EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE MATEMÁTICA

Irineu Bicudo [1]

I. INTRODUÇÃO

No início de 1963, tendo trocado o curso de Física pelo de Matemática na saudosa Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo - a da Rua Maria Antônia - eu me preparava para meu último ano acadêmico. Como estudante do último ano, já me era possível lecionar oficialmente em escolas da rede estadual de ensino. Assim, ávido por começar a lecionar, mas consciente dos múltiplos problemas que haveria de enfrentar na sala de aula, vislumbrados apenas na situação artificialmente criada no Colégio de Aplicação pela disciplina Didática Especial - hoje Prática de Ensino - fui fazer o Curso de Férias (janeiro e fevereiro) para Professores Secundários dado pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM - de São Paulo, na Universidade Mackenzie. Em julho daquele ano, eu passaria de aluno a responsável por disciplina nos cursos de GEEM. Era o começo do período da chamada Matemática Moderna no Brasil. Estava claro para mim que a tônica daquele movimento era mudar a ênfase, no ensino da Matemática, do aspecto manipulativo de expressões de cálculo, vazias de significado, - os malfadados "carroções" - para o aspecto conceitual dessa ciência. Parece, no entanto, ser do destino das atividades humanas nunca se encontrar o pêndulo que as caracteriza na estável posição de equilíbrio; oscila sem qualquer amortecimento, de uma

[1] Departamento de Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Campus de Rio Claro.

extremidade a outra. A ênfase nos "carroções" fora substituída, então, pela ênfase manipulativa de expressões, também vazias de significado, do cálculo de conjuntos. Isso aconteceu nos livros didáticos e, conseqüentemente, nas salas de aula. Apesar de fazer-se a mesma coisa, trocara-se cálculo mecanicamente efetuado por cálculo efetuado mecanicamente; a situação piorou porque os "carroções" tinham a tradição que os conjuntos não tinham e, no ensino, como na vida militar, antigüidade é posto.

Não é esta a hora, apesar de ser este o lugar, de examinar mais profundamente esse movimento dos anos 60, o movimento associado aos satélites artificiais. Mas não é necessária uma análise minuciosa dos acontecimentos, para termos pelo menos uma das causas do fracasso desse movimento. É o divisor de águas entre o Ensino da Matemática e a Educação Matemática.

II. O ENSINO DA MATEMÁTICA E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Werner Jaeger inicia sua magistral obra "Paidéia", escrevendo: *Todo povo que atinge um certo grau de desenvolvimento sente-se naturalmente inclinado à prática da Educação. Ela é o princípio por meio do qual a comunidade humana conserva e transmite a sua peculiaridade física e espiritual. (...) A educação participa na vida e no crescimento da sociedade, tanto no seu destino exterior como na sua estruturação interna e desenvolvimento espiritual; e, uma vez que o desenvolvimento social depende da consciência dos valores que regem a vida humana, a história da educação está essencialmente condicionada pela transformação dos valores válidos para cada sociedade.*

E Kant salienta, na Introdução de seu texto sobre Educação: ... *the important experiments* *of education, which brings our nature one step nearer to perfection.* (- *os importantes experimentos da educação, que trazem nossa natureza um passo mais próximo da perfeição).* E logo abaixo: *for with education is involved the great secret of the perfection of human nature. (porque com a educação esta envolvido o grande segredo da perfeição da natureza humana).* Ainda: *There are many germs lying undeveloped in man. It is for us to make these germs grow, by developing his natural gifts in their due proportion, and to see that he fulfils his destiny. (Há muitas sementes jazendo nso desenvolvidas no homem. Devemos fazê-las crescer, desenvolvendo seus dons naturais em sua devida proporcso, e cuidando para que ele satisfaça seu destino).*

Assim, o conceito de educação implica um estudo, o mais completo possível, do significado de Homem e do de sociedade, e à Educação Matemática deve corresponder a reflexão de em que medida pode a Matemática concorrer para que o homem e a sociedade satisfaçam seu destino.

O <u>Ensino da Matemática</u>, em sua tônica em como ensinar determinado tópico, como desenvolver determinada habilidade, relacionada a algum pedaço específico dessa disciplina, é parte da Educação Matemática, mas está longe de ser o todo.

