

Conhecimentos e crenças manifestados por professores que ensinam Matemática e fazem uso de materiais manipuláveis em suas práticas

Priscila Bernardo Martins

Universidade Cruzeiro do Sul

São Paulo, SP — Brasil

✉ priscila.bmartins8@gmail.com

ORCID [0000-0001-6482-4031](https://orcid.org/0000-0001-6482-4031)

Edda Curi


Universidade Cruzeiro do Sul


São Paulo, SP — Brasil

✉ edda.curi@gmail.com

ORCID [0000-0001-6347-0251](https://orcid.org/0000-0001-6347-0251)



2238-0345 

10.37001/ripem.v12i4.3231 

Recebido • 10/10/2022

Aprovado • 15/11/2022

Publicado • 20/11/2022

Editor • Gilberto Januario 

Resumo: O presente texto visa evidenciar os conhecimentos e crenças manifestados por professores que ensinam Matemática no Ciclo Interdisciplinar ao fazer uso de recursos manipuláveis, em suas interações com os documentos e materiais curriculares da Rede Municipal de São Paulo. Para analisar os conhecimentos dos professores para ensinar Matemática recorreremos a abordagem de natureza qualitativa e tipologia estratégia de triangulação de dados e apoiarmo-nos em teorizações que discutem o conhecimento do professor que ensina Matemática, como Ball, Tames & Phelps (2008). Os resultados mostram que, nas ações de formações foram reveladas algumas crenças dos professores em relação ao uso de materiais manipulativos em sala de aula. No decorrer das formações, muitas dessas crenças foram problematizadas e a etapa reflexão proporcionou sua ressignificação. No entanto, as crenças não são facilmente superáveis e por isso ainda precisa ser objeto de reflexão nos cursos de formação de professores que ensinam Matemática.

Palavras-chave: Crenças. Formação de Professores de Matemática. Lesson Study.

Knowledge and beliefs manifested by teachers who teach Mathematics and make use of manipulative materials in their practices

Abstract: The present text aims to highlight the knowledge and beliefs manifested by teachers who teach mathematics in the Interdisciplinary Cycle by making use of manipulable resources, in their interactions with documents and curriculum materials from the Municipal Network of São Paulo. To analyze the knowledge of teachers to teach Mathematics, we use a qualitative approach and data triangulation strategy typology and we rely on theories that discuss the knowledge of teachers who teach Mathematics, such as Ball, Tames & Phelps (2008). The results show that, in the training actions, some teachers' beliefs regarding the use of manipulative materials in the classroom were revealed. During the training, many of these beliefs were problematized and the reflection stage provided their resignification. However, beliefs are not easily overcome and therefore still need to be the object of reflection in teacher training courses that teach Mathematics.

Keywords: Beliefs. Mathematics Teacher Training. Lesson Study.

Conocimientos y creencias que manifiestan los docentes que enseñan Matemáticas y hacen uso de materiales manipulativos en sus prácticas

Resumen: El presente texto tiene como objetivo resaltar los conocimientos y creencias

manifestados por los profesores que enseñan Matemáticas en el Ciclo Interdisciplinario haciendo uso de recursos manipulables, en sus interacciones con documentos y materiales curriculares de la Red Municipal de São Paulo. Para analizar el conocimiento de los profesores para enseñar Matemáticas, utilizamos un enfoque cualitativo y una tipología de estrategia de triangulación de datos y nos apoyamos en teorías que discuten el conocimiento de los profesores que enseñan Matemáticas, como Ball, Tames & Phelps (2008). Los resultados muestran que, en las acciones formativas, se revelaron algunas creencias de los docentes sobre el uso de materiales manipulativos en el aula. Durante la formación, muchas de estas creencias fueron problematizadas y la etapa de reflexión facilitó su resignificación. Sin embargo, las creencias no son fácilmente superables y por lo tanto aún necesitan ser objeto de reflexión en los cursos de formación docente que enseñan Matemáticas.

Palabras clave: Creencias. Formación de Profesores de Matemáticas. Estudio de la Lección.

1 Introdução

Este artigo é recorte de uma tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, escrita pela primeira autora e orientada pela segunda autora.

A referida tese situada no Projeto de Pesquisa denominado "Discussões Curriculares: contribuições de um grupo colaborativo para a implementação de um novo currículo de Matemática e o uso de materiais curriculares na Rede Pública Municipal de São Paulo" O Projeto de Pesquisa em questão foi coordenado pela profa. Dra. Edda Curi, como parceria a tríade: Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, Secretaria Municipal de Educação de São Paulo e a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO).

O Projeto seguiu os preceitos da metodologia *Lesson Study*, no qual buscou-se promover discussões e reflexões acerca da compreensão dos participantes em relação à Matemática e o seu ensino, bem como os conhecimentos correlatos aos documentos e materiais curriculares implementados na época da pesquisa. Desse modo, no decorrer das etapas da metodologia *Lesson Study* foram reveladas algumas crenças dos professores, especialmente com relação ao uso de materiais manipuláveis em sala de aula.

Isso posto, o presente texto visa evidenciar os conhecimentos e crenças manifestados por professores que ensinam Matemática no Ciclo Interdisciplinar ao fazer uso de recursos manipuláveis, em suas interações com os documentos e materiais curriculares da Rede Municipal de São Paulo.

Para analisar os conhecimentos dos professores para ensinar Matemática recorreremos a abordagem de natureza qualitativa e tipologia estratégia de triangulação de dados e apoiaremos em teorizações que discutem o conhecimento do professor que ensina Matemática, como Ball, Tames & Phelps (2008). Antes de retratarmos o cenário da pesquisa e os procedimentos de coleta dos dados, passamos, a seguir, a apresentar uma síntese dos estudos dos autores supracitados.

2 Vertentes dos conhecimentos necessários para ensinar Matemática

Ball, Tames & Phelps (2008), baseando-se nos estudos de Shulman (1986), discutem os conhecimentos do professor para ensinar Matemática. Assim, compreender o conteúdo matemático a ser ensinado é importante, pois esse conhecimento é o que determina o modo

como o professor visualiza o ensino. Somente assim o professor pode reconhecer as estratégias que os estudantes empregaram e compreender qual foi a aprendizagem manifestada por eles. Isto significa que o professor precisa estar inserido em um ambiente escolar no qual ele e os estudantes fazem parte.

