COMPUTADORES EM CÁLCULO UMA ALTERNATIVA QUE NÃO SE JUSTIFICA POR SI MESMA

Gilda de La Rocque Palis*

Nesta exposição pretendo dar uma visão geral dos estudos e pesquisas que venho realizando no tocante à introdução do uso de tecnologia computacional em cursos básicos de Matemática na área técnico-científica no contexto de nossas Universidades.

A primeira pergunta que se pode fazer a esse respeito é obviamente: "Por que propor esta introdução? Há necessidades educativas que justifiquem as dificuldades inerentes a essa introdução e que serão, ao menos potencialmente, supridas?" Espero aqui contribuir com alguns elementos para uma reflexão sobre essas questões.

Uma lista bastante longa de indicadores de necessidade de melhorias no segmento do sistema educativo aqui considerado poderia ser elaborada após uma análise mesmo superficial dos problemas existentes.

Os cursos de Cálculo, principalmente o primeiro da seqüência, apresentam índices absurdamente elevados de abandono e insucesso. Estes índices, por si só, já apontam a necessidade de se buscar alternativas de ação pedagógica que, aliadas a outras medidas, possam dar conta desse problema que, desde muitos anos, subsiste na Universidade.

Diga-se de passagem que se está supondo, teoricamente, que a aquisição dos conhecimentos pertinentes às diversas situações é o elemento (pelo menos um dos elementos principais) norteador das relações didáticas.

Quando o saber matemático não orienta as ações nem do professor nem dos alunos, os resultados de avaliação podem ser modificados por outros meios. Nessas circunstâncias nos arriscamos mesmo a avançar a seguinte "conjectura": dado um curso, um professor, um grupo de alunos e um índice de aprovação, é sempre possível alcançar esse índice.

* Professora do Depto de Matemática - PUC - Rio de Janeiro - RJ

Quando o professor e somente uma pequena parcela dos alunos têm em vista o domínio de um certo conhecimento, a situação se complica. Raramente estamos em situação "ideal" na qual o que está em jogo na relação didática, tanto para o professor como para a maioria dos alunos, é a busca de um certo saber matemático.

De qualquer forma, em um artigo instrutivo sobre a análise das ilusões e obstáculos presentes na elaboração de programas, Chevallard [1] diz o seguinte:

" o professor não pode se comprometer com nenhum objetivo determinado. No máximo ele pode se comprometer a empregar, de maneira "correta", certos meios didáticos colocados à sua disposição, e de faze-lo com mais ou menos talento. Paradoxalmente talvez, o professor não tenha por missão conseguir que os alunos aprendam. Mas sim de fazer de maneira que eles possam aprender. Ele tem por obrigação, não se encarregar da aprendizagem - o que se mantém por natureza fora de seu poder, - mas a obrigação de criar condições de possibilidade de aprendizagem".

Além disso, desconsiderando outros fatores, os atuais índices de evasão e repetência afastam permanentemente grande parte da parcela de toda uma geração que conseguiu alcançar o Terceiro Grau de carreiras de engenharia, matemática e várias ciências.

Ao invés de desempenhar um papel importante na formação de uma sociedade científica e tecnológica, como portal de entrada para o ensino superior na área técnico-científica, os cursos de Cálculo têm, de fato, se colocado como barreiras ao acesso profissional nessa área, e gerado um importante desperdício de capital intelectual potencial.

A Universidade enfrenta problemas crônicos em seus cursos iniciais de matemática. A "massificação" do ensino superior e diversas mudanças na sociedade modificaram bastante o perfil do aluno recém-ingresso nos cursos superiores. Como consequência, esse aluno se adapta com dificuldade ao que alí se ensina, ao processo de instrução e às expectativas de aprendizagem.

Essa preparação inadequada dos alunos tem sido freqüentemente citada como "a causa principal" do mal desempenho dos alunos nos cursos de Cálculo.

Mas não se trata aqui, mais uma vez, de remeter o problema ao Segundo Grau. Ou como apontou Legrand [2]: "dizemos aos professores do secundário: "enviem-nos alunos que compreendam bem o que nós queremos lhes ensinar e da forma como estamos habituados a faze-lo".

Por outro lado professores de Universidade não têm, em geral, uma percepção clara dos conhecimentos anteriores dos alunos e tendem a supervalorizá-los ou subvalorizá-los. Além disso se detêm pouco a analisar a qualidade do conhecimento que o seu aluno está adquirindo na Universidade.

Com freqüência, muito do que se espera dos alunos nesse nível, independentemente de objetivos explicitados em documentos oficiais ambiciosos, é a capacidade de realizar tarefas que calculadoras e computadores estão fazendo bem e rapidamente hoje em dia.

Uma proposta realista de superação de alguns dos problemas existentes terá que levar em conta as características do alunado atual em termos de preparação anterior, e da mesma forma, considerar suas expectativas, interesses e necessidades tanto acadêmicas como profissionais futuras.

Em particular, tudo indica que tecnologias computacionais diversas serão uma parte integrante das ferramentas de trabalho de nossos alunos, além de já serem empregadas no trabalho acadêmico em disciplinas de outras áreas científicas e tecnológicas.

