

## Elección de un contraste de hipótesis por estudiantes universitarios

### Carmen Batanero

Universidad de Granada  
Granada, España

✉ [batanero@ugr.es](mailto:batanero@ugr.es)

ORCID [0000-0002-4189-7139](https://orcid.org/0000-0002-4189-7139)


### Osmar Vera


Universidad de Cádiz  
Cádiz, España

✉ [osmar.dario@uca.es](mailto:osmar.dario@uca.es)

ORCID [0000-0003-2163-8516](https://orcid.org/0000-0003-2163-8516)



2238-0345 

10.37001/ripem.v14i3.3769 

Recibido • 02/02/2024  
Aprobado • 01/06/2024  
Publicado • 01/08/2024

Editor • Gilberto Januario 

**Resumen:** El contraste de hipótesis es un contenido básico en los cursos universitarios de estadística, originando un gran interés por su enseñanza. Utilizando el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemáticas, el objetivo de este trabajo fue analizar la forma en que los estudiantes universitarios eligen un contraste adecuado para resolver un problema e identificar los conflictos semióticos subyacentes. Para ello, se propone a una muestra de 224 estudiantes un problema abierto, en el que se les pide decidir el contraste a utilizar. Mediante el método de análisis de contenido, se clasifican las respuestas escritas individuales en categorías, a las cuales se aplica el análisis semiótico. Pocos participantes eligen un contraste correcto, aunque un 40% adicional da una respuesta parcialmente correcta, olvidando alguno de los supuestos requeridos. En las respuestas incorrectas se observan conflictos semióticos como confundir contraste unilateral y bilateral, población y muestra y estadístico y parámetro.

**Palabras clave:** Contraste de Hipótesis. Elección de un Contraste. Conflictos Semióticos. Estudiantes Universitarios.

### Choice of a hypothesis test by university students

**Abstract:** Hypothesis testing is a core content in undergraduate statistics courses, which has led to a great interest in its teaching. Using the ontosemiotic approach to mathematical cognition and instruction, the aim of this paper was to analyse how university students choose an appropriate test to solve a problem and to identify the underlying semiotic conflicts. For this purpose, a sample of 224 students was given an open problem, in which they were asked to decide which test should be used. Using the content analysis method, the individual written answers were classified into categories, to which the semiotic analysis was applied. Few participants choose a correct contrast, although a further 40% give a partially correct answer, forgetting some of the required assumptions. Semiotic conflicts such as confusing one-sided and two-sided contrast, population and sample and statistic and parameter are observed in the incorrect answers.

**Keywords:** Hypothesis Tests. Selection of a Test. Semiotic Conflicts. University Students.

### Escolha de um contraste de hipótese por estudantes universitários

**Resumo:** Os testes de hipóteses são um conteúdo essencial nos cursos de licenciatura em Estatística, o que tem suscitado um grande interesse no seu ensino. Utilizando a abordagem ontosemiótica da cognição e instrução matemáticas, o objetivo deste trabalho foi analisar o modo como os estudantes universitários escolhem um contraste adequado para resolver um problema e identificar os conflitos semióticos subjacentes. Para o efeito, foi apresentado a uma amostra de 224 estudantes um problema aberto, no qual lhes era pedido que decidissem qual o

contraste a utilizar. Utilizando o método de análise de conteúdo, as respostas escritas individuais são classificadas em categorias, às quais é aplicada a análise semiótica. Poucos participantes escolhem um contraste correto, embora outros 40% dêem uma resposta parcialmente correta, esquecendo algumas das hipóteses exigidas. Nas respostas incorrectas, observam-se conflitos semióticos, como a confusão entre contraste unilateral e bilateral, população e amostra e estatística e parâmetro.

**Palavras-chave:** Teste de Hipóteses. Escolha do Teste. Conflitos Semióticos. Estudantes Universitários.

## 1 Introducción

Los contrastes de hipótesis son ampliamente utilizados en la investigación en diferentes áreas de conocimiento y, como consecuencia, su enseñanza se incluye en estudios universitarios de grado, maestría y doctorado (López-Martín, Álvarez-Arroyo & Roldán, 2021). Este tema se introducía en España, hasta muy recientemente en el último curso de bachillerato para los estudiantes de ciencias sociales e incluso se proponían contraste de hipótesis en las pruebas de evaluación para el ingreso en la Universidad (López-Martín, Batanero, Díaz-Batanero & Gea, 2016). A pesar de su enseñanza generalizada, se han realizado muchas críticas al uso inadecuado del mismo en la investigación empírica, pues los investigadores los usan sin tener en cuenta los supuestos de cada método y con frecuencia los interpretan incorrectamente (Harlow *et al.*, 2016; Lecoutre & Poitevineau, 2022; Mayo & Hand, 2022; Wang, 2020).

Ante esta situación, Harradine, Batanero y Rossman (2011) sugieren que, mientras que la realización de los cálculos asociados con los contrastes de hipótesis es hoy día muy sencilla gracias al software estadístico, los estudiantes continúan teniendo dificultades en los aspectos conceptuales e interpretativos del trabajo con los mismos. Ello ha motivado a muchos investigadores a analizar las dificultades de los estudiantes universitarios en el tema (por ejemplo, López-Martín *et al.*, 2021; Oliveira & Silva, 2016; Vera, Díaz & Batanero, 2011).