O movimento da Matemática Moderna foi o manifesto do Ensino da Matemática dos anos 60, não o da Educação Matemática. Ora, pensavam os americanos, assustados com o sucesso dos sputiniks, os russos estão na dianteira em termos da conquista espacial (sabem até que "a Terra é azul") é porque conhecem mais matemática do que nós. O modo de resolver a questão é ensinar, <u>de modo eficiente</u>, aos nossos jovens, a matemática necessária ao lançamento de satélites. Não havia por que perguntar se isso ajudaria o desenvolvimento do ser humano. Se, por uns poucos que acabariam tornando-se engenheiros e pesquisadores da NASA, se deveria submeter a maioria dos alunos ao mesmo tratamento.

Parece-me razoável afirmar, também, que sustentando a diferença entre a Educação Matemática e o Ensino de Matemática está o modo pelo qual se olha esta ciência. A visão dos que praticam apenas o Ensino da Matemática é local e não vai à procura do que seria a essência da mesma. A Educação Matemática deve ter uma visão mais ampla possível da Matemática e buscar o que lhe está no âmago, o que a distingue de tudo o mais.

III. ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA

1. <u>A Matemática é (em parte) "a priori"</u>

Isso significa dizer que a Matemática é independente da experiência. Ao contrário da Química, da Física, da Biologia, as leis da Matemática não são leis da natureza e não dependem das leis da natureza. Os teoremas permaneceriam válidos em outros mundos possíveis, onde, por exemplo, as leis da Física poderiam ser completamente diferentes. Se considerarmos o conhecimento matemático como um corpo de teoremas e de suas provas formais, poderemos afirmar que esse conhecimento é independenete da experiência (exceto no processo rudimentar de verificar se as provas são realmente provas no sentido lógico, isto é, listas de fórmulas sujeitas às regras de inferência).

É claro que, dependendo da atitude de cada um relativamente à verdade matemática, se pode considerar esse modo de ver acanhado e querer ampliar esse ponto de vista. Sob visões ampliadas, é possível desafiar a natureza a priori da Matemática, o mesmo não acontecendo na visão esboçada. Em virtude das visões ampliadas é que se usou a expressão "em parte", entre parênteses, no título deste item.

2. A Matemática é exata

É exata no sentido de terem todos os seus termos, definições, regras de inferência, etc. um significado preciso. Isso é especialmente verdade quando a Matemática é baseada, como costuma ser hoje em dia, na Lógica e na Teoria dos Conjuntos. A possibilidade de ser exata provém parcialmente de sua natureza a priori. É difícil, evidentemente, ser bem preciso quando se discute evidência empírica, pois a natureza é muito complexa, e as observações estão sujeitas a erros experimentais. Mas no reino das idéias, divorciado da experiência, é possível ser preciso.

3. A Matemática é abstrata

Uma das características da Matemática de nossos dias é sua abstração. Abstrair significa eliminar de uma situação tudo o que não for essencial a um dado propósito. Uma abstração é uma classe de eventos, e cada evento pertence a essa classe por uma determinada propriedade que possua, sendo consideradas irrelevantes quaisquer outras propriedades que tenha.

Há, ainda, na Matemática, diferentes níveis de abstração. Por exemplo, grupos são mais abstratos que números; álgebras universais que grupos; categorias que álgebras universais.

4. A Matemática é absoluta

Os resultados matemáticos são absolutos, ou seja, não são passíveis de revisão com base na experiência. Olhando a Matemátcia como uma coleção de teoremas e de suas provas formais, não há o que discutir quanto à afirmação anterior. Vemos, então, mais uma vez, a diferença entre a Matemática e evidência experimental; esta fica certamente sujeita a revisões à medida que a mensuração se torna mais exata. A adequação de uma disciplina matemática a um dado estudo empírico fica, é claro, sujeita à revisão. A atitude de cada um no que concerne ao absoluto dos resultados matemáticos está, também, ligada ao compromisso que se tenha com a natureza da verdade matemática.

5. A Matemática é simbólica

O uso da notação simbólica é uma das principais características de Matemática. Esse uso está ligado a sua natureza exata, mas ainda mais ao desenvolvimento da Matemática como um tipo de linguagem. A Matemática tem, de fato, muitos aspectos em comum com as linguagens ordinárias. Aliás, Philip H. Phenix, no importante livro Realms of Meaning, afirma, a páginas 71, *In the realms of meaning, mathematics keeps company with the language. The reason for this classification is that mathematics, like the ordinary languages, is a collection of arbitrary symbolic systems. It will be a main goal of the chapter to elaborate and explain this assertion. (Nos domínios do significado, a Matemática faz companhia à linguagem. A razão para essa classificação é que a Matemática, como as linguagens ordinárias, é uma coleção de sistemas simbólicos arbitrários. Será um dos principais objetivos deste capítulo elaborar e explicar essa asserção).*