Também, o progresso científico, especialmente na área de computação, já aponta para a obsolescência de certas práticas tradicionalmente implementadas nesse nível de ensino e para a necessidade de incorporação de pontos de vista diferentes a vários tópicos do currículo.

Práticas bastante presentes no contexto do ensino básico superior, como cálculos rotineiros de derivadas, integrais, determinantes, autovalores e inversas de matrizes, talvez devam merecer menos atenção em termos de tempo e adestramento exagerado de cálculo. É provável também que seja preciso abordar e aprofundar conceitos como os de aproximação, convergência e estabilidade, iniciar o estudo de algoritmos e idéias de recursividade, etc. mais cedo do que vem sendo praticado.

Por outro lado, como apontado por Paiva [3]:

"o dilema do planejamento da educação — e, em última instância o seu renovado fracasso— decorre, em grande medida, da dificuldade ou mesmo da impossibilidade de detectar que qualificações específicas serão requeridas (...) em que prazo e em que quantidade. Hoje esse dilema se avolumou (...) Mas já não cabe mais nenhuma dúvida de que, tendencialmente, será exigido o encaminhamento (...) do sistema de ensino profissional (...) para uma formação de natureza geral, abrangente, voltada para o raciocínio abstrato, para a capacidade de planejar, para uma comunicação mais fácil com o próximo, facilitando o trabalho em equipe, para a aquisição de cultura geral suficiente para poder enfrentar eventuais situações adversas no mercado de trabalho com capacidade de identificar alternativas e, especialmente, para formação de uma mentalidade flexível, (...)"

Nessa linha de idéias, educadores e planejadores vêm reivindicando um papel mais importante da educação superior frente a novas exigências educativas gerais. Em particular, a educação superior deveria promover a aquisição da capacidade de aprender, de se atualizar e adaptar-se ao longo da vida, além de preparar o aluno para o trabalho em equipe e para a comunicação em geral.

Os problemas atuais do ensino-aprendizagem de Matemática básica em nível superior não estão restritos ao contexto universitário brasileiro. A preocupação com o ensino de Matemática nos cursos básicos universitários é um fenômeno, hoje em dia, presente no mundo todo.

Uma das possibilidades de ação pedagógica visando a superação de alguns desses impasses, e que parece ser útil, é a utilização de novas tecnologias computacionais como ferramentas didáticas auxiliares nos cursos de Matemática em nível básico universitário. Uma crescente literatura a esse respeito, em língua estrangeira, vem se constituindo. (por exemplo, ver [4] a [8])

Muitos professores de Universidade concordariam com a opinião de Hughes-Hallet [9], quando diz que:

"Os problemas fundamentais com nossos cursos de Cálculo não são de tecnologia (...) são mais profundos e amplos do que estar defasados em relação à tecnologia(...) uma conspiração não explicitada entre nós e os alunos removeu a maior parte, se não todo, do pensamento matemático de nossos cursos de Cálculo."

Como qualquer ferramenta o computador em si mesmo não traz soluções para os problemas da Educação Matemática. Não há, em princípio, nenhum efeito benéfico automático ligado a seu uso. É essencial que sejam realizadas pesquisas mostrando em que circunstâncias o seu emprego pode promover ou facilitar a aquisição de conceitos e habilidades particulares.

Ainda não são numerosos os trabalhos de pesquisa procurando delimitar os efeitos potenciais do uso de ferramentas computacionais na instauração de práticas que melhorem a organização e a qualidade do conhecimento matemático adquirido pelos alunos, bem como as condições de realização desses efeitos.

Acredito que o emprego de tecnologia computacional, libertando o aluno da execução de algoritmos e procedimentos demorados, pode oferecer oportunidades de desenvolvimento de conceitos e de habilidades de resolução de problemas através de experimentações, tratamento de problemas mais extensos e abertos, trabalho com representações diversas (numérica, gráfica, etc.), em um nível mais aprofundado do que seria viável sem ferramentas computacionais rápidas.

O computador facilita, em certos casos, o trabalho "experimental" em Matemática, podendo-se planejar atividades nas quais os alunos adquiram habilidades e prática de observação, explorando, controlando variáveis, fazendo conjecturas, testando hipóteses , etc.

Contudo deve-se estar atento para que as atividades tradicionais de generalização e demonstração não sejam negligenciadas ou omitidas, resvalando-se para a situação de "experiências sem forma" em oposição à de "forma sem experiência", esta última, às vezes, relacionada à prática "definição, teorema, aplicação". É preciso que se encontre um equilíbrio entre a experimentação e o formalismo matemático adequado ao nível de ensino em questão.

Igualmente importante, tem-se constatado que algumas mudanças na qualidade do aprendizado dos alunos ocorrem simplesmente porque eles participam mais ativamente em aulas ou trabalhos apoiados em computadores e/ou calculadoras, seguem o curso mais de perto e fazem mais perguntas, do que em ambientes de ensino tradicionais.

EXPERIÊNCIAS REALIZADAS

Venho trabalhando já há algum tempo na formulação de propostas, execução e análise de novas estruturas em cursos básicos universitários, englobando o uso de tecnologias computacionais.

