

AL-KWARIZMI E SUA IMPORTÂNCIA NA MATEMÁTICA

Ubiratan D' Ambrosio*

QUEM FOI AL-KWARIZMI?

Palavras como algarismo e algoritmo vêm do nome de al-Kwarizmi, considerado o maior matemático no apogeu do islamismo, destacou-se no século IX em Bagdá. É a palavra álgebra vem do título do livro principal escrito por ele.

Abu Abdallah Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi al-Magusi nasceu ca. 780 e morreu ca. 850. Sabe-se pouco de sua vida e seu nome diz que é filho de Musa e que vem da região do antigo estado de Khwarezm, na região sul do Mar de Aral, onde hoje é a Turcomênia e o Uzbequistão. E o al-Magusi indica sua origem religiosa zoroastriana. Isto indica que al-Kwarizmi foi provavelmente um convertido ao Islamismo na rápida expansão islâmica em direção ao Oriente e foi atraído para Bagdá durante o califato de Harun al-Rashid (786-809), que se celebrou através das " Mil e uma Noites ".

Sua origem cultural-religiosa era mais próxima às tradições persa e indiana. Daí provavelmente não conhecer grego e de fato poder ter um ressentimento histórico com a cultura grega, pois seus antepassados haviam sido vítimas da fulminante ofensiva de Alexandre. E sua incorporação à elite intelectual de Bagdá teve oposições. Parece inclusive ter havido discriminação contra al-Kwarizmi após a morte de seu protetor al-Mamun (809-833). O cenário dos tempos de al-Kwarizmi é uma mescla de fantasia e realidade que permeia a literatura muçulmana do final do primeiro milênio. Torna-se difícil distinguir entre o real e o imaginário nas crônicas da época, onde os personagens se apresentam como misto de cientistas e poetas, como é o caso de Omar Khayam (1048-1131), célebre pelo seu poema Rubayat e igualmente pelas suas importantes contribuições à álgebra.

POR QUE O INTERESSE SOBRE AL-KWARIZMI NESTE SEMINÁRIO?

Uma conferência sobre al-Kwarizmi, num Seminário de História da Matemática no Brasil, justifica-se não só pela importância que ele tem na História Universal da Matemática, mas também pelo fato de o Brasil ter sido o país fora do mundo árabe em que ele foi considerado com maior carinho.

Não se tem notícia, no mundo, de outra revista homenageando al-Kwarizmi além de AL-KARISMI. Revista de recreações matemáticas, jogos, curiosidades, histórias, paradoxos, problemas, etc., fundada e dirigida por Júlio César de Mello e Sousa (1895-1974), com o pseudônimo Malba Tahan, no Rio de Janeiro em 1947.

No seu nº 8, quatro anos após sua fundação, a revista reorganizou-se e assumiu novo formato, mas continuou com os mesmos ideais:

* Professor Sênior da FURB, Blumenau, SC.

"AL-KARISMI continua imutável em seus nobres e elevados objetivos de: A) Cooperar pelo progresso da Matemática; B) Servir aos Professores e estudiosos dessa nobilitante Ciência; C) Despertar, entre os estudantes, interesse pelas belezas e aplicações da Matemática; D) Tornar conhecidos, em nosso país, os trabalhos, as descobertas, os métodos e as pesquisas dos cultores da Matemática; E) Exaltar e prestigiar todos os que têm elevado e honrado a cultura matemática no Brasil". [Aos leitores, AL-KARISMI nº8, Outubro 1951]

A figura de Malba Tahan também merece nossa atenção. Fascinado pela cultura árabe, o Professor Julio César de Mello e Souza, uma personalidade fascinante e Professor Catedrático de Matemática da Faculdade Nacional de Arquitetura e do Instituto de Educação do Rio de Janeiro, havia lançado vários livros de contos e recreações baseadas na literatura clássica árabe, embora sem conhecer a língua árabe. Em muitas dessas obras adotou o pseudônimo Malba Tahan.