E um pouco mais adiante: *The uses of ordinary languages are largely practical. Its symbolic systems exist for the most part to serve the everyday needs of comunication. Mathematics is not primarily practical, nor is created as a major basis for social cohesion. To be sure, mathematics has many uses, as its wide applications in science and technology demonstrate. But this practical uses are not of the essence of mathematics, as social uses of ordinary discurse are. Mathematical symbolisms are essentially theoretical. They constitute a purely intellectual discipline, the forms of which are not determined by the exigencies of adjustment to nature and society.*

Many students and teachers of mathematics never really understand the subject because they identify it with calculation for practical ends. Ordinary language is chiefly concerned with the community's adaptation to the actual world of things and people. Mathematics symbolisms occupy an independent, self-contained world of thought. They need not stand for actual things or classes of actual things, as the symbols of ordinary language Mathematics do. Mathematics occupies a world of its own. Its realm is that of "pure" symbolic forms, the applications fo which, no matter how useful, are secundary and incidental to the essential symbolic meanings. (Os usos da linguagem ordinária são largamente práticos. Seus sistemas simbólicos existem para, predominantemente, servir às necessidades diárias de comunicação. A Matemática não é fundamentalmente prática, nem criada como uma base principal para a coesão social. Certamente, a Matemática tem muitos usos, como as amplas aplicações na ciência e na tecnologia demonstram. Mas esses usos práticos não são da essência da Matemática, como o são os usos sociais do discurso ordinário. Os simbolismos matemáticos são essencialmente teóricos. Constituem uma disciplina *puramente intelectual, cujas formas não são determinadas pelas exigências de ajustamento à natureza e à sociedade.*

Muitos estudantes e professores de Matemática nunca entendem realmente o assunto, pois o identificam com cálculo para fins práticos. A linguagem ordinária está principalmente preocupada com a adaptação da comunidade ao mundo real das coisas e pessoas. A Matemática, por outro lado, não tem uma tal relação com a realidade tangível. Os simbolismos matemáticos ocupam um mundo do pensamento independente e auto-suficiente. Não necessitam representar coisas reais ou classes de coisas reais, como o fazem os símbolos da linguagem ordinária. A Matemática ocupa um, mundo próprio. Seu domínio e o das formas simbólicas "puras", cujas aplicações, não importa quão úteis, são secundárias e incidentais para os significados simbólicos essenciais).

6. A Matemática é organizadora

Tão logo uma ciência qualquer ultrapasse o estágio da mera colheita, envolve-se com a atividade de organização das experiências. Como frisa H. Freudenthal, em Mathematics as an Educational Task: *Organizing the reality with mathematical means is today called mathematizing. The mathematician, however, is inclined to disregard reality as soon as the logical conection promises faster progress. A stock of Mathematical experience is formed; it asks for its part to be organized. What kind of means will serve this purpose? Of course, mathematical means again. This starts the mathematizing of mathematics itself; (...) As times goes on, mathematizing applies globally, as the conscions building of theories, of explicit or axiomatic nature. (...) Today, mathematizing mathematics is one of the main* *concerns of mathematicians. In no other science has the habit of recasting become second nature as it has in mathematics. (...) It has been stressed that continuous refashioning is not a whim but a necessity. Everybody knows how fast science develops. To master adquired knowledge, it must be organized. (Organizar a realidade com meios matemáticos é hoje chamado "matematizar". O matemático, no entanto, é inclinado a desconsiderar a realidade tão logo a conexão lógica prometa progresso mais rápido. Forma-se uma reserva de experiência matemática, que pede, por sua vez, para ser organizada. Que tipo de meios servirão a esse propósito? É claro que, de novo, meios matemáticos. Isso inicia a "matematização" da própria Matemática; (...) Com o passar do tempo, a "matematização" se aplica globalmente, com a construção consciente de teorias, de natureza explícita ou axiomática. (...) Hoje, "matematizar" a Matemática é uma das principais preocupações dos matemáticos. Em nenhuma outra ciência se tornou o hábito de remodelar uma segunda natureza como na Matemática. (...) Tem-se enfatizado que a contínua remodelação não é um capricho, mas uma necessidade. Todos sabem quão rápido a ciência se desenvolve. Para dominar o conhecimento adquirido, é necessário organizá-lo).*

