Sociedade Brasileira de Educação Matemática

RIPEM

Conhecimento conceitual de um grupo de professores de Matemática sobre e para o ensino de quadriláteros

Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá
Maringá — PR, Brasil
mcproenca@uem.br
0000-0002-6496-4912

2238-0345

10.37001/ripem.v13i2.3395

Recebido • 11/01/2023
Aprovado • 10/03/2023
Publicado • 01/05/2023

Editor • Gilberto Januario

Resumo: O objetivo deste artigo é analisar o conhecimento conceitual de um grupo de professores de Matemática sobre quadriláteros e a forma de exercerem seu ensino. Realizamos uma pesquisa exploratória com 23 professores que responderam a um questionário *on-line*, cujos resultados foram analisados de forma descritiva e categorial. A característica mais conhecida de quadriláteros foi ser uma figura plana, e a menos conhecida, uma figura simples. Os quadriláteros notáveis foram mais mencionados do que as formas irregulares. Além disso, a presença de atributos irrelevantes, como linha espessa e estar rotacionado, dificultou o reconhecimento de algumas figuras. No ensino de quadriláteros (n =17), quatro professores atuariam como expositores de suas ideias. Dois professores não abordariam os não exemplos. Já 11 professores tratariam de exemplos e não exemplos. Como conclusão, é necessária uma formação para a compreensão de outros exemplos, não exemplos e atributos irrelevantes, de modo a exercerem um ensino que propicie o desenvolvimento conceitual.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Geometria. Conceito. Pesquisa Exploratória.

Mathematics teachers' conceptual knowledge about and for teaching quadrilaterals

Abstract: The aim of the article is to analyze the conceptual knowledge of a group of mathematics teachers about quadrilaterals and the way they practice their teaching. We conducted exploratory research with 23 teachers who answered an online questionnaire, whose results we analyzed descriptively and categorically. The best-known characteristic of quadrilaterals was that it is a plane figure and the least known was that it is a simple figure. Notable quadrilaterals were mentioned more than irregular shapes. In addition, the presence of irrelevant attributes such as thick line and being rotated made it difficult to recognize some figures. In teaching quadrilaterals (n = 17), four teachers would act as expositors of their ideas. Two teachers would not address the non-examples. Eleven teachers would deal with examples and non-examples. In conclusion, training is needed to understand other examples, non-examples and irrelevant attributes to teach in a way that promotes conceptual development.

Keywords: Mathematics Teaching. Geometry. Concept. Exploratory Research.

Conocimiento conceptual de un grupo de profesores de Matemáticas sobre y para la enseñanza de los cuadriláteros

Resumen: El objetivo del artículo es analizar el conocimiento conceptual de um grupo de profesores de matemáticas sobre los cuadriláteros y la forma en que practican su enseñanza. Realizamos una investigación exploratoria con 23 profesores que respondieron a un cuestionario en línea, cuyos resultados analizamos descriptiva y categóricamente. La característica más conocida de los cuadriláteros era ser una figura plana y la menos conocida, ser una figura simple. Se mencionan más los cuadriláteros que las formas irregulares. Además, la presencia de atributos irrelevantes, como la línea gruesa y estar girado, dificultó el reconocimiento de algunas figuras. En la enseñanza de los cuadriláteros (n =17), cuatro profesores actuaban como expositores de sus ideas. Dos profesores no se acercaron a los no-ejemplos. Once profesores tratarían con ejemplos y no ejemplos. En conclusión, se necesita formación para comprender otros ejemplos, no ejemplos y atributos irrelevantes con el fin de enseñar de forma que se promueva el desarrollo conceptual.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas. Geometría. Concepto. Investigación Exploratoria.

1 Introdução

O ensino da geometria na escola deve focar, entre outros aspectos, sobre a aprendizagem de conhecimentos conceituais e procedimentais, de modo que os professores precisam estar bem formados, tanto sobre o conceito geométrico a ser ensinado, quanto ao próprio ensino (Hoffer, 1983; Schoenfeld, 1986; Clements & Battista, 1992). Sobre o conhecimento conceitual, a literatura mostra que o conceito é o seu aspecto central de estudos (Pozo, 1998; Klausmeier & Goodwin, 1977; Rittle-Johnson, Schneider & Star, 2015).

O conhecimento conceitual em geometria pode ser entendido, na visão de Shulman (1986) e Ball, Thames e Phelps (2008), como parte do conhecimento de conteúdo do professor de Matemática, de modo que a qualidade desse conhecimento pode refletir, consequentemente, na qualidade da forma de ensinar. O estudo de Steele (2013) investigou o conhecimento matemático de professores em tarefas de área e perímetro, e mostrou que houve maior tendência no uso de conhecimentos procedimentais do que conceituais, revelando a necessidade de desenvolver conhecimento matemático para o ensino. Sunzuma e Maharaj (2019) mostraram que 47,5% (n = 40) dos professores apresentaram conhecimentos inapropriados de conteúdo geométrico para o ensino, e que 40% (n = 40) demonstraram dificuldades no entendimento de conceitos geométricos.

De forma geral, dificuldades como essas acabam atingindo a qualidade de aprendizagem dos alunos, os quais revelam dificuldades no uso de conhecimentos conceituais de matemática, permeado pela má compreensão de conceitos (Proença & Pirola, 2011; Fernández-Millán & Molina, 2017, 2018; Aydin, 2018; Pereira & Proença, 2019; Gonçalves & Proença, 2020; Proença, Maia-Afonso, Travassos & Castilho, 2020; Scheibling-Sève, Pasquinelli & Sander, 2020).

Diante disso, identificamos que os estudos relativos ao conhecimento conceitual, especificamente de geometria, tendem a focar em maior grau futuros professores, como as investigações de Maia e Proença (2016), Zuya (2017), Castilho e Proença (2018) e Yurniwat e Soleh (2019), Liang e Castillo-Garsow (2020). No caso, pesquisas sobre professores, como as de Steele (2013) e Sunzuma e Maharaj (2019), citadas anteriormente, indicam a necessidade de ampliar e aprofundar a investigação nesse tema com professores em serviço. Isso é importante porque ajuda a revelar o conhecimento conceitual de professores que atuam em sala de aula. No presente artigo, tomando como base o conceito de quadriláteros, propomos responder à seguinte questão de pesquisa: *Qual o conhecimento conceitual de um grupo de professores de Matemática sobre quadriláteros e qual a forma de exercerem seu ensino?*

Para alcançar uma resposta a essa questão, o objetivo foi o analisar o conhecimento conceitual de um grupo de professores de Matemática sobre quadriláteros e a forma de exercerem seu ensino. Estruturamos o artigo por apresentar os aspectos teóricos referentes às características do conhecimento conceitual e de seu ensino. Em seguida, apresentamos a metodologia de pesquisa, a caracterização do grupo de professores, os resultados e as discussões sobre o conhecimento conceitual e seu ensino e, por fim, a conclusão.