Em 1984, com a ajuda de alguns alunos de Iniciação Científica, procuramos complementar o Curso de Cálculo III, na PUC-RIO, com algumas atividades de visualização de gráficos de funções de duas variáveis. Naquela ocasião se utilizou um Pacote Gráfico do NCAR (National Center for Atmospheric Research) e as atividades consistiam essencialmente em dar aos alunos a oportunidade de ver o gráfico de diversas funções, de vários ângulos diferentes, na tela de computadores.

Não ficou nenhum registro dessa ação, como de muitas outras que já devem ter sido realizadas por professores universitários no País.

O primeiro trabalho mais sistemático que realizei nessa área foi iniciado no ano de 1988 no curso introdutório de equações diferenciais ordinárias (Cálculo IV na PUC-RIO). (Ver [10] e [11])

Quase sempre um curso inicial tradicional neste tópico enfatiza estudos de natureza essencialmente algébrica, concentrando-se na busca de soluções exatas de certos tipos de equações diferenciais, expressas por fórmulas fechadas.

A ausência de pontos de vista complementares e importantes como o gráfico e o numérico pode ser explicada em parte pelas dificuldades intrínsecas de implementação de atividades nesses contextos com os meios didáticos disponíveis. Por exemplo, traçar a mão esboços de campos de direções ou vetorias, famílias de funções ou de soluções aproximadas de equações diferenciais são tarefas de difícil realização.

Um dos objetivos da experiência realizada foi investigar a viabilidade da extensão do estudo introdutório de equações diferenciais ordinárias ao contexto gráfico, exemplificando a complementariedade das abordagens simbólica e gráfica na compreensão da família de soluções de uma equação, bem como de uma introdução ao estudo qualitativo.

Uma investigação preliminar reduzida, utilizando figuras mencionadas por Artigue [12] (cedidas pela autora), e outras figuras de Artigue e Gautheron [13], foi realizada no primeiro semestre de 1988.

Apesar da boa receptividade ao trabalho por parte dos alunos, os obstáculos já começaram a aparecer. Dentre eles as dificuldades dos estudantes com o trabalho no quadro gráfico e com associações entre este quadro e o algébrico.

Além disso era impossível propor aos alunos o estudo de um número razoável de exemplos para promover um aprendizado com significação dos vários conceitos e ferramentas necessários à introdução ao estudo qualitativo que se pretendia desenvolver, realizando esboços de campos de direções e gráficos de funções a mão.

Levando em conta os obstáculos encontrados foi desenvolvido um software para desenho de retrato de fase de sistemas de duas equações diferenciais autônomas de primeira ordem, denominado DIDAT, para facilitar o acesso ao contexto gráfico.

Este programa foi desenvolvido por um aluno de Engenharia Elétrica da PUC-RIO [14], que havia cursado a disciplina Cálculo IV quando da realização da investigação exploratória mencionada.

Também, foi organizado um trabalho preparatório com funções e derivadas de funções exclusivamente no quadro gráfico e relacionando os contextos gráfico e algébrico, que deveria preceder a próxima experimentação. Vale ressaltar que na abordagem geométrica das equações do tipo $y' = f(x, y)$ se trabalha com funções dadas pelas expressões de suas derivadas e não pelas fórmulas das próprias funções.

O uso do Didat foi decisivo para possibilitar o planejamento das atividades desejadas, por exemplo da sequência de problemas que construí para serem intercalados às atividades algébricas usuais relativas ao estudo de equações diferenciais da forma $y' = f(x, y)$ no nível de ensino considerado. (Ver [11])

Algumas considerações sobre os critérios norteadores do planejamento desta seqüência, a metodologia adotada e as reações dos alunos pode ser encontrada em [10].

No entanto uma descrição de como os diversos problemas se intercalavam com os tópicos da seqüência usual foi uma omissão séria no artigo de divulgação do trabalho [11] (decorrente de limitações de espaço impostas pelo meio de publicação) que, dentre outros fatores, dificulta bastante a reprodutibilidade da experiência por algum professor que só tenha acesso àquele material.

Mas como bem observado por Artigue [15], problemas de redação delicados sempre aparecem ao se escrever sobre uma experiência de implementação de uma engenharia didática de produção: que nível de descrição adotar? Como manter presente a epistemologia subjacente? Como conciliar concisão e precisão? Como conciliar precisão e abertura do produto? Inclusive Artigue comenta que não se dispõe no momento de respostas satisfatórias para estas questões.

Na experiência mencionada acima, os alunos trabalharam com os desenhos gerados em computador que lhes foram fornecidos, e não diretamente com o computador, pela pouca disponibilidade de equipamentos na ocasião.

Os estudantes foram informados sobre os métodos numéricos, Euler e Runge-Kutta, utilizados na programação do Didat. Alguns alunos já haviam visto esses métodos em curso de Cálculo Numérico.

É importante ressaltar que nessa disciplina, geralmente, os alunos escrevem, dentre vários outros, programas para a resolução numérica de equações diferenciais ordinárias. Mas esses cursos não têm sido, em geral, relacionados às correspondentes disciplinas de Matemática nem por seus professores nem pelos alunos. Como declarou um aluno: "o curso de Cálculo Numérico até agora provou ser uma "disciplina terminal".