A época de maior atividade do Professor Mello e Souza, logo após o fim da Segunda Guerra Mundial, coincide com o surgimento de uma escola moderna de matemática no Brasil e com a preparação matemática de indivíduos como Mello e Souza e inúmeros outros engenheiros e professores, clássica e antiquada, os isolou das novas tendências que se implantavam no país. Entre Mello e Souza e colegas (Euclides Roxo, Cecil Thirp, J'acomio Stávale, Ary Quintella e tantos outros) e os jovens que se dirigiram às Faculdades de Filosofia e às Escolas de Engenharia modernizadas criou-se um fosso que se mostraria irreconciliável. Apontados como divulgadores pouco rigorosos, e tantos outros epítetos, eles foram rejeitados pela comunidade matemática emergente no Brasil e suas obras colocadas pelo menos sob suspeita. Esse foi o destino da obra máxima de Malba Tahan, O Homem que Calculava, publicada em 1948, em que o personagem principal, o mercador árabe, Beremiz Samir, o "homem que calculava", conta sua vida. Tem havido sucessivas reedições pela Editora Record, Rio de Janeiro. Primorosas traduções foram publicadas na Itália, Espanha, Alemanha, Estados Unidos e tantos outros países, recomendadas como leituras matemáticas auxiliares no aprendizado. A tradução americana, com belas ilustrações, é particularmente interessante.¹

Mesclando fantasia com problemas interessantes e trechos curiosos da história da matemática, o livro é um modelo de literatura paradidática em Matemática. Infelizmente, foi mal compreendido nos seus propósitos quando lançado, embora tenha tido sucesso editorial. As razões dessa falta de reconhecimento de Mello e Souza são ainda sujeito de discussão, parte da História Contemporânea da Matemática no Brasil, obviamente uma história social, externalista.

A introdução/dedicatória do livro, escrito em 1943 (ano 1321 da Hégira), é muito interessante:

" A memória de sete grandes geômetras, Cristãos ou agnósticos: Descartes, Pascal, Newton Leibniz, Euler, Lagrange, Comte Alá tenha piedade desses Infiéis ! E a memória do inesquecível matemático, astrônomo, e filósofo muçulmano Abu Jafar Muhammad ibn Musa al-Kwarizmi Alá o conserve em sua glória! e também a todos que estudam, ensinam, ou admiram a prodigiosa	ciência da escala, forma, números, medidas, funções, movimento e as leis da natureza. Eu, peregrino, descendente do Profeta Ali Izzid Izz-Edim ibn Salim Hanak Malba Tahan crente de Alá e em Maomé, seu sagrado Profeta dedico estas páginas de lenda e fantasia. Bagdá, dia dezanove da lua de Ramadan, 1321".
--	---

(1) Malba Tahan The Man who Counted. A Collection of Mathematical Adventures trab. Leslie Clark and Allisatir Reid, illustration by

Creemos ter justificado o interesse pela obra de al-Kwarizmi no Brasil, pois além naturalmente do interesse na sua importante contribuição à Matemática medieval, de algum modo ele nos provoca a analisar uma frase importante da História da Matemática no Brasil.

O CONTEXTO CIENTÍFICO E A CULTURA DA ÉPOCA

Antes de comentar a vida e a obra de al-Kwarizmi vamos nos situar historicamente. O cenário é o Mediterrâneo nos primeiros séculos da era Cristã. O Império Romano, em seu apogeu no século I a.C. dominava o Egito, a Judéia, a Babilônia e a Grécia, em suma, tudo o que constituía o antigo Império Grego. No seu breve período de dominação a cultura grega impôs-se à toda região e a tradicional tolerância religiosa e cultural dos romanos permitiu o contínuo florescimento da cultura grega nas suas principais academias, Atenas e Alexandria. Os romanos puderam absorver o conhecimento grego que interessava ao seu projeto civilizatório, dirigido sobretudo ao Norte, como fica bem claro na obra de Marcus Vitruvius Pollius (sPc. I a.C.) cuja obra **De Architectura** utiliza o que de ciências e matemática interessava aos romanos, revelando um pleno conhecimento das obras gregas.

