

Errores en la construcción del gráfico de caja por futuros profesores chilenos de Educación Primaria

Rodrigo Gutiérrez-Martínez

Universidad Católica del Maule

Talca, Chile

✉ rogutierrezmartinez@gmail.com

🆔 0000-0003-3890-3347

Audy Salcedo

Universidad Autónoma de Chile

Talca, Chile

✉ audy.salcedo@gmx.com

🆔 0000-0002-9783-8509

Danilo Díaz-Levicoy

Universidad Católica del Maule

Talca, Chile

✉ dddiaz01@hotmail.com

🆔 0000-0001-8371-7899



2238-0345 

10.37001/ripem.v14i3.3767 

Recibido • 01/02/2024

Aprobado • 26/04/2024

Publicado • 02/08/2024

Editor • Gilberto Januario 

Resumen: El objetivo de esta investigación consiste en evaluar la capacidad que poseen los futuros profesores chilenos de Educación Primaria, con mención en Matemática de una universidad de la zona central de Chile, para construir el gráfico de caja. Se adoptó un enfoque cualitativo, respaldado por el paradigma interpretativo, empleando el método de análisis de contenido. La investigación se ejecutó con 18 estudiantes, a quienes se administró un instrumento previamente validado mediante un juicio de expertos. Los resultados revelan que los participantes enfrentan dificultades en la construcción del gráfico, principalmente al omitir elementos descriptivos (título general y etiquetas en los ejes del gráfico) y calcular incorrectamente los cuartiles. Estos futuros profesores podrían no estar en condiciones de cumplir con los estándares de formación para profesores de matemáticas en Chile, lo que repercutiría negativamente en el aprendizaje de esta representación por parte de estudiantes.

Palabras clave: Gráficos Estadísticos. Formación de Profesores. Educación Primaria.

Errors in the construction of box plots by prospective Chilean Primary School teachers

Abstract: The objective of this research is to evaluate the ability of future Chilean teachers of Primary Education, with a major in Mathematics at a university in central Chile, to construct the box plot. A qualitative approach was adopted, supported by the interpretative paradigm, using the content analysis method. The research was carried out with 18 students, to whom an instrument previously validated through expert judgment was administered. The results reveal that the participants face difficulties in constructing the graph, mainly by omitting descriptive elements (general title and labels on the graph axes) and incorrectly calculating quartiles. These future teachers may not be able to meet the training standards for mathematics teachers in Chile, which would have a negative impact on students' learning of this representation.

Keywords: Statistical Graphics. Teacher Training. Primary Education.

Erros na construção de gráficos de caixa por futuros professores chilenos do Ensino Fundamental

Resumo: O objetivo desta pesquisa é avaliar a capacidade dos futuros professores chilenos de

educação primária, com especialização em matemática em uma universidade na região central do Chile, de construir o gráfico de caixa. Foi adotada uma abordagem qualitativa, apoiada no paradigma interpretativo, usando o método de análise de conteúdo. A pesquisa foi realizada com 18 alunos, aos quais foi aplicado um instrumento previamente validado por meio de julgamento de especialistas. Os resultados revelam que os participantes enfrentam dificuldades na construção do gráfico, principalmente por omitirem elementos descritivos (título geral e rótulos nos eixos do gráfico) e calcularem incorretamente os quartis. Esses futuros professores talvez não consigam atender aos padrões de treinamento para professores de matemática no Chile, o que teria um impacto negativo no aprendizado dessa representação pelos alunos.

Palavras-chave: Gráficos estatísticos. Treinamento de professores. Ensino fundamental.

1 Introducción

En la actualidad, la abundante información estadística provenientes de diversos medios hacen necesario que los ciudadanos sean capaces de comprenderla y tener una actitud crítica frente a ella. Esto se conoce con el nombre de cultura estadística, la que Gal (2019) define como la “motivación y la capacidad para acceder, comprender, interpretar, evaluar críticamente y, si es pertinente, expresar opiniones en relación con los mensajes estadísticos, los argumentos relacionados con los datos o las cuestiones que implican incertidumbre y riesgo” (p. 2).

Entonces, la cultura estadística involucra, entre otros elementos, la capacidad de comprender e interpretar información estadística apropiadamente considerando su contexto, el ser crítico frente a esta información y detectar sesgos y errores en ella (Contreras & Molina-Portillo, 2019). Batanero y Borovcnik (2016) añaden que una persona estadísticamente culta es aquella que logra una comprensión básica de la estadística, que puede leer y evaluar críticamente la información en diferentes representaciones, incluyendo los gráficos estadísticos. En este sentido, la comprensión de información resumida en gráficos estadísticos se vuelve fundamental, pues una persona, sobre todo en la sociedad actual, debe leer constantemente y de forma crítica información gráfica proveniente de diferentes medios (Arteaga *et al.*, 2016). La importancia del lenguaje gráfico es fundamental en la interpretación de datos, y su presencia se extiende a áreas tan variadas como la educación, las redes sociales, la publicidad, y las iniciativas que fomentan la transparencia y accesibilidad de la información (Alcaraz *et al.*, 2020).

La necesidad de avanzar hacia una mayor cultura estadística de la población en general ha motivado la presencia de la estadística en el currículo en diversas partes del mundo, incluyendo Estados Unidos, España, Francia y gran parte de los países de Iberoamérica (Cuétara, *et al.*, 2016).