Un punto no investigado, sin embargo, ha sido la elección de un contraste adecuado por parte de los estudiantes, ya que no basta tener acceso a la tecnología de cálculo, si no se es consciente del método que conviene aplicar entre un gran abanico de posibilidades, de acuerdo con los supuestos que se cumplan. Para dar una respuesta posible a esta limitación, presentamos en este trabajo un estudio exploratorio que analiza la elección que realiza una muestra de estudiantes españoles de psicología del contraste que conviene aplicar para contrastar una hipótesis en una situación de su ámbito profesional. El estudio tiene un doble objetivo:

- El primero consiste en estimar la proporción de estudiantes en la muestra que en una situación sencilla eligen adecuadamente el contraste adecuado.
- El segundo, identificar y clasificar los conflictos semióticos de los estudiantes (Godino, Batanero & Font, 2007, 2019) y comparar con otros conflictos descritos anteriormente (Alvarado, 2007; Cañadas, Batanero, Díaz-Batanero & Roa, 2012) respecto al contraste de hipótesis.

En lo que sigue se presentan los fundamentos del trabajo, el método empleado, los resultados obtenidos y su discusión para finalizar con algunas conclusiones.

## 2 Fundamentos

En este trabajo nos basamos en ideas teóricas propuestas en el enfoque onto-semiótico (Godino *et al.*, 2007; 2019) en el que el significado de los objetos matemáticos surge de las prácticas realizadas en la resolución de problemas. En Godino, Burgos y Gea (2022) se analiza

esta concepción de significado y su relación con otras teorías de significado en educación matemática. En el EOS se diferencia entre significado institucional y personal, dependiendo si las prácticas se realizan dentro de una institución matemática o escolar, donde se comparten problemas y métodos o son específicas de una persona.

En las prácticas matemáticas, intervienen diferentes objetos matemáticos, que se clasifican en el EOS en las siguientes categorías como entidades primarias:

- *Situaciones-problemas*, de donde surge el objeto y que pueden ser matemáticas o extra matemáticas. El contraste estadístico de hipótesis aparece en situaciones de toma de decisión o comparación de poblaciones en muchos campos de la actividad humana: En la investigación se utilizan para comparar características de una o más poblaciones, diferenciándose entre pruebas paramétricas y de distribución libre.
- *Lenguaje*: palabras, símbolos o expresiones simbólicas o gráficos que se utilizan para representar y trabajar con otros objetos matemáticos; por ejemplo, usamos los símbolos  $\mu$ , y  $\sigma$  para representar la media y desviación típica de una población, mientras que usamos  $x$ , y  $s$  para la media y desviación muestral.
- *Conceptos*: son introducidos mediante definiciones o descripciones, por ejemplo: los de población y muestra, de estadístico y parámetro, la distribución muestral, el contraste unilateral y bilateral, la zona de rechazo y la de zona de aceptación, p-valor, nivel de significación de la prueba.
- *Propiedades*: por ejemplo, que las hipótesis nula y alternativa son complementarias y cubren el espacio paramétrico y que el tipo de contraste (unilateral o bilateral) determina las regiones de aceptación y rechazo de la hipótesis nula, que se rechaza la hipótesis nula cuando el p-valor es menor que el nivel de significación.
- *Procedimientos*: se trata de algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo como los que se requieren en la tipificación y en general para determinar probabilidades.
- *Argumentos*: son enunciados que se utilizan para justificar o explicar las soluciones a los problemas o demostrar propiedades.

En esta lista, algunos objetos son ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y otros que no lo son tienen que ser representados. Los símbolos (significantes) remiten a entidades conceptuales (significados), pero, a pesar de su importancia, con frecuencia causan dificultades a los estudiantes al momento de ser interpretados. Godino *et al.* (2007, 2019) consideran la noción de función semiótica como una correspondencia con tres componentes:

- La expresión (objeto inicial o signo);
- El contenido (objeto final, o significado del signo);
- La regla de correspondencia que relaciona la expresión y su contenido.

Los autores denominan *conflicto semiótico* a las interpretaciones que se realizan de expresiones matemáticas que no concuerdan con lo que se trata de transmitir desde la institución (significados institucionales); por ejemplo, un estudiante puede interpretar incorrectamente (significados personales) lo que se presenta en un texto o por parte de su profesor. Además, los conflictos semióticos se pueden clasificar en conceptuales (confusión entre conceptos o propiedades), notacionales (uso o interpretación del lenguaje matemático) y procedimentales (si afectan a los procedimientos). Godino *et al.* (2007) señalan que estos conflictos semióticos

producen equivocaciones en los estudiantes, que no ocurren por falta de conocimiento, sino se deben a una interpretación incorrecta de expresiones matemáticas.

En este trabajo utilizaremos el análisis semiótico propuesto por estos autores, para analizar las respuestas incorrectas de los estudiantes al elegir un contraste de hipótesis. Este análisis consiste en la identificación de las prácticas matemáticas de los estudiantes al tratar de resolver la pregunta planteada y el análisis de los objetos y procesos matemáticos implicados. Como resultado se identificarán algunos conflictos semióticos de estos estudiantes, que se producen al realizar una función semiótica no adecuada desde el punto de vista de la interpretación institucional.

### 3 Antecedentes

Los estudios más frecuentes sobre la comprensión del contraste de hipótesis se centraron en especial en el nivel de significación, describiendo errores como su interpretación como probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta o aplicando la lógica de la inferencia bayesiana (Amrhein, Greenland & McShane, 2019; Birnbaum, 1982; Lecoutre & Poitevineau 2022).