O modelo proposto pelos pesquisadores Ball, Tames & Phelps (2008), está organizado a partir dos dois domínios do conhecimento veiculados em estudos de Shulman (1986) — Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Os pesquisadores subdividem as vertentes dos conhecimentos propostos por Shulman (1986) em outros 6 subdomínios.

De acordo com Ball, Tames & Phelps (2008), um domínio refere-se ao “Conhecimento Específico do Conteúdo”, que foi organizado em três subdomínios: (1) Conhecimento Comum do Conteúdo (2) Conhecimento do Conteúdo no Horizonte e (3) Conhecimento Especializado do Conteúdo. Já o outro domínio diz respeito ao “Conhecimento Pedagógico do Conteúdo”, que foi organizado em “Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes”, “Conhecimento do Conteúdo e do Currículo” e “Conhecimento do Conteúdo e do Ensino”.

O Conhecimento Comum do Conteúdo refere-se a um conhecimento que não é exclusivo dos professores, pois outros profissionais também têm domínio deste tipo de conhecimento. O Conhecimento Especializado do Conteúdo refere-se a um conhecimento específico para o ensino, especial e fundamental para os professores, pois possibilita que os profissionais reconheçam padrões nos erros dos estudantes e analisem os procedimentos e estratégias utilizados por seus estudantes.

Em sua tese de doutorado, Martins (2020) destacou a necessidade de as professoras “apropriarem-se” de alguns conteúdos matemáticos para o ensino. Como um dos resultados, a pesquisadora mostrou que quando as professoras possuem pouco conhecimento dos conteúdos matemáticos que devem ensinar elas revelam inseguranças frente às situações de ensino que envolvem esses conteúdos, muitas vezes deixando de realizar atividades propostas no planejamento efetuado com o grupo.

O Conhecimento do Conteúdo no Horizonte refere-se ao conhecimento que permite ao professor situar um conceito ao longo do currículo da Matemática. Esse conhecimento está atrelado ao reconhecimento, pelo professor, das correlações presentes entre os conteúdos matemáticos ao longo de um ano de escolaridade.

O Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes permite uma estreita relação entre o conteúdo a ser ensinado com os conhecimentos sobre os estudantes, o que eles dominam ou não do conteúdo a ser ensinado. A perspectiva é que os professores possam antecipar o que os estudantes pensam sobre um dado conteúdo a ser ensinado, prevendo o que os estudantes acham interessante, o que serão capazes de realizar com ou sem dificuldade, seus possíveis erros, entre outros aspectos.

O Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, para Ball, Tames & Phelps (2008) permite uma relação entre os conteúdos a serem ensinados e a maneira de ensiná-los. O Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, para os autores, refere-se à confluência de conhecimentos que permitem a compreensão do professor acerca da organização, dos objetivos, dos princípios que embasam o currículo, o que viabiliza análises dos materiais curriculares para tomar decisões e utilizá-las ou não em sua proposta de ensino. No entanto, não basta focar apenas no conhecimento do professor para ensinar Matemática.

Curi (2004) e outros pesquisadores discutem que o conhecimento dos professores para

ensinar Matemática está subjetivamente próximo às crenças que os professores têm sobre a Matemática no seu ensino. Essas discussões corroboram os estudos de Ball (1991, p.1), “o conhecimento que os professores têm dos conteúdos matemáticos interage com suas suposições e crenças sobre ensino e aprendizagem, estudantes, e caminhos para ensiná-los”.

Frente ao exposto, julgamos oportuno passar a discutir o que são crenças na concepção de alguns pesquisadores.

3 Crenças

Muitos pesquisadores da área de Educação Matemática argumentam que as crenças têm influenciado diretamente no processo de aprendizagem, ora pelos estudantes, ora por parte dos professores, as quais refletem no pensamento, e conseqüentemente nas tomadas de decisões. Mas o que, de fato, se compreende por crenças?

Gómez-Chacón (2003), retrata as crenças como fragmento do conhecimento, de natureza cognitiva, constituída por aspectos afetivos, avaliativos e sociais, que viabiliza o indivíduo a organizar e filtrar informações obtidas, nas quais estão edificando sua percepção de realidade e visão de mundo. Assim, para a autora, as crenças compõem um esquema conceitual que filtra novas informações recebidas com apoio nas que já foram antecipadamente processadas, efetivando as funções: crenças sobre Matemática (o objeto) e o seu ensino; sobre si próprio; sobre o contexto em que a Matemática se insere (contexto social).

Essa definição nos permite, então, compreender que novas crenças são incorporadas entre as existentes, e que influenciam a aprendizagem, uma vez que interferem diretamente nas decisões tomadas e nas relações que os professores estabelecem com os estudantes, operando como um filtro que os movem em direção às próprias expectativas diante dos avanços e entraves apresentados pelos estudantes.

Gómez-Chacón, Op't Eynde & De Corte (2006), argumentam que uma crença, em nenhum momento, é mantida de modo independente de outras, e por essa razão, eles discutem mais sobre sistemas de crenças. Para os autores, o sistema de crenças engloba variadas crenças sobre a Educação Matemática, sobre si mesmo e sobre o contexto, no entanto, não é uma justaposição de crenças, mas de uma rede estruturada.

Corroborando as ideias desses autores, acreditamos que as crenças dos professores definem suas práticas em sala de aula, e por sua vez, estes organizam seus sistemas de crenças. Estas crenças divergem uma das outras em intensidade e valores atribuídos a elas, mas que podem ser reconhecidas a partir dos significados que professores têm sobre a Matemática e o seu ensino.

Outros autores, como Vila & Callejo (2006), definem as crenças como um modo de conhecimento pessoal e subjetivo, até mais arraigado que uma opinião, incorporando-se a partir de experiências, informações e entendimentos. As crenças têm uma certa solidez, porém podem evoluir, uma vez que as próprias experiências em contraposição com outras podem modificá-las, sendo transformadas ao longo da vida.