2 Conhecimento conceitual: características e ensino

O termo *conhecimento conceitual* é visto como conhecimento de *conceitos*, entendidos como ideias abstratas e gerais (Rittle-Johnson & Schneider, 2014; Rittle-Johnson, Schneider & Star, 2015). Na visão de Klausmeier e Goodwin (1977, p. 312), um *conceito* pode ser definido como a “informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas — objetos, eventos ou processos — que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada de ou relacionada com outras coisas ou classes de coisas”. Para Zabala (1998, p. 27), os *conceitos* “se referem ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que têm características comuns”.

Essa informação ordenada, bem como essas características comuns apontadas por Zabala (1998), foi caracterizada por Klausmeier e Goodwin (1977) como correspondendo aos *atributos definidores*, os quais seriam as características que definem o conceito e, assim, permitem gerar *exemplos*. Para ilustrar essa ideia, o conceito de quadrilátero pode ser definido como: figura formada de quatro lados, lados que são segmentos de reta, figura fechada e figura cujos lados só se interceptam em seus vértices (figura simples). Assim, os exemplos são os quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e todas as figuras que possuem quatro lados, pois são derivadas dos *atributos definidores*. Dessa forma, Klausmeier e Goodwin (1977) também explicam que um aspecto que deve ser considerado sobre os exemplos de um conceito são os seus *atributos irrelevantes*, de modo que quadriláteros com seus lados representados por segmentos de reta espessos ou finos, por tamanhos diferentes, por cores diferentes ou rotacionados constituem características que não fazem parte da definição do conceito.

Como os *exemplos* são parte do conceito, de sua representação simbólica, Klausmeier e Goodwin (1977) chamaram a atenção da necessidade de observar a *perceptibilidade de exemplos* e a *numerosidade de exemplos* de determinado conceito. Para esses autores, como na Matemática os conceitos são abstratos, alguns deles, como o de infinito, não são possíveis de serem percebidos pelos sentidos (visualização, manipulação etc.), mas podem ser representados. Já para encontrar vários exemplos, os autores apontaram que isso pode variar, sendo que, no caso do conceito de infinito, teria apenas um exemplo; e no caso do conceito de números reais, apresentam infinitos exemplos.

Klausmeier e Goodwin (1977) indicaram que um conceito pode ser diferenciado ou relacionado a outros conceitos, o que é corroborado por Hiebert e Lefevre (1986, p. 3), pois também entendem que “o conhecimento conceitual caracteriza-se mais claramente como conhecimento rico em relações”. Nesse sentido, o aluno pode desenvolver um conceito a partir de relações entre informações que já possui ou, mesmo, a partir de uma nova informação (Skemp, 1971; Hiebert & Lefevre, 1986). Além disso, Klausmeier e Goodwin (1977) explicaram que um conceito aprendido está, muitas vezes, em um nível mais elementar, do tipo *concreto*, de modo que deve ser desenvolvido ao longo da escolaridade, atingindo nível *formal*.

Nessa mesma perspectiva, Hiebert e Lefevre (1986, p. 05) entendem que ocorre uma abstração nas relações estabelecidas, de forma que ser *primária* é o nível inicial e a do tipo *reflexiva*, um maior grau, “porque a sua construção requer um processo de retrocesso e de reflexão sobre a informação que está a ser ligada. Está a um nível mais elevado do que o nível primário, porque do seu ponto de vista o aprendente pode ver muito mais do terreno matemático”.

Assim, Klausmeier e Goodwin (1977) apontaram que, para favorecer o desenvolvimento de um conceito aos alunos, é necessário levá-los a fazer uso do conceito que está aprendendo, para generalizar para outros exemplos do conceito, bem como identificar não exemplos. Também deve levá-los a perceber relações supraordenadas e subordinadas. A primeira é a relação que parte do menos inclusivo para o mais inclusivo, como no caso de identificar que 'todo quadrado é um retângulo'. Já a relação subordinada é aquela que parte do mais inclusivo para o menos inclusivo, como identificar que 'algum retângulo é quadrado'.

Em síntese, podemos dizer que o conhecimento conceitual em Matemática é o conhecimento de um conceito e das suas relações com outros conceitos. Assim, é diferente do conhecimento procedimental, definido como o conhecimento de *procedimentos* (Rittle-Johnson & Schneider, 2014; Rittle-Johnson, Schneider & Star, 2015), os quais, na visão de Zabala (1998, p. 43), correspondem a "um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo". Dentre os vários tipos de procedimentos, podemos citar o motriz, cognitivo, técnica, destreza, algoritmos e os heurísticos (Coll & Valls, 1998; Zabala, 1998). Apesar da aprendizagem de conceitos ter relação com o uso dos conhecimentos de procedimentos (Pozo, 1998), "os conhecimentos conceituais, pela nossa definição, devem ser aprendidos de forma significativa. Os procedimentos, por outro lado, podem ou não ser aprendidos com significado" (Hiebert & Lefevre, 1986, p. 08).

Referente ao ensino e à aprendizagem e desenvolvimento de conceitos, Klausmeier e Goodwin (1977) destacaram que os professores precisam compreender os conceitos que ensinam, de modo que saibam: a) obter uma definição do conceito (definição matemática); b) identificar os atributos definidores; c) identificar alguns atributos irrelevantes; d) identificar exemplos; e) identificar não exemplos; f) identificar a taxonomia (relações supraordenadas e subordinadas); g) identificar alguns princípios (exemplo: todo quadrado é formado de segmentos de reta); h) identificar situações para o uso do conceito; e i) identificar os nomes dos atributos do conceito.

Assim, o trabalho a ser feito em sala de aula, segundo as sugestões de Klausmeier e Goodwin (1977), exige que o professor elabore uma sequência de ensino, baseada em ações como: i) propor exemplos e não exemplos do conceito, para os alunos buscarem identificar os atributos definidores e os atributos irrelevantes; ii) solicitar que os alunos apresentem uma definição (construto mental); iii) apresentar aos alunos a terminologia do conceito e de seus atributos definidores; iv) tecer articulação entre a definição dos alunos (construto mental) e a definição matemática (entidade pública), utilizando a simbologia formal; v) solicitar aos alunos que apresentem novos exemplos, bem como não exemplos do conceito; e vi) levar os alunos a estabelecerem relações supraordenadas e subordinadas.

