

Investigações matemáticas a partir do Mênon de Platão: articulações possíveis entre Filosofia, Matemática e Linguagem em estudos do Teorema de Pitágoras

Jean Felipe de Assis

Universidade Federal de Juiz de Fora

Rio de Janeiro, RJ — Brasil

✉ jeanfelipe@hcte.ufrj.br

 0000-0001-9292-9228

Resumo: Ao ler e adaptar a famosa passagem do diálogo Mênon de Platão, em que Sócrates conversa com um escravo sobre algumas propriedades geométricas, para aulas do Ensino Básico, apresentam-se três atividades utilizadas, de acordo com os respectivos anos de escolaridade, em que são ponderados os benefícios da inserção de temas históricos e filosóficos em aulas investigativas de matemática. Entre os lamentos sobre as condições atuais de escolarização e a possibilidade de encontrar júbilos nas atividades práticas no cotidiano escolar, constata-se a relevância de cultivar uma experiência matemática genuína nos processos de ensino-aprendizagem, sobretudo ao propiciar características cognitivas significativas nas articulações entre os objetos, as operações e os meios de formalização da Matemática nos modos humanos de expressão.

Palavras-chave: Investigações Matemáticas. Teorema de Pitágoras. Platão. Mênon.

Mathematical investigation in Plato's Meno: possible interfaces among Philosophy, Mathematics and Language in studies on the Pythagorean Theorem


Abstract: By reading and adapting the famous passage from Plato's Meno dialogue, in which Socrates talks to a slave about some geometric properties, in the context of Basic Education, three activities are presented, according to the context of each school year, in which the benefits of inserting historical and philosophical themes are evaluated in math classes that idealize an investigative pedagogical approach. Among lamentations about schooling current conditions and the possibility of finding joy or exultation in practical activities in classroom daily life, the relevance of cultivating a genuine mathematical experience in teaching-learning processes is undeniable, especially when providing significant cognitive characteristics in articulating objects, operations and means of formalizing mathematics in several human modes of expression.


Keywords: Mathematical Investigations. Pythagorean Theorem. Plato. Meno.

Investigaciones matemáticas a partir del Menón de Platón: posibles articulaciones entre Filosofía, Matemática y Lenguaje en los estudios del Teorema de Pitágoras

Resumen: Al leer y adaptar el famoso pasaje del diálogo Menón de Platón, en que Sócrates habla con un esclavo acerca de algunas propiedades geométricas, para clases de escuelas secundarias, se presentan tres actividades, según los respectivos años de escolarización, en que se reflexiona los beneficios de la inserción histórica y filosofías en las clases de matemáticas con características investigativas. Entre las lamentaciones por las condiciones de la



2238-0345 

10.37001/ripem.v12i4.3013 

Recebido • 16/02/2022

Aprovado • 08/09/2022

Publicado • 01/09/2022

Editor • Gilberto Januario 

escolarización y la posibilidad de encontrar alegría en las actividades prácticas en el cotidianidad escolar, la relevancia de cultivar una genuina experiencia matemática en los procesos de enseñanza-aprendizaje, especialmente cuando se aportan características cognitivas significativas en las articulaciones entre los objetos, las operaciones y los medios de formalizar la las matemáticas en los modos humanos de expresión.

Palabras clave: Investigaciones Matemáticas. Teorema de Pitágoras. Platón. Menón.

1 Exaltações e Lamentos para pensar uma articulação entre Linguagem, Matemática e Filosofia em nossas experiências escolares

Paul Lockhart (2009), em seu famoso livro sobre o *lamento de um matemático*, apresenta a Matemática como um artifício artístico e, portanto, repleta de fascínio e de imaginação. Contudo, ao mesmo tempo, nossos modos de escolarização reduziram a matemática a uma atividade sem vida, sem energia criativa e, conseqüentemente, algo destrutivo para as capacidades intelectuais de todos nós, os participantes dos processos sociais e educativos contemporâneos. As observações feitas pelo autor ecoam nas salas de aula em todo o globo, desvelando uma desassociação do saber matemático com os contextos locais e, também, com os desenvolvimentos da cultura, material e imaterial, da humanidade. De fato, nossos meios de escolarização e, por conseguinte, nossos modos de socialização, tendem a promover técnicas matemáticas sem propósitos claros, fornecendo soluções para situações que sequer foram problematizadas pelos discentes, além de impedir que os estudantes sintam as frustrações e os júbilos de uma experiência intelectual (Lockhart, 2009), com os objetos, as operações e as formalizações do pensamento matemático.