Concordamos com os autores, pois acreditamos que as crenças sobre a Matemática e o seu ensino são constituídas em um processo pessoal e social, pelas experiências adquiridas em sala de aula como professores, no modo de ensinar, bem como nas relações que estabeleceram com o conteúdo aprendido na época de estudantes da Educação básica.

Para Ponte (1992), o papel das crenças é robusto, sendo tão somente condicionado pelo

grau de absorção da cultura social, pelo conhecimento científico e profissional, e também pelas experiências pessoais, todavia reconhece as crenças como uma parte do conhecimento “pouco elaborada”, levando em conta a fantasia e a ausência de confrontação com os dados experienciais.

Essa afirmativa vai ao encontro de nosso entendimento de que as crenças dos professores são ideias pouco elaboradas pertencentes de conhecimentos que os professores têm, compostas por elementos afetivos, avaliativos e sociais, mas que não requerem concordância entre eles, por envolver variados graus de convicção e pouco consenso.

Revisando os significados empregados pelos autores e corroborando com as ideias de Pajares (1992) da impossibilidade dos pesquisadores investigar crenças de professores, sem antecipadamente decidirem a conceituação de crenças, e como seu significado será divergente de construções similares, e frente as terminologias atitudinais apresentadas, destacamos adiante, o que acreditamos e definimos em nosso estudo, como crenças as verdades incontroversas que pertencem ao conhecimento pessoal e subjetivo, de natureza afetiva, porém constituídas por elementos com valor avaliativo, mas que variam com certo grau de convicção, de indivíduo para indivíduo e que a sua aquisição se dá no contexto social, por meio de um processo de transmissão cultural, arraigando-se a partir das experiências.

Conforme destacado que, comumente, nas ações de formações são reveladas algumas crenças dos professores, especialmente com relação ao uso de materiais manipulativos em sala de aula. Desse modo, passamos a apresentar uma breve explanação sobre materiais manipulativos.

4 Materiais manipulativos

O acompanhamento da formação de professores no Projeto em questão e a presença de formadores durante a etapa de observação de aulas apontam para a necessidade de uma discussão sobre o uso de materiais manipulativos nas aulas de Matemática.

Vale a pena destacar que, em sua pesquisa de doutorado, Curi (2005) já observava que as professoras participantes colocavam a importância do trabalho com material manipulativo para deixar as aulas de Matemática menos difíceis para seus estudantes, para que eles não passassem pelos mesmos dissabores que elas haviam passado no seu tempo de estudante. Ao mesmo tempo que as professoras diziam que a Matemática é abstrata, difícil e para compreensão de poucos, buscavam material concreto (manipulável) para torná-la mais fascinante.

Os denominados Materiais Manipulativos podem ter outras nomenclaturas como Material Concreto, Recurso Didático, entre outras. Ao buscarmos uma definição na literatura encontramos algumas conceituações, tais como: “objetos ou coisas que aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são utilizados para representar uma ideia” (Matos & Serrazina, 1996, p. 193).

Neste texto o termo "Material Manipulativo", será empregado como algo que pode ser manipulado, mas que tenha algum significado quando usado e que seja condizente ao que foi proposto para ser ensinado e aprendido. No caso da Matemática, no geral, o material manipulativo é construído pelo homem para ser usado em sala de aula ou é adaptado de recursos de uso social.

Autores como Lerner (1992) e Pires (2012) nos dão algumas pistas sobre o uso de

materiais manipulativos. Lerner (1992) explicita alguns inconvenientes. O primeiro deles que a pesquisadora destaca é que se modifica o objeto do conhecimento, transformando-o em algo diferente do que ele efetivamente é. O segundo inconveniente é que se impede que as crianças se utilizem de seus conhecimentos já construídos e os substituam por algo que, na maioria das vezes, não tem tanto sentido para elas, principalmente no que se refere ao Sistema de Numeração Decimal.

Já a pesquisadora Pires (2012) afirma que quando conheceu o material dourado, como professora de Matemática, ficou encantada com ele, mas que considera que esse material, por não ser da vivência cotidiana das crianças quase não tem significado para elas, e que não faz sentido ser usado como material concreto nas aulas de Matemática, corroborando, inclusive, com os estudos de Lerner (1992) quando se refere ao inconveniente de o professor substituir conhecimentos prévios já construídos pelas crianças por um material que elas desconhecem ou que vão aprender a conhecer na escola para ser usado.

Diante das colocações apresentadas, até então, passamos a apresentar os procedimentos metodológicos e na sequência alguns resultados de pesquisa sobre o uso de materiais manipulativos em aulas de Matemática do Ciclo Interdisciplinar.

5 Procedimentos metodológicos

O nosso estudo está situado em uma pesquisa de natureza qualitativa, que de acordo com Minayo (1994, 2000) esta abordagem responde a questões específicas, focaliza um nível de realidade que não pode ser quantificado, concentrando-se com um domínio de múltiplos significados, crenças, valores, atitudes, entre outros.

Visando a obtenção de dados recorreremos à triangulação que, de acordo com Denzin & Lincoln (2006), significa empregar múltiplas práticas metodológicas em uma única pesquisa, numa tentativa de garantir rigor e riqueza ao estudo. Desse modo, empregamos alguns recursos, em todas as etapas da *Lesson Study*, tais como Diário de Bordo, Vídeo, Áudios, Fotografias e instrumento de planejamento, acompanhamento e reflexão das aulas.

Como já afirmado, o estudo está situado em um Projeto de Pesquisa que teve início em fevereiro de 2019, com a realização de um curso de extensão, contando com a participação de 55 professores, em atuação do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, 10 formadores, dois colaboradores e uma coordenadora geral. Os professores envolvidos eram efetivos da Rede Municipal de Educação de São Paulo e os formadores eram mestrandos, doutorandos e egressos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul sendo que alguns atuavam como Assistentes Técnicos de Educação da Rede Municipal de Ensino de São Paulo.