Ao contrário da forma tradicional de ensino (definição-exemplo-exercícios), o trabalho realizado nessa sequência foca na aprendizagem e desenvolvimento de conceitos, pois, segundo Klausmeier e Goodwin (1977), contribui para os alunos não cometerem erros de generalização (supergeneralizar ou subgeneralizar) e de má formação do conceito. Estudos como o de Proença e Pirola (2011) mostraram que, às vezes, os alunos denominam o cubo de quadrado, supergeneralizando o conceito de quadrado. Além disso, essa sequência de ensino contribui no sentido de que valoriza os *construtos mentais* dos alunos, ou seja, valoriza a aprendizagem de conceitos a partir das suas experiências individuais de aprendizagem, para depois articular à definição matemática, isto é, ao conceito como *entidade pública* (Klausmeier & Goodwin, 1977). Dessa forma, a construção do conceito vai na direção de que "não se trata tanto de se o aluno o compreende ou não, mas de *como* o compreende" (Coll & Valls, 1998, p. 27, grifo dos autores).

Rittle-Johnson e Schneider (2014) evidenciaram que vários estudos utilizaram diversos tipos de tarefas para investigar o conhecimento conceitual, as quais poderiam ser abordadas em sala de aula. Essas tarefas podem ser implícitas ou explícitas. As tarefas *implícitas* são as utilizadas para verificar como os alunos reconhecem exemplos do conceito, o que poderia ser no sentido da apresentação de um conjunto de exemplos e não exemplos, indicado por Klausmeier e Goodwin (1977), para os alunos reconhecerem os exemplos. Essas tarefas implícitas também ajudariam a verificar como esses alunos avaliam respostas dadas por outros alunos sobre o que seria o conceito. Já as tarefas *explícitas* exigiriam que os alunos saibam gerar ou selecionar definições do conceito ou, mesmo, que saibam desenhar mapas que envolvem características do conceito.

Esse trabalho a ser feito em sala de aula que envolve levar os alunos à aprendizagem de conceitos e ao desenvolvimento do conhecimento conceitual também está na direção do desenvolvimento do pensamento matemático avançado, apontado por Dreyfus (1991), justamente na vertente da abstração do conceito. Esse autor indicou que a abstração de um conceito matemático se daria pelo processo de representação, de generalização e de síntese das ideias. O autor sugere o uso de mais de uma representação (no caso, apenas exemplos), de forma que os alunos devem se envolver na generalização, ou seja, "derivar ou induzir a partir de elementos, para identificar pontos em comum, para expandir os domínios de validade" (Dreyfus, 1991, p. 35), para, no processo de síntese, fazer a integração das ideias, apontando uma/sua definição.

Essas sugestões de ensino contribuem para isso, pois os alunos são envolvidos no processo de generalização. Assim, as definições desses estudantes correspondem às suas sínteses a partir das características (atributos definidores e irrelevantes) que identificam nas várias representações do conceito (exemplos e não exemplos). Em decorrência, na visão de Hiebert e Lefevre (1986), desenvolver o conhecimento conceitual dos alunos implica levá-los a estabelecerem ricas relações entre as informações de um conceito, as quais podem atingir conexões com vários outros conceitos. É o caso, por exemplo, dos alunos aprenderem o conceito de quadrado e suas relações com outros quadriláteros, bem como compreenderem que o quadrado forma as faces do cubo, e não que um cubo é um quadrado.

3 Metodologia

O estudo corresponde a uma pesquisa exploratória e descritiva (Gil, 2012), visando obter e descrever a compreensão dos conhecimentos de um grupo de professores sobre o conceito de quadriláteros. Como buscávamos obter esses conhecimentos de professores dos vários Estados do Brasil, elaboramos um questionário que foi inserido no *Formulário Google*. Enviamos esse formulário a professores de Matemática do Brasil, por meio de grupos nas redes sociais disponíveis, em março de 2022. Após o envio, decorridos 30 dias, fizemos o reenvio. Obtivemos, como participantes, um grupo de 23 professores que atuam no ensino de Matemática.

O *Formulário Google* foi organizado em cinco partes. Na primeira, constava o convite para participarem da pesquisa, com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), para darem aval, caso quisessem contribuir. A segunda parte solicitava aspectos do perfil profissional, a saber: a) o Estado brasileiro onde atua e a formação de graduação; b) o tempo de trabalho como professor efetivo do Quadro Permanente e o nível de ensino de atuação; c) os anos escolares do Ensino Fundamental-Anos Finais e do Ensino Médio que ministraram aulas sobre quadriláteros. A terceira e a quarta partes continham questões/itens que versavam sobre o conhecimento conceitual de quadriláteros dos professores. A quinta parte continha itens sobre como realizavam o ensino, direcionado justamente para a aprendizagem do conceito. O Quadro 1, a seguir, mostra como ficou delineado esse instrumento de coleta de dados.

Quadro 1: Questionário sobre conhecimento conceitual de quadrilátero e seu ensino

Sobre o conhecimento conceitual:

1) Considere os itens abaixo. Marque aqueles que você acredita que devem ser considerados como forma de definir/caracterizar o que seria um quadrilátero.

( ) Pode ser uma figura espacial.
( ) É uma figura plana.
( ) É uma figura formada de segmentos de reta.
( ) Pode ser uma figura formada de segmentos de reta.
( ) É uma figura de quatro lados.
( ) Pode ser uma figura com mais de quatro lados.
( ) Pode ser uma figura aberta.
( ) É uma figura fechada.
( ) É uma figura simples.
( ) Pode haver intersecção entre seus lados, além da intersecção dos vértices.
( ) É uma figura, cuja soma dos ângulos internos é 360º.
( ) Pode ser uma figura, cuja soma dos ângulos internos seja diferente de 360º

2) Cite todos os quadriláteros que você conhece.
3) Marque as opções que NÃO são quadriláteros.