Ao mesmo tempo em que florescia a cultura grega, igualmente eram respeitadas as tradições monoteístas dos povos da região, todos descendentes de Abraão. Embora politicamente o Reino de Judá fosse destruído e os judeus dispersados pelo Império Romano, o foram como cidadãos de um reino rebelde, e não como oposição à religião. A própria destruição do Templo é um ato político. Assim o Império Romano não hesitou em adotar como religião, na época de Constantino (ca.285-337) e sobretudo durante o reinado de Teodósio, de 379 a 395, uma crença originada nas tradições judaicas é impregnada na cultura grega. Embora certa intolerância se manifeste nas regiões ao Sul do Mediterrâneo, sobretudo amparada pelo nascente cristianismo, as crenças tradicionais dos descendentes de Abraão, Moisés, David e Salomão se fortaleceram nessa região. Jeová ou Alá, na linha árabe, é a divindade única incontestável e imutável, impossível de se adaptar às novas realidades pagãs que entravam na composição do Império Romano e as quais tão bem se adaptou o nascente cristianismo, com concessões intoleráveis para as tradições que remontavam a Abraão. Neste contexto é que tem lugar, a partir de 610, o processo de revelação da palavra divina, a palavra de Alá, ao profeta Maomé (ca 570-632), e que deu origem ao livro sagrado da revelação, O Corão. Com base na revelação da palavra divina e apoiado por uma organização política, que desde muito se fermentava nos países da região, sob o domínio de Roma, fundou-se o Islamismo em Medina, em 622, ano de Hégira, a partir da declaração de uma guerra santa aos herejes e infiéis, o *ijihad*.

Na sua rápida expansão, o islamismo conquista Mecca em 630, atinge a Índia em 712 e a península ibérica em 715. Inúmeros conflitos internos, logo após a morte de Maomé, levam a uma forma de Império Islâmico, focalizado em duas dinastias organizadas em dois califatos, um com capital em Córdoba, a partir de 756, e outro com capital em Bagdá, em 762. Os dois se tornam os grandes centros culturais e políticos do islamismo.

A MATEMÁTICA DOS GREGOS E DOS ROMANOS : DUAS CONCEPÇÕES DISTINTAS

Os principais centros culturais gregos, durante o Império Romano, Atenas e Alexandria, estavam em declínio, Atenas teve seu ocaso após Proclus (410-485), que reintroduziu Euclides na cultura da época, praticamente desconhecido até então entre a incredulidade romana, por razões que veremos logo adiante. E Alexandria tem mais destaque, com Nicómaco (ca.100) cuja

Aritmética teve certa importância, e com Ptolomeu (90-168), cuja A Grande Obra ou Almagesto, descrevendo o movimento dos planetas, foi fundamental até o século XV. Também importante foi sua Geografia. Mas talvez o nome mais importante de Alexandria tenha sido Diofante (floreceu ca.250). Pouco se sabe de sua vida. Dirk Struik chega a dizer que "[Diofante] pode ter sido um babilônio helenizado". A escola de alexandria entra em declínio. Teon (fl.Ca.350), cujos comentários de Ptolomeu e de Euclides são uma fonte importante de reconhecimento da cultura grega, na idade média européia, é um dos últimos nomes importantes. A escola de Alexandria praticante chega ao fim com sua filha Hipatia, considerada a mais importante matemática da antiguidade greco-romana, que teria sido assassinada em 415 pelos cristãos liderados por São Cirilo.

A reação dos filósofos gregos ao cristianismo que estava implantado em Roma fica evidente na obra de Proclus, sobretudo na sua retomada da obra de Euclides, como um modelo de educação que poderia servir de controle à expansão do cristianismo.² Isso resulta na acusação de paganismo feita pelos cristãos aos acadêmicos gregos, inclusive no fechamento dos mosteiros por São Bento (ca.480-547).

Embara os romanos ainda demonstrassem interesse pela cultura grega, pois Boécio(ca.480-524) chegou a traduzir a Lógica de Aristóteles para o latim e há indicações de inúmeras outras traduções latinas dos Elementos de Euclides circulando na Época.³ Com o surgimento desse novo modelo acadêmico, os mosteiros, não havia espaço nem interesse na cultura grega, sobretudo filosofia e o que hoje se identifica como matemática. Em nada a ciência e a filosofia gregas poderiam ajudar. E nisso se inclui os elementos de Euclides. Não serviam para coisa alguma no projeto romano. O então velho mundo, isto é, as costas Sul e Leste do Mediterrâneo e as terras a leste do mar negro estavam fora do alvo da expansão romana. Claro, todo o conhecimento grego, ciência e filosofia, havia sido construído naquele ambiente natural e cultural. Difícilmente esse conhecimento se mostraria de utilidade ou de interesse numa região tão distinta quanto aquela contemplada no projeto romano. Por que manter o interesse num conhecimento como aquele, desenvolvido e fundamentado pelos gregos? Embora disponível, esse conhecimento era em geral pouco importante e, pouco a pouco, foi caindo no desuso e no esquecimento. Aí se inclui a língua grega, que cai em desuso e é substituída pelo latim.