Esta modalidade de utilização de computadores, que pode ser implementada em instituições nas quais não é possível o acesso de todos os alunos por tempo adequado a equipamentos computacionais, foi denominada por Jarraud [16] de "utilização diferida".

Este têrmo designa a utilização pelo professor de um computador para elaboração de documentos gráficos e numéricos que são reproduzidos (xerox) e utilizados em sala ou em casa pelos alunos, como material de suporte a seqüências específicas de problemas. Esse tipo de utilização tem se mostrado bastante promissor como recurso de apoio a inovações de práticas instrucionais, introduzindo raciocínios típicos de máquinas computacionais, mesmo sem as máquinas.

A seqüência de problemas, que foi construída para ser intercalada às atividades algébricas usuais relativas ao estudo de equações diferenciais da forma $y' = f(x , y)$ foi novamente implementada no primeiro semestre de 1993, com pequenas modificações. Pretendo detalhar como se processou a imbricação dos problemas com as atividades tradicionais em uma publicação futura sobre essa experimentação mais recente.

Nas duas ocasiões pode-se observar que algumas ferramentas necessárias à abordagem qualitativa são acessíveis aos alunos no nível considerado:

i) a delimitação das regiões do plano nas quais as soluções são crescentes (ou decrescentes), e das regiões nas quais as soluções têm concavidade para cima (ou para baixo), sendo estas últimas menos tratáveis do ponto de vista algébrico, em geral.

ii) o estudo das associações entre certas características algébricas das equações $y=f(x,y)$ e características geométricas de suas soluções. Por exemplo: se $f(x,y) = g(y)$ então translações horizontais de uma solução também são soluções; se $f(x,y)= -f(x,-y)$ então a reflexão de uma solução em relação ao eixo OX também é uma solução.

iii) o traçado de curvas compatíveis com esses dados levando em conta o papel de "barreiras" exercidas por soluções particulares e certas isóclinas.

No entanto o estudo de ramos infinitos, por exemplo, está fora do alcance dos alunos no nosso Ciclo Básico, mas é acessível a alunos que já tenham feito alguns estudos de Análise Matemática. Uma experiência nesse sentido, na qual os próprios alunos usaram o Didat, foi realizada no segundo semestre de 1991, em um curso de Equações Diferenciais Ordinárias de final de graduação

A preocupação com a incorporação de pontos de vista distintos no trabalho de desenvolvimento de conceitos e resolução de problemas está presente na maior parte dos trabalhos que tenho realizado.

Estas idéias tem sido bastante tratadas por autores ligados ou não à área de Didática da Matemática.

Por exemplo, Davis e Andersen [17] defendem que o aluno deveria ser exposto a uma visão mais ampla da matemática, integrada por seus diversos elementos: espaciais, aritméticos, algébricos, verbais, programáticos, lógicos, intuitivos, ou mesmo contra- intuitivos, relacionados ao mundo exterior, auto-gerados, qualitativos, quantitativos, etc...

E segundo Artigue [21], alguns temas ligam as diferentes abordagens dos trabalhos de engenharia didática no ensino superior, dentre eles a procura de um melhor equilíbrio entre as diferentes representações para os conceitos, em particular, a preocupação com um melhor uso do contexto gráfico.

A constatação inicial de que a utilização de novas tecnologias computacionais pode facilitar a exploração de pontos de vista complementares no estudo introdutório de equações diferenciais ordinárias atraiu o meu interesse por essa área. O que me levou a um estudo mais aprofundado das necessidades e possibilidades de incorporação dessas tecnologias em outros cursos básicos universitários de Matemática.

Em particular me interessei pelas oportunidades de um melhor desenvolvimento do conceito de função utilizando ferramentas computacionais.

—Nesse contexto orientei o trabalho de Motta [19] de avaliação de seis softwares educativos nacionais relacionados ao ensino de funções no ensino pré - universitário.

Os programas avaliados não eram de boa qualidade e apresentavam problemas diversos. Além do uso eventual de linguagem matemática incorreta, a maior parte deles não aproveitava a capacidade computacional do computador restringindo as manipulações numéricas a números inteiros da ordem das dezenas. Exemplos com números inteiros dessa grandeza podem ser trabalhados certamente de maneira mais econômica.

Em geral, as representações gráficas não incluíam graduações nos eixos coordenados. A incorreção mais séria verificada foi a representação de gráficos de funções restritas ao conjunto dos racionais por pontos isolados.

Um desses programas, de fato o melhor deles, permitia obter gráficos de funções trigonométricas da forma y=a+bsen(cx+d) e y=a+bcos(cx+d) na janela [0,2pi]X[-2,2]. O programa foi desenvolvido para ser utilizado por alunos em atividades de controle de gráficos de funções das formas consideradas, constantes de fichas de trabalho e que deviam ser realizados a mão anteriormente.