O curso de extensão foi organizado em 02 módulos. Para sua realização foram organizados encontros coletivos, realizados aos sábados, com periodicidade quinzenal, os professores foram organizados em subgrupos de acordo com o ciclo em que atuavam (Alfabetização, Interdisciplinar e Autoral). No primeiro módulo do curso, em cada um dos encontros, os professores e formadores estudavam e discutiam as concepções que embasam o Currículo da Cidade e algumas possibilidades para sua implementação: a Matriz de Saberes; as Ideias Fundamentais; os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS); os Eixos Estruturantes e Articuladores; os Objetos de Conhecimento; e os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento de Matemática. No segundo módulo, os professores e formadores trabalhavam juntos aprofundando-se teoricamente em temas relacionados à Educação Matemática, utilizando os princípios da metodologia de formação *Lesson Study*, em que

analisavam as atividades das sequências escolhidas dos materiais curriculares, referentes ao ano escolar que atuavam, discutiam e planejavam uma aula, desenvolviam essa aula e refletiam coletivamente sobre ela.

Como já destacamos, o presente artigo envolve professores do Ciclo Interdisciplinar que ensinam Matemática na Rede Municipal de São Paulo, em especial, três professores que atuavam no quarto, quinto e sexto ano do Ensino Fundamental, na qual denominaremos de (P4), (P5) e (P6) e que concederam as suas aulas, de forma voluntária, para que pudessem ser acompanhadas pelos pesquisadores após o planejamento coletivo.

O grupo era formado, ainda, por três formadoras, incluindo a primeira autora deste artigo e mais 20 professores. Foram utilizados os documentos e materiais curriculares da própria Rede Municipal de Educação da Cidade de São Paulo, nos quais são apresentados, a seguir: 1. Currículo da Cidade: componente curricular Matemática (SÃO PAULO, 2017); 2. Orientações Didáticas do Currículo da Cidade — Matemática, volume 1 e 2 (SÃO PAULO, 2018) e 3. Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens — Matemática, nas versões estudantes e professores (SÃO PAULO, 2019).

6 A *Lesson Study* como metodologia formativa

Originária do Japão, a metodologia teve início no final do século XIX, como um processo de formação de professores, de cunho colaborativo e reflexivo, mediado por pesquisadores experientes, voltado para a melhoria das aprendizagens dos estudantes e para o desenvolvimento profissional dos professores. Desdobra-se em 03 etapas principais, passando pelo planejamento da aula (coletivo e individual), pela consecução das aulas planejadas e, por fim, pela reflexão das aulas desenvolvidas, o que pode acarretar um replanejamento de aulas futuras. Essa metodologia vem sendo utilizada em vários países do ocidente e do oriente com adaptações às possibilidades dos sistemas de ensino e culturas locais.

No Brasil, especialmente nos projetos de pesquisa desenvolvidos pelo Grupo Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que ensinam Matemática (CCPPM), sempre houve a participação voluntária e espontânea de professores vinculados aos níveis básico e superior, em que cada profissional, mesmo com uma formação acadêmica e profissional distinta, assume a responsabilidade de pesquisar sobre o ensino e a aprendizagem em Matemática e sobre situações práticas de ensino.

No decorrer dos processos de formação esses grupos acabam se tornando colaborativos, uma vez que há uma pluralidade de características como: voluntariedade, identidade e espontaneidade (Fiorentini, 2006; Curi, 2012); confiança, diálogo e negociação (Boavida & Ponte, 2002); apoio intelectual e afetivo, respeito mútuo, liderança compartilhada e a corresponsabilidade (Fiorentini, 2006).

Para Martins (2020) a constituição de grupos colaborativos em Projetos de Pesquisa é primordial para o sucesso da metodologia *Lesson Study*, pois as suas potencialidades estão centradas em um trabalho de natureza colaborativa, pois o diálogo, a negociação de sentidos, a confiança entre os pares são o que fazem com que os professores participantes se sintam à vontade para cederem a sua turma para a observação das aulas planejadas, pois, muitas vezes, na observação da aula, pode despontar as lacunas dos professores referentes ao conhecimento matemático e didático para o desenvolvimento do currículo em ação.

Dois aspectos são característicos da metodologia no Grupo CCPPM. Um é o uso de material curricular em que os professores identificam os objetivos das atividades e planejam

uma atividade; o segundo é a presença do formador nas escolas envolvidas na pesquisa, propiciando o engajamento de outros professores e dirigentes da escola; além da propagação de pesquisas na área de Educação Matemática e do uso da metodologia para formação local.

Neste artigo, priorizamos três etapas da metodologia de Estudos de Aulas — planejamento, observação e reflexão. Convém evidenciar que o Grupo de Pesquisa CCPPM, além dessas etapas dependendo do projeto, focaliza outras etapas como a formação do formador e a divulgação dos resultados.

A etapa de formação de formadores consiste em uma reunião de formadores antecedendo os encontros com os professores. Nessas reuniões os formadores se reuniam, quinzenalmente, nas dependências da universidade vinculada ao Projeto, para discutir com a coordenadora responsável, as pautas de formação; os instrumentos de pesquisa; para estudar e refletir sobre as concepções que fundamentam o Currículo da Cidade; para aprofundar estudos teóricos sobre os temas que seriam tratados na formação. Já a etapa “Divulgação dos resultados” refere-se à disseminação dos resultados de variados modos como nos relatórios de pesquisa enviados para a UNESCO e para a SME, nas reuniões pedagógicas nas escolas envolvidas, nas participações em congressos nacionais e internacionais e em outros veículos de comunicação na área de Educação Matemática.

Antes de passarmos para o próximo tópico, é importante esclarecer que neste artigo discutiremos episódios do 4º, 5º e 6º ano relativos às crenças manifestadas pelos professores ao fazerem uso de materiais manipulativos. Antes, porém, para maiores esclarecimentos ao leitor, as atividades serão apresentadas, de forma breve, a seguir.