Os problemas são, de fato, inúmeros e significativos, perpassando práticas individuais, perspectivas políticas, modos de compreensão da realidade e, assim, os meios pelos quais as sociedades contemporâneas compreendem a Educação e a importância destinada aos métodos educativos. Entretanto, não podemos reduzir nossas análises apenas a lamentos (*Lamentation*); a exemplo de Lockhart, mesmo que apenas por efêmeras práticas individuais em nossas salas de aula, devemos expressar momentos de júbilo (*exultation*). De fato, somente a partir de nossas experiências diárias com os discentes, nas práticas de ensino-aprendizagem, poderemos transformar qualquer realidade, mesmo diante das mais catastróficas percepções sobre os meios de efetivação da Educação Matemática no mundo atual. Ao brincar com padrões, notar suas conseqüências, conjecturar, procurar por exemplos e contraexemplos, auxiliamos nossos discentes a construir seus próprios argumentos, a analisar as propostas deles mesmos e dos outros, além de levantar novas questões em seus contextos particulares (Lockhart, 2009), as quais não se restringem apenas ao ambiente escolar.

Tais considerações inserem-nos em diferentes contextos acadêmicos da Educação Matemática contemporânea, em especial as *Investigações Matemáticas* de Ponte (1998, 2003, 2014) e o *Pensamento Matemático Avançado* de Tall (1991, 2013). Devemos, efetivamente, lamentar as conseqüências dos métodos de escolarização, mas também exaltar as possibilidades educativas que possuímos, mesmo diante das variadas condições adversas. Talvez, com o perdão de uma *hipérbole hiperbólica*, estejamos há décadas (séculos?) diante de variadas práticas de *epistemicídio*. Sim, em todas as gerações humanas, os dilemas sobre a valorização da técnica em detrimento do sentido são registrados em diversos textos. Ao lamentar essas condições, os humanos podem criar espaços de júbilo, pelos quais as experiências significativas iluminem a escuridão daqueles que detêm os meios de escolarização. A Educação, alvo ideal, talvez inalcançável, é uma fonte luminosa que nos impede de viver em nossa própria cegueira, mas nos impulsiona a aprender na experiência com nossos pares — docentes e discentes. Não se trata em abolir a técnica, mas utilizá-la de modo mais efetivo para nos orientar em um mundo

repleto de luzes e de sombras. Nesse sentido, devemos, nós também, criar em nossas salas de aula *experiências matemáticas*, a partir das quais possamos aprofundar as diferentes interpretações e as imagens dos conceitos tratados, mas também possibilitar o cultivo de uma atitude crítica e comprometida com o saber: considerando epistemologias tradicionais e críticas em seus múltiplos diálogos.

A partir de alguns pressupostos sobre as Investigações Matemáticas em sala de aula, apresentar-se-ão algumas atividades desenvolvidas em diferentes anos de escolaridade em que o diálogo platônico Mênon serviu como base para iniciar, desenvolver ou formalizar conteúdos matemáticos, especificamente no ensino de geometria no Ensino Básico. Consta-se que a *experiência matemática*, também ela vivenciada nos contextos escolares, possibilita uma articulação entre objetos, operações e formalismos a partir de atividades investigativas adaptadas de problemas historicamente relevantes. Na presente exposição, o *Teorema de Pitágoras* exemplifica as variadas maneiras pelas quais intuição, formalização e argumentação podem ser apresentadas nas interfaces entre Matemática, Filosofia e Linguagem. Além de uma introdução aos métodos demonstrativos em Matemática na Educação Básica, essas atividades indicaram a importância: de diferentes experiências sensíveis, especialmente com o uso de softwares de geometria dinâmica; das relações entre a intuição e os métodos lógico-dedutivos, sobretudo uma diferenciação entre crença e as bases epistemológicas dos saberes; de maiores estudos sobre a aquisição da linguagem formal e suas possíveis inter-relações com o discurso coloquial, a Filosofia e a Matemática.

2 Alguns pressupostos sobre as investigações matemáticas em sala de aula

As propostas a respeito da Investigação Matemática nas práticas ensino, centradas na figura do professor João Pedro Ponte, pressupõem que todos os humanos podem ter uma experiência matemática, em diversas formas e com resultados múltiplos nos contextos de ensino-aprendizagem (Ponte *et al.*, 2009). Desse modo, após evidenciar os processos investigativos matemáticos em suas diversas aplicações, essas atividades pedagógicas ambicionam adaptar algumas relações entre objetos, buscando identificar propriedades para a resolução de problemas específicos e, em alguns casos, mesmo sem soluções particulares, propor hipóteses, indagações e inferências. Desse modo, a partir de modos de explorar problemas concretos, os quais podem ser subsidiados pelas diversas abordagens em história da matemática, a utilização de testes e reformulações auxilia na criação de argumentos formais de justificação. Nesse sentido, leituras e adaptações do diálogo *Mênon* de Platão subsidiaram algumas práticas em que História e Filosofia da Matemática condicionaram as experiências discentes nos diversos meios de tratamento da informação, em âmbitos matemáticos e filosóficos, integrando variados códigos e meios de expressão.

