

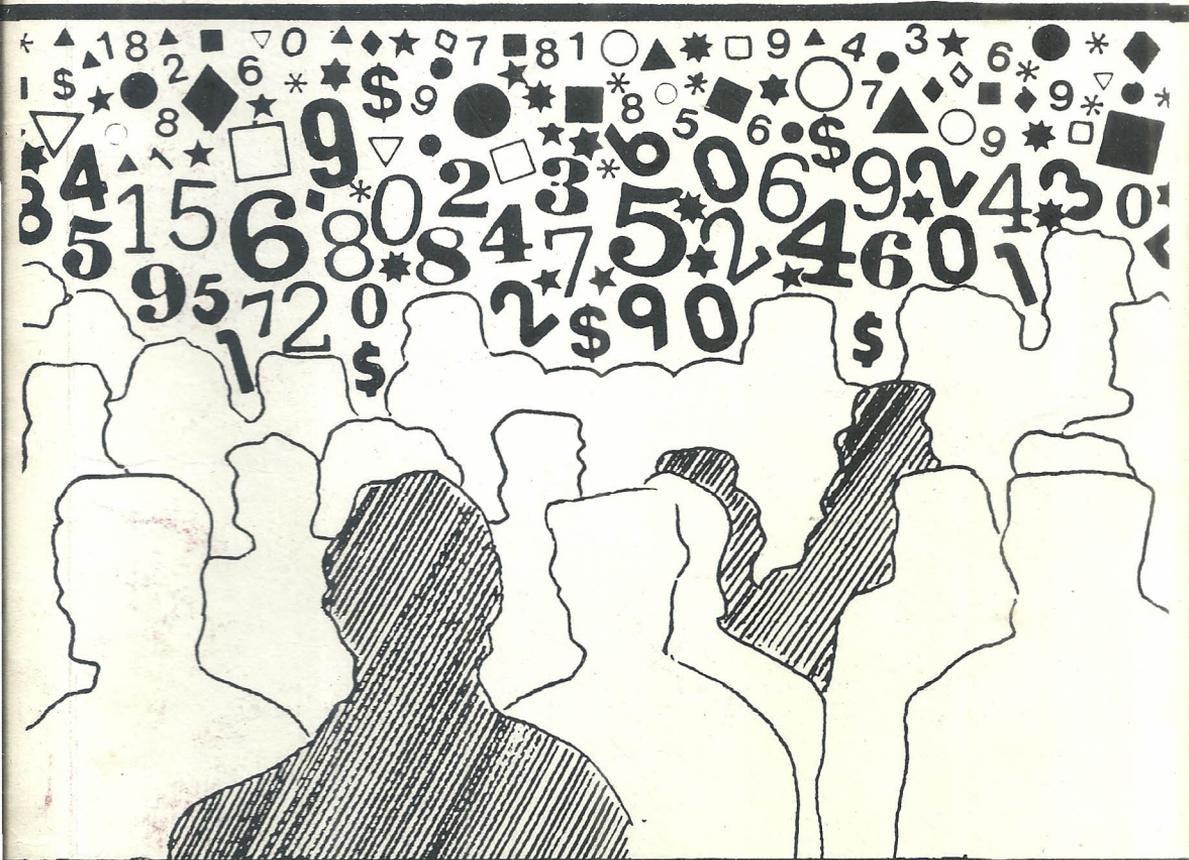
TEMAS & DEBATES

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Ano IV

1991

N. 3



MATEMÁTICA, ENSINO E EDUCAÇÃO:
CONCEPÇÕES FUNDAMENTAIS

EXPEDIENTE

TEMAS & DEBATES é uma publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM
Ano IV - N. 3 - 1991

ORGANIZAÇÃO

Diretoria Nacional Executiva:

Luiz Roberto Dante, Secretário Geral

Roberto Ribeiro Baldino, 1^o Secretário

Maria Aparecida Viggiani Bicudo, 2^a Secretária

Geraldo Perez, 1^o Tesoureiro

Dario Fiorentini, 2^o Tesoureiro

Apoio para realização da 1^a Jornada de Temas & Debates: Fundação para o Desenvolvimento da Universidade Estadual Paulista - FUNDUNESP

Arte de capa: Antônio Pinheiro de Araújo

Arte-final: Tânia Cristina Baptista Cabral

Datilografia: Isabel de Fátima Pinhal, Sônia

Maria Clareto, Tânia Cristina Baptista Cabral,

Vânia Maria Figueiredo Barbosa.

Tiragem: 3000 exemplares

Distribuição reservada aos sócios da SBEM

Endereço para correspondência:

SBEM - Dep. de Matemática - IGCE - UNESP

Caixa postal 178 13500 Rio Claro SP

ISSN 0103-6378

Este exemplar pertence a

APRESENTAÇÃO

Esta é a primeira das "JORNADAS DE TEMAS & DEBATES" iniciadas pela atual Diretoria da SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, que tem por tema "Matemática, Ensino e Educação, Concepções Fundamentais" e por debatedores os Professores Doutores João Bosco Pitombeira de Carvalho, professor da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz e Paulo Leite, professores do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, Irineu Bicudo, Luiz Roberto Dante e Roberto Ribeiro Baldino, professores do Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista - UNESP - Campus de Rio Claro.

Foi convidado para presidir esta Jornada o Professor Doutor Ubiratan D'Ambrósio que, no momento, se encontra nos Estados Unidos da América do Norte e pede desculpas por não ter conseguido retornar em tempo. O Professor Ubiratan encaminhou a esta coordenação uma mensagem de abertura à temática a ser debatida, a qual constará dos Anais deste evento a serem publicados pela SBEM na forma do terceiro número de sua revista "Temas & Debates".

A mim coube a tarefa de coordenar este trabalho por questões históricas. Quando assumiu a atual Diretoria da SBEM, composta por quatro professores de Rio Claro e um de Campinas, a Sociedade não contava com qualquer recurso financeiro. Em sua primeira reunião, esta Diretoria aprovou a proposta de fazer da revista "Temas & Debates" Anais de Encontros Científicos que tivessem por meta debater um tema. Para tanto, eram necessários recursos financeiros. Eu assumi a

responsabilidade de fazer um projeto à FUNDUNESP, - Fundação para o Desenvolvimento da UNESP - em meu próprio nome, como professora e pesquisadora desta Universidade, visando a obter os meios para a realização desta Jornada, no menor tempo possível.

Agora a SBEM está solicitando recursos à CAPES/PADCT/SPEC; porém, se contemplado o projeto, esses recursos só estarão disponíveis em agosto de 1991.

O tema proposto surgiu de questões consideradas básicas pela atual Diretoria, postas com frequência em discussões que versam sobre Educação Matemática, de algum modo. Que se entende por "Ensino da Matemática" e por "Educação Matemática"? Em que consistem a metodologia do ensino da Matemática, a metodologia da pesquisa em Educação Matemática e a metodologia da pesquisa em Matemática? Que relações há entre Ciência Matemática, Ensino da Matemática e Educação Matemática? Educação Matemática é missão de educadores com preparo específico ou alguma educação matemática ocorre necessariamente em toda sala de aula de Matemática? Que significa e que implicações tem o aforismo: "primeiro os conteúdos, depois os métodos", na formação do professor de Matemática? Em que medida o professor de Matemática pode ser um pesquisador em sua sala de aula? O pesquisador deve sempre apresentar-se como tal aos agentes que lhe vão fornecer dados?

A escolha dos debatedores seguiu o princípio de polarizar posições de grupos de estudiosos que têm, de certa maneira, influenciado a Educação Matemática no Brasil e também seguiu o princípio de minimizar as despesas de locomoção, desde que assegurada a qualidade do debate. A um primeiro olhar, vemos que predominam, entre os debatedores convidados, professores que moram em

Rio Claro e que trabalham no programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP. Sua presença se justifica, não só pelos princípios citados acima, mas também porque, dada a posição que ocupam, é importante que explicitem seu pensar sobre Educação Matemática. O Professor João Bosco Pitombeira de Carvalho tem estado sistematicamente presente em Encontros de Educação Matemática, e seu papel de líder nessa área é conhecido, tanto por essas participações quanto pelo trabalho que realiza como professor/pesquisador de Matemática na PUC/RJ, como, ainda, pela posição que ocupa em comissões de assessoria de importantes órgãos fomentadores de pesquisa, como é o caso da CAPES e do CNPq. Os Professores Maria Ignez e Paulo Leite também, de alguma maneira, são assessores desses órgãos e, principalmente, estão desenvolvendo um trabalho importante em Ensino de Matemática dentro do Instituto de Matemática e Estatística da USP.

Todos têm formação matemática e estão despertos para os problemas do Ensino e da Educação Matemática.

Na ausência do Professor Ubiratan D'Ambrosio, eu passarei a presidir os trabalhos de hoje. Devo dizer que esta Diretoria espera que a todo semestre ocorra uma Jornada de Temas & Debates em diferentes locais do Brasil, onde a comunidade de Educação Matemática se tenha proposto a efetua-la. O tema a ser focado e os debatedores a serem convidados ficam a critério do grupo organizador do evento, podendo a atual Diretoria orientar os temas que percebe como importantes pela comunidade brasileira de Educação Matemática.

Na posição de coordenadora desta Jornada, informo que trabalharemos no período da manhã, até às 12 horas; retornaremos das 14 h 30m às 17h 30m. Os participantes trouxeram seus textos escritos, os

quais constituirão o terceiro número de "Temas & Debates". Poderão acrescentar ou refazer idéias ali apresentadas a partir do debate de hoje, devendo entregar esta última versão dentro de 30 dias. Caso não o façam, publicaremos o texto entregue hoje.

No período da manhã os debatedores exporão suas idéias. À tarde haverá o debate sobre elas. Em um primeiro momento, os debatedores dirigirão perguntas e colocações às exposições dos demais. Em seguida o debate será aberto aos presentes.

Dra. Maria Aparecida Viggiani Bicudo

Departamento de Matemática, Instituto de
Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Campus de Rio
Claro.

Coordenadora da Primeira Jornada de TEMAS & DEBATES

Rio Claro, 4 de janeiro de 1991

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| Ubiratan D'AMBRÓSIO MATEMÁTICA, ENSINO E EDUCAÇÃO: UMA PROPOSTA GLOBAL | 1 |
| João Bosco Pitombeira de CARVALHO O QUE É EDUCAÇÃO MATEMÁTICA? | 17 |
| Maria Ignez Vieira de Souza DINIZ UMA VISÃO DE ENSINO DE MATEMÁTICA | 27 |
| Irineu BICUDO EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE MATEMÁTICA | 31 |
| Luiz Roberto DANTE ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA | 43 |
| Roberto Ribeiro BALDINO ENSINO DE MATEMÁTICA OU EDUCAÇÃO MATEMÁTICA? | 51 |

MATEMÁTICA, ENSINO E EDUCAÇÃO: UMA PROPOSTA GLOBAL

Ubiratan D'Ambrósio ¹

Falar sobre a queda do Ensino da Matemática, em todos os níveis, é comum. Os professores se queixam do desinteresse dos alunos, os índices de reprovação são intoleráveis, e o aproveitamento é em geral baixo. Chegamos à situação de universidades do porte da Universidade de São Paulo retirar a Matemática das disciplinas eliminatórias dos exames vestibulares; de outro modo, haverá vagas sem preencher. A situação no ensino de terceiro grau não é melhor. Efetivamente, o nível do ensino de Matemática vem caindo internacionalmente. Fala-se em melhorar a formação de professores. Não é a solução. Países em que os professores têm nível de mestrado não conseguem melhores resultados. Melhorar o nível dos livros. Tampouco adianta. Jamais os livros foram feitos com tanto cuidado e com técnica editorial tão aprimorada, e o nível continua caindo. Também com relação a instalações e equipamentos, nunca a situação foi tão favorável. E isso não detém a queda de nível.

O que eu acho é que há algo de errado com a matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil.