O interesse pelo grego é reavivado com o movimento humanista, durante o renascimento, através das academias de cultura clássica. Mais ainda na elaboração da ciência e matemática modernas, a partir do século XVI, a importância da matemática grega é menor do que se crê. Há efetivamente uma recuperação ao pensar científico. Viète é um exemplo desse novo despertar e tenta helenizar os avanços da álgebra, com inúmeras dificuldades.

Mais distorções epistemológicas, hoje sentidas na ciência e na matemática, estão relacionadas com essa interferência de um pensar diferente no espírito, no "mode of thought" romano, que floresceu na idade média. Esse foi mais essencial para a criação da ciência e da matemática modernas, a partir do século XVI, do que os fundamentos gregos, conservados e transmitidos pelos árabes. Naturalmente, este é um ponto altamente controverso e o que eu exprimo, neste parágrafo, tem sido contestado pela maioria dos historiadores matemáticos tradicionais.

Voltaremos ao assunto em outro trabalho.

Uma grande distorção histórica é não destacar o motivo pelo qual os romanos desprezam certos aspectos da cultura grega enquanto cultivaram outros. É pelo menos ingênuo, como tentamos evidenciar acima, dizer que os romanos desconheciam a cultura grega. É mais adequado dizer que o conhecimento científico grego não interessava aos romanos, foi despre-

zado e às vezes até ridicularizado por sua impraticidade, e, eventualmente, caiu no desconhecimento, enquanto coisas que interessavam, como é o caso da Geografia de Ptolomeu, obviamente de utilidade no projeto romano, ter sido preservada através das traduções latinas. Outro exemplo é a utilização e aprimoramento dos inventos de Arquimedes. Ambos constam de importante relação de clássicos gregos no império romano.

Obviamente, o fechamento das academias gregas provocou a dispersão de filósofos e de obras para territórios mais distanciados e menos controlados pelos romanos, exatamente aqueles que seriam ocupados a partir de meados do século VII pelos seguidores de Maomé. A consequência é a continuidade da cultura grega, já em declínio, no mundo islâmico. A florescente cultura medieval cristã, ainda em seus estágios de elaboração, tem uma nova proposta filosófica extremamente inovadora e criativa. O cristianismo, iniciado por Santo Agostinho, e procurando conquistar, através da conciliação, culturas e reis pagãos, num misto de monoteísmo inspirado pelo judaísmo helenizado e de evidentes traços pagãos, principalmente o politeísmo da Santíssima Trindade, disfarçado de monoteísmo, nada podia esperar da cultura grega e tampouco da ciência grega. Na verdade, o islamismo deu continuidade ao velho, enquanto o cristianismo enveredou pelo novo. O efêmero sucesso do islamismo, nos seus primeiros séculos, esgota as possibilidades de pensar no velho, enquanto o pensar novo começa a se manifestar. Nos primeiros anos do segundo milênio, ao mesmo tempo que o declínio do pensar velho já é manifesto, o pensar novo começa a produzir seus resultados. A idade média cristã foi capaz de absorver, assimilar e aproveitar tudo que de importante havia no pensar velho, preservado e transmitido pelo Islão, enquanto o Islão foi incapaz de se renovar, de se libertar do velho e entrar no novo. Daí sua efemeridade quando comparada com o Império Romano-Cristão. Essa mesma capacidade de renovação nota-se nas populações judaicas dispersas pelo império romano. Mas não vamos discutir neste trabalho as importantíssimas contribuições judaicas para a formação do novo espírito científico que, a partir do século XV, deram origem à Europa moderna.