Alguns desenvolvimentos teóricos na história da matemática podem ser apresentados mediante problemas específicos, sem focar as resoluções propostas e a memorização de técnicas, mas para instigar investigações no cotidiano que repercutam em situações concretas do ambiente escolar (Braumann, 2002). Ao não facilitar os procedimentos, as abordagens e as resoluções com adaptações nas notações correntes, a história da matemática propicia uma interação rica entre conteúdo formal e as práticas pedagógicas, sobretudo ao comparar métodos e modos de apreensão, mas também salientando a constante necessidade de reflexão crítica a respeito de nossos métodos de escolarização e de nossas propostas educacionais (Bicudo, 2012). Ao longo da história, as investigações matemáticas possuem contextos de aplicação específicos, os quais podem ser transformados, mas não alteram algumas considerações epistemológicas fundamentais que repercutiram no desenvolvimento das atividades intelectuais, especificamente as práticas científicas (Ponte, 2014). Desse modo, uma análise

crierosa das propostas investigativas em sala de aula propicia um diálogo não apenas com as formas de expressão pretéritas, mas atividades acadêmicas e sociais no presente. As interações epistemológicas entre as enunciações matemáticas e filosóficas são visíveis na interpretação do diálogo platônico e nas investigações das condições pelas quais as áreas das figuras planas, a linguagem formal euclidiana e as aplicações no desenvolvimento argumentativo são apresentadas na sala de aula.

Com a pressuposição de que os humanos possuam experiências matemáticas em seu cotidiano, mesmo em articulações inconscientes com os objetos matemáticos, as adaptações investigativas em sala de aula auxiliam a integração das ideias formais da matemática em diversos contextos educativos, especificamente nas interações ensino-aprendizado que integrem sensibilidade, operações concretas, articulações abstratas e lógicas formais. Nesse contexto, as investigações matemáticas em sala de aula estimulam a percepção de relações entre objetos, práticas e representações, identificando propriedades que possam ser úteis na resolução de problemas específicos, ou ainda, em modos distintos de formalização lógica. Por outro lado, diferente de uma concepção dedutiva em que a matemática relacione-se com um rigor absoluto previamente estabelecido, as investigações proporcionam a oportunidade para inovações e desenvolvimentos diversos (Ponte *et al.*, 2003). Nesse sentido, a introdução de algumas condições históricas da matemática, sobretudo em seus diálogos culturais e suas recepções ao longo do tempo, auxiliam na criação de investigações de variadas práticas de representação, estimulando comparações entre práticas antigas e novas, mas também analisando pressupostos epistemológicos correntes à luz de situações conhecidas ao longo do desenvolvimento formal dos conteúdos estudados.

Entre as diferentes formas de entendimento das investigações matemáticas em sala de aula, cinco atividades básicas são destacadas: explorar; organizar; testar; reformular; justificar (Ponte, 1999, 2014). Nota-se, portanto, as relações indissociáveis com o pensamento intelectual tradicional, científico e filosófico, visto que as indagações experimentais podem resultar em padrões não reconhecidos anteriormente, os quais propiciam hipóteses mediante formulações de conjecturas que podem ser aceitas ou rejeitadas, de acordo com manipulações concretas ou mentais dos modos de interação do objeto em estudo, resultando em uma argumentação formal para justificar o vivenciado. As bases dessas práticas são evidentes nos diálogos platônicos, carecendo um outro espaço argumentativo para tratar da *dialética* e da *maiêutica* platônico-socráticas no imaginário epistemológico do ocidente.

Os momentos de investigação devem estar contextualizados com os interesses curriculares a serem desenvolvidos, propiciando *imagens de conceitos* mais amplas (TALL, 1991), assim também favorecendo maiores entendimentos operatórios para as necessidades escolares cotidianas. Se, por um lado, essas investigações tornam a compreensão do trabalho científico mais acessível aos discentes, em seus respectivos níveis de escolarização, criando relações, avaliando potencialidades e não necessariamente possuindo uma resposta fixa ou definitiva em exercícios abstratos; por outro, diante das demandas dos sistemas de escolarização, um equilíbrio entre exposição conceitual, investigação e interação com os conteúdos matemáticos deve ser trabalhado. Nesse sentido, algumas características pensadas para as investigações matemáticas também são úteis, seja no desenvolvimento individual ou coletivo em sala de aula. As interações de todos os envolvidos, educadores e educandos, propiciam um olhar crítico para as limitações e para as potencialidades dos processos de ensino-aprendizagem, requerendo observações e avaliações contínuas dos docentes para adaptar, avançar e transformar as propostas investigativas, de acordo com aquilo que for apresentado pelos discentes. Ademais, nutrindo a autonomia discente, sem perder as premissas teóricas a serem desenvolvidas, as interações dos discentes, entre si e com os facilitadores da investigação

em sala de aula, propiciam múltiplas possibilidades de sistematização formal, antes, durante e após a experiência investigativa.