Não que a Matemática seja inútil, e de fato ela é utilizada em praticamente todos os setores da sociedade, inclusive por indivíduos que

¹ Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Campus de Rio Claro.

foram reprovados e, na sua própria percepção, jamais foram bons em Matemática. Mas utilizam e manejam, mesmo sem perceber, elementos de Matemática. Por exemplo, trabalham com cédulas de várias denominações distintas e valores equivalentes, utilizam o sofisticado BTN nos pagamentos de suas contas, manejam equipamentos que requerem seqüências de operações lógicas, elaboram e interpretam gráficos, e poderíamos dar inúmeros outros exemplos de matemática que aparece no dia-a-dia das pessoas e é utilizada sem maiores problemas. Globalmente, o rendimento também não pode ser mau, pois jamais tivemos tantos cientistas e engenheiros. Jamais o avanço científico e tecnológico, produzido por cientistas e profissionais de áreas as mais distintas, não matemáticos, mas que necessariamente manejam matemática de um certo nível de sofisticação, foi tão rápido. Tudo isso mostra que a população como um todo vai utilizando e absorvendo matemática útil, importante e interessante, mas vai sendo reprovada, detestando e mesmo desprezando a matemática acadêmica, aquela que se tenta ensinar nas escolas. Por quê? Pela simples razão de ser essa matemática inútil e desinteressante para a população como um todo.

A matemática que estamos ensinando e como a estamos ensinando é obsoleta, inútil e desinteressante. Ensinar ou deixar de ensinar essa matemática dá no mesmo. Na verdade, deixar de ensiná-la pode até ser um benefício, pois elimina fontes de frustração!

Nossa propsta é ensinar uma matemática viva, uma matemática que vai nascendo com o aluno enquanto ele mesmo vai desenvolvendo seus meios de trabalhar a realidade no qual ele está agindo. Etnomatemática consubstancia essa proposta. Vou descrever o que eu chamo o Programa Etnomatemática,

como um programa de pesquisa que vem crescendo em repercussão e se vem mostrando uma alternativa válida para um programa de ação pedagógica.

Para apreciar a idéia da Etnomatemática nessa minha concepção, será necessário falar um pouco da história de meu próprio desenvolvimento como educador matemático. Isso dará uma visão de como nasceu a idéia de Etnomatemática como um programa que possibilita um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Partimos da realidade e chegamos à ação pedagógica de maneira natural, através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural. O programa encontra suas raízes nos vários enfoques mais abrangentes sobre a história das ciências, como aquele iniciado por Boris Hessem e aprimorado por D.J. Bernal, a uma insatisfação epistemológica que traçamos a Sextus Empiricus e que chega modernamente a Paul Feyerabend e Philip Kitcher, e a um enfoque à cognição e cultura que tem em Lev Vigotsky um de seus primeiros e mais representativos defensores. A crítica às instituições que, iniciando-se no após-guerra, cresce nos anos 60 e tem seu apogeu nos movimentos estudantis de 1968, vem focalizar o sistema escolar e destacar, como mostra Paulo Freire, que a escola tem primordialmente uma função libertadora. Assim é importante a dimensão política oferecida pela Etnomatemática.

MINHA TRAJETÓRIA EM DIREÇÃO À ETNOMATEMÁTICA

Ao procurar entender a história do conhecimento científico e do processo de desenvolvimento dos países que então se liberavam do regime colonialista, processo esse que enfatiza ciência e tecnologia, e ao procurar entender, comparativamente, nesses "novos" países da chamada periferia e nos países centrais, industrializados,

os objetivos da educação matemática, fui levado a destacar, no Terceiro Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Karlsruhe, na Alemanha, em 1976, os aspectos sócio-culturais como fundamentais para se responder à questão então e ainda essencial "Por que Ensinar Matemática?". Isto se deu há quase quinze anos e na época contrariou as principais correntes de Educação Matemática. Minha postura na época resultava de um questionamento às propriedades científicas para os países em desenvolvimento e de um apelo a uma visão não eurocêntrica à história do conhecimento científico.

Eu havia começado a me preocupar com essas questões há cerca de dez anos, na década dos anos 60, quando comecei a trabalhar com programas de matemática para minorias nos Estados Unidos, na State University of New York at Buffalo. A complexidade de colocar as minorias de um país altamente industrializado, como é o caso dos Estados Unidos, num nível educacional compatível com a média do país mostrou-me a importância da dimensão sócio-cultural e política na Educação Matemática. Enquanto já se havia reconhecido essa dimensão nos programas de alfabetização, sobretudo graças aos trabalhos pioneiros de Paulo Freire, no currículo, como Michael Apple mostrou de forma clara e definitiva, na linguagem, graças sobretudo aos trabalhos de Cecil Bernstein e nas várias disciplinas das chamadas humanidades, as ciências e sobretudo a Matemática pareciam pertencer a um universo educacional distinto. O pensamento dominante era a precisão absoluta, intocável, da Matemática, sem qualquer relacionamento mais íntimo com o contexto sócio-cultural e muito menos político. As demais ciências almejavam essas mesmas características. Quando muito, sobretudo graças às pesquisas de antropólogos, sociólogos e psicólogos, havia algumas concessões do estilo "curiosidades"

de como tribos "primitivas" contavam e mediam, de como o povo inculto fazia suas contas e medições, sempre aparecendo mais como peças de folclore.

Em 1970 fui convidado a orientar o setor de Análise Matemática e Matemática Aplicada no programa conhecido como "Centre Pédagogique Supérieur de Bamako", patrocinado pela UNESCO na República do Mali, um programa altamente inovador de doutoramento em serviço idealizado pelo poeta e educador Gérard-Félix Tchicaya (ou Tchicaya U-Tamsi, como é conhecido na literatura). O foco era o desenvolvimento de um potencial de pesquisa naquele país. Ao se falar em pesquisa científica, em particular matemática, era questão fechada o posicionamento de um divórcio total do contexto sócio-cultural e político. A complexidade de levar ciência e criar um ambiente matemático, com produção de pesquisa, e suficientemente atrativo para jovens brilhantes e ao mesmo tempo indo ao encontro dos anseios do povo e dos projetos nacionais para desenvolvimento.² Dessa maneira tive, em paralelo às questões educacionais, meus primeiros envolvimento com esse campo novo de sociologia que é hoje conhecido como "Ciência, Tecnologia e Sociedade".

As inúmeras conversas com Tchicaya e com intelectuais africanos, em particular malienses, e o conhecimento da realidade global do país levaram-me a conceituar Etnociência e Etnomatemática como uma alternativa epistemológica mais adequada às diversas realidades sócio-culturais do que a Ciência e a Matemática

² Ubiratan D'Ambrósio: L'adaptation de la structure de l'enseignement aux besoins des pays en voie de développement, IMPACT; Science et Société, vol. XXV, 1, 1975, 100-101.

dominantes, de inspiração e estruturação inteiramente europeia. Isto encontrou respaldo nos importantes trabalhos dos antropólogos Cheik Antar Diop e principalmente Nazi Boni.

O termo Etnomatemática pareceu-me então mais abrangente que Matemática Antropológica, ou Etnografia Matemática, ou Matemática Cultural ou outras tantas propostas que, desde o início do século e como resultado do grande desenvolvimento das pesquisas antropológicas, vinham destacando a prática matemática nas culturas dos povos então colonizados. Embora se falasse muito em Etnobotânica, Etnoastronomia, Etnometodologia e mesmo Etnomedicina e Etnopsiquiatria, não me lembro de ter visto o termo Etnomatemática antes, e certamente não no sentido que eu proponha. A própria Etnociência tinha, na minha concepção, um sentido mais abrangente, certamente evitando o eurocentrismo que caracterizava a grande maioria dos enfoques antropológicos.

Também lingüistas, sociólogos e psicólogos encontraram no fazer matemático de grupos culturalmente diferenciados uma importante fonte de pesquisa. Particularmente, as contribuições de Michael Cole, Sylvia Scribner, David F. Lancy, Geoffrey Saxe, Jean Lave, Terezinha Carraher, David Carraher, Analucia Schliemann nas décadas de 70 e 80 foram importantes contribuições para se evidenciar o relativismo cultural na Matemática e alertar sobre os seus reflexos no ensino.³ Porém, talvez atraídos pela importância do formalismo da escrita, esses estudos dirigiram-se principalmente,

³ Para referências a essas pesquisas ver Ubiratan D'Ambrosio: Socio-cultural bases for Mathematics Education, UNICAMP, Campinas, 1985, particularmente 87-93.

embora muitas vezes sem explicitar esse aspecto, para povos e grupos sem linguagem escrita e populações urbanas marginais e também adotaram um enfoque fundamentalmente eurocêntrico, colocando a matemática originada das culturas mediterrâneas e sobretudo os algoritmos como o padrão que orienta a compreensão do modo de pensar matemático nas culturas estudadas. Embora com uma postura bastante aberta com relação às culturas analisadas, esses estudos fizeram transparecer na Matemática como transmitida pelo colonizador europeu o protótipo do pensar racionalmente. Ser racional é atingir esse pensar matemático, próprio do grande construtor do universo! Isto é magistralmente expresso pelo líder Sioux Russel Means, num documento do American Indian Movement: *Newton revolucionou a Física e as chamadas ciências naturais ao reduzir o universo físico a uma equação matemática linear. Descartes fez o mesmo com a cultura. John Locke o fez com a política, e Adam Smith com a economia. Cada um desses 'pensadores' tomou um pedaço da espiritualidade da existência humana e o converteu num código, numa abstração.*

Na nossa proposta de se examinar "Por que Educação Matemática?" estava implícita a proposta de se perguntar "Por que Matemática?", do ponto de vista histórico, e, portanto, social e político, do ponto de vista cognitivo e naturalmente do ponto de vista pedagógico. Uma "aproximação" etimológica mostrou-nos que efetivamente Etnomatemática é o nome mais adequado para esse programa abrangente sobre geração, transmissão, institucionalização e difusão do conhecimento. Nesse sentido, o Programa Etnomatemática conduz, como a *figura 1* indica, a uma revisão crítica das teorias correntes de cognição, epistemologia, história e política.

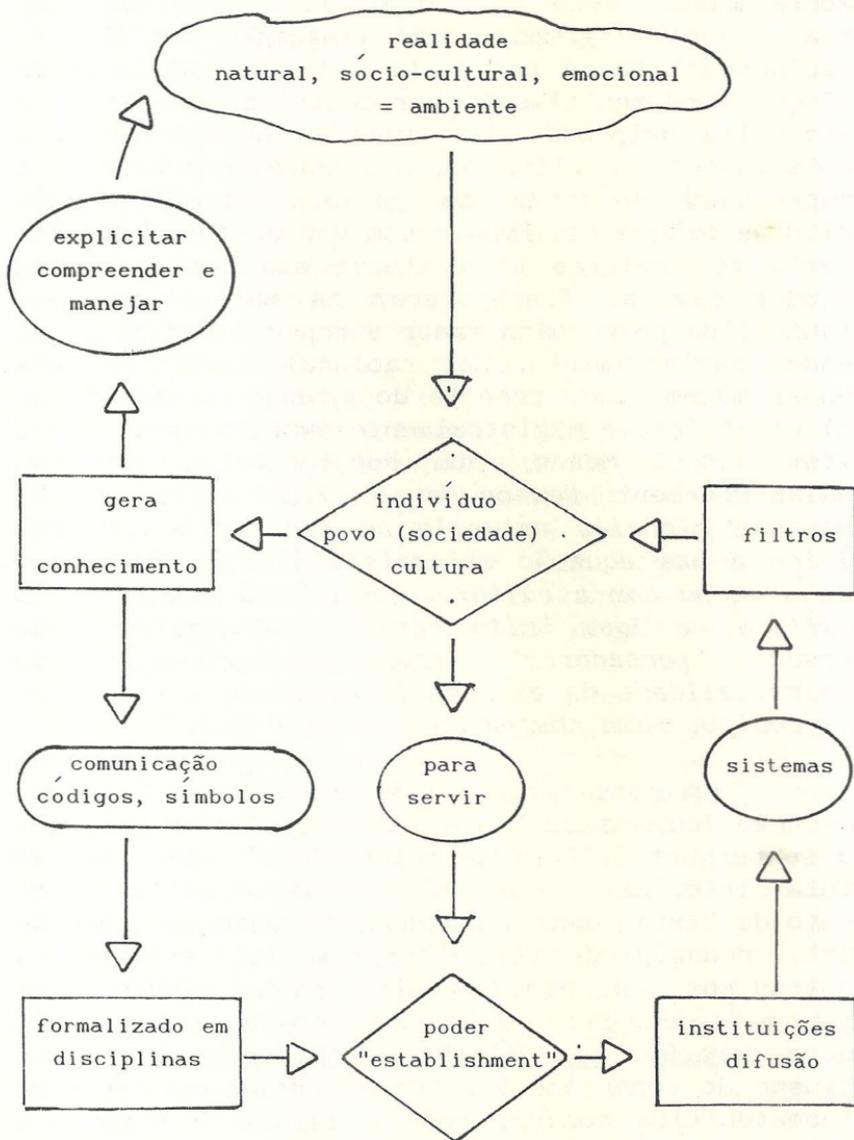


fig. 1

A aproximação etimológica nos permite dizer que Etnomatemática é a arte ou técnica (techné = tica) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (matema), dentro de um contexto cultural próprio (etno). Essa dupla necessidade animal de ter que lidar com situações que a realidade propõe para poder sobreviver e ao mesmo tempo procurar transcender a sua própria existência através de explicações e de criação (ou criatividade, como comumente se diz), é característica da nossa espécie e presente em todos os sistemas culturais através dos tempos. Isso determina o aparecimento da espécie homo sapiens, e o desenvolvimento de ticas de matema é próprio de todas as culturas. Algumas dessas "ticas de matema" utilizam números numa certa forma, outras em outras formas, criam figuras e geram representações, elaboram sobre representações e criam símbolos e abstrações, analisam simetrias e relações, generalizam e geram modelos, trabalham esses modelos, criam processos de modelagem, sempre obviamente a partir da realidade e mediante processos cognitivos extremamente complexos. Naturalmente, liberar-se do padrão eurocêntrico e procurar entender, dentro do próprio contexto cultural do indivíduo, seu processo de pensamento e seus modos de explicar, de entender e de se desempenhar na sua realidade, é um passo essencial para se levar a Etnomatemática às suas amplas possibilidades de pesquisa e de ação pedagógica.

CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO E MODELAGEM

Desde suas primeiras manifestações na busca de entender, explicar, manejar a realidade natural, que na nossa conceituação é o ponto de partida para Etnomatemática, isto é, na construção de suas primeiras "ticas de matema", o homem se comporta de maneira a adquirir conhecimento. Na descoberta do outro surge a necessidade de

comunicação, que não é outra coisa senão a ação comum no seu afã de entender, explicar, manejar a realidade, isto é, na aquisição de conhecimento junto com o outro, seja o outro fisicamente próximo ou o outro fisicamente distanciado. Surge a necessidade de comunicar-se com o outro distante, e isto se dá pela representação, que nada mais é que fazer-se (re) presente na ação. A ciência, como conhecimento acumulado, depende de codificações e símbolos associados a essas representações orais e visuais, dando assim origem àquilo que chamamos linguagem e representação gráfica. Essa comunicação codificada e simbólica com o outro próximo ou o outro distante estende-se facilmente à busca de comunicação com algum outro comum a todos, gerando assim uma forma de comunicação que é o ritual. Assim, chega-se a uma ação comum no entender, explicar, manejar a realidade, que se acumula, ao longo da história, em sistemas de representações. Na história ocidental esses sistemas classificam-se hoje basicamente como ciências, artes e religiões. Nos tempos modernos é interessante notar a classificação que os enciclopedistas do século XVII davam ao "Sistema de Conhecimentos Humanos: História, que se reporta à Memória, Filosofia, que emana da Razão, e Poesia, que emana da Imaginação."⁴ Naturalmente, o contexto e os mitos abstraídos da realidade natural, aquilo que chamamos cultura, são essenciais no desenvolvimento diferenciado desses diversos sistemas de códigos, símbolos e rituais.

⁴ Enciclopédia ou Dicionário Raciocinado das Ciências, das Artes e dos Ofícios, por uma Sociedade de Letrados, Discurso Preliminar e Outros Textos, Diderot e D'Alembert, edição bilingüe, tradutora Fúlvia Maria Luiza Moretto, Editora UNESP, 1989.

As representações incorporam-se à realidade como artefatos, da mesma maneira que os mitos e símbolos, sem necessidade de recurso à codificação, também se incorporam à realidade, porém como mentefatos. Assim, a realidade é permanentemente transformada pela incorporação de fatos (ambos artefatos e mentefatos) e eventos, os primeiros pela ação direta, consciente ou subconsciente, individual ou coletiva, do homem, e os segundos por conjunções que constituem o que seconvencionou chamar história. Procuramos explicar, entender e às vezes mesmo manipular, por via de ideologias, a origem desses fatos e eventos, através daquilo que chamamos filosofia.

As reflexões, que são ações sobre a realidade e que conduzem ao saber, são feitas sobre uma realidade que é continuamente acrescida de fatos e eventos, e exigem igual atenção às coisas naturais e aos artefatos e mentefatos. Refletir sobre a representação passa a ser uma alternativa usual de ação, reduzindo o grau de complexidade da realidade mesma. Uma das manifestações dessa reflexão é a modelagem. O esforço de explicar, de entender, de manejar uma porção da realidade, um sistema, normalmente se faz isolando esse sistema e escolhendo alguns parâmetros nos quais concentraremos nossa análise. Com isso, o sistema, com toda a complexidade que ele oferece, fica aproximado por um sistema artificial, no qual se destacam somente alguns parâmetros (algumas qualidades) e se ignoram suas interações com o todo. Dessa maneira, considera-se um modelo e passa-se a analisar e refletir sobre o modelo. Este é o processo de modelagem, na sua essência uma forma de abstração. São exemplos históricos de modelagem em Matemática a Geometria Euclidiana, a Mecânica Newtoniana, a Ótica Geométrica e praticamente todas as teorizações matemáticas.

Assim, a modelagem pode ser apontada como a metodologia por excelência da Matemática ocidental, proveniente do pensamento grego.

A modelagem, visando a aplicações, que é o mais comum, faz sempre apelo à realidade na qual está inserido o sistema que deu origem ao modelo com o qual trabalhamos, sempre procurando verificar a adequação dos parâmetros selecionados e as implicações dessa seleção no inter-relacionamento desse sistema com a realidade como um todo, isto é, procurando recuperar o sentido holístico que permeia o matema. Não é possível explicar, conhecer, entender, manejar, lidar com a realidade fora do contexto holístico. Têm-se não mais que as visões parciais e incompletas da realidade. A modelagem é eficiente a partir do momento em que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da situação real, que na verdade estamos elaborando sobre representações. Assim, a modelagem pode ser uma metodologia de ensino muito útil e se enquadra no Programa Etnomatemática, que inclui a crítica, também de natureza histórica, sobre representações, que deve sempre estar subjacente ao processo de modelagem.

INICIATIVAS PIONEIRAS

A partir dos anos 70, a Universidade Estadual de Campinas revelou-se um espaço essencial na acumulação de experiências que contribuíram para consolidar as bases teóricas que foram esboçadas na década anterior, conforme mencionado acima. Dois projetos de porte razoável sobre "Ensino de Ciências e Matemática", financiados pelo Ministério de Educação, através da Secretaria de Primeiro e Segundo Grau e pela Organização dos Estados Americanos, respectivamente o Projeto "Novos Materiais para o Ensino da Matemática" e o Mestrado em "Ensino de Ciências e Matemática", que se

desenvolveram de 1973 a 1983, representaram o ponto de partida para uma série de outras atividades que proporcionaram as bases sobre as quais repousariam importantes iniciativas posteriores. A criação da disciplina "Matemática e Sociedade" no Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação a partir de 1975, e logo em seguida "Física e Sociedade" abriram importantes espaços para os trabalhos de campo de Eduardo Sebastiani Ferreira nas periferias rural e urbana de Campinas, e mais recentemente, em tribos amazônicas, os modelos matemáticos desenvolvidos por Rodney Bassanezi entre comunidades de industrialização incipiente, sobretudo em Guarapuava e região e posteriormente seus estudos sobre tecelagem em culturas andinas; para as pesquisas de Marcio D'Olne Campos, analisando a conceituação de tempo entre culturas litorâneas e avançando conceitos de Etnoastronomia, que culminaram com a construção de um importante "Observatório a Olho Nu", e as pesquisas e atividades dirigidas por Carlos Arguelo no "Museu Dinâmico de Ciências", num ambiente puramente urbano de Campinas, associado a suas atividades, e para o importante Projeto Inajás. Todas essas pessoas e os projetos por elas dirigidos têm fornecido uma riqueza de material e exemplos que contribuem para uma melhor reflexão teórica sobre a Etnomatemática e para a fundamentação de suas possibilidades pedagógicas.

Algumas dissertações, sobretudo originárias de duas propostas inovadoras para a Pós-Graduação, quais sejam o Mestrado em "Ensino de Ciências e Matemática", promovido pela Organização dos Estados Americanos e pelo Ministério de Educação através do PREMEN, de 1975 a 1982 na UNICAMP, e o Mestrado em "Educação Matemática", do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP, Rio Claro, criado em 1985, também

contribuíram para oferecer mais exemplos de situações em que o enfoque etnomatemático é adequado.⁵

Fora do Brasil, foi fundamental a experiência que a UNESCO realizou na República do Mali ao instituir em 1970 o "Centre Pédagogique Supérieur de Bamako" como foco de formação, em nível de doutorado, do pessoal para os quadros universitários superiores para aquele país. Nesse programa destacamos algumas das primeiras tentativas em África de se conduzir pesquisa matemática focalizada no contexto cultural do país. Em particular destacamos as pesquisas orientadas pelo Professor Jozsef Molnar, da Academia de Ciências da Hungria, em particular a tese de doutorado de Tiemoko Malé.

Também merecem destaque o inovador Projeto FOXFIRE, de Elliot Wigginton, as importantes pesquisas de Marcia e Robert Ascher sobre povos sem expressão escrita e os inúmeros trabalhos de Paulus

⁵ Veja em especial as dissertações de Luis José Macedo: Proposta de Modelo Curricular para o Ensino Integrado de Ciências, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, 1979; Marcelo de Carvalho Borba: Um Estudo de Etnomatemática, Sua incorporação na elaboração de uma proposta pedagógica para o Núcleo-Escola da favela de Vila Nogueira-São Quirino, Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro, 1987; Sérgio Roberto Nobre: Aspectos Sociais e Culturais no Desenho Curricular da Matemática, Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro, 1989.

Gerdes como importantes contribuições para a Etnomatemática.⁶

Podem-se lembrar inúmeros outros grupos realizando pesquisas e desenvolvendo projetos pedagógicos sobre Etnomatemática em praticamente todo o mundo. Mencionem-se em especial Jerome K. em Butão e M. McKenzie na Nova Zelândia.

Com a finalidade de ser um veículo de comunicação entre os pesquisadores nessa área, foi criado em 1985 o "International Study Group on Ethnomathematics", cuja sede é em Milwaukee, Estados Unidos da América, e que publica um Boletim bianual em inglês e espanhol, onde são reportados progressos e aplicações dessa nova área de pesquisa.⁷

⁶ Ver especialmente Foxfire n.6, Ancher Press/Doubleday, Garden City, N.Y., 1980; Elliot Wigginton, Sometimes a Shinning Moment, Ancher Press/Doubleday, Garden City, N.Y., 1988; Marcia e Robert Ascher, Code of the Quipus, The University of Michingan Press, Ann Arbor, 1981; Paulus Gerdes, BOLEMA, Boletim de Educação Matemática, Especial 1, Rio Claro, 1989.

⁷ Os interessados nas atividades do "International Study Group on Ethnomathematics" - ISGEM poderão escrever para Professor Patrick J. Scottt, School of Education, The University of New Mexico, Albuquerque, NM, 87131, USA.

O QUE É EDUCAÇÃO MATEMÁTICA?

João Bosco Pitombeira de Carvalho ¹

Este trabalho representa, com alguns desenvolvimentos e modificações, as idéias expostas pelo autor no Primeiro Encontro de Temas & Debates, promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática em Rio Claro, São Paulo, em janeiro de 1991.

A fim de incentivar uma discussão crítica no Brasil sobre o que é Educação Matemática e quais seus problemas, proponho uma definição bem geral para o assunto, dois fios condutores que deveriam identificar o que é Educação Matemática, e uma proposta para o que considero o problema mais importante em Educação Matemática atualmente no Brasil.

Propositadamente, expus-me, ao apresentar certos pontos de vista. Usando uma expressão inglesa, coloquei-me "out on a limb", como um gato que se aventurou pelos ramos mais altos e frágeis de uma árvore e não sabe como descer. Mas devemos urgentemente no Brasil refletir sobre o que achamos ser Educação Matemática. As denominações "Mathematics Education", "Didactique des Mathématiques", "Didaktik der Mathematik" tem sutis diferenças, conotações ligeiramente diferentes. É necessário que nós, para não ficarmos sempre seguindo o que parece ser moda nos Estados Unidos ou na Europa, desenvolvamos nosso próprio conceito de Educação Matemática. Isso só pode ser feito com

¹ Departamento de Matemática, PUC-RJ

muitas discussões, trocas de idéias, etc. Este trabalho é uma pequena contribuição neste sentido.