7 Atividades planejadas, acompanhadas e refletidas

A atividade do 4º ano está alocada no Eixo Números e contempla parte de um grande objetivo de aprendizagem e desenvolvimento: “(EF04M10) Analisar 7, interpretar, formular e solucionar problemas com números naturais, compreendendo diferentes significados do campo aditivo (composição, transformação, comparação e composição de transformações) e do campo multiplicativo (proporcionalidade, configuração retangular e combinatória) e validar a adequação dos resultados por meio de estimativas ou tecnologias digitais”. Adiante apresentamos a descrição da atividade.

Figura 1: Atividade relativa ao 4º ano

As mães de Cauã e Tainá são artesãs. Muitas vezes elas combinam suas peças para formar alguns conjuntos para vender.

1. Dona Nina, mãe de Tainá, precisa fazer um levantamento de quantas contas precisa comprar para fazer três tipos de pulseiras. Tainá separa as quantidades para ela e calcula o total de contas a serem compradas. Ajude Tainá a realizar o levantamento:

a) A pulseira que ela irá fazer precisa de 12 contas grandes e entre cada uma delas, 3 menores intercaladas. Ela produzirá 25 pulseiras desse tipo. Quantas contas grandes ela precisará comprar? b) Quantas contas pequenas ela precisará para as 25 pulseiras? c) Quantas contas ela vai precisar no total? d) Descreva o procedimento que você realizou para resolver o item c)?

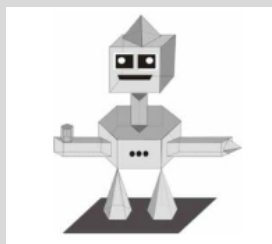
2. Dona Nina fez outro tipo de pulseira, com 15 contas coloridas e do mesmo tamanho. Dona Nina entrega 120 pulseiras desse tipo por semana. Ela tem 68 pacotes dessas contas com 100 unidades cada. Você acha que o material é suficiente para uma semana? a) Quantas contas ela gasta em uma semana? b) Por quantas semanas ela terá material e não precisará comprar? Explique como você pensou c) Sabendo que um mês tem 4 semanas, quantos pacotes de contas ela precisará para produzir pulseiras por um mês?

Fonte: Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens do 4º ano (São Paulo, 2019)

A atividade do 5º ano envolve o Eixo Geometria e o Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento: (EF05M15) Analisar, a partir de suas características, similaridades e diferenças entre poliedros (prismas, pirâmides e outros), nomeá-los e classificá-los. Adiante apresentamos também a descrição da atividade.

Figura 2: Atividade relativa ao 5º ano

O irmãozinho de Letícia ganhou um brinquedo de montar de presente de aniversário. Ele pediu para Letícia e Talita ensinarem como montá-lo. Para ensinar, as amigas leram no manual de instrução a apresentação das peças. Veja o que descobriram. Este brinquedo é composto por 10 peças coloridas: 6 prismas e 4 pirâmides. Com elas, você pode montar o robô:



As amigas exploraram as peças e perceberam que havia diferença no formato das bases: Entre os prismas, havia um com base triangular, três com base quadrangular, um com base pentagonal e um com base hexagonal.

1) Desenhe representações dos prismas encontrados por Letícia e Talita.

Entre as pirâmides, encontraram uma com base triangular, outra com base quadrada, outra com base pentagonal e a última com base hexagonal.

2) Desenhe representações das pirâmides encontradas por Letícia e Talita.

Fonte: Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens do 5º ano (São Paulo, 2019)

Já a atividade do 6º ano refere-se ao Eixo Números e diz respeito ao objetivo de aprendizagem e desenvolvimento: “(EF06M05) Investigar relações entre números naturais, tais como “ser múltiplo de” e “ser divisor de”, e reconhecer números primos e compostos e as relações entre eles. Apresentamos, a seguir, a descrição da atividade proposta.

Figura 3: Atividade relativa ao 6º ano

Ana estava curiosa a respeito da Astronomia. Com isso, descobriu em um site a informação de que devemos aos egípcios e aos sumérios a divisão do dia em 24 horas. Ela descobriu, ainda, que as unidades de medida de tempo pertencem ao sistema sexagesimal, isso quer dizer que ele é um sistema de numeração na base 60.

1. Ana questionou com João se ele conhecia os divisores de 60. Descubra esses divisores.

2. Existe alguma semelhança entre os divisores encontrados e a organização do nosso relógio analógico?

3. Desenhe um relógio analógico, colocando os números.

4. Ana explicou que o sistema sexagesimal auxiliou a medição do tempo em unidades menores do que de um dia. Quais unidades de medida de tempo são menores que um dia e que você conhece?

5. Complete as tabelas:

Horas	Minutos	Minutos	Segundos
1			60
	120		10
	240	2	

6. João estava doente e o médico receitou uma medicação para ser tomada de 6 em 6 horas. Se ele tomou o primeiro comprimido às 6h30min, quais serão os horários das outras doses a serem tomadas no dia?

Quantas doses da medicação ele tomará em 1 dia? Quais são os melhores horários para tomar remédio de 6 em 6 horas?

7. Com o problema de saúde de João, sua mãe percebeu que ele havia perdido “peso”. O médico informou que ele estava “pesando” 1,7 kg a menos do que ele pesava na consulta anterior e que não havia crescido na estatura. Qual era o “peso” de João em quilogramas antes de ficar doente?

Fonte: Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens do 6º ano (São Paulo, 2019)

As três atividades foram extraídas do material curricular "Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagem, de Matemática “do ano correspondente e foram planejadas no coletivo pelos professores e formadoras do Ciclo Interdisciplinar. Nesta ocasião foi utilizado um instrumento de planejamento, contendo alguns aspectos a serem contemplados, tais como: Ano, Eixo estruturante, Unidade, sequência e atividade, Objetos de Aprendizagem e Desenvolvimento, Ideias Fundamentais, Tipos de Raciocínios, O que os estudantes precisam saber, Possíveis dúvidas dos alunos e professores, O que fazer a respeito, Tempo, Organização da turma, Indicadores de Avaliação.