O FLORESCIMENTO DA MATEMÁTICA NO ISLÃO

Quando se fala em Velho Mundo, nas grandes civilizações das antiguidades clássica e oriental, está-se falando de uma faixa localizada, aproximadamente, entre o Trópico de Cancer e o paralelo 45°N e entre os oceanos Atlântico e Pacífico. Aí se desenvolveram as civilizações do Mediterrâneo, da Pérsia, da Índia e da China, quase simultaneamente. O intercâmbio entre elas é reconhecido mesmo muito anteriormente ao apogeu dessas civilizações, a partir do 1º milênio a.C.. Nos primeiros séculos da era cristã o grau de desenvolvimento matemático nas civilizações da China e da Índia é alto e com inúmeros pontos de coincidência com os das civilizações mediterrâneas. O clássico da matemática chinesa é o Chiu Chang Suan Shu (Nove Capítulos das Artes Matemáticas) escrito entre 300 a.C. e 200, onde se estudam raízes quadradas, razões e soluções de equações simultâneas, áreas e volumes. Já a partir de 200 se trata de equações de 2º grau e do cálculo de "pi". O mais importante da época é o Suan Ching Shih Shu (Os dez Manuais Matemáticos), compilando todo o conhecimento disponível até então, 656, na Índia, uma matemática mística e ritual que até o ano 400 já havia desenvolvido o sistema de numeração posicional, regras aritméticas e a álgebra até equações simultâneas e quadráticas². A expansão islâmica permite logo entrar em contato com os conhecimentos da Índia e da China e incorporá-los ao riquíssimo cabedal de conhecimentos que os árabes haviam absorvido dos gregos, dos babilônios e dos judeus que, após a diáspora, haviam se localizado na região.

(2) Para mais informações sobre a matemática na China e na Índia e suas repercussões na Matemática da Europa ver George Gheverghese Joseph The Crest of the Peacock, Penguin Books, London, 1992

A unificação lingüística é muito favorável a criação de um importante cabedal de conhecimentos científicos. O árabe, língua d'O Corção, surge com importância equivalente ao latim. Comunidades judaicas que estavam culturalmente marginalizados sob os romanos floresceram no mundo islâmico, particularmente no califato de Córdoba. A tolerância religiosa e cultural era um fato.

No leste, em Bagdá, deu-se um grande desenvolvimento cultural. A academia de Alexandria, já então inexistente, abriu espaço para um grande centro cultural islâmico, que foi a Casa da Sabedoria, fundada por Harun al-Rashid e continuado por seu filho al-Mamum. Era uma verdadeira universidade muçulmana, uma modernização das academias gregas.

A OBRA DE AL-KWARIZMY

Al-Kwarizmi associou-se à Casa da Sabedoria, a convite de Harun al-Rashid, e parece ter sido protegido de seu filho al-Mamum. Muitos outros cientistas foram contemporâneos de al-Kwarizmy na instituição e parece que seu grande prestígio era devido à sua capacidade como calculista. De fato, parece que ele foi convidado para a Casa da Sabedoria com a missão de simplificar os cálculos astronômicos do livro denominado o sindhind, que significa "tempo infinito". Al-Kwarizmy abreviou o livro e daí extraiu e melhorou muito as tábuas astronômicas, o que lhe grangeou fama. Não só ele traduziu, como simplificou o método e "inventou engenhosos métodos de aproximação, mas estes não foram suficientes para equivaler pelos erros óbvios, nos seus trabalhos, que demonstram sua fraqueza em geometria e astronomia."⁵ Está claro que al-Kwarizmy é olhado com certa reserva. Era um bom calculista, sabia coisas que poucos sabiam, pois era culturalmente persa/indu, como seu próprio nome revela, mas era considerado menos instruído nas ciências gregas. Suas obras que chegaram até nós são tratados de aritmética, de algébrica, de astronomia, de geografia e um calendário. Há indicações de ele ter escrito ainda sobre o quadrante solar e sobre o astrolábio. Estas e outras foram perdidas. As mais influentes, na Europa, foram as obras de aritmética e de álgebra. Elas chegaram ao conhecimento intelectual europeu através de traduções para o latim no século XII.