En Chile, siguiendo tendencias internacionales, el currículo introduce el eje temático de Datos y azar en el año 2009, el cual aborda el tratamiento de la estadística y su parte gráfica desde los primeros años de escolaridad (Chile, 2009). Actualmente, las bases curriculares para matemática en Educación Primaria establecen para los primeros seis años de enseñanza obligatoria (1° a 6° de primaria, 6-12 años) los siguientes ejes: 1) Números y operaciones; 2) Patrones y álgebra; 3) Geometría; 4) Medición; 5) Datos y probabilidad (Chile, 2018). Para los siguientes cuatro cursos, que comprenden de 7° de primaria a 2° de secundaria (13-16 años), los contenidos se organizan en cuatro ejes: 1) Números; 2) Álgebra y funciones; 3) Geometría y 4) Probabilidad y estadística (Chile, 2016). Algunas de las representaciones gráficas explicitadas en el currículo de 1° a 6° de primaria son: pictogramas, gráficos de barras simple, diagrama de puntos, diagramas de tallo y hoja, gráficos de líneas, gráficos de barras dobles y circulares (Chile, 2018). En 7° curso se indican los diagramas de árbol, mientras que en 8° curso

el diagrama de caja (Chile, 2016).

Lo anterior, ha implicado desafíos importantes en las instituciones formadoras de profesores en los diferentes niveles educacionales de Chile (Díaz-Levicoy *et al.*, 2021). En este sentido, el Chile, a través del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas del Ministerio de Educación (CPEIP) sugiere que los futuros profesores de matemáticas de Educación Básica deben ser capaces de conocer elementos estadísticos, dado que son importantes para su formación y posterior aplicación en la enseñanza (Chile, 2012, 2022). Entre estos elementos, el CPEIP propone estándares de formación del profesor, donde destacan que debe ser “capaz de conducir el aprendizaje de la recolección y análisis de datos” (p. 111), estar “preparado para conducir el aprendizaje de las probabilidades” (p. 113) y demostrar “competencia disciplinaria en el eje de Datos y Probabilidades” (p. 115).

En particular, los Estándares Disciplinarios Educación General Básica para Matemática (2022), el enfocado en Datos y probabilidades, en el cuarto Conocimiento disciplinar, busca asegurar en un futuro profesor un conocimiento adecuado de las representaciones gráficas, que se manifiesta cuando:

(...) fundamenta la elección de una o varias formas de representar los datos, tales como tablas, gráficos concretos, pictogramas, de barra, circulares, histogramas, de línea, diagramas de tallo y hoja, de puntos o de caja, de acuerdo con el contexto y el tipo de datos, utilizando herramientas manuales o digitales (Chile, 2022, p. 18).

Esta última representación, el gráfico de caja, también conocido como *box plot*, diagrama de cajón o diagrama de caja y bigote, es particularmente interesante pues permite, entre otras cosas, observar los valores extremos y evaluar cuando existen datos atípicos en un conjunto (Estrella, 2016). Además, al ser un gráfico que resalta la mediana y cuartiles, se complementa con el histograma que destaca la moda y frecuencias en los intervalos (Batanero, 2001). También es ampliamente utilizado para comparar distintos conjuntos de datos (Bakker *et al.*, 2004).

El gráfico de caja está presente en el currículo de diversos países, aunque la edad donde es introducido varía, por ejemplo, en Nueva Zelanda es abordado desde los 13-14 años, en Australia, Sudáfrica y Países Bajos a los 15-16 años, en Francia a los 16-17 años (Bakker *et al.*, 2004). Por su parte, el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), incluye el estudio de esta representación en estudiantes de aproximadamente 12 años (NCTM, 2000). En Chile, se estudia en 8° de Educación Primaria (12-13 años) (Chile, 2016).

Es posible encontrar investigaciones que estudian tanto la lectura como la construcción de este gráfico y que nos muestran las dificultades que implica su aprendizaje tanto a nivel escolar como universitario. En cuanto a la lectura e interpretación de este gráfico, diversas son las investigaciones que la analizan en estudiantes de edad escolar, la mayoría concluyendo que es una tarea compleja de abordar, debido en parte a las grandes diferencias que tiene este gráfico con otras representaciones conocidas por los estudiantes (Bakker *et al.*, 2004; Carvalho *et al.*, 2019; Edwards *et al.*, 2017).

Para la construcción del gráfico en estudiantes secundarios, hay menor cantidad de estudios, pero estos concluyen que es una tarea que resulta más sencilla que la interpretación, aunque no está exenta de problemas. Por ejemplo, Edwards *et al.* (2017) observaron que los estudiantes presentan dificultades para la construcción del gráfico de caja, donde solo un 30% de las construcciones son correctas, concluyen que algunos estudiantes resumían la información en los cinco valores necesarios para construir un gráfico de caja (mínimo, máximo y cuartiles

1, 2 y 3) y que también algunos leían correctamente estos números. Por su parte, Carvalho *et al.* (2019) señalan como otras dificultades al momento de construir la gráfica, el cálculo y ubicación de la mediana y los cuartiles, la ausencia de un soporte numérico para los datos y el no reconocimiento del máximo.

