fui direto à unidade 1 mesmo**, eu não fui agrupando (a unidade em conjuntos de diferentes tamanhos)...
Tânia: Isso.
Laís: **A unidade era um chocolate só.**
lara: Ah então meu raciocínio não é proporcional...
Tânia: Por que não?
lara: Ué, porque eu não agrupei (a unidade em conjuntos de diferentes tamanhos), eu fui direto (encontrar o valor) de uma unidade mesmo...
Tânia: Mas a ideia de achar o valor de 1 (unidade), não é uma estratégia de unitização?
Laís: É.
Tânia: E você achou o valor de 1 e multiplicou pelo número que você queria (22), não é?
lara: Aham [...] eu achei (o preço de) um só, ela (Ada) também fez um só, não foi? Aí você (Ada) unitizou...
 (Encontro dia 23/04/2013)

Bia, Laís e lara identificaram o processo de **unitização** na resolução analisada, o que fica evidente nas negociações de significado anteriores, especificamente nas justificações compartilhadas pelas participantes.

lara também identifica a mobilização da **unitização** na resolução da colega Ada, outra participante da CoP-PAEM, cujos registros já haviam sido analisados na mesma dinâmica pela CoP em momento anterior. Apesar da mesma estratégia de resolução, a **unitização**, Ada considera a unidade referencial como o conjunto de 6 chocolates e, seus cálculos ficam diferentes dos de lara:

A diferença é que, enquanto lara recorreu a um cálculo direto ($R\$ 0,155 \times 22$) e descobriu o valor final do preço dos chocolates ($R\$ 3,41$), Ada recorreu ao agrupamento de preços relativos a grupos formados por 10 chocolates cada, para encontrar o valor final $R\$ 3,41$.

Esse fato é justificado na negociação de significados do episódio a seguir, com a participação da formadora Tânia que comenta a respeito das duas resoluções.

- lara:** **"Depois (de encontrar o valor de 1 chocolate) eu multipliquei por 22"**, depois você (Ada) continuou?
Tânia: Se **"10 (chocolates) vai dar R\$ 1,55"**
lara: **20 (chocolates) vão dar R\$ 3,10.**
 Ela (Ada) foi achar o preço de 10 (chocolates), de 20 (chocolates) aí, de mais 2 (chocolates), 22 (chocolates) vai dar $R\$ 3,41$; aí eu perguntei "[...] por que você pensou em agrupar 10 (chocolates), se o pacotinho é de 6 (chocolates no enunciado)?" a Ada respondeu **"foi porque eu reduzi"** [...] **"Primeiro você (Ada) achou (o valor de) 1 chocolate, depois você achou (o valor de) 10 chocolates, aí pensou em 20, e aí mais 2 pra chegar lá (nos 22 chocolates)..."** foi isso que você fez?

- Ada:** É, que seria o cálculo mental...
Ela adotou a estratégia parecida com a da lara, que achou o preço de 1 (chocolate) [...] aí, quando ela (Ada) foi reagrupar os 22 (chocolates) pra poder achar (o valor dos) grupos (menores), ela fez grupos de 10 (chocolates).

Apesar de identificar a mobilização do processo de **unitização** em diferentes resoluções, ao comparar sua resolução com a de Ada (episódio supracitado), a participante lara não valida sua própria resolução, e reifica perante o grupo que sua estratégia não mobilizou Raciocínio Proporcional.

O procedimento de reorganizar quantidades numéricas em grupos com diferentes números de elementos é ideia base dos processos de **unitização** e de **raciocínio progressivo e regressivo**, e segundo Lamon (2012) é um processo subjetivo, que não limita as possibilidades de agrupamento a apenas uma maneira matematicamente válida.

Com a intervenção da formadora Tânia, por meio de uma breve negociação a respeito da resolução e do significado produzido por lara para o processo de **unitização** (reificação que não contemplava a ideia de reduzir relações multiplicativas a apenas uma unidade referencial), a participante reconheceu e legitimou os processos de **unitização** e **raciocínio progressivo e regressivo** em seus procedimentos, concordando que sua resolução, bem como a de Ada, também revelava indícios de mobilização do Raciocínio Proporcional, o que evidenciou aprendizagens da participante.

A existência do caráter subjetivo presente nos processos de **unitização** e de **raciocínio progressivo e regressivo**, tornou mais relevante, para as aprendizagens de professores participantes da CoP, a interação entre eles, a necessidade de compartilhamento de resoluções e de justificações, o que promoveu o estabelecimento de espaços comunicativos e intensas negociações de significados, processos que, segundo Wenger (1988), caracterizaram aprendizagens desses professores.