O que é Educação Matemática? Uma tentativa de definição bem geral seria de que ela é o estudo de todos os fatores que influem, direta ou indiretamente, sobre todos os processos de ensino-aprendizagem em Matemática e a atuação sobre estes fatores.

Claramente esta definição é tão geral, que nela quase tudo seria Educação Matemática e, portanto, nada seria Educação Matemática. É necessário delimitá-la, circunscrevendo o corpo de estudo e de ação da Educação Matemática para podermos trabalhar produtivamente.

Dentro da definição proposta se enquadram desde trabalhos de psicologia pura, sobre mecanismos e processos de aprendizagem, por exemplo, até trabalhos bem ligados aos conteúdos específicos em Matemática, nos níveis de primeiro, segundo ou terceiro graus. É todo um espectro, todo um arco de atividades e de pesquisas com o qual depara o estudioso e o pesquisador em Educação Matemática.

Obviamente, é necessário achar alguns fios condutores que permitam identificar o que é Educação Matemática no universo acima indicado.

O primeiro fio condutor seria a preocupação com o ensino-aprendizagem. Educação Matemática diz respeito especificamente à Educação Matemática. Certamente ela emprega contribuições de muitas áreas, mas estas contribuições são trabalhos de Educação Matemática somente se estiverem voltadas para o ensino-aprendizagem em Matemática. Fazendo uma analogia, um trabalho sobre estrutura molecular é um trabalho de Biologia. Não é um

trabalho de Medicina. No momento em que seus resultados começarem a ser utilizados por médicos, em Medicina, estas utilizações serão de Medicina. As investigações seminais de Watson e Cricks sobre a estrutura do DNA certamente não eram Medicina, mas quantos progressos permitiram à Medicina!

Analogamente, certas investigações em Psicologia, Antropologia, Sociologia, Filosofia, História da Matemática, etc. por si próprias não são Educação Matemática, embora possam trazer resultados riquíssimos para o nosso campo de estudo.

Certamente, há uma zona cinzenta, mal definida, onde é difícil e talvez impossível dizer se um trabalho é ou não de Educação Matemática. Isso acontece em todas as áreas interdisciplinares, e, quanto mais interdisciplinar a área, mais difícil fica traçar as fronteiras entre os diversos campos de estudo que para ela contribuem.

Desejo frisar que, ao propor a definição acima, não estou de maneira nenhuma tentando diminuir o valor das contribuições das áreas envolvidas em Educação Matemática. Muito pelo contrário. Da mesma maneira que a engenharia moderna não existe sem a Matemática, a Física, a Química, a Educação Matemática repousa sobre vários campos importantes já com longa tradição de pesquisa: a Psicologia, a Educação, a Sociologia, a História, a Filosofia, a Antropologia, etc. Em verdade, freqüentemente, muitos dos praticantes destes campos fazem Educação Matemática do mais alto nível.

Também a presença de estudiosos destas áreas é não só importante como imprescindível em um centro de Educação Matemática. Certamente cada centro terá suas especificidades, suas linhas

próprias de pesquisa, já que dificilmente seria possível, por uma simples questão de recursos e de pessoal, atacar com proveito uma grande variedade de pesquisas. Assim, em alguns locais, a ênfase será sobre a Psicologia, em outros sobre a História e a Epistemologia, em outros ainda sobre tecnologias de ensino, etc, etc.

Como já dissemos, a Educação Matemática é uma área essencialmente interdisciplinar, na qual progressos se fazem em várias frentes, algumas delas mais teóricas, de investigação mais acadêmica, algumas mais práticas, consistindo em intervenções diretas nos processos de ensino-aprendizagem. O reconhecimento deste caráter interdisciplinar da Educação Matemática acarreta imediatamente duas conseqüências: em primeiro lugar, a humildade que cada praticante do campo deve ter em relação a sua capacidade de abranger toda a área de estudo: isso é impossível. Pessoas com formação em Psicologia, por exemplo, por vezes tem dificuldade em entender a maneira como um educador matemático de formação matemática profissional encara a Matemática. Reciprocamente, muitas vezes os matemáticos profissionais que se dedicam a Educação Matemática não tem consciência clara, ou não sabem explicitá-la, da complexidade de certos fatores de natureza psicológica, social ou cultural envolvidos no ensino-aprendizagem.

Um corolário desta humildade e do reconhecimento da interdisciplinaridade é o respeito que cada um dos que trabalham em Educação Matemática deve ter pela atuação dos demais. O psicólogo deve respeitar o matemático e vice-versa. Deve haver a consciência clara de que todos tem um objetivo comum, multifacetado e complexo, e que pode ser atacado de várias maneiras, sob vários enfoques.

O segundo fio condutor que pode dar unidade e servir como um fio de Ariadne no vasto campo de pesquisas da Educação Matemática seria o reconhecimento da individualidade, do valor e das especificidades da Matemática.

Trata-se certamente de uma proposta polêmica. Alguns reagirão de imediato, declarando que fazer isto seria atribuir à Matemática um valor intrínseco, nobre, mas que ela não é nenhuma construção nobre, puramente mental e de valor intrínseco eterno, que deveria ser admirada por sua pureza como uma das grandes criações do espírito humano.

Certamente a Matemática é uma construção social, sujeita à concepção que cada sociedade tem do saber, da ciência, da perfeição. É também influenciada pelas estruturas econômico-sociais vigentes. O apoio à Matemática e sua aceitação, ou melhor, a aceitação aos vários tipos de Matemática tem variado segundo as necessidades reais ou aparentes da sociedade ou de seus segmentos capazes de influir na definição de políticas e de prioridades. Na maioria das sociedades de que temos registros matemáticos mais completos, a chinesa, babilônia, hindu, egípcia, greco-romana, a Matemática sempre foi mais ou menos utilizada como ferramenta político-social, para controle da natureza e da sociedade. O estranho é que a Matemática sempre teve suas preocupações não utilitárias; entre os babilônios, por exemplo, o cálculo de ternos pitagóricos; entre os chineses, o teorema chinês dos restos, etc. Estas preocupações não utilitárias atingiram seu ponto máximo na sociedade grega clássica, cujo estilo de Matemática moldou todo o desenvolvimento subsequente desta ciência.

Em verdade, a Matemática é uma das criações notáveis do espírito humano. Quando uso aqui a palavra notável, não quero dizer que a Matemática é necessariamente uma criação nobre. Notável quer dizer que merece atenção, que deve ser mencionado, digno de atenção ou de reparo. Assim, por exemplo, a erupção do vulcão Cracatoa foi notável. As epidemias de cólera que assolaram a Europa no século XIV foram notáveis, os progressos da Biologia após a compreensão da estrutura da ADN têm sido notáveis, etc.

Uma das características notáveis da Matemática (notável mais uma vez empregada com o significado descrito acima) é sua especificidade e aplicabilidade. Já toquei nestes pontos em outro trabalho publicado em "Temas & Debates". O importante aqui é que estas especificidades sejam reconhecidas e valorizadas em Educação Matemática: o fato de que o conhecimento matemático é abstrato, que sua aplicabilidade a situações variadas depende exatamente desta abstração, deste "distanciamento" dos problemas concretos.

Assim, por exemplo, a Matemática não é um conjunto de algoritmos formais ou informais para resolver problemas "práticos". É necessário perguntar por que estes algoritmos funcionam, quais os limites deste funcionamento, como se inter-relacionam, como podem ser generalizados. Isso do ponto de vista do saber matemático descontextualizado. De um ponto de vista mais contextualizado, seria necessário tentar entender como se chegou àquele algoritmo, as razões de sua escolha, os métodos formais ou informais de sua transmissão, investigar sua ocorrência simultânea ou não em vários contextos culturais (culturas aqui no sentido antropológico do termo), etc.

É estranho que, enquanto em muitos ramos do saber se defende um ensino-aprendizagem mais voltado para a compreensão da estrutura do assunto estudado, freqüentemente se ouve defender que o ensino de Matemática devia voltar-se para as aplicações. Enquanto a gramática normativa deixa de ser a parte mais importante do ensino da língua, os dados e os feitos dos atores políticos ou militares deixam de ser enfatizados pela história, pretende-se fazer com que em Matemática o ensino se limite a problemas uteis para a vida prática. Este é um movimento que existe não só no Brasil, mas em todo o mundo, o chamado movimento "back to basics". Certamente uma de suas razões foram os exageros e distorções da chamada Matemática Moderna, mas não nos devemos entregar as novas tendências sem um exame crítico de seus pontos positivos e negativos.

O ensino-aprendizagem em Matemática deve ser tal que permita ao aluno (no primeiro, segundo e terceiro graus) *conhecer a Rainha*, na expressão feliz de Frank Lester. Essa expressão provém do título de um livro do historiador de Matemática norte-americano E. T. Bell: *Matemática, a Rainha e a Serva das Ciências*. Enquanto ferramenta, a Matemática, em qualquer nível de aplicação, é uma ferramenta: ela resolve problemas, desde bem triviais, como calcular o troco na feira, até extremamente complexos, como resolver numericamente as equações diferenciais do movimento da atmosfera, para prever o tempo. No entanto, a Matemática tem seu lado *Rainha*. É isso que percebeu um escriba anônimo na Babilônia, há mais de 3.000 anos, ao fazer uma tabela de ternos pitagóricos. É isso que percebeu Fermat, no limiar do século XVII, ao refletir sobre problemas da teoria dos números propostos por Diofanto. É isso o que leva matemáticos a investigar quais são as configurações estáveis eternas no *jogo da vida* de Conways.

A escola tem uma responsabilidade social, e não deve permitir que seus alunos saiam despreparados para atuar como cidadãos conscientes em uma sociedade cada vez mais permeada pela ciência e pela tecnologia. Parte disso consiste em habilitá-los a resolver problemas que possam ser formulados matematicamente. Mas essa capacidade operativa deve ser consequência da compreensão das estruturas, das idéias e dos métodos matemáticos pelos alunos, e não de uma simples aplicação padronizada da algoritmos "ad hoc".

Uma vez propostas estas duas grandes linhas unificadoras, voltemo-nos para a tarefa dos educadores matemáticos. Ela é ampla e ingrata. São inúmeros os problemas com que deparamos no primeiro, segundo e terceiro graus. É suficiente comparecermos a qualquer congresso ou simpósio de Educação Matemática para sairmos quase que esmagados com a quantidade, magnitude e complexidade dos problemas do ensino-aprendizagem em Matemática.

O educador matemático tem uma contribuição essencial a dar, neste momento em que a escola está falida, já não corresponde mais ao que a sociedade necessita, já não consegue motivar o aluno.

Em primeiro lugar, fracassaram as tentativas de melhorar o ensino-aprendizagem centradas nos currículos, de um ponto de vista puramente do conteúdo. Essa foi uma das falhas do movimento da Matemática Moderna, em cujos impulsos iniciais havia a preocupação de matemáticos com a preparação dos jovens para a Matemática que iriam encontrar na universidade. Esse é também, acho, o problema com o movimento "back to basics", como interpretado por grande número de seus defensores.

A revisão curricular, por si só, esgotou-se. Isso é talvez mais evidente nos cursos de licenciatura, que estão, salvo as poucas e honrosas exceções de sempre, totalmente defasados, com uma visão puramente conteudística e compartimentalizada do saber (saber específico da modalidade versus saber pedagógico). A Licenciatura em Matemática é vista como um sub-bacharelado, de que foram podadas as disciplinas matemáticas mais avançadas, substituídas por disciplinas didático-pedagógicas obrigatórias.

Um problema básico da Educação Matemática no Brasil, que eu diria ser o problema sobre o qual deveriam concentrar-se os educadores matemáticos, é o da formação do professor. Isso é válido para o primeiro, segundo ou terceiro graus. Acredito que a ordem dada é a de seriedade decrescente do problema. Não estou dizendo que o professor de segundo ou terceiro grau está preparado para seu trabalho, mas simplesmente afirmando que, em virtude do número de alunos envolvidos, e das complexidades psico-pedagógicas com que o professor de primeiro grau vai deparar, o problema da sua formação é muito mais sério do que o da do professor de segundo grau, que por sua vez é mais sério do que a do de terceiro grau.