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5

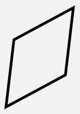
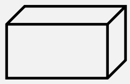
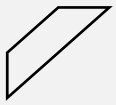
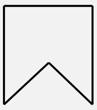
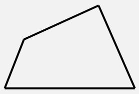
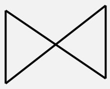
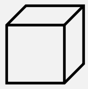
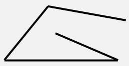
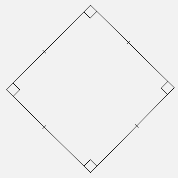
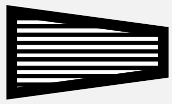
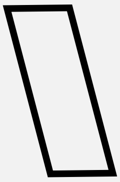
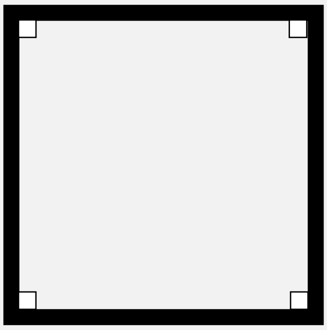
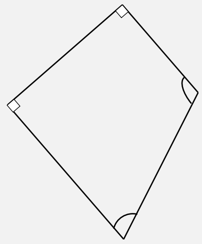
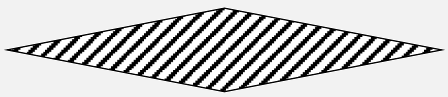
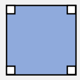
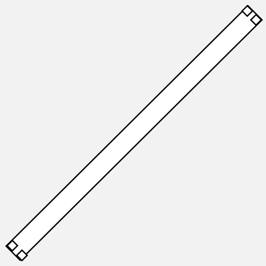

		

Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9	Figura 10
				

( ) Figura 1 ( ) Figura 2 ( ) Figura 3 ( ) Figura 4 ( ) Figura 5
( ) Figura 6 ( ) Figura 7 ( ) Figura 8 ( ) Figura 9 ( ) Figura 10
( ) Todas as figuras são quadriláteros

4) Abaixo, temos afirmações sobre as respectivas figuras. Marque as opções que você considera corretas.

( ) É um retângulo 	( ) Trata-se de um paralelogramo. 	( ) É um quadrado. 	( ) É um trapézio. 
( ) É um paralelogramo.	( ) Trata-se de um quadrado.	( ) Trata-se de um trapézio.	

		
( ) É um losango. 	( ) Corresponde a um quadrado. 	( ) Corresponde a um retângulo. 

Sobre o ensino do conceito de quadriláteros:

1) Considere os itens descritos abaixo. Marque ao lado com “X” a ordem das ações que adota (ou adotaria) no ensino do conceito de quadriláteros.

Itens	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º
Apresento várias figuras que são quadriláteros											
Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que não são quadriláteros											
Abordo as fórmulas de cálculo de área											
Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos											
Apresento a definição matemática											
Abordo as características das figuras											
Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que seriam quadriláteros											
Apresento o nome do conceito (quadriláteros)											
Abordo a fórmula do perímetro											

Apresento figuras que não são quadriláteros											
Apresento tanto figuras que são quadriláteros, quanto figuras que não são quadriláteros											

Fonte: Autoria Própria

Os dados foram apresentados de forma descritiva e categorial (Gil, 2012; Bogdan & Biklen, 1994). Esses dados sobre o perfil dos participantes foram apresentados nas Tabelas 1, 2 e 3, de modo a evidenciar a caracterização do grupo de professores. Já para os dados que envolveram o conhecimento conceitual sobre e o ensino de quadriláteros, fizemos a descrição das respostas nas Tabelas 4 a 8, utilizando os termos teóricos como categorias *a priori*. No caso dos aspectos de ensino, nas Tabelas 9 e 10, utilizamos categorias *a posteriori*, visando o entendimento das escolhas feitas nas ordens de ensino consideradas.

4 Caracterização do grupo de professores

Primeiramente, apresentamos uma caracterização do perfil profissional do grupo de 23 professores. A Tabela 1 mostra o Estado brasileiro e a respectiva formação de graduação, a qual contemplou os licenciados em Matemática (LM) e os licenciados em Ciências com Habilitação em Matemática (CHM).

Tabela 1: Estado onde trabalha e formação de graduação

Estado	**LM**	**CHM**	**Total**	**%**
Distrito Federal-DF	1	-	1	4,35
Mato Grosso-MT	1	-	1	4,35
Pará-PA	2	-	2	8,70
Paraíba-PB	-	1	1	4,35
Paraná-PR	9	2	11	47,83
Rio Grande do Sul-RS	2	-	2	8,70
São Paulo-SP	5	-	5	21,74
Total	**20**	**3**	**23**	**100,00**

Fonte: Autoria Própria

Observamos que a maior parte dos participantes (47,83%) são do Estado do Paraná, seguida do Estado de São Paulo (21,74%). Sobre a formação de graduação, a maioria, 20 (86,96%), é licenciada em Matemática. Referente ao tempo de trabalho como professor efetivo do Quadro Permanente e nível de atuação de ensino, a Tabela 2 mostra essa caracterização.

Tabela 2: Tempo como professor efetivo e nível de ensino que atua

Tempo (anos)	**EF-AF**	**EM**	**EF-AF + EM**	**Total**	**%**
1 a 5	-	2	4	6	26,09
6 a 10	3	2	1	6	26,09
11 a 15	2	3	1	6	26,09
16 a 20	1	1	-	2	8,70
21 a 25	1	-	1	2	8,70
26 ou mais	-	1	-	1	4,35
Total	**7**	**9**	**7**	**23**	**100,00**

Fonte: Autoria Própria

Verificamos que a maioria dos participantes tinha, no momento, entre 1 e 15 anos de atuação no ensino escolar, totalizando 18 (78,26%) professores. Já sobre o nível de ensino de atuação, há uma distribuição equilibrada, sendo maior para os que estão apenas no Ensino Médio (9; 39,13%). Diante dessa caracterização profissional, também questionamos sobre os anos escolares do Ensino Fundamental-Anos Finais (EF-AF) e Ensino Médio (EM) que haviam ensinado o conteúdo de quadriláteros na escola. A Tabela 3 mostra a frequência dos itens escolhidos pelos participantes.

Tabela 3: Anos escolares em que os participantes ensinaram quadriláteros

Ano escolar	Frequência	%
6º ano	15	65,22
7º ano	9	39,13
8º ano	13	56,52
9º ano	11	47,83
EF-AF ou EM (*)	8	34,78

(*) Foi retomado quadriláteros para tratar de sólidos geométricos.
Fonte: Autoria Própria

Na Tabela 3, observamos que a maior abordagem de ensino ocorreu nos 6º anos do Ensino Fundamental (65,22%), seguida dos 8º anos do Ensino Fundamental (56,52%). Um item do questionário, para descrever esse trabalho de sala de aula, é o que apontava sobre apenas retomar quadriláteros para abordar sólidos geométricos nos dois níveis de ensino considerados, o que mostra uma frequência de respostas de 8 (34,78%).

5 Resultados e discussão

Conhecimento conceitual de quadriláteros dos professores: Nesta primeira parte, buscamos evidenciar as respostas dos participantes para revelar o conhecimento conceitual. A Tabela 4 mostra os itens escolhidos pelos professores que definiriam/caracterizariam um quadrilátero.