Para os valores de a,b,c e d constantes das fichas o programa fornecia o gráfico esperado. Mas como isto não se dá para uma vasta escolha de outros valores, ficou em aberto a questão da interpretação que os alunos dariam aos gráficos gerados pelo programa nos casos em que estes não apresentavam o comportamento variacional esperado da função.

O conceito de função, um dos mais importantes conceitos em Matemática, pelo seu caráter organizador, permeia o ensino-aprendizagem de Matemática em todos os níveis.

Muitos docentes e pesquisadores envolvidos com a renovação de cursos iniciais de Cálculo vêm apontado que um "adequado" desenvolvimento desse conceito é um ingrediente indispensável ao sucesso de qualquer estudante nesses cursos. Em diversos países estrangeiros, o ensino de funções elementares tem sido bastante influenciado pelas novas tecnologias computacionais.

— Esboçar um gráfico de uma função $y = f(x)$ é um exercício tradicional nos cursos iniciais de Cálculo. Para isso emprega-se uma seqüência de técnicas de cálculo numérico, algébrico e diferencial.

Usualmente as ligações entre as representações algébrica, gráfica e numérica das funções não são sistematicamente exploradas. Os gráficos são abordados como um fim em si mesmo, e as suas potencialidades como suporte do raciocínio e ferramenta de controle de cálculos algébricos não são enfatizadas. Além disso as convenções e limitações das representações gráficas não são, em geral, tratadas. Perguntas como: "este traçado é possível?, é o único possível?, que informações ele está me dando explicitamente e implicitamente, etc., não são colocadas em geral.

Os softwares que constroem gráficos de funções $y = f(x)$ têm sido considerados instrumentos facilitadores do desenvolvimento do conceito de função.

Softwares gráficos produzem em pouquíssimo tempo esboços de gráficos de funções difíceis ou impossíveis de desenhar a mão. Essa facilidade permite uma liberdade bem maior na escolha das funções de trabalho, não sendo mais necessário levar em conta as limitações do desenho realizado a mão.

Isso torna possível uma ampliação importante no universo de funções estudadas; suas expressões podem ser mais complexas, pode-se trabalhar com funções polinomiais de maior grau, com funções transcendentes de difícil fatoração, etc.

A utilização dessas tecnologias viabiliza uma incorporação mais ampla do ponto de vista gráfico ao tratamento algébrico usual do tópico funções. De acordo com vários pesquisadores, a representação de objetos matemáticos em contextos complementares pode favorecer o processo de construção do conhecimento desses objetos. Entretanto algumas pesquisas têm apontado dificuldades na utilização desses softwares pelos alunos.

Representações gráficas de funções, campos de direções, campos de vetores, etc., só para mencionar algumas, constituem uma parcela da linguagem visual da matemática.

Cada espécie de figura é desenvolvida para transmitir certos tipos de informação e a cada uma delas estão associadas convenções que precisam ser compreendidas para que a figura tenha significado. O uso efetivo da visualização em matemática prevê o conhecimento dessas convenções.

Em particular a representação gráfica de uma função não pode ser interpretada completamente sem levar em conta as escalas empregadas.

As convenções que têm sido utilizadas e os procedimentos tradicionalmente realizados para esboçar um gráfico de uma função, com lápis e papel, não se refletem nos gráficos obtidos com computador.

Por exemplo, no ensino usual, podemos esboçar, em uma folha de dimensão finita, o gráfico completo, global, no sentido de que ele apresenta todas as características escolhidas da função (pontos de interseção com os eixos, intervalos de crescimento, etc.), nem que para isto precisemos distorcer as escalas empregadas (e portanto não indicá-las).

Num ambiente com um software gerador de gráficos, as escalas não são distorcidas e além de podermos obter gráficos bastante distintos de uma mesma função, podem ser necessárias várias figuras, em janelas diferentes, para descrever o seu comportamento.

O estudo da dependência entre os gráficos obtidos e as escalas utilizadas, logo o emprego de escalas diferentes, o que pode parecer uma complicação adicional desnecessária, é impossível de evitar se os alunos vão usar tecnologias computacionais para seus experimentos e resolução de problemas.

Mudanças de escala são uma das principais fontes de ilusão visual. É preciso saber quais são as características visuais do gráfico que são invariantes por mudança de escala (interseções com os eixos, etc.) e quais as que não são invariantes (ângulos relativos, etc.).

Além disso, como apontado por Schoenfeld e outros [20]:

"devemos ser cuidadosos e resistir à tentação de acreditar que "o computador desenha com precisão" e então os alunos verão o que se espera que eles vejam. Na verdade, os alunos podem fazer inferências incorretas baseados em alguns objetos em telas de computador mais facilmente do que apoiados nos objetos análogos produzidos a mão, pois o ato de gerar os objetos e operar com eles com lápis e papel pode ajudar a evitar certos erros. (Observe que esta não é uma afirmativa anti-tecnológica; trata-se de uma faca de dois gumes. O ponto é que devemos ser cuidadosos e examinar que inferências o aluno realmente faz)".

Para investigar algumas dessas idéias, foram propostos alguns problemas a alunos de Iniciação Científica no primeiro semestre de 1991, e a professores do Segundo Grau em um curso de Formação Continuada que ministramos no segundo semestre de 1989. Os professores utilizaram o software Master Grapher [22] e os alunos empregaram diferentes programas que possuíam (Derive, MathCad).