Por otro lado, los estudios llevados a cabo en profesores en formación y en activo también evidencian problemas en la construcción o interpretación. Por ejemplo, Pfannkuch (2006) analizó el razonamiento de una profesora de secundaria al enfrentarse a la tarea de comparar conjuntos de datos mediante un gráfico de caja. Con base en los resultados, la autora propuso un modelo descriptivo de razonamiento a partir del gráfico de caja que consta de 10 elementos, que considera, entre otros, la etapa de generación de hipótesis, resumen (a partir de los cinco números esenciales del gráfico), la comparación a partir de la mediana y las densidades de las gráficas. Posteriormente, Lem *et al.* (2013) estudiaron como interpretaban el histograma y el gráfico de caja un grupo de 125 estudiantes universitarios de primer año de Ciencias de la Educación. La investigación concluye que tienen dificultades para interpretar los gráficos en cuestión, aun cuando habían cursado estudios que incluían los contenidos evaluados. Los autores detectaron algunos errores frecuentes, como la interpretación errónea del área del gráfico, confundir la mediana del gráfico con la media e ignorar los bigotes del gráfico, lo que lleva a confundir el cuartil 1 con el mínimo. Indican que la interpretación incorrecta de los gráficos no se debe únicamente a la falta de comprensión de los conceptos estadísticos involucrados, sino que también a la baja comprensión de las representaciones evaluadas. Por su parte, da Silva *et al.* (2014) investigaron cómo los gráficos de caja y de puntos (*dotplot*) ayudaron a desarrollar el razonamiento relacionado con la variación estadística, esto en un grupo de 23 profesores de escuela secundaria y estudiantes de máster. Los resultados mostraron que la introducción del gráfico de caja colaboró positivamente a mejorar el razonamiento variacional, esto aun cuando conceptos como cuartiles y gráfico de caja era nuevos para algunos participantes del estudio. Los autores destacan además que el uso del gráfico de caja colaboró a que los profesores usaran el rango y rango intercuartílico en sus razonamientos.

Pierce y Chick (2013) trabajaron con una muestra de 704 profesores en activo de Australia, algunos de Educación Primaria y otros de Secundaria, mostraron que no todos poseen una comprensión adecuada del gráfico de caja. Los resultados evidenciaron que los participantes fueron capaces de leer de manera superficial el gráfico, pudiendo comparar de forma directa conjuntos de datos, pero mostraron problemas para interpretar y tomar decisiones a partir de la información resumida en la gráfica. Mencionan como un error común el asociar el tamaño de las regiones del gráfico con frecuencia, en lugar de densidad y la mala interpretación de los datos atípicos. Sánchez *et al.* (2021), en un trabajo con profesores de enseñanza media en formación de una universidad privada chilena, analizaron la interpretación de algunos gráficos entre los cuales se consideraba el de caja. Los autores muestran que para este gráfico no se evidencia un nivel bajo de comprensión, las interpretaciones observadas en general no superan el nivel 1 de comprensión. De manera más reciente, Madrid *et al.* (2022), en un grupo de 148 estudiantes de Ciencias de la Actividad Física y del Deporte de entre 19 y 21 años, concluyen que fue fácil leer de manera directa elementos del gráfico de caja, como la mediana y los datos atípicos, pero también observaron dificultades al momento de generar información a partir del gráfico.

La mayoría de las investigaciones mencionadas anteriormente se llevaron a cabo fuera de Chile, lo que da como resultado una notoria ausencia de estudios previos que aborden específicamente la formación y competencias en estadística de los futuros profesores de Educación Primaria chilena, particularmente en relación con el gráfico de caja y su

construcción. Esta laguna en la investigación plantea la necesidad de abordar este tema de manera más detallada y específica. En este contexto, el objetivo principal de este estudio es evaluar la capacidad que poseen los futuros profesores de Educación Primaria, con mención en Matemática de una universidad de la zona central de Chile, para construir el gráfico de caja.

2 Metodología

Este trabajo adopta un paradigma interpretativo (Pérez-Serrano, 1994), bajo una metodología cualitativa (Monje, 2011) y haciendo uso del análisis de contenido (Zapico, 2006), técnica utilizada para realizar descripciones detalladas de algún fenómeno, extrayendo conclusiones realistas de ellos (Bengtsson, 2016).

Para estudiar el conocimiento del gráfico de caja que tenían los participantes, se diseñó un cuestionario *ad hoc* de 8 preguntas abiertas (Gutiérrez-Martínez *et al.*, 2024). De las 8 preguntas, tres pretendían evaluar la capacidad para construir el gráfico (Figura 1), que son las que se reportan en esta ocasión. En las tres preguntas se solicitaban al futuro profesor la construcción del gráfico, pero la forma en que se entregaban los datos difería entre los ítems, así como su complejidad. Todo el cuestionario fue validado mediante juicio de expertos, conformado por un grupo de 7 investigadores de áreas afines a los propósitos de la investigación. De forma complementaria se calculó el Coeficiente de Validez del Contenido para cada ítem y el instrumento en general, los cuales oscilaron entre 0,850 y 0,975, por lo que el nivel de validación y concordancia interna de los ítems es bueno o excelente (Hernández-Nieto, 2002, 2011).

Figura 1: Ítems utilizados en el estudio

Ítem 1. Una empresa quiere conocer el nivel de satisfacción de sus clientes con relación al servicio entregado. Para tal fin, pide a 100 de ellos que completen una encuesta, puntuando de 1 a 100 su nivel de satisfacción. El análisis de los datos arroja que la puntuación mínima fue de 1, la máxima fue 80, y que los valores de cuartiles 1, 2 y 3 son 10, 30 y 60 puntos, respectivamente.

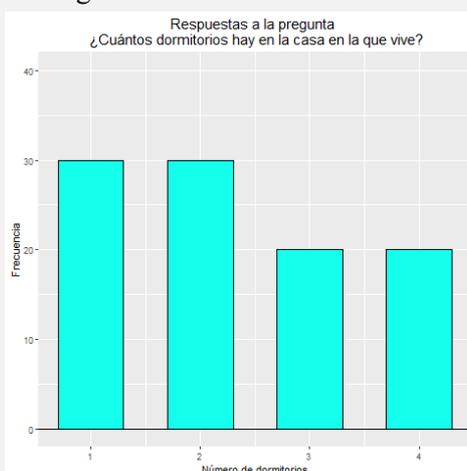
Representa esta información en un gráfico adecuado.