Tabela 4: Afirmações escolhidas para definir ou caracterizar o que seria um quadrilátero

Natureza	Afirmações	Quantidade	%
Atributos definidores	É uma figura plana	23	100,00
	É uma figura formada de segmentos de reta	21	91,30
	É uma figura de quatro lados	21	91,30
	É uma figura fechada	19	82,61
	É uma figura simples	8	34,78
	É uma figura, cuja soma dos ângulos internos é 360º	21	91,30
Atributos de outros conceitos	Pode ser uma figura espacial	1	4,35
	Pode ser uma figura formada por segmentos de reta	2	8,70
	Pode ser uma figura com mais de quatro lados	-	-
	Pode ser uma figura aberta	-	-
	Pode haver intersecção entre seus lados, além da intersecção dos vértices.	2	8,70
	Pode ser uma figura, cuja soma dos ângulos internos seja diferente de 360º	1	4,35

Fonte: Autoria Própria

Da Tabela 4, observamos que, das afirmações cuja natureza são *atributos definidores* de quadriláteros, os 23 professores reconheceram "é uma figura plana" como tal. Verificamos também que há professores com dificuldades no reconhecimento da totalidade dos *atributos definidores* de quadrilátero, o que, no ensino, pode levar os alunos a não identificarem a totalidade das características de quadriláteros, como Pereira e Proença (2019) mostraram.

Na visão de Hiebert e Lefevre (1986), essa dificuldade dos professores pode ser entendida como em não atingir o nível *reflexivo* para abstrair relações nesse terreno matemático dos quadriláteros. Das afirmações que são *atributos definidores*, esse nível ainda precisa ser atingido sobre ser uma figura simples, pois foi identificada por apenas 8 (34,78%) professores. Essa dificuldade pode refletir nos alunos, pois, o estudo de Proença e Pirola (2009) mostrou que uma média baixa (M = 42,3%; n = 253) de alunos de Ensino Médio identificaram em uma afirmação que o atributo de figura simples é do conceito de polígono.

Sobre as afirmações cuja natureza envolve atributos de outros conceitos (Tabela 4), observamos que seis participantes escolheram quatro delas. Essas escolhas revelam uma compreensão que supergeneraliza (Klasumeier & Goodwin, 1977) o conceito de quadriláteros como, por exemplo, indicar que "pode ser uma figura espacial". Isso acaba por revelar uma compreensão em nível de abstração *primária* (Hiebert & Lefevre, 1986), justamente por não diferenciar as relações entre um quadrilátero e outros conceitos matemáticos. Se o professor não souber realizar essa diferenciação, pode, consequentemente, levar os alunos a não terem condições de perceber, por exemplo, que um polígono forma a face de um poliedro e, assim, polígono não é poliedro (Proença & Pirola, 2011).

A Tabela 5 mostra os resultados referentes às quantidades dos *exemplos* de quadriláteros que os participantes mencionaram conhecer.

Tabela 5: Quadriláteros conhecidos

Quadriláteros	Quantidade	%
Quadrado	21	91,30
Retângulo	22	95,65
Paralelogramo	20	86,96
Losango	21	91,30
Trapézio	22	95,65
Irregulares	6	26,09

Fonte: Autoria Própria

Observamos que os cinco primeiros exemplos da Tabela 5, fornecidos pelos professores, são os quadriláteros notáveis, de modo que há uma proximidade na quantidade de menção a esses *exemplos*, talvez por serem mais conhecidos. Diante disso, os quadriláteros mais mencionados foram o retângulo e o trapézio, com 95,65% cada. Porém, verificamos que nenhum dos cinco *exemplos* obtiveram menção do total dos 23 participantes. Uma explicação pode ser terem considerado a relação de inclusão do tipo *subordinada* (Klausmeier & Goodwin, 1977), como, por exemplo, ao citar o trapézio, que o paralelogramo já estaria incluso.

A Tabela 5 mostra que apenas 26,09% dos participantes mencionaram os quadriláteros irregulares, revelando conseguirem realizar uma generalização a outros exemplos (Klausmeier & Goodwin, 1977). Esse resultado mostra que os demais professores podem ter dificuldades de exercerem um ensino que promova uma aprendizagem dos alunos, gerando incompreensões não apenas para identificarem e apresentarem *exemplos* de quadriláteros (Pereira & Proenca, 2019), mas ainda para outros conceitos geométricos, como, por exemplo, identificar e indicar diferentes tipos de ângulos (Aydin, 2018).

A Tabela 6 mostra as figuras que foram consideradas pelos participantes como não sendo exemplos de quadriláteros.

Tabela 6: Figuras consideradas como não sendo quadriláteros

Natureza	Itens	Quantidade	%
Exemplos de quadriláteros	Figura 1	1	4,35
	Figura 3	2	8,70
	Figura 5	5	21,74
	Figura 7	1	4,35
Não exemplos de quadriláteros	Figura 2	21	91,30
	Figura 4	19	82,61
	Figura 6	18	78,26
	Figura 8	20	86,96
	Figura 9	21	91,30
	Figura 10	20	86,96

Fonte: Autoria Própria

Sobre a natureza de ser exemplos de quadriláteros (Figuras 1, 3, 5 e 7), a Tabela 6 evidencia que nove participantes consideraram erroneamente pelo menos uma vez essas figuras como não sendo exemplos de quadriláteros. A maior quantidade desse equívoco foi para a Figura 5 (quadrilátero côncavo), no total de 21,74%. Esse equívoco pode ser por compreenderem que um exemplo seria apenas um quadrilátero notável, com forma convexa. Nesse caso, a forma côncava pode ter dificultado identificar que possui os *atributos definidores:* quatro lados e ser figura fechada, de modo a reconhecer que se trata de um *exemplo* de quadrilátero. No geral, é preocupante que haja o reconhecimento também das Figuras 1, 3 e 7 como não sendo um quadrilátero, pois são exemplos com, evidentemente, quatro lados e, assim, deveriam ter sido generalizados como quadriláteros (Klausmeier & Goodwin, 1977).

Para a natureza de ser não exemplos de quadriláteros, observamos que a Figura 2 (paralelepípedo) e a Figura 9 (cubo) foram as mais reconhecidas, com 91,30% cada. Já a Figura 6 (pentágono côncavo) foi a menos identificada como tal (78,26%). Possivelmente, os outros cinco professores que não a reconheceram como um *não exemplo* pode ser devido a ser uma figura côncava. Essa justificativa pode ser a mesma para os que consideraram a Figura 5 (quadrilátero côncavo) como *não exemplo*.

A Tabela 7 mostra a quantidade de respostas dos participantes que consideraram corretas cada uma das afirmações sobre as figuras de alguns quadriláteros. Tais afirmações foram agrupadas, segundo o respectivo *exemplo* de quadrilátero, para ajudar a compreender essa quantidade de respostas, tendo em vista a presença de *atributos irrelevantes*.