Os professores, ao analisarem e refletirem sobre as atividades selecionadas, orientados pelos aspectos elencados no instrumento de planejamento, foram confrontados com situações em que puderam colocar em jogo os conhecimentos adquiridos na primeira parte do curso acerca dos elementos constitutivos do Currículo da Cidade de Matemática, materializados nos Cadernos da Cidade Saberes e Aprendizagens.

A segunda etapa do nosso estudo destina-se à observação das aulas planejadas pelos professores e formadores. Esclarecemos que as observações foram centradas nas aprendizagens dos professores proporcionadas por meio da *Lesson Study*, como também nos resultados das aprendizagens dos estudantes envolvidos nessa iniciativa.

Na metodologia *Lesson Study*, a fase reflexão sobre as aulas envolve a análise coletiva dos dados recolhidos por meio dos vídeos, áudios, dos registros escritos, dos protocolos dos estudantes por meio de fotografias. As reuniões dessa etapa contaram com a presença dos professores e formadoras do Ciclo Interdisciplinar. Nessa etapa, o grupo assistiu a alguns episódios relativos as atividades já descritas. Frente ao exposto, passamos a apresentar os episódios que permitiram a identificação de conhecimentos e crenças dos professores (P4, P5 e P6) e que serviram de dados para o nosso processo analítico.

8 Episódios de análise

O primeiro episódio que selecionamos do 4º ano, denominamos como "a confecção da pulseira". A professora propôs a seus alunos a confecção da pulseira. Fez a distribuição, individualmente, para cada um dos estudantes, de 12 peças de “contas” grandes, 36 de “contas” pequenas e 1 fio para a produção da pulseira.

Um fato observado pelas formadoras e que merece destaque, é que a professora, no momento que concedia as peças aos alunos, pedia para que eles contassem, de uma em uma, a quantidade de peças recebidas. Com isso, constatou-se que a professora incitou os estudantes, de forma inconsciente, a resolverem o problema aditivamente. As formadoras perceberam, nas falas dos estudantes, que a maioria já havia se apropriado do pensamento multiplicativo, contido nos problemas que envolviam o raciocínio proporcional. Inclusive, os estudantes tinham a compreensão do que aquele cálculo representava no âmbito da situação dada. Observaram também que havia estudantes com dificuldades na contagem, pois estavam desorientados e agitados para finalizar a produção da pulseira, prejudicando, assim, a incorporação do Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento da atividade: (EF04M10) Analisar, interpretar e solucionar problemas com números naturais, compreendendo diferentes significados do campo multiplicativo (proporcionalidade).

As formadoras concluíram que a confecção da pulseira estava prevista no planejamento das professoras não foi uma estratégia facilitadora, que refletiu na aprendizagem dos estudantes. Isso porque, após a finalização da pulseira, em nenhum momento foi retomado pela professora a finalidade dos agrupamentos, de três em três, como também não houve incentivo para que os estudantes pudessem descobrir quantas contas grandes seriam necessárias para produzir 25 pulseiras e, depois, quantas contas pequenas precisariam para essa confecção, conforme a comanda da atividade dos itens a e b.

O segundo episódio que selecionamos é do 5º ano, denominamos como "manipulação dos sólidos geométricos". A professora distribuiu uma caixa de sólidos geométricos para cada grupo, de modo que o material a ser manipulado servisse de apoio para a representação das figuras geométricas espaciais presentes no robô. Podemos destacar a importância desse recurso — caixa de sólidos — ao possibilitar aos estudantes a visualização e manipulação das peças que compunham o robô representado na atividade.

Durante a realização da atividade, um dos estudantes se manifestou dizendo que o cubo era um quadrado. Assim, a professora (P5) solicitou que o estudante manipulasse novamente o cubo, de maneira que ele pudesse fazer a identificação adequada. A ideia de aprender com o outro foi presente quando um colega se prontificou a mostrar a sua representação, se apoiando no material manipulativo, para facilitar a compreensão do colega.

Ainda no 5º ano, outro episódio que podemos destacar é no desenvolvimento da atividade, a professora questionou para um grupo o que seria vértice. Um dos estudantes afirmou que seria a "jujuba", fazendo menção à bala de goma. A afirmação do estudante pode indicar que a professora trabalhou com esse tipo de material, anteriormente, para ensinar vértices de um poliedro.

O último episódio selecionado diz respeito a atividade do 6º ano, na qual denominamos como "o uso da calculadora". Durante o desenvolvimento da atividade, o professor improvisou ao incluir o uso da calculadora para facilitar a compreensão dos estudantes. O professor tomou essa iniciativa a partir da constatação de que uma das duplas de estudantes parecia estar confusa para validar os divisores encontrados de 60. Todavia, ao utilizar este recurso para fazer a divisão do número 60 por 8, os estudantes identificaram o número 7,5 como resultado. Assim, os estudantes ficaram ainda mais confusos e disseram: isso quer dizer que o número 60 é então divisível por 8. Além disso, os estudantes demoraram muito tempo para compreender as funcionalidades da calculadora, o que impossibilitou a exploração do Objetivo de Aprendizagem e Desenvolvimento contido na atividade.

Diante dos episódios apresentados passamos a apresentar as análises à luz do nosso referencial teórico, mais especificamente na vertente "conhecimento do conteúdo e do ensino" de Ball, Tames & Phelps (2008).

9 Resultados e discussões

O conhecimento do conteúdo e do ensino são orientados, muitas vezes, espontaneamente pelas crenças que o professor tem sobre como se aprende Matemática.

Os dados da pesquisa revelam que as práticas de ensino dos professores do Ciclo Interdisciplinar foram baseadas em procedimentos e técnicas para apoiar os estudantes em suas aprendizagens matemáticas. No entanto, muitas de suas ações espontâneas e inconscientes, foram movidas por suas crenças em relação à Matemática e seu ensino, principalmente ao uso de materiais manipulativos.

Assim, na observação das aulas, dos três anos de escolaridade, os professores (P4), (P5) e (P6) exteriorizaram as suas crenças com relação ao uso dos materiais manipulativos, ainda que eles tenham participado de um processo de discussão sobre eles durante o planejamento das aulas previstas.