Há considerável dificuldade no estabelecimento da obra de al-Kwarizmy sobre aritmética. Embora não se conheça qualquer texto de al-Kwarizmy sua prioridade em tratar do que ele chamou cálculo indiano é assegurada pelas obras de divulgadores, alguns anônimos. Particularmente importante é o manuscrito em latim na biblioteca da Universidade de Cambridge, o primeiro livro conhecido sobre o sistema posicional de base dez e sobre as operações com esse sistema. Sua posição de pioneiro é reconhecida na primeira fase do livro:

"Dixit Algorizmi : laudes Deo rectori nostro atque defensori"...[Al-Kwarizmy disse: louvemos Deus nosso guia e nosso protetor]

e no parágrafo seguinte

"Dixit Algorizmi : cum uidissem Yndos constituisse IX literas in universo numero suo propter dispositiones suam quam posuerunt, uolui patefacere de opere quod fit par eas aliquid quod esset leuius discantibus, si Deus uouerit." [Al-Kwarizmy disse: eu vi os Indianos utilizarem 9 letras para todos os seus números graças a uma disposição que é própria a eles e que eles possuem, e que eu gostaria desde agora revelar o propósito da obra que os utiliza alguma coisa mais fácil para aqueles que aprendem, se Deus quiser].

E a partir daí vem com as regras das operações. A taboada seguinte é a primeira taboada de que se tem registro na história:

"Prime multiplicationis speciei summa in hac regula et in hac figura continetur [O resumo da multiplicação de primeira espécie contida na regra e na figura seguintes]:

1	2								
2	4	3							
3	6	9	4						
4	8	12	16	5					
5	10	15	20	25	6				
6	12	18	24	30	36	7			
7	14	21	28	35	42	49	8		
8	16	24	32	40	48	56	64	9	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	

Nesse mesmo livro e em outros que são evidentemente inspirados por al-Kwarizmy se estudam frações e raízes. Inúmeras traduções para o latim foram feitas no século XII de autores vários, bem como foram escritos livros originais inspirados por esses. A mais significativa é de João de Sevilha(ou de Toledo), um judeu cristianizado, entre 1135 e 1153, com o título Liber Algorismi de practica arismétrica(livro de Algorismi sobre aritmética prática). São importantes as traduções feitas por Géprard de Cremona e Robert de Chester.

Mas a obra de maior importância de al-Kwarizmy é aquela considerada a que inaugura a álgebra: Al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-jabr wál-muqabala [Pequena obra sobre o cálculo da redução e da confrontação]. Existe um manuscrito árabe de 1342 e várias traduções para o latim. As mais conhecidas são as de Robert de Chester, feita em 1145, e de Gerard de Cremona (1114-1187). Trata-se essencialmente de um livro sobre resolução das equações de segundo grau, mediante duas operações: al-jabr, que é a transposição de termos de uma equação mediante uma troca de sinal e al-muqabala que é a redução de termos semelhantes. As equações são reduzidas, mediante essas operações, a uma das seis formas canônicas seguintes:

$$\begin{aligned} ax^2 &= bx; & ax^2 + bx &= c; \\ ax^2 &= c; & ax^2 + c &= bx; \\ ax &= c; & ax^2 &= bx + c. \end{aligned}$$

Cada uma dessas formas é estudada e a sua resolução segue os cálculos indianos, como ensinados pelos matemáticos indus, que dá essencialmente a fórmula conhecida de resolução de equações quadráticas para cada um dos casos particulares.

Assim para resolver a equação

$$2x^2 + (3 - x)^2 = (x - 13)^2 - 82 \text{ leva-se à } 2x^2 + 9 - 6x + x^2 = x^2 - 26x + 169 - 82$$

$$\text{e daí, mediante uma } \textit{al-jabr} \text{ à } 2x^2 + x^2 - x^2 - 6x + 26x = -9 + 169 - 82$$

$$\text{aplicando } \textit{al-muqabala} \quad 2x^2 + 20x = 78$$

$$\text{e dividindo tudo por 2} \quad x^2 + 10x = 39$$

que é do quarto tipo. Para resolver essa equação, al-Kwarizmy faz do modo que vamos descrever a seguir, seguindo a ilustração do texto árabe .