A formação do professor deve levar em conta que ele se move em uma trama complexa de relações humanas e sociais, de regulamentos e normas, de tradições. O simples domínio do conteúdo, adicionado a algumas disciplinas didático-pedagógicas, simplesmente não o prepara para enfrentar a realidade complexa da escola. Isso é particularmente válido para o primeiro grau, onde boa parte dos professores não tem nem mesmo domínio sobre o conteúdo da Matemática elementar que deveria ensinar.

Abre-se aí um grande leque de problemas para a Educação Matemática no Brasil. O trabalho é imenso e urgente. É um trabalho essencialmente interdisciplinar, no qual tem que participar psicólogos, matemáticos, professores com vivência em sala de aula, educadores, etc. Nele tem lugar desde as pessoas de inclinação mais acadêmica e contemplativa, até os que se sentem mais realizados no fazer direto, na ação. Equipes interdisciplinares podem atuar junto a cursos de magistério ou escolas normais e licenciaturas, trabalhando diretamente com os alunos destes cursos ou com seus professores, elaborando e testando materiais de ensino, propondo modificações, acompanhando-as e testando-as; podem oferecer programas de reciclagem para professores destes cursos, sem esquecer que mudanças de postura em educação exigem tempo e esforço continuado. Em particular, deve ser feito um esforço para incluir alunos das licenciaturas nestes cursos, a fim de que eles vivenciem o que é trabalho e pesquisa em Educação Matemática.

Há duas razões fundamentais para propor este tema de estudo e pesquisa: a primeira delas é exterior a Educação Matemática, e trata-se da relevância social do tema. A segunda é intrínseca a Educação Matemática: A formação do professor é um tema essencialmente integrador. Nele, podem e devem participar todas as linhas de investigação em Educação Matemática. Dessa integração em torno de um problema comum, certamente poderá surgir com clareza o que nós pensamos o que é Educação Matemática, o que nós queremos que ela seja. Em torno deste tema, dar-se-ão muitos tipos de investigações, com a grande vantagem de que elas terão um objetivo comum e um compromisso social. Isso afasta o risco, sempre presente em investigações acadêmicas, do descomprometimento e da esterilidade por falta de objetivo.

UMA VISÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Maria Ignez de Souza Vieira Diniz ¹

O que significa ensinar Matemática? Ou melhor, o que significa um ensino tal que possamos assegurar que os nossos alunos aprenderam Matemática?

Acredito que o aprender Matemática só está realizado no momento em que o aluno é capaz de transformar o que lhe ensinamos e de criar a partir do que ele sabe. Caso essa autonomia de transformação e criação não exista, o que se tem é o aluno meramente adestrado, repetindo processos e resoluções criados por outros.

No caso da Matemática, o aprendizado está completo quando o aluno é capaz de resolver problemas e de propor seus próprios problemas, entendendo como problema todo obstáculo que mereça ser analisado e ultrapassado.

O ensino de Matemática atual afirma que tem como objetivos preparar o aluno para que resolva problemas da vida real e desenvolva seu raciocínio lógico. Se essas colocações fossem verdadeiras, os alunos em nossas escolas seriam totalmente diferentes do que são, não teriam dificuldades com questões que envolvessem lucros, gastos, porcentagens, áreas, distâncias, variação de grandezas e, por outro lado, seriam bons pensadores com argumentações corretas para justificar seus procedimentos, técnicos ou não.

Este aluno não existe nem mesmo ao final dos cursos de formação de professores em nível de

¹ Instituto de Matemática e Estatística, USP-SP

3º grau. O que mostra que ensinar Matemática não significa tampouco a apresentação de grande quantidade de conteúdos numa seqüência coerente e de perfeita estética.

Meu modo de pensar o que é ensinar Matemática mudou bastante no momento em que comecei a me dedicar ao curso de *Resolução de Problemas* para alunos de Licenciatura em Matemática a partir do 5º semestre de seu curso. O interessante é que eu vi todas as minhas idéias num trabalho de Frank H. Blackington redigido em 1973, portanto, muito antes de *Resolução de Problemas* existir como metodologia de interesse dos educadores.

Num artigo intitulado *The Instrumental Value of Research on Logical Thinking*, dentro de uma publicação sobre *Raciocínio Lógico: uma meta educacional*, publicado em *Theory into Practice*, v. XII, nº 5, dez., 1973, o referido autor sugere uma *conceituação de educação* composta de quatro categorias de atividades:

1. propor questões;
2. responder às questões propostas;
3. questionar as respostas dadas às questões;
4. questionar as próprias questões propostas;

e afirma categoricamente que os alunos que não têm oportunidade de um engajamento sistemático com as duas últimas atividades não estão sendo educados, mas, sim, estão impossibilitados de participar da construção da cultura, chegando mesmo a colocar que: *como pode alguém fazer história enquanto apenas assiste a aulas de História?*

De fato, se se observar com cuidado o ensino tradicional, ver-se-á que ele se ocupa apenas das duas primeiras atividades, sendo cada questão colocada respondida pelo aluno ou pelo próprio professor, passando-se rapidamente à próxima questão, esperando-se que o aprendizado se faça pela repetição ou pela exaustão. No entanto, nesse sistema de ensino o que ocorre é o enfado dos alunos, a memorização das técnicas e a busca de modelos facilitadores, onde o aluno diante de um problema tem apenas duas alternativas de ação: ou ele reconhece um modelo ou fórmula a ser empregado ou, então, só lhe resta desistir, esperando a solução do professor ou a nota baixa.

Na verdade, o aprendizado ocorre pela comparação de semelhanças e de diferenças entre diversas situações-problema e, de meu trabalho em ensino de Matemática nos últimos três anos, posso afirmar que o aprendizado só se dará se o aluno com o seu professor, ou sozinho, adquirir uma postura de inconformismo perante o que está pronto, isto é, se trabalharmos dentro de uma conceituação de educação onde estejam presentes as quatro atividades citadas, poderemos atingir a formação de um indivíduo com espírito crítico, o que é, a nosso ver, a meta primeira do ensino.

O ensino deve ser tal que a cada problema o aluno seja exposto a questões do tipo: Por que esse problema foi resolvido assim? Há outros modos de se chegar a essa resposta? Qual é o melhor processo para se resolver esse problema? Que outras questões podem ser levantadas a partir do que é dado? Se alguma questão não pode ser resolvida com os dados que se tem, como alterá-los ou completá-los para que se chegue a uma resposta? Como algumas modificações nos dados podem interferir na resposta? etc... Até o momento em que o aluno tenha autonomia para se colocar questões

desse tipo e outras de maior complexidade extrapolando as fronteiras dos conteúdos e da sala de aula.

Esta forma de ensino de ciências tem sido citada recentemente entre educadores europeus sob o nome de *investigação científica*, uma vez que essa postura crítica é a característica maior do cientista. E, se observarmos os rumos que tomam os trabalhos sobre Resolução de Problemas, os de Engenharia Didática ou de Didática da Matemática, poderemos verificar que em todos eles estão presentes as duas atividades numeradas por 3 e 4 acima.

Outro ponto a favor do estabelecimento desta postura para que se garanta aprendizagem vem através da observação da forma como a ciência evolui ao longo da história do homem, surgindo novos conceitos ou novas teorias apenas quando aquilo já conhecido gera insatisfação de muitos ou de apenas algumas mentes.

A implantação desta postura crítica tem-se mostrado valiosíssima em meu trabalho com alunos e professores, o que me tem mantido muito ocupada, atuando dentro de uma perspectiva educacional com espaço para a curiosidade, o desenvolvimento de habilidades lógicas, o prazer da criação (ou reconstrução) da ciência pelos alunos, independentemente de quais sejam os conteúdos, os materiais didáticos e as condições físicas e materiais da escola.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE MATEMÁTICA

Irineu Bicudo ¹

I. INTRODUÇÃO

No início de 1963, tendo trocado o curso de Física pelo de Matemática na saudosa Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo - a da Rua Maria Antônia - eu me preparava para meu último ano acadêmico. Como estudante do último ano, já me era possível lecionar oficialmente em escolas da rede estadual de ensino. Assim, ávido por começar a lecionar, mas consciente dos múltiplos problemas que haveria de enfrentar na sala de aula, vislumbrados apenas na situação artificialmente criada no Colégio de Aplicação pela disciplina Didática Especial - hoje Prática de Ensino - fui fazer o Curso de Férias (janeiro e fevereiro) para Professores Secundários dado pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM - de São Paulo, na Universidade Mackenzie. Em julho daquele ano, eu passaria de aluno a responsável por disciplina nos cursos de GEEM. Era o começo do período da chamada Matemática Moderna no Brasil. Estava claro para mim que a tônica daquele movimento era mudar a ênfase, no ensino da Matemática, do aspecto manipulativo de expressões de cálculo, vazias de significado, - os malfadados "carroções" - para o aspecto conceitual dessa ciência. Parece, no entanto, ser do destino das atividades humanas nunca se encontrar o pêndulo que as caracteriza na estável posição de equilíbrio; oscila sem qualquer amortecimento, de uma

¹ Departamento de Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Campus de Rio Claro.

extremidade a outra. A ênfase nos "carroções" fora substituída, então, pela ênfase manipulativa de expressões, também vazias de significado, do cálculo de conjuntos. Isso aconteceu nos livros didáticos e, conseqüentemente, nas salas de aula. Apesar de fazer-se a mesma coisa, trocara-se cálculo mecanicamente efetuado por cálculo efetuado mecanicamente; a situação piorou porque os "carroções" tinham a tradição que os conjuntos não tinham e, no ensino, como na vida militar, antigüidade é posto.

Não é esta a hora, apesar de ser este o lugar, de examinar mais profundamente esse movimento dos anos 60, o movimento associado aos satélites artificiais. Mas não é necessária uma análise minuciosa dos acontecimentos, para termos pelo menos uma das causas do fracasso desse movimento. É o divisor de águas entre o Ensino da Matemática e a Educação Matemática.

II. O ENSINO DA MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Werner Jaeger inicia sua magistral obra "Paidéia", escrevendo: *Todo povo que atinge um certo grau de desenvolvimento sente-se naturalmente inclinado à prática da Educação. Ela é o princípio por meio do qual a comunidade humana conserva e transmite a sua peculiaridade física e espiritual. (...) A educação participa na vida e no crescimento da sociedade, tanto no seu destino exterior como na sua estruturação interna e desenvolvimento espiritual; e, uma vez que o desenvolvimento social depende da consciência dos valores que regem a vida humana, a história da educação está essencialmente condicionada pela transformação dos valores válidos para cada sociedade.*

[Kant salienta, na Introdução de seu texto sobre Educação: ... *the important experiments*

of education, which brings our nature one step nearer to perfection. (- os importantes experimentos da educação, que trazem nossa natureza um passo mais próximo da perfeição). E logo abaixo: for with education is involved the great secret of the perfection of human nature. (porque com a educação esta envolvido o grande segredo da perfeição da natureza humana). Ainda: There are many germs lying undeveloped in man. It is for us to make these germs grow, by developing his natural gifts in their due proportion, and to see that he fulfils his destiny. (Há muitas sementes jazendo nso desenvolvidas no homem. Devemos fazê-las crescer, desenvolvendo seus dons naturais em sua devida proporção, e cuidando para que ele satisfaça seu destino).

Assim, o conceito de educação implica um estudo, o mais completo possível, do significado de Homem e do de sociedade, e à Educação Matemática deve corresponder a reflexão de em que medida pode a Matemática concorrer para que o homem e a sociedade satisfaçam seu destino.

O Ensino da Matemática, em sua tônica em como ensinar determinado tópico, como desenvolver determinada habilidade, relacionada a algum pedaço específico dessa disciplina, é parte da Educação Matemática, mas está longe de ser o todo.

O movimento da Matemática Moderna foi o manifesto do Ensino da Matemática dos anos 60, não o da Educação Matemática. Ora, pensavam os americanos, assustados com o sucesso dos sputiniks, os russos estão na dianteira em termos da conquista espacial (sabem até que "a Terra é azul") é porque conhecem mais matemática do que nós. O modo de resolver a questão é ensinar, de modo eficiente, aos nossos jovens, a matemática necessária ao lançamento de satélites. Não havia por que

perguntar se isso ajudaria o desenvolvimento do ser humano. Se, por uns poucos que acabariam tornando-se engenheiros e pesquisadores da NASA, se deveria submeter a maioria dos alunos ao mesmo tratamento.