Algumas das dificuldades encontradas por esses professores e alunos na resolução de problemas utilizando gráficos gerados em computador estão relatadas em Palis [21].

PESQUISA EM ANDAMENTO

O Departamento de Matemática da PUC-RIO, como um todo, já vem há algum tempo procurando saídas para os diversos impasses que desafiam seus alunos e professores nos Cursos de Cálculo e Algebra Linear.

No primeiro semestre de 1992 e 1993 procurou-se introduzir algumas modificações no curso de Cálculo I visando uma renovação de seus conteúdos e metodologia, na linha de algumas idéias discutidas em [6]. Segundo este trabalho, os objetivos de um Cálculo "novo" deveriam incluir:

"Desenvolvimento dos conceitos e processos fundamentais do Cálculo: variação e permanência, comportamento local e global, aproximação e erro, em oposição à memorização e execução mecânica de certos algoritmos ou métodos. Os alunos devem se dedicar mais a formular problemas, analisar e interpretar resultados qualitativa e quantitativamente, a adquirir experiência com estimativas, métodos algorítmicos, iterativos, com idéias de recursividade, etc. Além disso é preciso que aprendam a ler sobre idéias matemáticas com as quais ainda não tiveram nenhum contacto e trabalhar problemas usando essas idéias. Precisam adquirir familiaridade com o vocabulário matemático do curso e usá-lo nos trabalhos escritos, se expressando com clareza, empregando sentenças completas e coerentes, inclusive justificando com argumentos coerentes o resultado ou resolução de um problema."

As investigações exploratórias de implementação de um curso de Cálculo I nos semestres mencionados acima, com introdução de algumas dessas idéias, revelaram que o "novo" Cálculo é mais difícil e pode se tornar inacessível para um contingente numericamente superior de alunos recém-ingressos na Universidade em comparação com o curso tradicional.

Esta constatação, em consonância com algumas experiências estrangeiras, acentuou a necessidade de se refletir seriamente sobre a possibilidade e necessidade de oferecer um curso anterior a Cálculo I para um certo universo discente com o objetivo de melhor prepará-los para o aprendizado nos cursos da seqüência de Cálculo com programas renovados.

Procurando superar o impase, formulamos (em co-autoria com a Profa. Iaci Malta) uma proposta de um Curso de Introdução ao Cálculo [23] que foi implementada em duas turmas de 50 alunos no primeiro semestre de 1994 na PUC-RIO. Estas turmas eram constituídas pelos alunos que formaram a última quinta parte dos classificados no Concurso Vestibular realizado em fins de 1993 para o Centro Técnico-Científico da Universidade.

O programa do curso consta essencialmente de:

- estudo do significado do falso e verdadeiro em Matemática,
- estudo de Seqüências Numéricas e Números Reais.
- estudo de Funções Elementares.

Optou-se por adotar abordagens diversas das habituais, procurando incorporar novas práticas instrucionais e de avaliação, inclusive introduzir a utilização de tecnologia computacional.

Dentre os tópicos do programa proposto, consideramos que valia a pena investir na utilização de computadores para complementar o estudo de seqüências e de funções elementares e analisar o efeito dessa utilização sobre o aprendizado desses temas.

Vários impedimentos dificultam a utilização de tecnologia computacional em contextos mais amplos, no caso turmas inteiras de cursos básicos universitários: escassez de equipamentos (software e hardware), de material instrucional apropriado, de pessoal docente interessado ou qualificado, etc.

MAS, QUE TECNOLOGIA USAR?

Uma questão preliminar teve que ser investigada: Quais as tecnologias (hardware e software) disponíveis ou possíveis de utilizar?

Quanto a softwares decidimos investir na procura de bons programas de domínio público ou programas relativamente baratos desenvolvidos por equipes de pesquisadores universitários e que pudessem ser usados nessa investigação.

Os programas de domínio público facilitam bastante sua ampla distribuição pelos corpos docente e discente já que ficam eliminados gastos excessivos de aquisição e providências variadas de controle de cópias não autorizadas. Um outro fator que levamos em conta nessa busca foi a relativa facilidade de uso do programa, ou seja, o pouco tempo necessário à familiarização com o mesmo.

Optamos por empregar, no Curso de Introdução ao Cálculo, os seguintes softwares:

- o pacote MPP (Mathematics Plotting Package), um programa de domínio público desenvolvido pela Academia Naval dos EUA e que tem sido bem recomendado na literatura especializada.
- o programa SUITES da Universidade de Lille (França).

Estes dois programas consistem de um conjunto de ferramentas gráficas (apresentam imagens gráficas difíceis ou impossíveis de desenhar a mão) e numéricas (fornecem rapidamente resultados de processos numéricos muito tediosos e demorados) que podem ser utilizadas pelo professor em sala de aula apoiando demonstrações ou atividades participativas, e pelos alunos em situações de exploração e resolução de problemas.