Observamos que os 23 professores reconheceram as afirmações sobre o quadrado e o trapézio como corretas, o que, segundo Klausmerier e Goodwin (1977), mostra que os *atributos irrelevantes* presentes (lados constituídos de linhas finas e figuras rotacionadas) não interferiram, aparentemente. Já no estudo de Proença e Pirola (2011), o quadrado com linha espessa e rotacionado foi reconhecido por 75,1% (n = 253) de alunos do Ensino Médio, o que mostra que, talvez, no ensino seja necessária uma maior abordagem sobre figuras rotacionadas e com outros atributos irrelevantes para potencializar a aprendizagem conceitual.

Tabela 7: Afirmações sobre figuras consideradas corretas pelos participantes

Afirmações (Todas corretas)	Atributos irrelevantes	Quantidade	%
É um quadrado	Linha fina e rotacionado	23	100,00
Trata-se de um quadrado	Linha espessa e grande	20	86,96
Corresponde a um quadrado	Cor interna azul e pequeno	19	82,61
É um retângulo	Cor interna verde	20	86,96
Corresponde a um retângulo	Linha fina e inclinado	22	95,65
É um trapézio	Linha espessa, hachurado e rotacionado	17	73,91
Trata-se de um trapézio	Linha fina e rotacionado	23	100,00
Trata-se de um paralelogramo	Linha fina	20	86,96
É um paralelogramo	Linha espessa e rotacionado	17	73,91
É um losango	Hachurado	16	69,57

Fonte: Autoria Própria

Por outro lado, a Tabela 7 evidencia que o menor percentual de reconhecimento foi de 69,57% para a afirmação sobre ser um losango, cuja figura esta hachurada. Referente a alunos de Ensino Médio, o estudo de Proença e Pirola (2011) mostrou que, quando se trata de identificar figuras hachuradas, apresentam média abaixo de 60%, como no caso de um quadrado hachurado que teve média de reconhecimento de 59,7% (n = 253).

De modo geral, a presença de outros *atributos irrelevantes* indica dificuldade dos participantes para reconhecer a veracidade das afirmações. Se observarmos as outras duas afirmações sobre quadrado, verificamos que a figura com linha espessa e tamanho grande (86,96%) e a com cor interna azul e de tamanho pequeno (82,61%) não foram reconhecidas como corretas por todos. Curiosamente, o paralelogramo com linha fina (86,96%), geralmente tratado na posição apresentada, também não foi reconhecido como correto por todos.

Conhecimento dos professores para o ensino do conceito de quadriláteros: Nesta segunda parte, buscamos revelar a forma como os participantes conduziriam o ensino de quadriláteros. A Tabela 8 mostra os itens ao ensino, disponibilizados aos professores, e a respectiva quantidade para a ordem que considerariam no ensino. Separamos esses itens em duas partes, sendo os seis primeiros na ordem que reflete ao indicado por Klausmeier e Goodwin (1977), para um trabalho que direcione os alunos à formação conceitual.

Tabela 8: Ordem apresentada ao ensino a ser realizado

Itens	Ordem escolhida pelos participantes (Qtd) (n = 23)										
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º
1º) Apresento tanto figuras que são quadriláteros quanto figuras que não são quadriláteros	8	3	1	2	0	0	0	0	1	1	1
2º) Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos	1	3	3	2	3	3	1	2	0	0	0
3º) Apresento o nome do conceito (quadriláteros)	1	1	1	2	2	2	1	3	0	0	1
4º) Apresento a definição matemática	0	1	2	2	2	0	3	1	3	1	1
5º) Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que seriam quadriláteros	0	1	2	1	4	1	2	0	1	0	0

6º) Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que não são quadriláteros	0	4	0	1	2	3	1	0	0	1	0
Apresento várias figuras que são quadriláteros	9	1	2	3	1	0	0	0	0	0	1
Abordo as fórmulas de cálculo de área	0	0	1	0	0	1	0	1	4	2	2
Abordo as características das figuras	1	6	5	0	1	3	0	0	0	0	1
Abordo a fórmula do perímetro	0	0	1	0	0	0	1	2	1	3	2
Apresento figuras que não são quadriláteros	2	1	2	1	0	1	1	3	1	1	0

Fonte: Autoria Própria

Da Tabela 8, observamos que há uma tendência em utilizar o item que envolve tanto *exemplos* como *não exemplos* (Klausmeier & Goodwin, 1977) no início do ensino, em um total de 8 professores (34,78%), bem como utilizar o item que envolve apenas os *exemplos*, no total de 9 (39,13%). A escolha por um ou outro caminho é adequada, pois, segundo Klausmeier e Goodwim (1977), possibilita envolver os alunos na identificação de *atributos relevantes e irrelevantes*. Na visão de Dreyfus (1991), tratar apenas de representações do conceito (apenas os exemplos) ajuda no processo de abstração.

Diante disso, buscamos apontar a categorização de uma sequência de ensino que resultou dessas duas maiores escolhas (n =17). A Tabela 9 mostra a sequência de ensino que deriva de a ordem inicial ser: “Apresento tanto figuras que são quadriláteros quanto figuras que não são quadriláteros”.

Tabela 9: Sequência de ensino com base no uso inicial de exemplos e de não exemplos

Ensino	Participantes	Quantidade (n = 8)	%
Somente o professor explica/define	P7 e P8	2	25,00
Valoriza o trabalho com exemplos e não exemplos para depois solicitar aos alunos gerarem uma definição	P13, P15, P16, P18, P19 e P22	6	75,00

Fonte: Autoria Própria

Verificamos que dois professores (P7 e P8), apesar de indicarem trazer *exemplos* e não *exemplos* de quadriláteros, a ordem de ensino prezou por somente o professor explicar/expor o aspecto conceitual. Para ilustrar, segue a ordem apresentada por P8: 2º — Apresento o nome do conceito (quadriláteros); 3º — Abordo as características das figuras; 4º — Apresento a definição matemática; 5º — Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos. Na visão de Rittle-Johnson e Schneider (2014), essa ordem de ensino seria uma tarefa *explícita* que busca dar aos alunos condições de gerarem uma definição, porém não construtiva, pois ocorre com base apenas no que o professor expõe.

Portanto, essa ordem acaba por não permitir aos alunos gerarem uma definição como um *construto mental* (Klausmeier & Goodwin, 1977), pois há pouca possibilidade de envolvê-los no reconhecimento de *atributos definidores* e perceber *atributos irrelevantes* a partir de seus conhecimentos prévios. Isso pode ter relação com uma dificuldade estrutural de ensino quanto ao conhecimento matemático ao ensino de geometria, conforme revelaram os estudos de Steele (2013) e Sunzuma e Maharaj (2019).