(7) A cópia do texto árabe e a explicação são do texto DPcouvrir les mathématiques arabes, document réalisé par des étudiants marocains à l'IREM de Reouen, sous la responsabilité de Elisabeth Hebert, 1988/89; p.34-35. Por sua vez de Rouen é tirado de Kitab al-jabr walmuqabala, Edition de A.M. Musharrafah et M.M. Ahmad, Le Caire, 1968, pp.21-13.

Seja x o lado do quadrado interior. Sua área é x^2 . Tomando $10/4$ para lado de cada um dos retângulos τ, Δ, b, S , a área desses quatro será $4 \cdot (10/4) \cdot x = 10x$. Portanto, a área da cruz interior é $x^2 + 10x$ que é $= 39$. E daí a área do quadrado exterior é igual a $39 + 25 = 64$, portanto seu lado vale 8. Então o lado do quadrado interior é $8 - 2 \cdot (10/4) = 3$, que é a solução. Isto é absolutamente equivalente à solução dada por

$$x = \frac{-10 + (1002 + 4.39)^{1/2}}{2}$$

A operação al-jabr, que é uma parte quase trivial em todo o processo, evidentemente deu origem à palavra álgebra. A parte mais importante, que é a resolução da equação, é feita em cada um dos casos, mediante exemplos e justificada por argumentos geométricos. Sabe-se que esses métodos eram conhecidos dos matemáticos indus. Poderíamos classificar essa obra de al-Kwarizmy, bem como sua aritmética, comentada acima, de obras didáticas. Sua maior contribuição original parece ter sido mesmo em cálculos astronômicos.

Al-Kwarizmy reconhece que há possibilidades de uma raiz simples, uma raiz dupla e nenhuma raiz. E no caso de raiz não exata, al-Kwarizmy chama "raiz muda – ou cega", o que na tradução de Gerard de Cremona deu o latim surdus e que no século XVIII são chamadas irracionais. Mas o cálculo de radicais era conhecido em inglês, até este século, como surdus.

Particularmente importante para nós é reconhecer a obra maior do grande matemático português do século XVI, Pedro Nunes Libro de Algebra en Aritmética y Geometria, 1567, escrito em espanhol por razões evidentemente políticas, e que muito provavelmente é, com pequenas modificações, tradução de algum manuscrito que não chegou aos nossos tempos. Mas o que é significativo é que Pedro Nunes revela, no título, o verdadeiro sentido de ser a álgebra não mais que um método para resolver problemas de aritmética e de geometria.

Como se situa a obra de al-Kwarizmy na produção científica árabe? Sem dúvida, ele é o mais importante matemático árabe. E é o responsável pela difusão da matemática indú no mundo islâmico e pela sua penetração na Europa a partir do século XII. O livro de álgebra é essencialmente um método de resolução de problemas ligados à distribuição de bens e de terras, provenientes de heranças ou dotes seguindo os preceitos d'O Corão, um dos elementos críticos na nova sociedade islâmica. Era um livro prático para resolução de problemas.

Curiosamente, havia inúmeros problemas geométricos e al-Kwarizmy não utiliza fontes gregas para a parte geométrica, mas vai buscar, na Geometria dos hebreus, o Mishnat ha-Middot, escrito em meados do século II, o necessário para seu livro. Os Elementos de Euclides estavam disponíveis na Casa da Sabedoria através de duas traduções de al-Hajaj ibn Yusuf ibn Matar, uma dedicada a Harun al-Rashid e outra a al-Mamun. Mesmo se não conhecesse grego – o que parece ser uma forte possibilidade – al-Kwarizmy tinha acesso a essas traduções árabes. Considerando que igualmente ele não usa nem faz referência a Diofante, sem dúvida obra popular naqueles círculos, e vai buscar fundamentação na matemática indú, poder-se-ia concluir que al-Kwarizmy era da corrente que se opunha à helenização do islamismo.

É muito curioso que certos cronistas da época não relacionam al-Kwarizmy entre os cientistas importantes. Pouco depois da morte de al-Mamun ele é substituído como astrônomo principal e vê-se então um intenso progresso no programa de traduções de textos gregos na Casa da Sabedoria.

E desde então não se sabe o que se passou com al-Kwarizmy, nem mesmo o ano de sua morte.