No 4º ano, gostaríamos de evidenciar o episódio "A confecção da pulseira", em que o foco maior era na utilização do material, no "fazer a pulseira" do que na proposta da atividade. Diante desse fato, podemos conjecturar que essa professora tem a crença de que o uso de um material mais concreto, mas lúdico, facilita a aprendizagem matemática. Essa crença pode decorrer do mito que a Matemática é abstrata e que é preciso que tenha concretude, o que é corroborado em nossos estudos teóricos sobre crenças e mitos relativos à Matemática e seu ensino.

Constatamos, a partir dos dados da pesquisa, que embora a produção da pulseira estivesse prevista no planejamento, por insistência das professoras, esta não foi uma estratégia facilitadora, que refletiu na aprendizagem dos estudantes. Isso porque, após a finalização da pulseira, em nenhum momento foi retomado pela professora a finalidade dos agrupamentos, de três em três, como também não houve incentivo para que os estudantes pudessem descobrir quantas contas grandes seriam necessárias para produzir 25 pulseiras e, depois, quantas contas pequenas precisariam para essa confecção, conforme a comanda da atividade dos itens A e B.

Podemos conjecturar que (P4) confiou, em demasia, que o material pudesse suprir todas as lacunas de aprendizagens que os estudantes mostrassem, sem se atentar que a utilidade do processo de produção da pulseira estaria na mediação do objeto de conhecimento matemático contido na atividade com o manuseio do material.

Nesse sentido, observamos, ainda, que o episódio da confecção da pulseira desviou a atenção dos estudantes em relação aos objetos matemáticos que deveriam ser explorados, indicando, inclusive, lacunas no conhecimento didático e conceitual da professora (P4), não sendo suficientes para que ela pudesse ensinar os conteúdos matemáticos a seus estudantes.

Segundo Curi (2004), em sua pesquisa de doutorado, conforme já destacado, já era observado que as professoras participantes colocavam a importância do trabalho com material concreto para deixar as aulas de Matemática mais fluídas e lúdicas para seus alunos, para que eles não passassem pelos mesmos dissabores que elas haviam passado no seu tempo de estudante. Ao mesmo tempo que as professoras diziam que a Matemática era abstrata, difícil e para compreensão de poucos, buscavam material concreto (manipulável) para torná-la mais atraente.

Machado (2011) também aborda esse tema, quando coloca sobre o mito que a Matemática é abstrata e estende a noção de concreto para a concretude baseada em um conteúdo de significações. Ele comenta que em Matemática, a abstração é fundamental justificando que todo processo de construção de conhecimento vale-se de abstrações. O autor descreve que as abstrações viabilizam relações e tornam a aprendizagem mais significativa.

O fato destacado nas pesquisas de Machado (2011) e Curi (2004) de que a Matemática é abstrata e é preciso torná-la mais atraente para os alunos, leva muitas vezes o professor usar “materiais concretos”, desprovidos de significações para os que o manipulam.

Conforme exposto, autores como Lerner (1992) destacam inconvenientes para o uso de materiais concretos como: a) o uso de materiais concretos modifica o objeto do conhecimento, transformando-o em algo diferente do que ele efetivamente é; b) seu uso impede que as crianças se utilizem de seus conhecimentos já construídos.

No caso observado do 4º ano, em que as crianças já tinham conhecimentos sobre o campo multiplicativo e sobre a ideia de proporcionalidade e a contagem um a um das contas da pulseira, impediram-nas de usar esses conhecimentos.

Também no 5º ano, se revelam algumas crenças da professora com relação ao uso dos materiais manipulativos. Durante o desenvolvimento da aula, os dados da pesquisa sugerem que a professora (P5) pode ter trabalhado com materiais manipulativos previamente, para ensinar Geometria. Esse fato pode ser evidenciado quando a professora questionou para um grupo o que seria vértice. Um dos estudantes afirmou que seria a “jujuba”, fazendo menção à bala de goma. Compreendemos que, para esse tipo de abordagem, (P5) pode ter encaixado as “jujubas” nas extremidades de palitos, de forma que elas pudessem representar os vértices e os palitos, as próprias arestas dos poliedros.

Para os estudantes as jujubas representariam os vértices e os palitos as arestas. Apesar do formato excessivo da jujuba não ser adequado para representar os vértices, nem os palitos serem pertinentes para representar as arestas, pois a forma da figura “vazada” não remete às superfícies das faces, o que permite inferir em nossa observação que a professora abriu “mão” do rigor matemático para introduzir o tema.

O fato de tornar a Matemática mais atraente para os estudantes leva muitas vezes o professor ao uso de materiais manipulativos, que podem estar desprovidos de significações, demandando, portanto, uma compreensão mais profunda sobre os objetos de conhecimento e dos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento que se pretende alcançar.

No entanto, a professora faz o uso correto de materiais manipulativos como os sólidos geométricos. Esse trabalho foi o fio condutor para o desenvolvimento de toda a atividade. Nesse sentido, observamos que a professora (P5) tanto reconheceu o potencial do uso do material, quanto as ideias que estavam subjacentes ao objeto matemático.

No caso do uso de materiais de Geometria, Curi (2020) esclarece que há estudos teóricos que subsidiam o uso de materiais concretos como os de Parzysy ou o dos Van Hiele. Esses estudos mostram que quando os estudantes se apoiam em materiais concretos, estão nos níveis mais baixos do pensamento geométrico e que é preciso avançar nas análises de figuras geométricas, com representações em forma visual (“desenho da figura”) e depois a partir de propriedades, sem apoio visual ou de material concreto. A autora destaca que o uso dos materiais concretos de Geometria — caixas que representem figuras geométricas espaciais — está subsidiado pelas pesquisas de Parzysy (2006). Para que a evolução do pensamento geométrico aconteça ao longo do Ensino Fundamental, há necessidade de exploração de

estratégias metodológicas com uso de materiais concretos nos primeiros níveis e de linguagem adequada.