Ao contrário disso, a Tabela 9 mostra que seis professores (P13, P15, P16, P18, P19 e P22) valorizaram uma ordem de ensino que prezou por dar voz aos alunos, antes de pedir para gerarem uma definição (construto mental). Essa ordem ocorreu das seguintes formas:

- P16 pediria logo em seguida o item da ordem indicada por Klausmeier e Goodwin (1977): 2º — Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos; 3º — Abordo as características das figuras.
- Diferente de P16, o participante P15 pediria, antes, aos alunos, mencionarem mais *exemplos* e *não exemplos*: 2º — Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que não são quadriláteros; 3º — Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que seriam quadriláteros; 4º — Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos; 5º — Apresento a definição matemática.
- P13, P18, P19 e P22 tenderam a abordar as características para depois pedir aos alunos apresentarem *exemplos* e *não exemplos*, bem como o próprio professor apresentar exemplos. A ordem de P19 ilustra esse resultado: 2º — Abordo as características das figuras; 3º — Apresento várias figuras que são quadriláteros; 4º — Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que seriam quadriláteros; 5º — Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que não são quadriláteros; 6º — Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos.

Referente à segunda tendência de início da ordem de ensino (Tabela 8), a Tabela 10 mostra as sequências de ensino que derivam de a ordem inicial ser: “Apresento várias figuras que são quadriláteros”.

Tabela 10: Sequência de ensino com base no uso inicial de apenas exemplos

Ensino	Participantes	Quantidade (n = 9)	%
Somente o professor explica/define	P4 e P5	2	22,22
Pede aos alunos para gerarem uma definição (com base nos exemplos) e não aborda os não exemplos	P9 e P17	2	22,22
Inclui o trabalho com não exemplos e depois solicita aos alunos gerarem uma definição	P2, P3, P6, P11 e P12	5	55,56

Fonte: Autoria Própria

Após trazer apenas *exemplos* de quadriláteros, P4 e P5 atuariam sendo expositores de conteúdo, conforme P5 indicou ao apontar apenas os itens seguintes: 2º — Apresento a definição matemática; 3º — Apresento figuras que não são quadriláteros. Na perspectiva de Rittle-Johnson e Schneider (2014), essa postura revela a falta de atitude para propor uma tarefa *explícita* de geração de uma definição por parte dos alunos. Segundo Klausmeir e Goodwin (1977), haveria pouca oportunidade para os alunos construírem suas definições como *construto mental*. Nesse sentido, a postura de ensino de P5 tende a atingir outros conteúdos, de modo que os alunos podem até propor exemplos, porém podem não conseguir perceber a estrutura matemática presente, pela inconsistência do conhecimento conceitual trabalhado (Fernández-Millán & Molina, 2018; Scheibling-Sève, Pasquinelli & Sander, 2020).

Já P9 e P17 avançam um pouco, ao indicarem pedir aos alunos que gerem uma definição, mas não tratam de *não exemplos*, conforme apenas esses dois itens seguintes que P9 indicou: 2º — Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos; 3º — Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que seriam quadriláteros. Entendemos que é importante abordar os *não exemplos*, para poder potencializar a compreensão dos alunos do conceito de quadriláteros ao nível *formal* (Klausmeier & Goodwin, 1977), derivado justamente da abstração do conceito pelas relações que podem estabelecer ao nível *reflexivo* (Hiebert & Lefevre, 1986).

Ao contrário dessas posturas, P2, P3, P6, P11 e P12 envolveram também um ensino que valorizou o uso de *não exemplos*, antes de pedirem aos alunos gerarem uma definição (construto mental). A ordem de P12 ilustra esse resultado, o que corresponde a cinco itens: 2º — Peço aos alunos para apresentarem outras figuras que não são quadriláteros; 3º — Abordo as características das figuras; 4º — Apresento tanto figuras que são quadriláteros, quanto figuras que não são quadriláteros; 5º — Peço aos alunos para gerarem uma definição, segundo seus entendimentos.

6 Conclusão

O presente artigo teve como objetivo analisar o conhecimento conceitual de um grupo de professores de Matemática sobre quadriláteros e a forma de exercerem seu ensino. Por meio de um *Formulário Google*, 23 professores do Brasil responderam ao questionário. A respeito do conhecimento conceitual de quadriláteros, consideramos que, em termos de *atributos definidores*, houve um reconhecimento dos atributos em maior grau, exceto o de ser uma figura simples, o que ainda precisa ser compreendido. Também precisam ser entendidas as características de ser uma figura espacial e ter a soma de seus ângulos internos diferente de 360º como não sendo atributos definidores de quadriláteros.

Em termos de conhecer *exemplos* e *não exemplos*, houve maior tendência de mencionar quadriláteros notáveis e pouco sobre os de forma irregular e, até mesmo, fazer menção aos de forma côncava. Nesse sentido, nossos dados mostram que reconhecer uma figura côncava como sendo ou não um quadrilátero indicou que possivelmente a forma côncava gerou dúvidas. Além disso, figuras como o losango e o trapézio foram, equivocadamente, reconhecidas por cinco professores como um *não exemplo*, possivelmente por estarem inclinadas, o que é um *atributo irrelevante*.

Sobre reconhecer os *exemplos* tendo em vista a presença de *atributos irrelevantes* nas figuras apresentadas, constatamos que a presença de linha espessa, de estar hachurada e estar rotacionada indicaram maior dificuldade dos professores para reconhecerem cada uma das figuras. O caso do quadrado, um dos *exemplos* de quadriláteros mais conhecidos, mostra essa dificuldade de alguns professores em se aterem aos *atributos definidores*, e não aos *atributos irrelevantes*.

A respeito do ensino do conceito de quadriláteros, constatamos que a tendência foi a de exercer um início desse ensino, tanto pelo uso de *exemplos* e *não exemplos*, quanto pelo uso apenas dos *exemplos* (n = 17). Independentemente de adotar um desses caminhos iniciais, quatro professores revelaram seguir uma forma tradicional de ensino, prezando pela postura do professor como expositor de ideias. Também constatamos que dois professores, apesar de evidenciarem um debate sobre as características dos *exemplos*, não mencionaram abordar os *não exemplos*. No total, 11 professores revelaram tratar tanto de exemplos, quanto de não exemplos na ordem da sua sequência de ensino.

Contudo, concluímos que houve um reconhecimento dos aspectos que envolveram o conceito de quadriláteros por parte da maioria dos professores que participaram da pesquisa. No entanto, há a necessidade de buscarem compreensão de mais *exemplos* e *não exemplos*, e a atenção ao fato de que a presença de *atributos definidores* não interfere no conceito. No caso de exercer o ensino, há professores com posturas diferentes, sendo notada a forma tradicional, com base apenas no papel expositor do professor. Um aspecto importante é a necessidade desses professores incorporarem, em seu ensino, o trabalho com os *não exemplos*, uma vez que pode potencializar o desenvolvimento conceitual.