Un punto relacionado con la elección de un contraste de hipótesis es la interpretación y planteamiento de las hipótesis estadísticas por parte de los estudiantes, que ha sido analizado por varios autores. Así, Vallecillos (1994) analiza en su trabajo la comprensión de varios conceptos ligados al contraste de hipótesis en una muestra muy amplia de estudiantes universitarios de distintas especialidades, incluidos estudiantes de psicología. Uno de ellos fue la comprensión de las hipótesis estadísticas, indicando varias interpretaciones incorrectas, aunque utiliza el término conflicto semiótico. Por ejemplo, el 13% de los sujetos de su muestra confundieron la hipótesis nula con la alternativa y el 20% de los estudiantes no parecieron comprender que la hipótesis del contraste se refiere al parámetro de la población, planteando sus hipótesis utilizando el estadístico muestral.

Vera *et al.* (2011) investigan la forma en que una muestra de estudiantes de psicología establece las hipótesis de un contraste en un problema de aplicación. Analizan con detalle las diferentes soluciones aportadas por los estudiantes para identificar los conflictos semióticos. Entre otros conflictos, los autores destacan la confusión entre estadístico y parámetro (28,6% de estudiantes) y el 24% de los estudiantes plantean las hipótesis de un contraste bilateral, cuando correspondería a un contraste unilateral, lo que implica la confusión entre contrastes unilaterales y bilaterales. Por otro lado, unos pocos estudiantes (1,3%) plantean las hipótesis utilizando el estadístico muestral, en lugar del parámetro. Estos errores se confirman en Batanero, Vera y Díaz (2012), utilizando un cuestionario con ítems de opción múltiple a una muestra de estudiantes de psicología. Los autores informan que el 12% de los estudiantes admiten hipótesis estadísticas incorrectamente planteadas y el 37,5% confunde los errores tipo I y tipo II. Varios de estos conflictos son confirmados en el trabajo de Cañadas *et al.* (2012), llevado a cabo con estudiantes de psicología, la mitad de los cuales confundían las hipótesis nulas y alternativas o bien el estadístico con el parámetro.

En una investigación realizada con estudiantes de bioestadística, Oliveira y Silva (2016) proponen un problema de contraste de hipótesis, analizando los pasos en el proceso e identificando los conflictos semióticos. Encuentran que el 54,9 % de estudiantes formula inadecuadamente las hipótesis del contraste; de ellos 21% formulan hipótesis bilaterales que debía ser unilaterales o formulan una hipótesis unilateral en sentido contrario al requerido (24,5%). Por otro lado, 10,5% de los estudiantes resuelven el problema aplicando un contraste erróneo, por ejemplo, el contraste de la media o el contraste Chi-cuadrado.

Por su parte, López-Martín *et al.* (2021) se centran también en analizar los conflictos

semióticos de una muestra de futuros profesores de educación secundaria relacionados con las hipótesis de un contraste, que clasifican en conflictos de interpretación, conceptuales y procedimentales, siendo predominantes los conflictos conceptuales. Entre ellos destacan el confundir estadístico y parámetro (9,6%), confundir hipótesis nula y alternativa (5,4%), considerar las hipótesis como no complementarias (5,4%).

En un trabajo realizado con estudiantes de ingeniería, Figueroa y Baccelli (2019) estudian los significados que asignan a los contrastes de hipótesis. Indican que sólo el 10% reconocieron el parámetro y el estadístico con su distribución correspondiente y plantearon correctamente la hipótesis nula, pero no así la alternativa. Del mismo modo un 16,7 % no encontró una regla de decisión óptima entre las hipótesis al proponer una prueba bilateral, mientras que era unilateral. Otro 13% determinó como decisión óptima una zona crítica por la derecha, mientras debía marcarse a la izquierda.

#### 4 Muestra y tarea propuesta

La muestra participante en la investigación estuvo formada por 224 estudiantes del segundo curso de Psicología de la Universidad de Huelva. Los datos fueron recogidos como parte de una evaluación de la asignatura Análisis de Datos 2 que incluye conceptos de muestreo, estimación de intervalos de confianza y contraste de hipótesis sobre medias y proporciones, así como análisis de varianza. Los estudiantes habían cursado el año anterior Análisis de Datos 1, donde se estudia estadística descriptiva y probabilidad.

La tarea que se analiza en este trabajo se presenta en la Figura 1, que se ha tomado con ligeras modificaciones de la utilizada por Vera et al. (2011). Los autores analizaron la forma en que los estudiantes de su muestra establecieron las hipótesis del contraste, mientras nosotros solicitamos decidir qué contraste se debe utilizar.

**Figura 1:** Enunciado de la tarea propuesta a los estudiantes

*Problema.* Se sabe por diversos trabajos de investigación que la velocidad lectura de los niños de seis años españoles sigue una distribución normal con media de 40 palabras por minuto y varianza igual a 16. Un profesor quiere saber si los niños de su clase se sitúan o no en la media de palabras por minuto. Para ello mide la velocidad de lectura en los 25 niños de su clase, obteniendo una media de 43 palabras por minuto. ¿Qué tipo de contraste de hipótesis se debe utilizar?

**Fuente:** Adaptado de Vera *et al.* (2011)

Para realizar una prueba de hipótesis, el primer paso es identificar todos los datos emergentes del enunciado para luego plantear la hipótesis nula y la alternativa. De la lectura del enunciado, y puesto que se quiere comprobar si los niños de la clase descrita tienen una velocidad lectora media de 40 palabras por minuto, se debe emplear un contraste sobre la media  $\mu$  de una única población (niños de seis años). En consecuencia, para resolver el problema se debe contrastar un valor de la media poblacional, en concreto la hipótesis nula adecuada al contraste es  $H_0: \mu = 40$ . Ya que se desea contestar a la pregunta de si los niños de la clase (población) se sitúan o no en la media de palabras por minuto, habría que aplicar un contraste bilateral, donde la hipótesis alternativa es  $H_1: \mu \neq 40$ . Por tanto, las hipótesis estadísticas del contraste son:  $H_0: \mu = 40$  vs  $H_1: \mu \neq 40$ .