Parece-me razoável afirmar, também, que sustentando a diferença entre a Educação Matemática e o Ensino de Matemática está o modo pelo qual se olha esta ciência. A visão dos que praticam apenas o Ensino da Matemática é local e não vai à procura do que seria a essência da mesma. A Educação Matemática deve ter uma visão mais ampla possível da Matemática e buscar o que lhe está no âmago, o que a distingue de tudo o mais.

III. ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA

1. A Matemática é (em parte) "a priori"

Isso significa dizer que a Matemática é independente da experiência. Ao contrário da Química, da Física, da Biologia, as leis da Matemática não são leis da natureza e não dependem das leis da natureza. Os teoremas permaneceriam válidos em outros mundos possíveis, onde, por exemplo, as leis da Física poderiam ser completamente diferentes. Se considerarmos o conhecimento matemático como um corpo de teoremas e de suas provas formais, poderemos afirmar que esse conhecimento é independentemente da experiência (exceto no processo rudimentar de verificar se as provas são realmente provas no sentido lógico, isto é, listas de fórmulas sujeitas às regras de inferência).

É claro que, dependendo da atitude de cada um relativamente à verdade matemática, se pode considerar esse modo de ver acanhado e querer ampliar esse ponto de vista. Sob visões ampliadas,

é possível desafiar a natureza a priori da Matemática, o mesmo não acontecendo na visão esboçada. Em virtude das visões ampliadas é que se usou a expressão "em parte", entre parênteses, no título deste item.

2. A Matemática é exata

É exata no sentido de terem todos os seus termos, definições, regras de inferência, etc. um significado preciso. Isso é especialmente verdade quando a Matemática é baseada, como costuma ser hoje em dia, na Lógica e na Teoria dos Conjuntos. A possibilidade de ser exata provém parcialmente de sua natureza a priori. É difícil, evidentemente, ser bem preciso quando se discute evidência empírica, pois a natureza é muito complexa, e as observações estão sujeitas a erros experimentais. Mas no reino das idéias, divorciado da experiência, é possível ser preciso.

3. A Matemática é abstrata

Uma das características da Matemática de nossos dias é sua abstração. Abstrair significa eliminar de uma situação tudo o que não for essencial a um dado propósito. Uma abstração é uma classe de eventos, e cada evento pertence a essa classe por uma determinada propriedade que possua, sendo consideradas irrelevantes quaisquer outras propriedades que tenha.

Há, ainda, na Matemática, diferentes níveis de abstração. Por exemplo, grupos são mais abstratos que números; álgebras universais que grupos; categorias que álgebras universais.

4. A Matemática é absoluta

Os resultados matemáticos são absolutos, ou seja, não são passíveis de revisão com base na experiência. Olhando a Matemática como uma coleção de teoremas e de suas provas formais, não há o que discutir quanto à afirmação anterior. Vemos, então, mais uma vez, a diferença entre a Matemática e evidência experimental; esta fica certamente sujeita a revisões à medida que a mensuração se torna mais exata. A adequação de uma disciplina matemática a um dado estudo empírico fica, é claro, sujeita à revisão. A atitude de cada um no que concerne ao absoluto dos resultados matemáticos está, também, ligada ao compromisso que se tenha com a natureza da verdade matemática.

5. A Matemática é simbólica

O uso da notação simbólica é uma das principais características de Matemática. Esse uso está ligado a sua natureza exata, mas ainda mais ao desenvolvimento da Matemática como um tipo de linguagem. A Matemática tem, de fato, muitos aspectos em comum com as linguagens ordinárias. Aliás, Philip H. Phenix, no importante livro Realms of Meaning, afirma, a páginas 71, *In the realms of meaning, mathematics keeps company with the language. The reason for this classification is that mathematics, like the ordinary languages, is a collection of arbitrary symbolic systems. It will be a main goal of the chapter to elaborate and explain this assertion. (Nos domínios do significado, a Matemática faz companhia à linguagem. A razão para essa classificação é que a Matemática, como as linguagens ordinárias, é uma coleção de sistemas simbólicos arbitrários. Será um dos principais objetivos deste capítulo elaborar e explicar essa asserção).*

E um pouco mais adiante: *The uses of ordinary languages are largely practical. Its symbolic systems exist for the most part to serve the everyday needs of communication. Mathematics is not primarily practical, nor is created as a major basis for social cohesion. To be sure, mathematics has many uses, as its wide applications in science and technology demonstrate. But this practical uses are not of the essence of mathematics, as social uses of ordinary discourse are. Mathematical symbolisms are essentially theoretical. They constitute a purely intellectual discipline, the forms of which are not determined by the exigencies of adjustment to nature and society.*

Many students and teachers of mathematics never really understand the subject because they identify it with calculation for practical ends. Ordinary language is chiefly concerned with the community's adaptation to the actual world of things and people. Mathematics symbolisms occupy an independent, self-contained world of thought. They need not stand for actual things or classes of actual things, as the symbols of ordinary language Mathematics do. Mathematics occupies a world of its own. Its realm is that of "pure" symbolic forms, the applications fo which, no matter how useful, are secondary and incidental to the essential symbolic meanings. (Os usos da linguagem ordinária são largamente práticos. Seus sistemas simbólicos existem para, predominantemente, servir às necessidades diárias de comunicação. A Matemática não é fundamentalmente prática, nem criada como uma base principal para a coesão social. Certamente, a Matemática tem muitos usos, como as amplas aplicações na ciência e na tecnologia demonstram. Mas esses usos práticos não são da essência da Matemática, como o são os usos sociais do discurso ordinário. Os simbolismos matemáticos são essencialmente teóricos. Constituem uma disciplina

puramente intelectual, cujas formas não são determinadas pelas exigências de ajustamento à natureza e à sociedade.

Muitos estudantes e professores de Matemática nunca entendem realmente o assunto, pois o identificam com cálculo para fins práticos. A linguagem ordinária está principalmente preocupada com a adaptação da comunidade ao mundo real das coisas e pessoas. A Matemática, por outro lado, não tem uma tal relação com a realidade tangível. Os simbolismos matemáticos ocupam um mundo do pensamento independente e auto-suficiente. Não necessitam representar coisas reais ou classes de coisas reais, como o fazem os símbolos da linguagem ordinária. A Matemática ocupa um, mundo próprio. Seu domínio é o das formas simbólicas "puras", cujas aplicações, não importa quão úteis, são secundárias e incidentais para os significados simbólicos essenciais).

6. A Matemática é organizadora

Tão logo uma ciência qualquer ultrapasse o estágio da mera colheita, envolve-se com a atividade de organização das experiências. Como frisa H. Freudenthal, em Mathematics as an Educational Task: Organizing the reality with mathematical means is today called mathematizing. The mathematician, however, is inclined to disregard reality as soon as the logical connection promises faster progress. A stock of Mathematical experience is formed; it asks for its part to be organized. What kind of means will serve this purpose? Of course, mathematical means again. This starts the mathematizing of mathematics itself; (...) As times goes on, mathematizing applies globally, as the conscions building of theories, of explicit or axiomatic nature. (...) Today, mathematizing mathematics is one of the main

concerns of mathematicians. In no other science has the habit of recasting become second nature as it has in mathematics. (...) It has been stressed that continuous refashioning is not a whim but a necessity. Everybody knows how fast science develops. To master acquired knowledge, it must be organized. (Organizar a realidade com meios matemáticos é hoje chamado "matematizar". O matemático, no entanto, é inclinado a desconsiderar a realidade tão logo a conexão lógica prometa progresso mais rápido. Forma-se uma reserva de experiência matemática, que pede, por sua vez, para ser organizada. Que tipo de meios servirão a esse propósito? É claro que, de novo, meios matemáticos. Isso inicia a "matematização" da própria Matemática; (...) Com o passar do tempo, a "matematização" se aplica globalmente, com a construção consciente de teorias, de natureza explícita ou axiomática. (...) Hoje, "matematizar" a Matemática é uma das principais preocupações dos matemáticos. Em nenhuma outra ciência se tornou o hábito de remodelar uma segunda natureza como na Matemática. (...) Tem-se enfatizado que a contínua remodelação não é um capricho, mas uma necessidade. Todos sabem quão rápido a ciência se desenvolve. Para dominar o conhecimento adquirido, é necessário organizá-lo).

E, um pouco mais abaixo, com sua característica ironia: *The most spectacular example of organizing mathematics is, of course, Bourbaki. How convincing this organization of mathematics is! So convincing that Piaget could rediscover Bourbaki's system in developmental psychology. Poor Piaget!* (O exemplo mais espetacular da organização da Matemática é, evidentemente, Bourbaki. Quão convincente é essa organização da Matemática! Tão convincente que Piaget redescobriria o sistema Bourbaki na psicologia do desenvolvimento. Pobre Piaget!)

IV. POR QUE APRENDER MATEMÁTICA?

Se, como afirma Dienes algures, começarmos com a questão banal: "Por que aprender Matemática?", receberemos algumas respostas igualmente banais: "porque é útil", "porque é aplicada na ciência, na indústria e no governo". Mas é claro que tais respostas não resistirão a um exame minucioso. Há quem queira também ensinar uma Matemática "prática" para a vida cotidiana. Ora, a Matemática do ponto de vista do dia-a-dia não é útil, ou somente uma fração pequeníssima dela o é. Uma vez que saibamos adicionar, subtrair para pagar e obter troco, há pouco mais que seja necessário, talvez algum conhecimento de medição, para as exigências da vida diária. Poucas pessoas têm de multiplicar e dividir números inteiros e a quase nenhuma é exigido adicionar, subtrair, multiplicar e dividir frações. O uso de outras partes da Matemática na vida comum é ainda mais duvidoso.

Assim, por que aprender Matemática? Somente uma ínfima parcela da população, que irá dedicar-se à Física, à Química, à Engenharia, necessitará de Matemática. Então por que submeter o resto da população também ao mesmo programa, que, em geral, lhe é absolutamente desagradável, em honra daquela pequeníssima porção?

Bem, a Matemática é uma conquista cultural da humanidade, como o são a Filosofia, a Poesia, a Música, etc.

Se o princípio da Educação é ser o meio pelo qual a comunidade humana conserva e transmite sua peculiaridade espiritual, deve ser meta da Educação Matemática transmitir a Matemática como patrimônio da cultura. Mas, quando analisamos as características da Matemática de nossa época - e aqui o estudo da História da Matemática pode ajudar

nossa compreensão e trazer à luz nossos preconceitos - é possível verificar que muitas delas poderiam encorajar o desenvolvimento de certas atitudes e de certos hábitos de pensamento que fossem adições positivas para se levar uma vida moderna. Por exemplo, a abstração. Como diz Dienes: *The process of getting rid of irrelevancies and cutting through noise (in information theory terms), and getting down to the real message is certainly a particular competence which would be a great asset to people in the modern world. (O processo de livrar-se do que é irrelevante e de extirpar o ruído (em termos da Teoria da Informação) e de descer à mensagem real e certamente uma competência particular que seria um grande recurso às pessoas no mundo moderno).* Desse modo, e neste ponto entra o Ensino da Matemática, se pudermos engendrar situações para que o processo de abstração, enquanto aprenda as estruturas matemáticas, resulte não somente na aquisição dessas abstrações, mas em aprender a aprender abstração, ou seja, se o processo de abstração pudesse ser aprendido por sua prática real na aprendizagem da Matemática, haveria, por isso, certamente uma razão para se aprender essa ciência.

Argumento semelhante vale para outras características da Matemática enumeradas na seção anterior.

Isto é, em minha opinião, o que pode ser feito.

Italo Calvino, o romancista italiano, diz no prefácio de seu livro Seis propostas para o Próximo Milênio: *Minha confiança no futuro da literatura consiste em saber que há coisas que só a literatura com seus meios específicos nos pode dar.*

Do mesmo modo, quero afirmar que, do ponto de vista cultural, há coisas que só a Matemática, com seus meios específicos, nos pode dar. Eis por que ensiná-la.

BIBLIOGRAFIA

CALVINO, Ítalo. *Seis Propostas para o Próximo Milênio*, São Paulo: Companhia das Letras, 1990.

DIENES, Zoltan Paul. *Learning Mathematics*. In G.T. Wain (ed.). *Mathematical Education*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1978.

FREUDENTHAL, Hans. *Mathematics as an Educational Task*. D. Reidel, Dordrecht, 1973.

JAEGER, Werner. *Paidéia*. Martins Fontes e Editora da Universidade de Brasília, 1986.

KANT, Immanuel. *Education*. The University of Michigan Press, 1966.

MONK, J. Donald. *Mathematical Logic*. New York: Springer-Verlag, 1976.