Ítem 2. Los resultados de una prueba de matemática aplicada a los 19 estudiantes de sexto básico se muestran a continuación:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7

Construye un gráfico de caja que represente las notas obtenidas en la prueba.

Ítem 3. Francisca, profesora de sexto básico, aplicó una encuesta en su colegio donde incluyó la pregunta: “¿Cuántos dormitorios hay en la casa en la que vive?”. La profesora presentó estos resultados por medio del siguiente gráfico de barras.



De acuerdo con esta información, construye un gráfico de cajas que muestre la distribución de la cantidad de dormitorios reportados por los estudiantes encuestados.

Fuente: Elaboración propia

Este instrumento fue aplicado en el mes de julio de 2022 a dos grupos abarcando un total de 18 estudiantes de Pedagogía en Educación Básica con mención en Matemática de una universidad de la zona central de Chile, que a fines de ese año cursaban el octavo semestre de su carrera. Fueron 12 de sexo femenino (66,7%) y seis masculino (33,3%). La edad promedio fue de 23,9 años, con una edad mínima de 22, máxima de 35 años y una desviación estándar de 3,02 años. Es importante destacar que la participación en el estudio fue de carácter voluntario, expresada mediante la firma de un consentimiento informado. La administración del cuestionario se realizó durante una sesión de un curso de matemática, previa aprobación del docente a cargo de la asignatura.

Finalmente, para el estudio de las respuestas recogidas, se utilizó el método del análisis de contenido, pues se buscaba describir el sentido de lo resuelto por los estudiantes. Para este análisis, se codificaron a los participantes mediante la sigla FPXX, donde FP significa futuro profesor y XX corresponde a un número del 1 al 18, según el orden de análisis. Siguiendo propuestas como la de Arteaga *et al.* (2016), las construcciones obtenidas se clasificaron en tres grupos: gráficos correctos o básicamente correctos, gráficos parcialmente correctos y gráficos incorrectos.

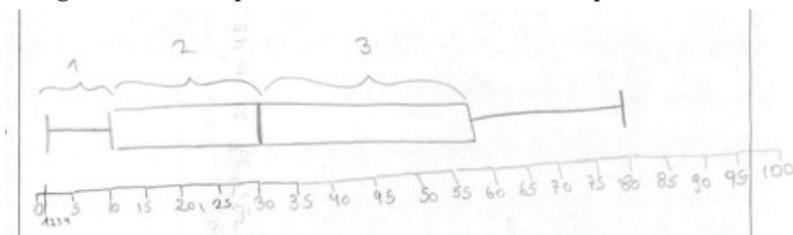
3 Tipos de Construcción

A continuación, se presenta un resumen de los resultados obtenidos, así como una descripción de los errores cometidos por el grupo de futuros docentes en las actividades propuestas.

Gráficos correctos o básicamente correctos. Son aquellos que se adecúan al problema solicitado, mostrando información correcta y con una escala apropiada, en donde se identifica de manera clara las partes del gráfico, todo ello en correspondencia a la pregunta formulada. Además, incluye elementos como rótulos, etiquetas y un título.

Gráficos parcialmente correctos. Son aquellas construcciones que contienen alguna imprecisión u omisión, como la ausencia de rótulos, títulos u otro elemento que dificulte la lectura del gráfico. Por ejemplo, la respuesta entregada por FP03 al ítem 1 (Figura 2) es considerada en esta categoría, pues si bien la construcción refleja la información entregada de manera aceptable, tiene imprecisiones al no incorporar elementos descriptivos del gráfico que faciliten su lectura, como el título y una etiqueta que describa la variable representada.

Figura 2: Gráfico parcialmente correcto construido por FP03

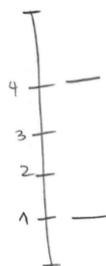


Fuente: Datos del estudio

Gráficos incorrectos. Son las construcciones que están inconclusas o entregan información errada. La Figura 3 muestra un ejemplo de esta categoría, con una construcción inconclusa realizada por FP09 en el ítem 2, en la que el futuro profesor sólo dibuja el eje del

gráfico de forma vertical y dos líneas ubicadas a la altura del 1 y del 4. En este caso, el futuro profesor no finaliza la construcción del gráfico.

Figura 3: Gráfico incorrecto construido por FP09



Fuente: Datos del estudio

Los resultados obtenidos en cada una de estas categorías se presentan en la Tabla 1. Se observa la total ausencia de respuestas correctas en los tres ítems, lo que evidencia lo complejo que resultó ser la tarea de construir este gráfico estadístico para este grupo de futuros profesores. Se aprecia además la tendencia a la baja de la cantidad de respuestas parcialmente correctas, a la vez que aumentan las respuestas incorrectas, llegando en el ítem 3 a ser la mitad del total de respuestas. Esto se debe posiblemente a la forma en que son entregados los datos en cada una de las preguntas: en el ítem 1 se solicita la construcción a partir de los valores esenciales para la construcción del gráfico (mínimo, máximo y cuartiles), por lo que el estudiante no debe realizar ningún cálculo. En el ítem 2 la construcción se debe realizar a partir de un conjunto de datos por extensión, de forma que el estudiante debe calcular los cuartiles. En el ítem 3 los datos se entregan en un gráfico de barras y resultó complejo para los futuros profesores, a tal punto que entre las respuestas incorrectas y los que nos respondieron se encuentra el 61,1% del grupo. Pareciera entonces que la forma en que son entregados los datos influye en la posibilidad de construcción del gráfico.