E, um pouco mais abaixo, com sua característica ironia: *The most spectacular exemple of organizing mathematics is, of course, Bourbaki. How convincing this organization of mathematics is! So convincing that Piaget could rediscover Bourbaki's system in developmental psychology. Poor Piaget! (O exemplo mais espetacular da organização da Matemática é, evidentemente, Bourbaki. Quão convincente é essa organização da Matemática! Tão convincente que Piaget redescobriria o sistema Bourbaki na psicologia do desenvolvimento. Pobre Piaget!)*

IV. POR QUE APRENDER MATEMÁTICA?

Se, como afirma Dienes algures, começarmos com a questão banal: "Por que aprender Matemática?", receberemos algumas respostas igualmente banais: "porque é útil", "porque é aplicada na ciência, na indústria e no governo". Mas é claro que tais respostas não resistirão a um exame minucioso. Há quem queira também ensinar uma Matemática "prática" para a vida cotidiana. Ora, a Matemática do ponto de vista do dia-a-dia não é útil, ou somente uma fração pequeníssima dela o é. Uma vez que saibamos adicionar, subtrair para pagar e obter troco, há pouco mais que seja necessário, talvez algum conhecimento de medição, para as exigências da vida diária. Poucas pessoas têm de multiplicar e dividir números inteiros e a quase nenhuma é exigido adicionar, subtrair, multiplicar e dividir frações. O uso de outras partes da Matemática na vida comum é ainda mais duvidoso.

Assim, por que aprender Matemática? Somente uma ínfima parcela da população, que irá dedicar-se à Fisica, à Química, à Engenharia, necessitará de Matemática. Então por que submeter o resto da população também ao mesmo programa, que, em geral, lhe é absolutamente desagradável, em honra daquela pequeníssima porção?

Bem, a Matemática é uma conquista cultural da humanidade, como o são a Filosofia, a Poesia, a Música, etc.

Se o princípio da Educação é ser o meio pelo qual a comunidade humana conserva e transmite sua peculiaridade espiritual, deve ser meta da Educação Matemática transmitir a Matemática como patrimônio da cultura. Mas, quando analisamos as características da Matemática de nossa época - e aqui o estudo da História da Matemática pode ajudar nossa compreensão e trazer à luz nossos preconceitos - é possível verificar que muitas delas poderiam encorajar o desenvolvimento de certas atitudes e de certos hábitos de pensamento que fossem adições positivas para se levar uma vida moderna. Por exemplo, a abstração. Como diz Dienes: *The process of getting rid of irrelevancies and cutting trough noise (in information theory terms), and getting down to the real message is certainly a particular competence which would be a great asset to people in the modern world. (O processo de livrar-se do que é irrelevante e de extirpar o ruído (em termos da Teoria da Informação) e de descer à mensagem real e certamente uma competência particular que seria um grande recurso às pessoas no mundo moderno).* Desse modo, e neste ponto entra o Ensino da Matemática, se pudermos engendrar situações para que o processo de abstração, enquanto aprenda as estruturas matemáticas, resulte não somente na aquisição dessas abstrações, mas em aprender a aprender abstração, ou seja, se o processo de abstração pudesse ser aprendido por sua prática real na aprendizagem da Matemática, haveria, por isso, certamente uma razão para se aprender essa ciência.

Argumento semelhante vale para outras características da Matemática enumeradas na seção anterior.

Isto é, em minha opinião, o que pode ser feito.

Ítalo Calvino, o romancista italiano, diz no prefácio de seu livro Seis propostas para o Próximo Milênio: *Minha confiança no futuro da literatura consiste em saber que há coisas que só a literatura com seus meios específicos nos pode dar.*

Do mesmo modo, quero afirmar que, do ponto de vista cultural, há coisas que só a Matemática, com seus meios específicos, nos pode dar. Eis por que ensiná-la.

BIBLIOGRAFIA

CALVINO, Ítalo. *Seis Propostas para o Próximo Milênio*, São Paulo: Companhia das Letras, 1990.

DIENES, Zoltan Paul. *Learning Mathematics*. In G.T. Wain (ed.). Mathematical Education, Van Nostrand Reinhold, New York, 1978.

FREUDENTHAL, Hans. *Mathematics as an Educational Task*. D. Reidel, Dordrecht, 1973.

JAEGER, Werner. *Paidéia*. Martins Fontes e Editora da Universidade de Brasília, 1986.

KANT, Immanuel. *Education*. The University of Michigan Press, 1966.

MONK, J. Donald. *Mathematical Logic*. New York: Springer-Verlag, 1976.

PHENIX, Philip H. *Realms of Meaning*. New York: McGrow-Hill, 1964.