Sobre as limitações do nosso estudo, tínhamos a intenção de obter um número maior de professores participantes, pois nos valemos das redes sociais e, dessa forma, poderiam escolher quando responder ao questionário *on-line*. Se tivéssemos mais professores, seria possível apresentar resultados com um panorama mais robusto sobre o aspecto conceitual de quadriláteros e seu ensino. Apesar do tempo que enviamos repetidamente o questionário ter sido suficiente, sugerimos que, para estudos futuros, seria importante que o período fosse ainda maior. Por outro lado, pode ser que, mesmo ampliando essa duração, não ocorra um aumento considerável, tendo em vista que muitos professores não se interessam em responder questionários *on-line* ou não se sintam confortáveis em responder sobre geometria, devido a algumas dificuldades sobre esse assunto, não querendo expô-las.

De forma geral, nosso estudo contribui no campo da pesquisa ao ampliar resultados sobre os aspectos do conceito de quadriláteros no escopo do conhecimento conceitual diante dos poucos estudos no tema. No caso, tratar dos *não exemplos* e dos *atributos irrelevantes* revelou com maior profundidade como os professores lidaram com o reconhecimento de *exemplos* de quadriláteros. Portanto, estudos podem ser feitos, por meio de propostas de formação de professores que incorporem o uso de *não exemplos* e o enfoque em *atributos irrelevantes*. Pode-se, assim, analisar a construção de conhecimento conceitual, bem como analisar como esses professores encaminhariam propostas de ensino à formação e ao desenvolvimento conceitual dos alunos.

Referências

Aydin, U. (2018). Conceptual and procedural angle knowledge: do gender and grade level make a difference? *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, *19*(1), 22-46.

Ball, D. L.; Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Bogdan, R.; Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de M. J. Alvarez; S. B. Santos & T. M. Baptista. Porto: Porto Editora.

Castilho, G. R. & Proença, M. C. (2018). Análise do conhecimento de licenciandos em matemática sobre o conceito e o ensino de polígono. *Revista Prática Docente*, *3*(1), 32-49.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In: D. A. Grouws (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*: *a project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp. 420-464). New York: Macmillan.

Coll, C. & Valls, E. (1998). A aprendizagem e o ensino dos procedimentos. In: C. Coll; J. I. Pozo; B. Sarabia & E. Valls (Org.). *Os conteúdos na reforma: ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes*. Tradução de B. A. Neves (pp. 73-118). Porto Alegre: Artes Médicas.

Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In: D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking*. (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer.

Fernández-Millán, E. & Molina, M. (2017). Secondary students' implicit conceptual knowledge of algebraic symbolism: an exploratory study through problem posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *12*(3), 799-826.

Fernández-Millán, E. & Molina, M. (2018). Ejemplos y definiciones de ecuaciones: una ventana hacia el conocimiento conceptual de estudiantes de secundaria. *PNA*, *12*(3), 147-172.

Gil. A. C. (2012). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas.

Gonçalves, B. M. & Proença, M. C. (2020). Análise dos conhecimentos conceitual e procedimental de alunos do primeiro ano do ensino médio sobre equação do 2.º grau. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, *5*(2), 209-228.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In: J. Hiebert (Ed.). *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics.* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Hoffer, A. (1983). Van Hiele-based research. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). *Acquisition of mathematics concepts and processes.* (pp. 205-227). New York: Academic Press.

Klausmeier, H. J. & Goodwin, W. (1977). *Manual de Psicologia Educacional: aprendizagem e capacidades humanas*. Tradução de M. C. T. A. Abreu. São Paulo: Harper & Row.

Liang, B. & Castillo-Garsow, C. (2020). Undergraduate Students' meanings for central angle and inscribed angle. *The Mathematics Educator*, *29*(1), 53–84.

Maia, E. J. & Proença, M. C. (2016). A resolução de problemas no ensino da geometria: dificuldades e limites de graduandos de um curso de pedagogia. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, *11*(2), 402-417.

Pereira, M. C. G. & Proença, M. C. (2019). O conceito de quadriláteros: análise do conhecimento de quatro alunos do sétimo ano do ensino fundamental. *Educação Matemática em Revista*, *24*(62), 108-124.

Pozo, J. I. (1998). A aprendizagem e o ensino de fatos e conceitos. In: C. Coll; J. I. Pozo; B. Sarabia & E. Valls (Orgs.). *Os conteúdos na reforma: ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes*. Tradução B. A. Neves. (pp. 17-71). Porto Alegre: Artes Médicas.

Proença, M. C.; Maia-Afonso, E. J.; Travassos, W. B. & Castilho, G. R. (2020). Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9.º ano do ensino fundamental. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *16*(36), 224-243.

Proença, M. C. & Pirola, N. A. (2011). O conhecimento de polígonos e poliedros: uma análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não-exemplos. *Ciência & Educação*, *17*(1), 199-217.

Proença, M. C. & Pirola, N. A. (2009). Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígonos. *Zetetiké*, *17*(31), 11-45.

Rittle-Johnson, B. & Schneider, M. (2014). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In: R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.). *Oxford handbook of numerical cognition.* (pp. 1118–1134). Oxford, UK: Oxford University Press.

Rittle-Johnson, B.; Schneider, M. & Star, J. R. (2015). Not a one-way street: Bidirectional relations between procedural and conceptual knowledge of mathematics. *Educational Psychology Review*, *27*(4), 587–597.

Scheibling-Sève, C.; Pasquinelli, E. & Sander, E. (2020). Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems. *Educational Studies in Mathematics*, *103*(3), 293-311.

Schoenfeld, A. H. (1986). On having and using geometric knowledge. In: J. Hiebert (Ed.). *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics.* (pp. 225-264). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 04-14.

Skemp, R. R. (1971). *The psychology of learning mathematics.* Middlesex, England: Penguin.

Steele, M. D. (2013). Exploring the mathematical knowledge for teaching geometry and measurement through the design and use of rich assessment tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(4), 245-268.

Sunzuma G. & Maharaj A. (2019). In-service Teachers' geometry content knowledge: implications for how geometry is taught in teacher training institutions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(3), 633-646.

Yurniwati, Y. & Soleh, D. A. (2019). Geometric conceptual and procedural knowledge of prospective teachers. *International Journal of Education and Pedagogy*, *1*(2), 108-117.

Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar*. Tradução de E. F. F. Rosa. Porto alegre: ArtMed.

Zuya, H. E. (2017). Prospective Teachers' conceptual and procedural knowledge in mathematics: the case of algebra. *American Journal of Educational Research*, *5*(3), 310-315.