Del texto del problema, también se deduce que la varianza ( $\sigma^2$ ) es conocida y su valor es 16, y de la misma se puede identificar la desviación típica ( $\sigma$ ), calculando su raíz cuadrada. De todo lo explicado, se desprende que la respuesta correcta a la tarea presentada es que se debe aplicar un contraste bilateral sobre la media de la población  $\mu$  con  $\sigma = 4$ . Siendo la población



de partida normal, el estadístico de contraste a utilizar también sigue una distribución normal y sería  $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ , donde  $\mu_0 = 40$ , es la media poblacional cuando la  $H_0$  es verdadera y  $\sigma^2 = 16$  es la varianza poblacional.

## 5 Categorías de análisis

Una vez recogidas las respuestas de los estudiantes, se procedió a analizarlas utilizando el análisis de contenido. Esta técnica asume que las unidades de un texto pueden clasificarse en un número reducido de categorías (Krippendorff, 2013), y se emplea para efectuar inferencias sobre su contenido mediante la identificación sistemática y objetiva de sus características específicas (Neuendorf, 2016). La fiabilidad de la codificación se aseguró mediante revisiones sucesivas y discusión entre los autores del trabajo de los casos discordantes hasta alcanzar un consenso.

A continuación, se describen las categorías encontradas para cada uno de los tipos de respuestas, que se clasificaron como: correctas, parcialmente correctas e incorrectas, realizando un análisis semiótico de un ejemplo en cada categoría. Dicho tipo de análisis ha sido aplicado en investigaciones previas, como la de Oliveira y Silva (2016) o Vera *et al.* (2011) y consiste en reproducir el proceso de razonamiento que se deduce de la respuesta, identificando los objetos matemáticos utilizados y los posibles conflictos semióticos. En la primera columna de cada cuadro se reproduce, como ejemplo, la respuesta de un estudiante y en la segunda se realiza el análisis semiótico de la misma.

### *Respuestas Correctas*

*C. Contraste de hipótesis bilateral de la media de una población normal con desviación típica conocida.* Los estudiantes que hemos clasificado en esta categoría, identificaron correctamente todos los datos del enunciado y respondieron que se ha de llevar a cabo un contraste bilateral, sobre una sola media poblacional. Además, comprenden que la desviación típica poblacional es conocida, y la población es normal, pues se dan estos datos en la tarea. En ocasiones, como en el ejemplo mostrado en el Cuadro 1, indican explícitamente y con notación adecuada las hipótesis a contrastar y el estadístico de contraste, que sería el valor observado de la media de la muestra, previamente tipificado.

**Cuadro 1:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría C

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
$H_0 \equiv \mu_1 = 40$ $H_1 \equiv \mu_1 \neq 40$ Contraste de hipótesis de una sola media, con varianza conocida, bilateral $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– El estudiante reconoce y aplica en el problema los conceptos de población, muestra, media y desviación típica muestrales. Identifica el parámetro que se debe contrastar (media de la población) y el valor hipotético de la misma (40). Reconoce que la desviación típica de la población es conocida (conceptos y propiedades).</li> <li>– Establece correctamente las hipótesis nula y alternativa, con una notación adecuada (conceptos, propiedades y lenguaje).</li> <li>– Identifica correctamente que se debe emplear el contraste bilateral referido a una única población (campo de problemas).</li> <li>– Especifica correctamente el estadístico de prueba (concepto y procedimiento). Aplica la fórmula de la tipificación, utilizando la media muestral y poblacional y la desviación típica del estadístico media muestral con notación correcta</li> </ul>

	(conceptos, procedimientos, propiedades, lenguaje).
--	-----------------------------------------------------

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

*Respuestas parcialmente correctas que hacen referencia a la media como parámetro a contrastar*

Las siguientes respuestas son parcialmente correctas pues, aunque identifican el contraste de hipótesis adecuado, olvidan explicitar o confunden alguna de las condiciones que son necesarias para la selección del contraste adecuado.

*PC1. Contraste unilateral de hipótesis de la media de una población normal con desviación típica conocida.* En esta categoría situamos los estudiantes que interpretan de los datos del problema que se trata de un contraste de hipótesis para una media y la desviación típica es conocida, pero han deducido, incorrectamente que se trata de un contraste unilateral. Se desprende un conflicto al trabajar con un campo de problemas que no se ajusta a la tarea, el de los contrastes unilaterales, en lugar de seleccionar un contraste bilateral. La confusión entre estos contrastes fue citada por Figueroa y Baccelli (2019), Oliveira y Silva (2016) y Vera et al. (2011) y supone una confusión de las regiones de aceptación y rechazo en un contraste de hipótesis, que ya fue identificado por Vallecillos (1994). En el Cuadro 2, reproducimos el análisis semiótico de un ejemplo.