Quanto a equipamentos, hardware, decidimos usar o laboratório público da Universidade. Apesar das facilidades computacionais oferecidas no momento não serem suficientes para um universo amplo de alunos, a experiência foi possível graças ao alto percentual (50% do público-alvo na época) de alunos que tem acesso a computadores fora do ambiente da Universidade.

E O MATERIAL DE APOIO AO USO DOS PROGRAMAS?

Após a escolha dos programas que se pretendia usar foi preciso desenvolver material de apoio para uso dos softwares escolhidos.

Antes disso foi necessário se familiarizar com os programas e verificar se os objetivos fixados a priori, em termos de conteúdo matemático, poderiam ser atingidos. É preciso também determinar os pré-requisitos de conteúdo matemático por ventura necessários ao "bom" uso do programa.

Para que os alunos possam realizar atividades apoiadas em certa tecnologia é necessário inicialmente introduzi-los à própria tecnologia e trabalhar os pré-requisitos matemáticos.

Várias questões podem ser colocadas aqui: Que dificuldades os alunos podem ter com a tecnologia que se pretende usar? Em que medida os alunos precisam estar familiarizados com a tecnologia antes do início do curso? O desenvolvimento das habilidades para lidar com a tecnologia pode ir se dando gradualmente à medida que as atividades vão sendo realizadas? Que tipo de suporte em forma de material escrito pode ser fornecido aos alunos? (e a professores que desejem utilizá-la).

Para lidar com estas questões foram desenvolvidos manuais de suporte ao uso dos softwares escolhidos e realizados alguns experimentos com esse material.

Foram redigidos os seguintes manuais:

- um manual de apoio para uso do MPP [24], em colaboração com duas alunas de Iniciação Científica, que além de terem contribuído para uma resposta provisória das questões acima, ficaram preparadas para auxiliar na implementação da primeira experiência que se realizou com alunos no primeiro semestre de 1994 na PUC- RIO.

O manual do MPP começou a ser testado em um curso para professores de 2°. Grau que ministrei no segundo semestre de 1993.

Esses professores não apresentaram maiores dificuldades com o programa em si, mesmo aqueles que não dominavam o inglês. A familiarização inicial se deu a contento, apoiada no manual em português e alguns esclarecimentos complementares.

Ficou também evidente que não é preciso um conhecimento profundo do software em questão para dar início às atividades de matemática propriamente ditas. Quanto antes as atividades do curso se iniciarem melhor, sendo o processo dialético, no sentido que a tecnologia colabora no aprendizado que por sua vez é necessário ao bom uso do pacote.

Tendo em vista os experimentos iniciais realizados com o manual, sua versão preliminar foi modificada no início de 1994.

- um manual de utilização do programa SUITES.

Este programa, e a primeira versão de seu manual, foi utilizado no Curso de Introdução ao Cálculo na Universidade Estadual Norte Fluminense, no segundo semestre de 1993, em experiência-piloto sob a responsabilidade da Profª. Iaci Malta. Também foi testado em um curso para professores de 2° e 3° graus que ministrei sobre possibilidades de uso de computadores em Cálculo.

redigiram diversos programas.

3- em "laboratórios de Matemática", nos quais os alunos realizam "experiências", atividades de conjectura e prova, e resolvem problemas apoiados no uso de computadores.

4- em casa, pelo aluno, ou qualquer outro local no qual ele disponha de um computador, com as mesmas finalidades anteriores.

Na pesquisa atual, no contexto do Curso de Introdução ao Cálculo, escolhemos as modalidades 3 e 4; apesar de eventualmente empregarmos a modalidade 1 em sala de aula.

E O ALUNO, FAZ O QUE?

Antes da incorporação do uso de tecnologias computacionais em cursos de matemática é preciso também organizar as seqüências de atividades que serão propostas aos alunos.

É importante mencionar que a maior parte dos exercícios e problemas dos livros-textos usuais não se adaptam com facilidade, em geral, a atividades exploratórias e nas quais se espera que estando o aluno liberto da execução de algoritmos demorados possa desenvolver suas habilidades de formular conjecturas e estratégias de resolução de problemas.

Se forem usadas facilidades computacionais, uma percentagem significativa dos exercícios dos livros usuais se transforma em exercícios no uso das ferramentas tecnológicas em si, não envolvendo nenhum raciocínio matemático.

Além disso é preciso que a lista de atividades para serem realizadas com auxílio da tecnologia contemple situações nas quais:

- as qualidades e as deficiências da tecnologia como ferramentas matemáticas aparecem.

- se desenvolva a habilidade de discriminar entre o uso apropriado e não-apropriado da tecnologia.

Neste sentido foram desenvolvidas atividades para serem realizadas com apoio do programa Suites e do MPP. Um pequeno exemplo consta de Palis [25].

Atualmente estamos fazendo um exame crítico aprofundado da experimentação realizada no primeiro semestre de 1994, a partir dos dados de observação e documentos coletados. Esta análise está servindo de subsídio à reorganização do material distribuído aos alunos e dos instrumentos de observação nos quais se apoiará uma nova implementação da proposta que se pretende fazer no primeiro semestre de 1995.

Finalmente é claro que, em princípio, nenhuma proposta alternativa para o ensino de Cálculo se justifica por si mesma.