PHENIX, Philip H. *Realms of Meaning*. New York: McGraw-Hill, 1964.

ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Luiz Roberto Dante ¹

As últimas décadas podem ser caracterizadas por um acelerado desenvolvimento da Matemática e das suas aplicações em todos os setores do conhecimento humano, o que pode ser sentido pela quantidade de livros e artigos em periódicos que se publicam, bem como pela influência da Matemática em outras áreas, aumentada ainda mais pela explosão do uso dos computadores e microcomputadores.

Esse prestígio contemporâneo da Matemática desencadeou reflexões sobre o seu ensino em todos os níveis, especialmente, nos níveis de 1^o e 2^o graus. Em decorrência disso, surgiu um novo campo de trabalho: a didática da Matemática ou metodologia da Matemática, denominações substituídas, a partir do final da década de 50, por uma mais geral, que é a Educação Matemática.

Embora as pesquisas em Educação Matemática tenham sido desenvolvidas em maior número somente nas últimas três décadas, desde o início do século Felix Klein já alertava para a necessidade de desenvolver "meios" de ensinar Matemática além de "conteúdos".

Santaló (1977) em seu artigo *La enseñanza de la Matemática: de Platón a la Matemática Moderna* na Revista del Instituto de Investigaciones

¹ Departamento de Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Campus de Rio Claro.

Educativas - Buenos Aires, ao fazer uma revisão histórica, demarcou três estágios:

1°. da conferência de Royanmont (1959) ao Congresso de Lyon (1969) durante o qual a atenção esteve fixada nos conteúdos;

2°. do Congresso de Lyon ao de Exeter (1972) no qual a preocupação dominante foram as aplicações;

3°. do Congresso de Exeter ao de Karlsruhe (1976) a até o dia de hoje (1977) em que o interesse fundamental é a didática da Matemática.

Poderíamos acrescentar que, na década de 80, a atenção esteve voltada para a Resolução de Problemas e o uso dos Microcomputadores e, nos últimos anos, alguma atenção tem sido dada aos contextos histórico-culturais.

Vê-se, na denominação de Santaló, que as origens dos estudos em Educação Matemática (1959-1969) refletiram preocupações com conteúdos e currículos. Foi no auge do movimento intitulado "Matemática Moderna". Parece razoável dizer que a partir deste movimento a Educação Matemática foi alvo de maior atenção e ganhou novo impulso, talvez pelos debates em torno do citado movimento, em quase todos os países. No Brasil, este movimento foi iniciado em 1961 com a formação do Grupo de Estudos de Ensino de Matemática (GEEM) de São Paulo, que tinha como um dos principais objetivos o treinamento de professores, tendo em vista a implantação dos novos currículos - era o despertar da "Matemática Moderna" no Brasil.

Sendo um campo relativamente jovem e ganhando reconhecimento somente nos últimos anos, a Educação Matemática ainda não é reconhecida como

uma área independente. Ela utiliza conceitos e teorias de outras áreas como a psicologia, sociologia, didática, filosofia, história, estatística, sem falar na própria Matemática. Assim, encontramos nas Atas dos Congressos Internacionais publicadas pela UNESCO: *As pessoas envolvidas com o Ensino da Matemática apelam para a filosofia para traçar os objetivos desta disciplina; para buscarem novas idéias a respeito da maneira como as crianças aprendem, utilizam-se da investigação psicológica; para obterem novas idéias a respeito do currículo, apelam para a investigação filosófica ou para as novidades que surgem da investigação matemática; para novas direções referentes aos métodos de ensino, consultam a chamada investigação metodológica ou didática e completariam: para estudarem o relacionamento professor-aluno apelam para a psicologia social e sociologia; para compreenderem os processos de transformação e evolução, apelam para o entendimento dos contextos culturais e históricos, e muitos dos experimentos e pesquisas realizados procuram apoiar-se nos métodos estatísticos.*

Uma maneira de compreender melhor o que é e com o que os especialistas dessa área emergente, que é a Educação Matemática, mais se preocupam é examinar os temários dos Congressos Internacionais e as publicações mais relevantes em livros e periódicos especializados. Aos iniciantes, para não terem uma visão distorcida do que é Educação Matemática, sugere-se leitura das publicações da Unesco, como, por exemplo, *Nuevas Tendências en la Enseñanza de la Matemática* - Atas dos Congressos Internacionais sobre Educação Matemática, *Educación Matemática en las Américas* - Atas das Conferências Interamericanas de Educação Matemática e os seguintes documentos da série Science and Technology Education: *Mathematics for all* (1986),

Science and Mathematics in the General Secondary School in the Soviet Union (1986), *Innovations in Science and Mathematics Education in the Soviet Union* (1987), *Evaluation and Assesement in Mathematics Education*, (1989) e *Mathematics, Education and Society* (1989).

Embora já com 11 (onze) anos, um livro básico e sempre atual sobre Educação Matemática é o editado pelo NCTM "*Critical Variables in Mathematics Education* - Begle, E.G. - 1979. Também do NTCM, merecem destaques as previsões *An Agenda for Action 1980 and 1990*. Outra importante referência é o livro de Freudenthal, *Mathematics as an Educational Task* (1973), e seu artigo *Major Problem of Mathematics Education*.

Dos muitos periódicos que são publicados atualmente em Educação Matemática, alguns merecem destaque: *Educational Studies in Mathematics*, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *Bulletin de L'Association des Professeurs de Mathématiques de France*, *Journal for Research in Mathematics Education*.

Após o estudo desta bibliografia mencionada, o educador matemático terá uma tênue configuração da Educação Matemática, um campo amplo e sem limites bem definidos, mas cujo núcleo é a Matemática de onde partiram estudos sobre a importância do seu ensino (objetivos), o que é relevante ensinar nos vários níveis (conteúdos, currículos), como ensiná-la, como vê-la num contexto histórico-sócio-cultural, que materiais instrucionais são adequados no processo de seu ensino e aprendizagem, onde e como pode ela ser aplicada no dia-a-dia e nas outras áreas do conhecimento, como pode ou não contribuir com uma filosofia de educação transformadora, como é encarada e desenvolvida por grupos étnicos

diferentes, qual é o impacto que sofreu com o desenvolvimento acelerado da tecnologia (computadores), como os aprendizes assimilam, constroem e desenvolvem conceitos matemáticos (teorias da aprendizagem), como os professores podem auxiliar os aprendizes a assimilar, construir e desenvolver conceitos matemáticos (formação e atualização de professores), como o relacionamento e cooperação social influi na aprendizagem da Matemática, como desenvolver a criatividade inata no ser humano através da Matemática, como avaliar o desempenho matemático das pessoas, como a história da Matemática e a história em geral podem auxiliar a compreender a evolução dos conceitos matemáticos, etc. Poderíamos ocupar páginas e páginas, citando as ramificações que surgiram quando as preocupações educacionais se intensificam em relação à Matemática.

Depois disso, alguém ousaria dizer sinteticamente o que é Educação Matemática? É praticamente impossível. Pelo que escrevemos até aqui, podemos afirmar que sua origem é na Matemática, e seu desenvolvimento se deu devido às preocupações educacionais com a Matemática. O número de ramificações dessas preocupações é tão grande atualmente, que qualquer delimitação do que é Educação Matemática seria rapidamente ultrapassada.

Nesses últimos 30 (trinta) anos, muito já foi feito neste campo, ora com o nome de Didática da Matemática, (como usado na Alemanha, França e Canadá), ora com o nome de Ensino da Matemática, (como usado na França, nas publicações da UNESCO - Nuevas Tendências en la Enseñanza de la Matemática, pelo GEEM no Brasil) ora como Estudos Educacionais em Matemática, (como usado na Holanda) ora como Educação Matemática (expressão mais consagrada nas Américas). Lendo as publicações destes países,

percebemos que o espírito é o mesmo, pois, quando se usa Didática ou Ensino, não se usa no sentido restritivo da palavra, mas, sim, num sentido amplo que se assemelha ao sentido da expressão Educação Matemática ou Estudos Educacionais em Matemática. Assim sendo, o nome desta área emergente do conhecimento não é assim tão vital, embora tenhamos preferência por um dos dois últimos, por refletir mais a abrangência desta área. O importante é reconhecer que suas raízes estão na Matemática, e suas ramificações invadiram praticamente todas as áreas do conhecimento, mas sempre com o intuito de melhorar a compreensão das idéias matemáticas e do modo de pensar matemático, de como a criança constrói conceitos matemáticos, de como o professor e os materiais (palitos, giz, livros, computadores, etc.) podem auxiliar nessa assimilação, etc.

Um dos últimos cuidados que devemos tomar como educadores matemáticos é que as ramificações sejam tantas e tão distantes das raízes (que é a Matemática), que passemos a encarar como natural que se faça Educação Matemática sem Matemática. Nesta hipótese nos estaríamos afastando da coluna central desta área e daquilo que nos compete essencialmente.

Falando naquilo que nos compete, queremos conclamar os educadores matemáticos para que busquem incessantemente uma simbiose entre teoria e prática. De nada valerá termos dezenas de teses e pesquisas realizadas em Educação Matemática e armazenadas nas prateleiras das Universidades, se as aulas de Matemática que as crianças e jovens estão tendo continuam traumatizando, continuam enfatizando a mecanização e tolhendo a compreensão e a criatividade, continuam com apresentações formais distantes do dia-a-dia do aprendiz, continuam como se nada estivesse ocorrendo que pudesse modificá-las. É preciso que os estudos,

pesquisas e as teses em Educação Matemática contribuam com a melhoria da qualidade da prática educativa nas escolas. Caso contrário, estaremos coniventes com uma grande e caríssima farsa que não tem nenhum compromisso relevante com mudanças da realidade que aí está. Não estamos afirmando com isso que o embasamento teórico não é importante nos estudos e pesquisas. É claro que uma moradia precisa ter bons alicerces, mas só os alicerces não abrigam ninguém do sol, da chuva e dos perigos, razão essencial dela. É preciso passar urgentemente da retórica, do discurso enfadonho e repetitivo que ecoa nos Encontros e Congressos sobre Educação Matemática, para uma ação mais efetiva, para a apresentação de resultados de experiências realizadas em sala de aula, para a apresentação de algo que realmente auxilie o aluno e o professor reais, em suas difíceis tarefas diárias de aprender e ensinar Matemática. Caso contrário, nossa credibilidade e reconhecimento como educadores matemáticos estão seriamente comprometidos, não só para as autoridades, mas sobretudo para aqueles que mais precisam de nós: os milhares de alunos e professores de Matemática espalhados pelas salas de aula do país.

Finalmente, vale a pena ver o que Freudenthal diz a respeito de Educação Matemática em seu artigo *Major Problems of Mathematics Education* na revista *Educational Studies in Mathematics*, volume 12, número 02, maio de 1981, páginas 133 a 150. Será um bom início para quem quiser saber o que é relevante estudar e pesquisar em Educação Matemática.

ENSINO DA MATEMÁTICA OU EDUCAÇÃO MATEMÁTICA?

Roberto Ribeiro Baldino ¹

Há quem diga que esta é uma questão geral demais para ser interessante e que, ao abordá-la, estaríamos no máximo esclarecendo algumas confusões semânticas. Notamos, entretanto que, em encontros recentes, algumas pessoas se referem sempre ao "ensino da Matemática", evitando, sistematicamente, pronunciar a expressão "Educação Matemática". Serão talvez as mesmas que há alguns anos, em nossas assembleias, não viam motivo para fundarmos uma Sociedade Brasileira de Educação Matemática, quando já tínhamos uma Sociedade Brasileira de Matemática.

Falar em Ensino lembra "didática", lembra "instrução", "transmissão", "apresentação"; abre o campo da técnica. Falar em Educação lembra "pedagogia", lembra "aprendizagem", "motivação", "desejo"; abre o campo do sujeito situado no contexto social.

Por isso, quando uma revista da importância da Revista do Professor de Matemática (RPM), no editorial de seu número 10 declarou que *não é uma revista pedagógica*, a questão do ensino/educação adquiriu um caráter de urgência. Não pretendemos esgotá-la aqui; vamos abordá-la de um certo ângulo.

Há duas maneiras de evitar o debate dessa questão. Uma é dizer que "não se trata da mesma coisa", que Ensino da Matemática e Educação

¹ Departamento de Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Campus de Rio Claro.