**Cuadro 2:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría *PC1*.

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
<p><i>Contraste de hipótesis para una media con sigma conocida.</i></p> <p><i>Contraste unilateral derecho</i></p> <p><math>H_0 \equiv \mu_1 = 40</math></p> <p><math>H_1 \equiv \mu_1 &gt; 40</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– El estudiante reconoce y aplica en el problema los conceptos de población, media y desviación típica poblacional, identificando el parámetro que se debe contrastar (media de una población) y el valor hipotético de la misma (40). Reconoce que la desviación típica poblacionales conocida. Usa símbolos adecuados (conceptos, propiedades y lenguaje).</li> <li>– El estudiante reconoce que el contraste pone en juego una sola población (campo de problemas). Sin embargo, hace una interpretación incorrecta del enunciado, asumiendo un contraste unilateral derecho (<i>conflicto</i> entre campos de problemas).</li> <li>– Como consecuencia establece las hipótesis nula y alternativa que corresponderían al contraste unilateral en vez de bilateral (<i>conflicto</i> conceptual), aunque la notación es adecuada (conceptos, propiedades y lenguaje).</li> <li>– No especifica el estadístico de prueba que requiere en la solución.</li> </ul>

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

*PC2. Contraste de hipótesis de la media de una población normal con desviación típica conocida.* Aunque estos estudiantes identifican correctamente que se debe aplicar el contrastaste para una sola media con desviación típica conocida, no indican que se trata de una prueba bilateral, por lo que aparece un conflicto semiótico al confundir las condiciones de aplicación del contraste unilateral y bilateral. Oliveira y Silva (2016) y Vera et al. (2011) describieron esta confusión. Observan que esta respuesta implicará una confusión en las regiones de rechazo y aceptación que se debe aplicar, confusión citada en el trabajo de Vallecillos (1994), pues en el contraste bilateral la región de rechazo se sitúa a ambos lados de la de aceptación, mientras en el contraste unilateral se construye solo a un lado de la misma. En el Cuadro 3 se analiza un ejemplo donde el estudiante no especifica que se debe aplicar un contraste bilateral y no queda claro si lo identifica; tampoco hace referencia al estadístico de contraste.

**Cuadro 3:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría PC2.

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
<i>Contraste de una media poblacional, con <math>\sigma</math> conocida</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– El estudiante reconoce que el contraste pone en juego una sola población (campo de problemas). También indica que el contraste se debe realizar para la media de la población (concepto). No indica si se trata de un contraste bilateral o unilateral (posible conflicto semiótico respecto al campo de problemas).</li> <li>– Interpreta que la desviación típica de la población es conocida. Usa el símbolo adecuado (concepto y representación).</li> <li>– No especifica la fórmula ni el estadístico que usaría para la toma de decisiones en el contraste, por lo que no queda claro si identifica el estadístico y su distribución (conceptos y procedimiento).</li> </ul>

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

*PC3. Contraste de una media.* En esta categoría agrupamos a los estudiantes que solamente indican que se trata de un contraste de una media y no indican que se trata de una prueba bilateral, ni si es o no conocida la desviación típica. Tampoco se alude a si la media a contrastar es la de la población. En el Cuadro 4, realizamos un análisis semiótico de una respuesta en esta categoría que añade al conflicto indicado en la categoría PC1, la posible confusión entre media y población y estadístico y parámetro, citada por Batanero et al. (2012), Cañadas et al. (2021), López-Martín et al. (2021) y Vera et al. (2011). Hacemos notar que en caso de que la desviación típica sea desconocida, el estadístico de contraste seguiría una distribución t de Student y sería  $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$  donde s es la estimación de la desviación típica.

**Cuadro 4:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría PC3.

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
<i>Contraste de una media</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Reconoce se trata de una prueba de hipótesis referida a la media, pero no indica si el contraste se realiza sobre la media de la población o la de la muestra. Posibles conflictos al no diferenciar la población y muestra, así como estadístico y parámetro.</li> <li>– Reconoce que el contraste pone en juego una sola población, al responder que se trata de “contraste de una media” (campo de problemas).</li> <li>– No alude a la desviación típica, no queda claro si interpreta que la misma es conocida.</li> <li>– No declara la fórmula ni el estadístico que usaría para la toma de decisiones en el contraste, no queda claro si identifica el estadístico y su distribución.</li> </ul>

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación.

### *Respuestas incorrectas*

Los errores encontrados en las respuestas incorrectas de los estudiantes se refieren al uso de pruebas unilaterales, en vez de bilaterales, considerar dos o más poblaciones o no relacionar la pregunta con el tipo de contraste. Las agrupamos en las categorías siguientes:

*II. Contraste de dos medias relacionadas.* Del análisis semiótico del ejemplo mostrado



en el Cuadro 5, en esta categoría se desprende un conflicto al tomar un campo de problemas que no se ajusta a la tarea, el de contraste de dos medias (es decir en dos poblaciones diferenciadas). La aplicación de un campo de problemas que no se ajusta a lo requerido ya fue citada por Cañadas et al. (2021). El estudiante confunde entonces media muestral y poblacional (estadístico y parámetro), error citado por Batanero et al. (2012), Cañadas et al. (2021), López-Martín et al. (2021) y Vera et al. (2011), pues supone que los niños de la clase constituyen una segunda población. Con todo, reconoce que el parámetro a contrastar es la media; no se indica nada sobre la desviación típica. Al igual que en Cañadas et al. (2021) se trata de aplicar un contraste inadecuado.