Tabla 1: Porcentaje de tipo de respuesta en los ítems evaluados de construcción

Tipo de Construcción	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3
Correcta	0	0	0
Parcialmente Correcta	77,8	61,1	38,9
Incorrecta	11,1	16,7	50
No Contesta	11,1	22,2	11,1

Fuente: Fuente propia de la investigación

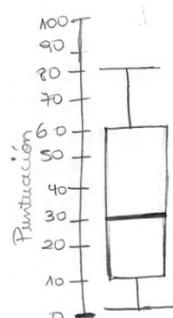
4 Descripción de los errores

A continuación, se describirán algunos errores cometidos por este grupo de futuros docentes de Educación Primaria al resolver las actividades propuestas. En las construcciones parcialmente correctas, se identificaron esencialmente tres errores, todos relacionados con la ausencia de elementos básicos: (a) título, (b) etiquetas de los ejes y (c) un eje para el soporte numérico.

Ausencia del título del gráfico. Este error fue observado en 14 de los 18 participantes, pero considerando que 4 de ellos no respondieron la pregunta, podemos afirmar que la totalidad no consideró el título del gráfico parte de este. La Figura 4 muestra un ejemplo de este error cometido por FP09 en el ítem 1, en donde se ve la caja y bigotes del gráfico junto a su eje de referencia, pero el futuro docente no incorpora un título que aluda a la información resumida

en la representación.

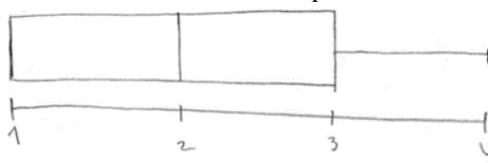
Figura 4: Gráfico con ausencia del título construido por FP09



Fuente: Datos del estudio

Ausencia de etiquetas en el gráfico. Este error ocurre cuando los futuros docentes no incorporan ninguna información sobre las variables representadas en su gráfico. Por ejemplo, en la Figura 5 se muestra este error cometido por FP15. El estudiante realizó una construcción correcta de la caja y los bigotes del gráfico, pero no señala de ninguna manera que es lo que está representando su gráfica.

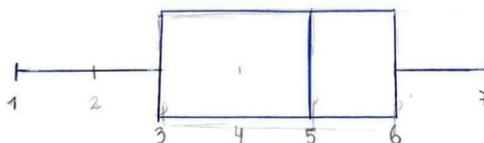
Figura 5: Gráfico con ausencia de etiquetas construido por FP15



Fuente: Datos del estudio

Ausencia de un eje para el soporte numérico. Los estudiantes ubican la numeración del eje directamente bajo o sobre el gráfico, sin incluir un soporte para para esta finalidad. La Figura 6 también muestra este error, pues el estudiante construye la caja y los bigotes del gráfico de manera correcta, ubicando cada cuartil sobre el dígito correspondiente, pero omite un eje recto horizontal para incorporar esta numeración.

Figura 6: Gráfico con ausencia de soporte numérico realizado por FP02

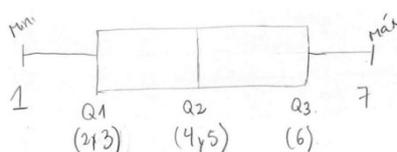


Fuente: Datos del estudio

En los gráficos incorrectos se observaron los siguientes errores.

Errores que se desprenden del cálculo incorrecto de cuartiles. Acá se consideran todos esos errores que surgen de errores de cálculos o desconocimiento del procedimiento para calcular los cuartiles. Por ejemplo, FP04 al realizar el gráfico solicitado en la pregunta del ítem 2, indica, como se aprecia en la Figura 7, que el cuartil 1 es “(2 y 3)”, aunque no deja mayor evidencia de su razonamiento, su respuesta sugiere que no comprende el concepto de cuartil.

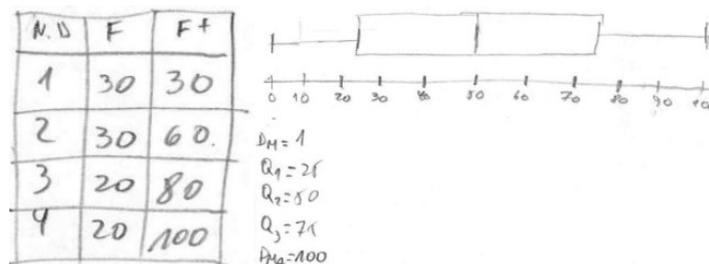
Figura 7: Cálculo incorrecto de cuartiles, error cometido por FP04



Fuente: Datos del estudio

El gráfico incluye la posición del cuartil y no su valor. Error cometido por FP12 en el ítem 3. Como se aprecia en la Figura 8, este futuro docente realiza de forma correcta la tabla de frecuencias, pero erróneamente asocia el cuartil 1 con el 23, el 2 con el 50 y el 3 con el 75, confundiendo el valor del cuartil con la posición que ocupa en el conjunto de datos.

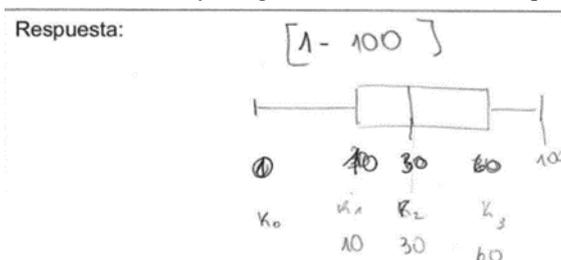
Figura 8: Construcción que incluye la posición del cuartil en el eje, realizada por FP12



Fuente: Datos del estudio

Confundir el dato máximo con el máximo posible. Este error ocurre cuando el eje del gráfico finaliza no en el dato de mayor valor, sino en el máximo valor teórico que plantea el problema, lo cual también ha sido reportado por Carvalho *et al.* (2019). En la Figura 9, se observa la respuesta del único futuro docente que cometió este error. En lugar de considerar el valor correcto de 80, ha tomado incorrectamente 100 como el máximo. Esta confusión puede atribuirse a la escala teórica proporcionada en la pregunta, que abarca de 1 a 100, a pesar de que se especifica claramente que la puntuación máxima es de 80.