No que diz respeito ao 6º ano, a partir dos dados da pesquisa, observamos indícios de crença do professor (P6) de que os estudantes sabem utilizar recursos digitais ou recursos de apoio instintivamente. Hoje os recursos digitais também são considerados como recursos manipulativos.

Os dados da pesquisa sugerem que a proposta de que o professor fizesse uso da calculadora com seus estudantes, para validar os resultados, acabou provocando um afastamento do objetivo de aprendizagem da atividade, pois muitos estudantes nem sequer sabiam como utilizar esse recurso digital e ficaram mais focado na aprendizagem do uso da calculadora do que na atividade proposta.

Compreendemos que o uso desse e outros recursos podem tornar a aula mais criativa, permitindo que os estudantes tenham um interesse maior pelo objeto matemático abordado, contribuindo para a construção de conceitos. Porém, é primordial que os professores façam a mediação desse processo, permitindo que os estudantes aprendam a utilizar esses recursos em situações didáticas, construindo e ressignificando conhecimentos a partir de experimentações.

10 Considerações finais

Em todas as etapas da metodologia *Lesson Study* observamos que a crença sobre o uso dos materiais manipulativos como facilitadores das aprendizagens de seus estudantes era muito forte entre os professores. Esse tipo de uso de material concreto reforça os estudos de Lerner (1994) que alega a inconveniência do uso dos materiais concretos quando se modifica o objeto do conhecimento, transformando-o em algo diferente do que ele efetivamente é, exatamente o que aconteceu nos episódios selecionados, em que os objetos de conhecimento não foram explorados em função do uso indevido dos materiais manipulativos.

Nas ações de formações foram reveladas crenças dos professores em relação ao uso de materiais manipulativos em sala de aula. Em contrapartida, no decorrer das formações, muitas dessas crenças foram problematizadas e a etapa reflexão proporcionou sua ressignificação. No entanto, compreendemos que as crenças não são facilmente superáveis.

A contradição entre a crença de que a Matemática é abstrata e difícil e a crença de que um material manipulável torna a Matemática mais atraente para as crianças ainda precisa ser objeto de reflexão nos cursos de formação continuada de professores, uma vez que acreditamos que as mudanças das crenças podem ocorrer quando os professores são desafiados, quando verificam as aprendizagens dos estudantes em suas propostas ou mesmo quando ampliam sua compreensão acerca da Matemática e de seu ensino.

Referências

- Ball, D. L.; Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? In: *National Symposium on Professional Development for Engineering and Technology Education*. Illinois State University.
- Curi (comp.). (2019). *O Ensino de Matemática em questão: apontamentos para discussão e implementação do currículo da cidade*. Disponível em: http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/53083.pdf?fbclid=IwAR1AU3hi_aI_1h1Sr1yEBvA6vcA9sxcwVBnFLRbia53dk1FWUYntXLjzmOI. Acesso em: 10 out. 2019.

- Curi, E. & Martins, P. B. (2018). Contribuições e desafios de um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia Lesson Study. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia*, 11(2), 268-287.
- Curi. (2004). *Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos*. Tese (Doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP.
- Curi. (2005). *A Matemática e os professores dos anos iniciais*. São Paulo: Musa Editora.
- Curi. (2018). Reflexões sobre um Projeto de Pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia Lesson Study. In: E. Curi; J. C. P. Nascimento & J. P. Vece (Org.). *Grupos Colaborativos e Lesson Study: contribuições para a melhoria do ensino de Matemática e desenvolvimento profissional de professores* (pp.17-33). São Paulo, SP: Alexa Cultural.
- Curi. (comp.). (2020). *A metodologia Estudos de Aula na formação de professores que ensinam Matemática: aspectos metodológicos, potencialidades e desafios*. Disponível em: http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/53083.pdf?fbclid=IwAR1AU3hi_aI_1h1Sr1yEBvA6vcA9sxcwVBnFLRbia53dk1FWUYntXLjzmOI. Acesso em: 12 março. 2020.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (2006). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. (2. Ed). Porto Alegre, RS: Artmed.
- Gómez Chacón, I. M.; Op't Eynde, P. & Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas: la influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(3), 309-324.
- Gómez-Chacón, I. (2003). *Matemática emocional: os afetos na aprendizagem Matemática*. Tradução de D. V. Moraes & K. C. S. Smole. Porto Alegre, SP: Artmed.
- Lerner, D. (1992). *Matemática na escola: aqui e agora*. Porto Alegre, RS: Artes Médicas.
- Machado, N. J. (2011). *Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua*. (6. ed.). São Paulo, SP: Cortez.
- Martins, P. B. (2020). *Potencialidades dos estudos de aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática na rede municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo implementação curricular*. 251f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, SP.
- Pires, C. M. C. (2012). Reflexões que precisam ser feitas sobre o uso dos chamados materiais concretos para a aprendizagem em Matemática. *Boletim GEPEM*, 61, 1-17.
- Ponte, J. P. (1992). *Concepções de professores de Matemática e processos de formação*. In: J. P. Ponte (Ed.). *Educação Matemática: temas de investigação* (pp.185-239). Lisboa, PT: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P. (2012). Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. *Perspectivas da Educação Matemática*, 5, 7-24.

- São Paulo (2017). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática*. São Paulo, SP: SME/COPED.
- São Paulo (2017). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática*. São Paulo, SP: SME/COPED.
- São Paulo (2018). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática* (Vol. 1). São Paulo, SP: SME/COPED.
- São Paulo (2018). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Orientações Didáticas do Currículo da Cidade: Matemática* (Vol. 2). São Paulo, SP: SME/COPED.
- São Paulo (2019). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens: Matemática* (Vol. único, versão estudante). São Paulo, SP: SME/COPED.
- São Paulo (2019). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens: Matemática* (Vol. único, versão professor). São Paulo, SP: SME/COPED.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Thompon, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: D. A. Grouws. (Org.). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York: Macmillan Publishing Company.
- Vila, A. & Callejo, M. L. (2006). *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas*. Porto Alegre, RS: Artmed.