**Cuadro 5:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría *I1*.

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
<p><i>Contraste de medias relacionadas</i></p> $H_0 \equiv \mu_1 = \mu_2$ $H_1 \equiv \mu_1 \neq \mu_2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante reconoce y aplica en el problema el concepto de media; aparentemente, se refiere a la media poblacional por las hipótesis que plantea, pero no lo especifica ni parece identificar el valor hipotético de la misma (40) (<i>conflicto</i> de interpretación de los datos del enunciado)</li> <li>- Plantea dos hipótesis estadísticas complementarias con símbolos adecuados (conceptos, propiedades y lenguaje). Sin embargo, muestra un <i>conflicto</i>, pues, tanto en su respuesta verbal como en las hipótesis planteadas se hace referencia a la comparación de dos medias (<i>conflicto</i> en la identificación del campo de problemas).</li> <li>- Posiblemente ese <i>conflicto</i> enmascare otro, consistente en confundir estadístico (media muestral) con parámetro (media poblacional),</li> <li>- Con la palabra “relacionadas” aparece otro <i>conflicto</i>, pues hace referencia al menos a dos variables en una única población, mientras en la situación descrita sólo hay una variable (propiedad y concepto).</li> </ul>

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

*I2. Análisis de varianza.* En esta categoría agrupamos a los estudiantes que han respondido que utilizarían un modelo análisis de la varianza para dar respuesta a la pregunta planteada por el investigador en el problema propuesto.

**Cuadro 6:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría *I2*.

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
<p><i>Anova de 2 factores</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante realiza una interpretación inadecuada del enunciado, mostrando un <i>conflicto</i> al afirmar que la prueba a aplicar es un análisis de la varianza (<i>conflicto</i> de confusión del campo de problemas).</li> <li>- No reconoce que del problema se desprende solo la presencia de una única población (concepto).</li> <li>- Otro <i>conflicto</i> aparece con la frase “2 factores” ya que supone habría dos variables independientes (concepto).</li> </ul>

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

Este método de análisis sería apropiado si en la situación descrita en el enunciado hubiese presentes tres o más variables para comparar, pues esa es una condición para aplicar este modelo estadístico. Sin embargo, el problema planteado solo pone en juego una población. En el Cuadro 6 realizamos un análisis semiótico de un ejemplo del que emergen dos conflictos semióticos: a) que el modelo elegido (análisis de la varianza) no es el adecuado, y por tanto se

produce un conflicto relacionado con la confusión del campo de problemas; esta confusión fue citada en Cañadas et al. (2021) y b) que el estudiante asume la presencia de dos variables (factores) para estudiar (propiedades), posiblemente por pensar que la edad de los niños es una segunda variable. Por tanto, manifiesta otro conflicto semiótico en la interpretación del concepto factor.

*13. Contraste de hipótesis bilateral.* Algunos estudiantes responden a la pregunta solamente con la frase “contraste bilateral”, lo que supone un gran número de omisiones en su respuesta, como indicar si la prueba de contraste se refiere a la media y si la desviación típica es conocida (ver ejemplo analizado en el Cuadro 7). Se deduce que los estudiantes manifiestan los conflictos anteriormente citados, es decir, no diferenciar estadístico y parámetro y no reconocer el estadístico de contraste.

**Cuadro 7:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría *I3*.

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
<i>Contraste bilateral</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– El estudiante indica se trata de una prueba bilateral (campo de problemas); por tanto, diferencia el contraste bilateral y unilateral (propiedad).</li> <li>– No especifica que parámetro se contrasta (concepto); puede enmascarar alguna confusión entre estadístico y parámetro (<i>conflicto</i>).</li> <li>– No alude a la desviación típica, no queda claro si puede interpretar correctamente si es o no conocida la desviación típica y si reconoce o no el estadístico de contraste.</li> </ul>

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

*14. Cálculo de la potencia del contraste.* Hemos clasificado en esta categoría a los estudiantes que han respondido a la tarea indicando que hay que realizar un estudio de la potencia del contraste. Dicho estudio no es en sí un contraste de hipótesis, sino un complemento a la realización del mismo.

**Cuadro 8:** Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría *I4*

Respuesta (Expresión)	Contenido (Análisis de la respuesta)
<i>Potencia del contraste</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– El estudiante muestra una confusión entre los conceptos de contraste y potencia</li> <li>– No indica un parámetro bajo prueba (fallo en la particularización de un concepto).</li> <li>– No parece identificar los datos que emergen de la tarea: varianza conocida, contraste bilateral, población normal (<i>conflicto</i> en la interpretación del enunciado).</li> </ul>

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

En el ejemplo del Cuadro 8 vemos que la respuesta dada por este estudiante no es la adecuada. Esencialmente, el conflicto que emerge se basa en no reconocer que la potencia de una prueba de hipótesis es una probabilidad, que específicamente se calcula cada vez que se quiere controlar el porcentaje de veces que se acepta la hipótesis alternativa (para un valor dado fijo del parámetro) cuando esta es cierta, es decir, de rechazar la hipótesis nula, cuando esta es falsa. Además, el estudiante no identifica los datos del problema, por lo que muestra conflicto en la interpretación de los mismos.

Finalmente, algunas respuestas no se relacionan con la pregunta planteada, por ejemplo,

muestran algunos cálculos aislados, como la tipificación; y otros estudiantes no responden a la pregunta.

## 6 Resultados y discusión

En las siguientes secciones presentamos, en primer lugar, la frecuencia de las diferentes categorías de las respuestas de los estudiantes y seguidamente se resumen los conflictos semióticos identificados en el análisis semiótico de las mismas.

### 6.1 Respuestas en la elección del contraste

Los resultados de las respuestas de los estudiantes se resumen en la Tabla 1.