Matemática têm objetos distintos. Ambos teriam direito à existência, porém em continentes estanques do saber. Segundo esse ponto de vista, obviamente, a Educação Matemática iria viver no continente da Educação, e o ensino da Matemática entre nossos primos ricos, no continente da Matemática... As contradições submergiriam, não precisariam ser resolvidas, a reflexão tenderia a ficar sempre para depois.

Preferimos dedicar este espaço a outra maneira, mais sutil, de elidir a questão. Ela consiste em argumentar que, não havendo ensino sem correspondente aprendizagem, falar sobre ensino dispensa o orador de considerar explicitamente a aprendizagem.

De fato, o discurso do ensino da Matemática traz em si um silêncio explícito sobre a aprendizagem. Nosso objetivo, aqui, é desvendar a natureza e a função desse silêncio.

Partiremos de um discurso típico sobre Ensino da Matemática: o discurso da RPM. Coerente com a sua posição declarada de não ser uma revista pedagógica, a RPM apresenta o ensino por seu lado positivo. Como ideal, procura que seus artigos sejam de leitura *amena e agradável*, (n. 10 p.1, 16 p.21) procura que as soluções dos problemas sejam *elegantes* (n. 10 p.2) e que sejam apresentadas de maneira *competente* (n. 16 p.21), além de serem corretas do ponto de vista matemático.

A RPM não inclui, pois, análises de registros de sala de aula. Mesmo os relatos de sala de aula são raros. Por exemplo, no n. 11, p.26, o autor começa pelos problemas, e o relato aparece ao final como comentário. No n. 13 p.18, o autor omite o relato que fez em exposição no Encontro de

Professores realizado na Escola Experimental da Lapa em 1988, sobre a aplicação do método.

A RPM só dá a palavra ao aluno quando este apresenta uma contribuição avaliada por sua "correção", "amenidade", "competência" e "elegância" ou quando sua pergunta ingênua descortina questões avaliadas, por sua vez, segundo esses quatro registros. Jamais o aluno, nem muito menos o professor, são ali colocados em situação de fracasso diante do objeto matemático. Pelo contrário, na medida em que o momento da aprendizagem, isto é, da reequilibração, não é tematizado, o sujeito do discurso da RPM e o interlocutor que ele supõe no leitor aparecem como a-históricos, como descontextualizados ou, em outras palavras, como contextualizados apenas na prática científica da Matemática. Esse sujeitos são feitos à imagem e semelhança do sábio, cuja estrutura cognitiva está pronta para assimilar as informações veiculadas na revista.

Com o jogo desses sujeitos descontextualizados, a RPM demonstra a genialidade olímpica do sábio a partir de objetos do dia-a-dia dos mortais, incapazes de descobrir por si sós a matemática contida neles.

Ao pressupor uma *Matemática propriamente dita* (n. 10, p.1), a RPM pretende descartar a questão epistemológica. Ao aceitar que a *tarefa do ensino da matemática é ensinar a pensar* (n. 7, p.12), sem dizer sobre o quê, pretende descartar a questão ontológica. A opacidade da aprendizagem é postulada por Polya (n. 10, p.3):

Os psicólogos fizeram trabalhos experimentais muito importantes e emitiram algumas opiniões teóricas interessantes sobre o processo de aprendizagem. Tais experiências e opiniões podem

servir como uma base estimulante para um professor excepcionalmente receptivo, mas elas ainda não amadureceram suficientemente (e não amadurecerão por um bom tempo, temo eu) para ser de uso imediatamente prático naquelas fases da instrução que nos concerne aqui. Em seu trabalho diário, o professor deve basear-se primeiro e antes de tudo na sua própria experiência.

Deixando de lado, momentaneamente, a elegância que preconiza para a Matemática, a RPM endossa esse ponto de vista, referindo-se a "pomposas teorias pseudopsicológicas". Com essa operação, a RPM corre os ferrolhos da porta que poderia abrir para a pedagogia. Conseqüentemente, não se ocupa em mostrar como levar às salas de aula reais as excelentes sugestões matemáticas que contém. Resulta daí o baixo índice de aproveitamento direto da revista em sala de aula (n. 13, p. 2).

No entanto, como me observou um dos membros de seu Comitê Editorial ^[1] dizer que a RPM não é uma revista pedagógica não implica dizer que ela seja uma revista "não pedagógica". As questões pedagógicas, nela, recebem tratamento eficaz nas entrelinhas dos artigos que criteriosamente a RPM escolhe para publicação. Assim, o fracasso não está de todo ausente. Ele é apresentado nos silêncios do mesmo movimento em que só o sucesso é posto. A explicitação do ser que ensina como pólo positivo, como modelo olímpico a ser imitado, institui a problemática em que o pólo negativo, o ser que aprende, aparece recoberto do silêncio.

Nas palavras de um painelista ^[2] no III ENEM, na dialética da genialidade/burrice *O burro é o gênio com sinal trocado*. De nada adianta declarar que essa problemática situada entre pólos extremos seria superada pela consideração da "normalidade",

porque, na medida em que o fracasso não é posto, a normalidade se identifica, de imediato, à genialidade, como logo veremos.

Assim, o ponto de vista segundo o qual o discurso sobre ensino dispensa maiores referências à aprendizagem constrói um silêncio específico em torno da gênese das estruturas cognitivas, o que lhe permite supor um aluno ideal, "pronto", dotado de uma estrutura cognitiva formada "a priori", porém isomorfa às estruturas da Matemática com a qual vai ser preenchido e que lhe vai ser "transmitida" também "pronta".

Vejamos esse ponto de vista apresentado segundo o discurso de um professor ^[3] em uma aula para uma turma de Licenciatura no Departamento de Matemática da UNESP, Campus de rio Claro:

Mesmo que o aluno chegue do colegial sem saber nada de Matemática, se ele tiver uma inteligência normal, segundo alguma concepção de inteligência e se ele tiver os primeiros passos de uma teoria matemática bem dados, isto é, se forem bem explicados para ele os primeiros passos, ele, sozinho, pode, por esforço próprio e mais ajuda do professor e discussão com os colegas, ele pode desenvolver o conhecimento de uma teoria.

Um exemplo: pega os números reais. Pega um aluno que não sabe o que é fração, não sabe o que é número natural. Aí, você dá os axiomas dos reais a ele e começa a brincar com os axiomas. Então, de repente, ele começa a tirar os naturais. Como tirar os naturais? Pega o zero, pega o um, vai somando, um mais um dá o dois, vai analisando isso daí. Então, de repente, ele tem o conjunto dos naturais. Depois ele começa a perguntar o seguinte: será que tem mais números além dos naturais? Evidentemente, ele demonstrou que 1 é diferente de 2, que 2 é

diferente de 3, que tem aquela cadeia de desigualdades, $0 < 1 < 2$. Demonstra isso. Só por aí, os reais já são infinitos. Mas aí, a pergunta é: será que tem outros reais? Então eu acredito que o aluno que tem os axiomas na mão, ele pode, mesmo que ele não tenha nada na cabeça sobre fração, sobre... nenhuma informação do colegial... Isso falando assim, por cima...

Vejam, não o que o orador dirá que quis dizer, mas o que efetivamente disse. As unidades significativas são as seguintes.

DAR

...tiver os primeiros passos de uma teoria matemática bem dados...
...forem bem explicados para ele os primeiros passos...
...dá os axiomas...

PEGAR

...pega os números reais.
...pega um aluno...
...pega o zero, pega o um...
...um aluno que tem os axiomas na mão...

DE REPENTE

...de repente, ele começa a tirar os naturais...
...de repente ele tem o conjunto dos naturais...

VAZIO

...mesmo que ele não tenha nada na cabeça...
...sem saber nada de Matemática...

TIRAR

...ele começa a tirar os naturais...

...Como tirar os naturais?...

PERGUNTAR

...ele começa a perguntar...

...a pergunta é...

AS PREOCUPAÇÕES

Será que tem mais números além dos naturais?

Será que tem outros reais? O que se espera

Demonstrar que 1 é diferente de 2, que 2 é diferente de 3.

Demonstrar que $0 < 1 < 2...$

Demonstrar que os reais são infinitos.

Relido, em termos das categorias que essas unidades significativas indicam, esse discurso diz o seguinte: os sujeitos (de inteligência normal) dispõem de uma CAPACIDADE COGNITIVA inata (mesmo que o aluno chegue do colegial sem saber nada de Matemática e mesmo que ele não tenha nada na cabeça), capaz de REPRODUZIR as perguntas e as respostas que o estado atual da ciência matemática julga relevantes, a partir de uma INFORMAÇÃO inicial (dá a ele os axiomas) num processo simultaneamente ESPONTÂNEO (brincar) e IMPOSTO (ajuda) que é OPACO ao conhecimento, porque ocorre *de repente*.

Segundo essa concepção, o OBJETO DO CONHECIMENTO é a teoria (desenvolver o conhecimento de uma teoria). A teoria é EXTRAÍDA por observação sensorial (tirada) do objeto manipulado (pega os números reais) por FACULDADES COGNITIVAS descontextualizadas e formadas "a priori" (os axiomas na mão e nada na cabeça), bastando, para

isso, que o objeto seja devidamente MOSTRADO (bem explicado, bem dado).

Uma categoria, entretanto, funciona através do silêncio: se, apesar de as informações terem sido ministradas ao aluno de maneira correta, amena e elegante, ele não chegar a perguntar o que se espera que ele pergunte (Haverá outros reais? Zero é menor que 1? etc), a conclusão silenciosa é que a hipótese da inteligência normal não se verifica. Então o aluno é... (silêncio aqui)!

Numa palavra, a visão que recusa olhar a pedagogia reduz o ensino da Matemática a informar um ALUNO IDEAL (de *inteligência normal*). O ALUNO REAL não pode ser considerado porque a aprendizagem ocorre "de repente". O problema que o Ensino da Matemática se põe é, então, o de como apresentar uma teoria que é essencialmente axiomática, de maneira a mais possível amena, agradável, elegante, sem deixar de ser correta. A *competência* é comprovada principalmente por exames escritos de conteúdo, associados ao processo de seleção escolar. A expressão máxima da genialidade é perseguida nas Olimpíadas de Matemática. O que a pesquisa que se propõe apenas melhorar o ensino da Matemática termina, de fato, por melhorar, é o funcionamento desse sistema, colaborando para sua reprodução ^[4].

A Educação Matemática não recusa a preocupação com essas questões, mas reformula suas relações de modo a atribuir-lhes outros significados. O problema central que a Educação Matemática tem a resolver é o seguinte:

Existem metodologias alternativas para as práticas de ensino da Matemática?

Ou seja, é possível levar o aluno a adquirir competência olímpica de conteúdos matemáticos, avaliada por provas escritas, empregando metodologias que não promovam a ideologia da genialidade nem se apoiem sobre o processo seletivo a ela associado?

É possível formar um professor que, além de bom desempenho olímpico, não tenha medo de ficar preso às dificuldades do aluno ao entrar em diálogo com ele? Ou o bom desempenho olímpico leva o sujeito, necessariamente, ao isolamento e a restringir seus interlocutores?

Esse problema parece decisivo porque na medida em que tais metodologias não forem encontradas ou mesmo na medida em que se conclua que elas não existem, a Educação Matemática fica diante da seguinte alternativa:

1°. Dissolver-se dentro do Ensino da Matemática, aceitando a ideologia da competência de conteúdos matemáticos.

2°. Argumentar que o domínio olímpico de conteúdos estritamente matemáticos avaliados por provas escritas que se sabe não serem suficientes à formação do professor também não lhe é necessário! Nesse caso o discurso da Educação Matemática deixa de conter o discurso do Ensino da Matemática para incorporar valores que lhe são exteriores.

Estamos apostando que as metodologias alternativas existem!

Referências

- [1] MELLO, Alciléia Augusto Homem de. II Encontro Nacional de Educação Matemática, jan. 1988, Maringá. Sessão Pública de Divulgação da Revista do Professor de Matemática.
- [2] BICUDO, Irineu. III Encontro Nacional de Educação Matemática, jul, 1990, Natal, Grupo de Trabalho, Hist. Filosofia, Epistemologia, Sociologia da Matemática e da Educação Matemática.
- [3] GELONEZE, Antônio. Alocução inicial da aula ministrada para alunos do Curso de Matemática, do Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Campus de Rio Claro, gravada em vídeo em 21/jun/1990.
- [4] BOURDIEU, Pierre, PASSERON, Jean Claude. *A Reprodução*. Tradução por Reynaldo Bairão, 2 ed., Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1982. 238 p. Tradução de: *La Reproduction*.