Considerações

A partir das análises, identificamos aprendizagens dos participantes da CoP-PAEM relacionadas ao Raciocínio Proporcional, a saber: a identificação de **relações multiplicativas (raciocínio relativo)** existentes entre as grandezas numéricas do problema, bem como da relação de **covariância** entre elas, dada por uma **relação de proporcionalidade direta**, a mobilização dos processos de **unitização** e **raciocínio progressivo e regressivo** na resolução, o

que nos evidenciou a mobilização de elementos fundamentais do Raciocínio Proporcional.

Nas ações desenvolvidas na/pela CoP-PAEM, os participantes ao compartilharem suas resoluções justificando-as (assumindo uma participação mais intensa na CoP), ou ao produzirem significados para as falas exteriorizadas (validando ou não as resoluções apresentadas pelos colegas), evidenciaram a (re)significação de seu conhecimento sobre a Matemática, especificamente no que se refere às ideias e conceitos matemáticos apontados por Lamon (2012) como base para o Raciocínio Proporcional.

Esses momentos de aprendizagens, caracterizados por processos de negociações de significados, demandaram dos participantes a (re)organização e (re)significação de seus conhecimentos matemáticos na medida em que motivaram a interação entre eles; possibilitaram o compartilhamento/legitimação de informações pelo estabelecimento de um espaço comunicativo.

As aprendizagens evidenciadas na/pela Comunidade de Prática foram oportunizadas pela existência de determinados elementos da prática desta CoP, nomeadamente: a resolução e discussão de problemas, o compartilhamento e justificção dessas resoluções; a reflexão a respeito da produção escrita/oral desencadeada a partir de alguns problemas resolvidos; elementos possíveis de serem observados nos episódios apresentados.

O desenvolvimento de relações interpessoais, como o respeito, a confiança, o desafio e a solidariedade (NAGY, 2013), além do compromisso de cada participante, firmado com a CoP-PAEM e com cada um de seus participantes, a responsabilidade assumida, com relação às suas aprendizagens e a de seus colegas, foram aspectos sociais cultivados na CoP, que possibilitaram a constituição de elementos de sua prática, os quais por sua vez oportunizaram aprendizagens dos professores participantes.

Essas considerações reafirmam a existência da CoP-PAEM como um ambiente com potencial para exploração e aprendizagens, que permitiu a (res)significação do conhecimento profissional de professores que ensinam Matemática na perspectiva de seu desenvolvimento profissional.

Referências

- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CYRINO, M.C.C.T. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. In: BATISTA, I. L.; SALVI, R. F. (Org.). **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática: um perfil de pesquisas**. Londrina: EDUEL, 2009. p. 95-110.
- CYRINO, M.C.C.T; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, v. 16, n. 3, p. 373-401, dez. 2011.
- CYRINO, M.C.C.T et. al. **Formação de professores em comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional**. Londrina: UEL, 2014.
- FERREIRA, A. C. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, A. M; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 149-166.
- GARCIA, T. M. R; OLIVEIRA, L. M. C. P; CYRINO, M. C. C. T. Negociações de significado sobre aspectos do Raciocínio Proporcional e identidade profissional da CoP – PAEM. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2013, Montevideu. **Anais...** Montevideu, 2013. p. 5367-5374.
- GARCIA, T. M. R. **Identidade Profissional de Professor de Matemática em uma Comunidade de Prática**. 2014. 161 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014
- LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers**. 3th edition. New York: Routledge, 2012.
- LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional Reasoning. In J. HIEBERT; M. BEHR (Eds.) **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988. p. 93-118.
- NACARATO, A. M; et.al. Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processo de formação. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org.). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 197-212.
- NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma Comunidade de Prática**. 2013. 197f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA.: NCTM, 2000.
- OLIVEIRA, L. M. C. P. **Aprendizagens no Empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional**. 2014. 206 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

OLIVEIRA, L. M. C. P; CYRINO, M. C. C.T. Aprendizagens no empreendimento Estudo do Raciocínio Proporcional. In: ALMEIDA, L. W; CYRINO, M.T; SAVIOLI, A. M. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de Professores e Práticas de Alunos. Londrina: UEL, 2014. P. 51- 76.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, 2008.

WENGER, E. **Communities of Practice**: Learning, Meaning, and Identity. New York: Cambridge University Press, 1998.