**Tabla 1:** Frecuencias y porcentajes de respuestas a la elección del contraste

Parámetro a contrastar	Categorías	Frecuencia	Porcentaje
Media de una población	C. Contraste bilateral de la media de una población normal, $\sigma$ conocida	33	14,7
	PC1. Contraste unilateral, de la media de una población normal, $\sigma$ conocida	13	5,8
	PC2. Contraste de la media de una población normal con $\sigma$ conocida	36	16,1
	PC3. Contraste de una media	43	19,2
Más de una media	I1. Comparación de dos medias relacionadas	41	18,3
	I2. Análisis de la varianza	1	0,4
No indica	I3. Contraste bilateral	5	2,2
	I4. Cálculo de la potencia del contraste	12	5,4
	I5. No relacionados con la tarea	3	1,3
	No responde	37	16,5
Total		224	

**Fuente:** Realizado por los autores con datos de la investigación

Puede observarse en la misma la escasez de respuestas totalmente correctas, algunas de las cuáles pueden indicar dificultad de verbalización de los conceptos, pues posteriormente alrededor del 20% de estudiantes lograron finalizar e interpretar correctamente el contraste.

Pocos estudiantes indican claramente que se trabaja con un contraste bilateral (únicamente aquellos clasificados en las categorías C e I3, aunque, la proporción es, en todo caso, similar a la observada en Oliveira y Silva (2016) que fue el 21%. Además, un 5.8 % de los participantes en el estudio sugiere el uso de un contraste unilateral, y otro 15.1% no indica si se debe usar un contraste unilateral o bilateral. Todos ellos presentan un conflicto consistente

en confundir contraste unilateral y bilateral, que se une al conflicto consistente en confundir las regiones de aceptación y rechazo unilaterales y bilaterales, este último ya encontrado en Oliveira y Silva (2016) y Vera *et al.* (2011)

Las respuestas parcialmente correctas suponen el 35.3% del total de la muestra. Tanto los estudiantes con estas respuestas, como aquellos que dan respuestas correctas, identifican el parámetro sobre el que se realiza el contraste (media poblacional). Por tanto, una parte de los estudiantes que dan respuestas parcialmente correctas han llegado a identificar el tipo de contraste correcto, pero lo expresan incorrectamente, mostrando un conflicto de representación.

Un alto porcentaje (50%, al contabilizar parcialmente correctas y correctas) reconoce que el contraste de hipótesis se refiere a un parámetro de una única población. El porcentaje de respuestas incorrectas (50%) se divide entre los que indican más de un parámetro o no se refieren al parámetro cuando responden. Destacamos el 18,3% que supone se debe realizar un contraste de dos medias relacionadas, confundiendo la media muestral con la media de una segunda población.

Finalmente destacamos el alto porcentaje de estudiantes que no responde o da respuestas no relacionadas con la tarea. Se deduce que, de la mitad de la muestra, incluso en esta situación tan sencilla no es capaz de decidir qué tipo de contraste se debería aplicar.

## 6.2 Conflictos semióticos en la elección del contraste

En el análisis semiótico de los ejemplos de las diferentes categorías de respuestas realizado en la Sección 4.1 se han identificado los siguientes conflictos semióticos, que pueden aparecer al elegir un contraste inadecuado al problema propuesto a los estudiantes de la muestra:

- *No reconocer que para resolver el problema propuesto se debe utilizar un contraste bilateral*, que aparece en las respuestas parcialmente correctas PC1, PC2 y PC3 (conflicto procedimental). En total un 35.3% de los estudiantes aparenta tener este conflicto, o al menos no especifican claramente que se debe utilizar un contraste de hipótesis bilateral. Hay implícito un *conflicto semiótico conceptual* en que no se diferencia claramente los conceptos de contraste unilateral y bilateral y puede llevar a la construcción de unas regiones de aceptación y rechazo erróneas, lo que invalidará todo el procedimiento y sus conclusiones. La confusión entre hipótesis unilaterales y bilaterales ya apareció en el planteamiento de las hipótesis en la investigación de Vallecillos (1994) y Vera *et al.* (2011).
- *No identificar la desviación típica de la población, que es conocida*, que aparece en las categorías PC3, además de en I3; en total un 21,4 % de estudiantes. Subyace la confusión entre *la desviación típica de la población y de la muestra* (conflicto conceptual), que es un caso particular del conflicto de *discriminación entre estadístico y parámetro*, ya señalado anteriormente, al igual que por Harradine *et al.* (2011), López-Martín *et al.* (2021), Schuyten (1991) y Vera *et al.* (2011), o identificar el parámetro sobre el que se debe realizar el contraste (aparece en las categorías I1 hasta I5, en total en 22.2% de estudiantes). Hay un *conflicto en la identificación del campo de problemas* que se debe aplicar, debido a una interpretación incompleta de los datos del enunciado de la tarea.
- Considerar que hay más de una población presente en el problema (aparece en un 18,8% de estudiantes, distribuidos en las categorías I1 e I2). Subyace un *conflicto conceptual consistente en la confusión de población y muestra*, suponiendo que los alumnos del colegio constituyen una población diferente a la del resto de niños del país, en lugar de ser la muestra bajo estudio. Son el 18,7% de los participantes.

Aunque algunos de estos conflictos ya se informaron en las investigaciones previas, sobre el establecimiento de hipótesis de un contraste o la construcción de las regiones de aceptación y rechazo, es la primera vez que los identificamos en la elección de un contraste de hipótesis adecuado a un problema particular y que los podemos categorizar como conflictos de identificación de un campo de problemas. Por lo que constituyen un aporte original de este trabajo.

## 7 Conclusiones

La comprensión y el uso adecuado del contraste de hipótesis continúa siendo un desafío para los profesionales en psicología, quienes sin embargo necesitan este recurso en la investigación y deben comprender el tema en la lectura de la literatura de su especialidad (Badenes-Ribera *et al.*, 2016). Los resultados de este trabajo añaden nueva información sobre las dificultades relacionadas con el tema, que interpretamos en términos de conflictos semióticos y que aparecen en estudiantes que acaban de finalizar su instrucción en estadística inferencial.