Figura 9: FP06 construye el gráfico con un máximo equivocado



Fuente: Datos del estudio

Ubicar el mínimo y el máximo en la posición del cuartil 1 y 3 al momento de construir el gráfico. Este es un error reportado por Lem *et al.* (2013). El estudiante ubica el mínimo y el máximo en los extremos de la caja, ignorando los “bigotes” de la representación. Pese a que fue cometido por un estudiante, es un error no menor pues se está ignorando parte del gráfico que representa el 50% del total de datos. La Figura 10 muestra la solución propuesta por el futuro docente FP04 en el ítem 2, en donde se observaba como ubica el mínimo (1) en la posición del cuartil 1 y el máximo (7) en la posición del cuartil 3.

Usar las frecuencias como valores para el eje del gráfico. Acá se consideran todas las construcciones que fueron elaboradas utilizando las frecuencias como eje del gráfico. Por ejemplo, FP08 construye la gráfica basándose en las frecuencias absolutas, indicando de manera horizontal las frecuencias visibles en el gráfico de barras en lugar de las medidas de posición correspondientes (Figura 11), ubicando las frecuencias de 30 bajo los dos lados de la caja del gráfico y en los extremos de la representación la frecuencia 20. Este error también lo cometió FP03, pero utilizando las frecuencias acumuladas para la construcción del gráfico. Como se aprecia en la Figura 12, este futuro profesor construye su gráfica ubicando el inicio de la caja en el 30, señala el 60 en lugar de donde debería ir la mediana y el extremo derecho de la caja sobre el 80. Estas corresponden a las frecuencias acumuladas del ítem 3. El futuro docente no señala en dónde termina su gráfica, pues extiende la línea horizontal hasta el final de la hoja de

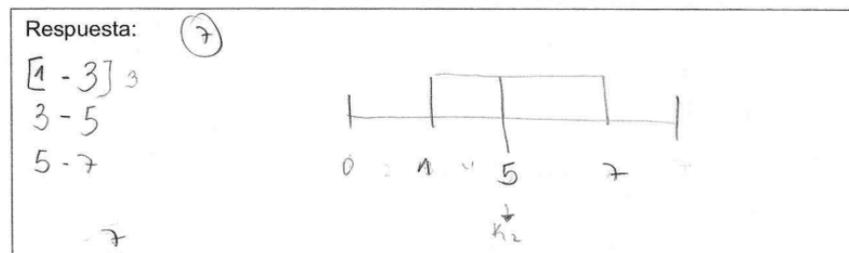
respuesta.

Figura 10: Error cometido por FP04, que ubica el mínimo y el máximo en posiciones equivocadas

Los resultados de una prueba de matemática aplicada a los 19 estudiantes de sexto básico se muestran a continuación:

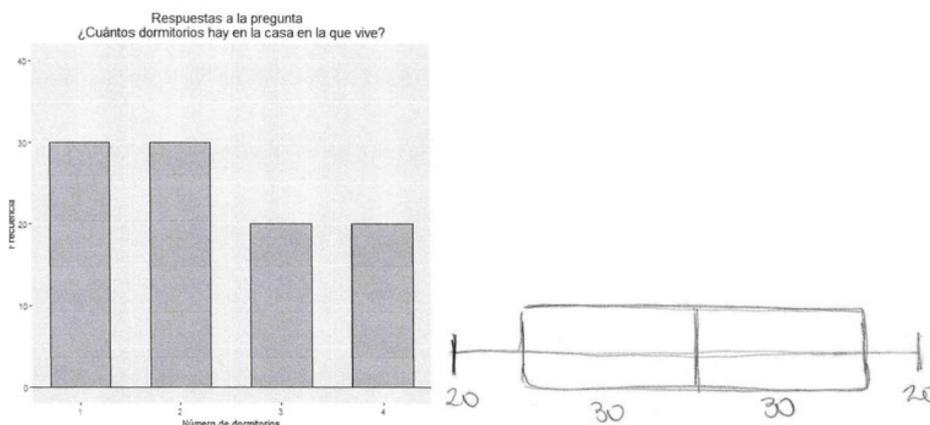
1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7 $n_e = 5$

Construye un gráfico de caja que represente las notas obtenidas en la prueba.



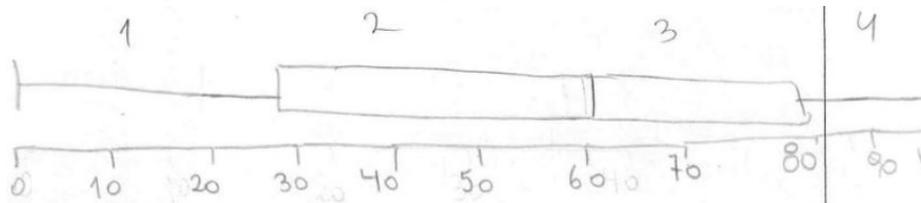
Fuente: Datos del estudio

Figura 11: FP08 construye gráfica utilizando frecuencias



Fuente: Datos del estudio

Figura 12: FP03 construye gráfica utilizando frecuencias acumuladas



Fuente: Datos del estudio

La Tabla 2 presenta una síntesis detallada de los errores cometidos por los futuros profesores que participaron del estudio y que fueron descritos previamente, desglosando el comportamiento de los estudiantes en cada uno de los tres ítems evaluados. Se observa la alta frecuencia de los siguientes errores: ausencia del título en el gráfico, ausencia de etiqueta del eje en el gráfico y Ausencia de soporte numérico sin eje propio. Estos errores se repiten en todas las preguntas y evidencian problemas al momento de incorporar elementos secundarios y descriptivos en la gráfica por parte de este grupo de futuros docentes.