Mas espero ter mostrado que em se tratando de alternativas envolvendo tecnologias computacionais, os custos didáticos (além dos econômicos) são importantes. O computador pode ser útil, mas além de não ser de uso imediato por professores e alunos, seu emprego com expectativas exageradas e ingênuas pode ser frustrante.

Seu emprego eficiente requer uma clara delimitação de suas vantagens e limites no ensino-aprendizagem de certos tópicos matemáticos em determinados cenários. No dizer de Chevallard [26], uma condição necessária para a existência perene de um objeto técnico no interior de um tipo dado de sistema didático é que a ele se veja atribuído um estatuto epistemológico e didático determinado, compatível com o conjunto do funcionamento didático.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Chevallard,Y. "Les programmes et la transposition didactique", Bulletin APMEP 352, França, 1986.

[2] Legrand, M. "Reflexion sur l'enseignement a l'Université ", em Actes du Colloque "Renovation des premiers cycles universitaires: le role des mathématiques, Rennes, França, 1988.

[3] Paiva, V. "Produção e qualificação para o trabalho", em Zibas, D. e outros Final do Século. Desafios da Educação na América Latina, Cortez Editora, S P , 1989.

[4] ICMI Study Series,The Influence of Computers and Informatics on mathematics and its teaching, Cambridge University Press, 1986.

[5] Smith, D. (ed.) Computers and Mathematics, MAA Notes n.9, USA, 1988.

[6] Douglas, R.(ed.). Lean and Lively Calculus, MAA Notes n.6, USA, 1986.

[7] Steen, L.A.(ed.). Calculus for a new century: A pump not a filter. MAA Notes n.8, USA, 1988.

[8] Enseigner autrement les mathematiques en Deug A premiere année. Commission Inter-Irem Université, França, 1990.

[9] Hughes-Hallett, D. "Where is the Mathematics? Another look at Calculus Reform" em Proceedings of the Conference on Technology in Collegiate Mathematics, Addison-Wesley, USA, 1991.

[10] Palis, G.L. "Uma experiência de utilização de computadores, como ferramenta didática, em curso inicial de equações diferenciais ordinárias". Atas do 17º. Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA/CNPq, RJ, 1991.

[11] Palis, G.L. " Uma experiência em curso básico de equações diferenciais ordinárias utilizando o computador como ferramenta didática. Obstáculos e possibilidades". Matemática Universitária, Sociedade Brasileira de Matemática, n. 11, 1990.

[12] Artigue, M. "Ingénierie didactique à propos d'équations différentielles", Atas do PME XI, Montreal, 1987.

[13] Artigue, M. e Gautheron, V. Systèmes differentiels. Étude Graphique, Cedic, Paris, 1983.

[14] Calheiros, S.D. "O desenvolvimento de uma ferramenta computacional para a visualização do retrato de fase de duas equações diferenciais autônomas de primeira ordem". Anais do COBENGE-91, Paraíba, 1991.

[15] Artigue, M. "L'Ingénierie didactique comme cadre a la conception de produits d'enseignement", pré-print.

[16] Jarraud,P "Utilization pédagogique de l'informatique: Mathematiques et micro-ordinateurs, gadget ou outil pedagogique?" em [8]

[17] Davis, P. e Anderson, J., "Nonanalytic aspects of mathematics and their implications for research and education", SIAM Review, Vol 21, 1979.

[18] Artigue, M. "Analysis" em Tall, D. Advanced Mathematical Thinking, Kluwer, The Netherlands, 1991.

[19] Motta, R.A.S.M. A Utilização do computador no ensino de Matemática. Monografia de Curso de Especialização em Informática e Educação, CIED, Centro de Ciências, RJ, 1990.

[20] Schoenfeld A. e outros. "Learning: The microgenetic analysis of one student 's evolving understanding of a complex subject matter domain" em Glaeser, R. (ed.) Advances in Instructional Psychology, vol.4, Hillsdale, 1990.

[21] Palis, G.L.R. "Experiências de utilização de um software gráfico na área de matemática". Oficina de Trabalho: Ambientes de Ensino-Aprendizagem apoiados por Computador, Coppe/UFRJ.1991. E em Anais do II Seminário Nacional de Informática Educativa, Alagoas,1991.

[22] Waits, B.K. e Demana, F.D. Master Grapher [software], Addison-Wesley, USA, 1986.

[23] Palis, G.L.R. Proposta de um Curso de Introdução ao Cálculo. Fundamentos Didático-Pedagógicos. A utilização de Tecnologia Computacional como Ferramenta Didática. Relatório Interno de Pesquisa, Mat.01/1994. PUC- R I O , Abril de 1994.

[24] Palis, G.L.R. Manual de Apoio ao Uso do MPP (Mathematics Plotting Package), Departamento de Matemática, PUC-RIO, 1994.

[25] Palis, G.L.R. "Tecnologia, Gráficos e Equações", Revista do Professor de Matemática, SBM, n.26, 1994.

[26] Chevallard, Y. ""Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques" em Cornu, B. L'Ordinateur pour Enseigner Les Mathématiques, Presses Universitaires de France, França, 1992.