Vemos que la enseñanza de la inferencia, incluso como en el caso de estos estudiantes que han tenido dos cursos de estadística, sigue sin resolver el problema, por lo que habría que plantearse un cambio en los métodos de enseñanza para solucionar la incomprensión de la inferencia, que se ha convertido en un obstáculo para los profesionales, como señalan Amrhein *et al.* (2019). Se ha enseñado a los estudiantes a aplicar unos procedimientos que no comprenden, poniendo demasiado énfasis en el cálculo que lleva a un resultado significativo o no significativo sin atender a los posibles conflictos de interpretación de dicho resultado o a la elección del método adecuado de análisis (Badenes-Ribera *et al.*, 2016; Figueroa y Bacelli, 2019; Mayo *et al.*, 2020). Pensamos que se debe complementar la enseñanza del tema, que es actualmente muy centrada en lo procedimental con actividades en que se pida a los estudiantes decidir el procedimiento a emplear, como se pide en la actividad utilizada en este artículo.

Por supuesto, reconocemos la limitación de los resultados, debido a que la muestra empleada no es intencional y a que se ha planteado una única tarea, por lo que habría que complementar el trabajo con nuevas muestras de estudiantes y tareas diferentes a la propuesta. Esta es una línea posible para continuar la investigación futura, sin olvidar la necesaria preparación específica de los profesores, para enseñar este tema, en el cual muchos se sienten poco preparados (Frei, Rosa y Biazi, 2023).

## Agradecimientos

Proyecto PID2022-139748NB-100 financiado por MICIU/AEI/ 10.13039/501100011033/ y FEDER (una forma de hacer Europa).

## Referencias

- Alvarado (2007). *Significados del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería*. 369f. Tesis (Doctorado en Ciencias de la Educación). Universidad de Granada. Granada, España.
- Amrhein, V., Greenland, S. & McShane, B. (2019). Scientists rise up against statistical significance. *Nature*, 567(7748), 305-307.
- Badenes-Ribera, L., Frias-Navarro, D., Iotti, B., Bonilla-Campos, A. & Longobardi, C. (2016). Misconceptions of the p-value among Chilean and Italian academic psychologists. *Frontiers in Psychology*, 7, 1-9

- Batanero, C., Vera, O. D. & Díaz, C. (2012). Dificultades de estudiantes de Psicología en la comprensión del contraste de hipótesis. *Números*, 80, 91-101.
- Birnbaum, I. (1982). Interpreting statistical significance. *Teaching Statistics*, 4, 24-27.
- Cañadas, G., Batanero, C., Díaz-Batanero, C. & Roa, R. (2012). Psychology students' understanding of the chi-squared test. *Statistique et Enseignement*, 3(1), 3-18.
- Figueroa, S. M. & Baccelli, S. (2019). Significados personales sobre los contrastes de hipótesis en estudiantes de ingeniería. En *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. (pp. 1-10).
- Frei, F., Rosa, J. S., & Biazzi, Â. (2023). Professores de Matemática estão preparados para o ensino de Estatística e Probabilidade? *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 13(2), 1-17.
- Ghiglione, R. & Matalón, B. (1991). *Les enquêtes sociologiques. Théorie et pratique* París: Armand Colin.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.
- Godino, J. D., Burgos, M. & Gea, M. M. (2022). Analysing theories of meaning in mathematics education from the onto-semiotic approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(10), 2609-2636.
- Harlow, L. L., Mulaik, S. A. & Steiger, J. H. (2016). *What if there were no significance tests?* (2. ed.). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Harradine, A., Batanero, C. & Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Ed.). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. (pp. 235-246). Nueva York, NY: Springer.
- Krippendorff, K. (2013). *Análisis de contenido. una introducción a su metodología*. (3. ed.) Los Angeles, CA: Sage.
- Lecoutre, B. & Poitevineau, J. (2022). The significance test controversy revisited. En B. Lecoutre & J. Poitevineau (Ed.). *The significance test controversy revisited: the fiducial bayesian alternative* (pp. 41-54). Nueva York, NY: Springer.
- López-Martín, M. D. M., Álvarez-Arroyo, R. & Roldán, A. F. (2021). Algunos conflictos semióticos de futuros profesores al plantear las hipótesis de un contraste. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(4), 355-371.
- López-Martín, M. M., Batanero, C., Díaz-Batanero, C. & Gea, M. (2016). La inferencia estadística en las pruebas de acceso a la universidad en Andalucía. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 5(8), 33-59.
- Mayo, D. G. & Hand, D. (2022). Statistical significance and its critics: practicing damaging science, or damaging scientific practice? *Synthese*, 200(3), 220.
- Neuendorf, K. (2016). *The content analysis guidebook*. Londres: Sage.
- Oliveira, A. P. & Silva, H. G. (2016). Conflitos semióticos na resolução de problemas de teste de hipóteses para a proporção no ensino superior. *Vidya*, 36(2), 559-579.



- 
- Schuyten, G. (1991). Statistical thinking in psychology and education. En D. Vere-Jones (Ed.). *Proceeding of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 486-490). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Vallecillos, A. (1994). *Estudio teórico experimental de errores y concepciones sobre el contraste de hipótesis en estudiantes universitarios*. Tesis (Doctorado en Ciencias de la Educación). Universidad de Granada. Granada. España.
- Vera, O., Díaz, C. & Batanero, C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *Unión*, 27, 41-61.
- Wang, C. (2020). *Sense and nonsense of statistical inference: Controversy: misuse, and subtlety*. Boca Ratón, FL: CRC Press.