Tabla 2: Resumen de errores detectados en respuestas a tareas de construir

Ítem	Error	Proporción de Respuestas
1	Ausencia de título en el gráfico	14/18
	Ausencia de etiquetas en los ejes del gráfico	11/18
	Confundir el dato máximo con el máximo posible	1/18
	Ausencia de soporte numérico sin eje propio	8/18
2	Ausencia de título en el gráfico	14/18
	Ausencia de etiquetas en los ejes del gráfico	12/18
	Cálculo incorrecto de los cuartiles	3/18
	Ausencia de soporte numérico sin eje propio	7/18
	Ubicar el mínimo y el máximo en la posición del cuartil 1 y 3	1/18
3	Ausencia de título en el gráfico	15/18
	Ausencia de etiqueta del eje en el gráfico	15/18
	Eje del gráfico incluye frecuencias	4/18
	Eje del gráfico incluye la posición del cuartil y no su valor	1/18
	Cálculo incorrecto de los cuartiles	7/18
	Ausencia de soporte numérico sin eje propio	7/18

Fuente: Fuente propia de la investigación

5 Discusión y conclusiones

En Chile, al igual que otros países, la inclusión de la estadística en los distintos niveles de educación, lo que destaca es la importancia de contar profesores con sólidos contenidos relacionados con esta disciplina.

En este sentido, esta investigación reporta los resultados obtenidos al analizar las respuestas de un grupo de estudiantes de Pedagogía en Educación Básica con mención en Matemática sobre la construcción del gráfico de caja. Este es un gráfico relevante por ser ampliamente utilizado en reportes científicos. En particular, es útil para examinar y realizar un resumen de las distribuciones de frecuencias de un conjunto de datos (del Pino & Estrella, 2012), pues permite resumir visualmente la dispersión y el centro de los datos (Bakket *et al.*, 2004).

Los resultados muestran que en el caso del ítem 1, cuando los cuartiles, mediana y mínimo y máximo eran entregados ya calculados, los futuros docentes cometieron errores principalmente al omitir elementos secundarios del gráfico, como títulos, etiquetas y soporte numérico para los ejes. Aunque en otras representaciones, esto coincide con lo descrito por Wu (2004), quien observó al menos uno de estos errores en más del 90% de los casos. Varios de los errores observados en este ítem ya habían sido observados en estudiantes de edad escolar por Carvalho *et al.* (2019).

Por su parte, en el segundo ítem, en donde se solicitaba el cálculo de los cuartiles antes de la construcción, se observaron los mismos errores que en el ítem 1, pero además se agregan aquellos que se desprenden del cálculo incorrecto de los cuartiles, errores que ya tienen asidero

en la literatura (Carvalho *et al.*, 2019). Otro error fue el de ignorar los “bigotes” del gráfico. Sobre este, Lem *et al.* (2013) comenta que puede ser explicado por la forma del gráfico: cómo los bigotes son más delgados y menos llamativos, da la impresión de ser menos importantes o incluso no representar ningún dato. Por estas complicaciones, entre otras, Edwards *et al.* (2017), recomiendan retrasar la introducción de este gráfico, al menos hasta que los estudiantes tengan mejor asimilado los conceptos de percentil y porcentaje.

Finalmente, en el tercer ítem, en donde se pedía la construcción del gráfico a partir de un gráfico de barras, se observó la mayor cantidad de respuestas incorrectas. Entre los errores observados, se encontraron la utilización de las frecuencias para la construcción, error frecuentemente detectado en investigaciones (Carvalho *et al.*, 2019; Lem *et al.*, 2013; Pierce & Chick, 2013) y la utilización de la posición del cuartil en lugar de su valor, error no identificado previamente.

Como ya se indicó, el número de respuesta incorrectas y en blanco aumentó según la información ofrecida para la construcción del gráfico. La mayor cantidad de respuesta correctas se logró en el ítem donde se informaban todas las medidas necesarias, sólo había que construir el gráfico utilizando las medidas proporcionadas. En los otros dos ítems, donde debían hallar las medidas y luego construir el gráfico, bajó significativamente el número de respuestas correctas. Pareciera entonces que el tener que hallar las medidas agrega una dificultad, por lo que el problema posiblemente no esté en la construcción en sí misma, sino en lograr las medidas a partir de la información ofrecida.

A nivel general, se observaron diversas dificultades en la construcción de este gráfico, las que dan cuenta de lo compleja que resultó ser esta representación, debido, en parte, a su particular forma de construcción. De acuerdo con los resultados obtenidos, estos futuros profesores podrían tener dificultades al momento de enseñar la construcción del gráfico de caja de forma manual, pues no es seguro que tengan asimilados los convenios de construcción del gráfico. Esto podría traducirse en la reproducción de malos hábitos por parte de futuros estudiantes.

Es importante considerar que este estudio se hizo con una muestra no probabilística pequeña, por lo que sus conclusiones sólo son válidas para el grupo estudiado, sin embargo, la coincidencia en algunos resultados de otras investigaciones (Bakker *et al.*, 2004; Carvalho *et al.*, 2019; Edwards *et al.*, 2017; Pierce & Chick, 2013), hacen pensar que las dificultades para la construcción del gráfico de caja pueden presentarse en otros grupos de docentes. Por ello se considera apropiado hacer más investigaciones relacionadas con este gráfico, ampliando el grupo participante a uno mayor. También sería relevante aplicar estudios similares a estudiantes secundarios y profesores en formación.

Referencias

- Alcaraz, R. Alcaraz, R., Ribera, M. & Granollers. (2020). La accesibilidad de los gráficos estadísticos para personas con baja visión y visión cromática deficiente: Revisión del estado del arte y perspectivas. *Revista digital de AIPO*, 1(1), 59-75.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. & Contreras, M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 76, 55-67.
- Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J. & Cañadas, G. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(1), 15-40.

- Bakker, A., Biehler, R. & Konold, C. (2004). Should young students learn about boxplots. En G. Burrill y M. Camden (Ed.). *Curricular development in statistical education: International Association for Statistical Education* (pp. 163-173). Lund, Sweden: International Association for Statistical Education.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1(1), 27-37.
- Batanero, C. & Borovcnik, M. (2016). Educational Principles for Statistics and Probability. En C. Batanero & M. Borovcnik, *Statistics and Probability in High School* (pp. 1-23). New York: Sense Publishers.
- Bengtsson, M. (2016). How to plan and perform a qualitative study using content analysis. *NursingPlus Open*, 2, 8-14.
- Carvalho, M.J., Fernandes, J.A. & Freitas, A. (2019). Construção e interpretação de diagramas de extremos e quartis por alunos portugueses do 9º ano de escolaridade. *Bolema*, 33(65), 1508-1532.
- Contreras, J.M. & Molina-Portillo, E. (2019). Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos. En: *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-12). Granada: Universidad de Granada.
- Cuétara, Y., Salcedo, I. & Hernández, M. (2016). La enseñanza de la estadística: antecedentes y actualidad en el contexto internacional y nacional. *Atenas*, 3(35), 125-140.
- Silva, C., Yumi, V. & Cazorla, I. (2014). Analysis of teachers' understanding of variation in the dot-boxplot context. En: K. Makar, B. de Sousa & R. Gould (Ed.). *Sustainability in statistics education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). Arizona: International Statistical Institute.
- Pino, G. & Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo*, 49(1), 53-64.
- Díaz-Levicoy, D., Samuel, M. & Rodríguez-Alveal, F. (2021). Conocimiento especializado sobre gráficos estadísticos de futuras maestras de educación infantil. *Formación Universitaria*, 14(5), 29-38.
- Edwards, T. G., Özgün-Koca, A. & Barr, J. (2017). Interpretations of boxplots: helping middle school students to think outside the box. *Journal of Statistics Education*, 25(1), 21-28.
- Estrella, S. (2016). Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(1), 13-22.
- Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En: *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-15). Granada: Universidad de Granada.
- Gutiérrez-Martínez, R., Salcedo, A. & Díaz-Levicoy, D. (2024). Construcción y validación de un cuestionario para evaluar la comprensión del gráfico de caja. *Horizontes*, 8(33), 660-674.

- Hernández-Nieto, R. (2002). *Contributions to statistical analysis*. Bogotá: Universidad de Los Andes.
- Hernández-Nieto, R. (2011). Instrumentos de recolección de datos en Ciencias Sociales y Ciencias Biomédicas. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Lem, S., Onghena, P., Verschaffel, L. & Van Dooren, W. (2013). On the misinterpretation of histograms and box plots. *Educational Psychology*, 33(2), 155-174.
- Madrid, A., Valenzuela-Ruiz, S., Batanero, C. & Garzón-Guerrero, J. (2022). Interpretación del diagrama de caja por estudiantes universitarios de ciencias de la actividad física y deporte. *Educación Matemática*, 34(3), 275-300.
- CHILE. Ministerio de Educación. (2009). *Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la Educación Básica y Media. Actualización 2009*. Santiago: Mineduc.
- CHILE. Ministerio de Educación. (2012). *Estándares orientadores para carreras de pedagogía en Educación Básica: Estándares pedagógicos y disciplinarios*. Santiago: Mineduc.
- CHILE. Ministerio de Educación. (2016). *Bases curriculares 7° a 2° Medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago: Mineduc
- CHILE. Ministerio de Educación. (2018). *Bases curriculares Primero a Sexto Básico*. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago: Mineduc
- CHILE. Ministerio de Educación. (2022). *Estándares Disciplinarios Educación General Básica Matemática*. Santiago: Mineduc
- Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa. Guía didáctica*. Neiva: Universidad Surcolombiana.
- NCTM — National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. New York: NCTM.
- Okumus, S. & Thrasher, E. (2014). Prospective Secondary Mathematics Teachers' Construction of Box Plots and Distributional Reasoning with Three Construction Tools. En: *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 369–376). Vancouver.
- Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e Interrogantes*. Madrid: La Muralla.
- Pfannkuch, M. (2006). Comparing box plot Distributions: A Teacher's reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 27-45.
- Pierce, R. & Chick, H. (2013). Workplace statistical literacy for teachers: Interpreting box plots. *Mathematics Education Research Journal*, 25(2), 189-205.
- Sánchez, N., Toro, E. & Araya, D. (2021). Interpretación y comprensión de gráficos estadísticos por profesores de Matemáticas en formación. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 13(4), 230-243.

Wu, Y. (2004). *Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs*. En: *10th International Congress on Mathematics Education* (pp. 1-7). Copenhagen: International Association for Statistical Education.

Zapico, M. (2006). Interrogantes acerca de análisis de contenido y del discurso en los textos escolares. En: *Primer seminario internacional de textos escolares* (pp. 149-155). Santiago: Mineduc.