A experiência matemática é transformadora e, infelizmente, devido aos nossos sistemas de escolarização ela tem sido eliminada por processos de memorização de artifícios lógicos sem contextualizações claras, resultando em uma dissociação entre o conteúdo apresentado e a realidade vivenciada por todos os seres humanos. Nesse contexto, em muitos casos, mostra-se impossível relacionar o rigor das demonstrações matemáticas e as intuições oriundas da experiência, visto que até mesmo os processos de formação inicial dos professores e dos matemáticos profissionais sustentam-se em repercussões de técnicas sem adequação a contextos e práticas específicas. Argumenta Carlos Braumann (2002), sugerindo alguns “palpites” sobre esse cenário, que: reformas devem estar pautadas em estudos sistemáticos; exigência de um número maior de pesquisadores sobre Educação Matemática; há um desenvolvimento desfavorável para o ensino matemático, ocasionando perdas significativas para o desenvolvimentos humanos, culturais e nacionais; o “gosto” ou o “desgosto” da Matemática é adquirido muito cedo, carecendo grande atenção aos ciclos básicos; o problema não está no conteúdo, mas em não cultivar a dedução matemática. Desse modo, cientes de que uma reforma curricular demandaria estudos científicos e práticas pedagógicas de gerações, as investigações matemáticas que apresentem deduções matemáticas e meios de intelecção desses conceitos para nossos discentes, mesmo diante de cenários de precarização do ensino, são importantes na valorização e na preservação do desenvolvimento humano e social.

Variadas pesquisas salientam a importância do contínuo aprimoramento docente (Fonseca & Gualandi, 2020; Anthony & Walshaw, 2009; Stehling & Conti, 2020; Sandes & Moreira, 2018), sobretudo mediante variadas práticas que integrem o cotidiano, os saberes científicos e as tradições culturais (Babaci-Wilhite, 2019; Khine & Areepattamannil, 2019; Garza & Travis, 2019). As propostas das investigações matemáticas em sala de aula carecem de um olhar sistemático e de uma contextualização educacional propícia para que docentes, discentes e as propostas de ensino-aprendizagem obtenham satisfação, rigor e instrumentalizações necessárias para a tarefa. A existência de uma não linearidade entre teoria e prática, seja no desenvolvimento histórico das ciências particulares, seja na formação docente, possibilita a integração de elementos epistemológicos e práticos, na coexistência de uma pluralidade de conceitos em variadas etapas do processo investigativo (Wichnoski & Klüber, 2018), auxiliando em diversas perspectivas educacionais em sala de aula, de acordo com as necessidades apresentadas em cada momento e com as demandas curriculares. A não linearidade, uma condição que corrobora a transcendência dos saberes, ao dialogarem em diversos níveis cognitivos, e do próprio saber, ao não estar restrito aos modelos formais criados, mas interagir com o próprio mundo exterior que sustenta tais práticas, propicia investigações que não se restringem a uma disciplina específica, mas interage e integra outros modos argumentativos nas percepções dos conceitos particulares.

Nos contextos contemporâneos de capitalismo de mercado, até mesmo novas metodologias se transformam em mercadoria (Sartori & Duarte, 2017), mas também há uma proliferação de apresentações massificadas do conteúdo formal, ora para facilitar um conceito visto como difícil, ora para a criação de mecanismos mnemônicos com objetivos de imediatos de aprovação, os quais resultam em práticas de dominação e domesticação epistemológica (Fiorentini, 1995; Sartori & Duarte, 2021). Tais características dificultam ainda mais uma experiência matemática genuína em nossos contextos educacionais, visto que somente mediante *insubordinações criativas* (D'Ambrósio e Lopes, 2015), os professores conseguem adequar *curricula* escolares e demandas institucionais à: busca de regularidades a partir dos dados sensíveis; familiarização com as propriedades matemáticas; aquisição da linguagem formal

para construção dos teoremas; e a justificação racional das teorias científicas. Desse modo, aprender nas aulas de investigação matemática pressupõe autonomia discente pautada em desenvolvimentos curriculares pensados previamente para destacar as características pedagógicas almejadas (Abrantes, 1999), em especial os diferentes meios de contextualização dos saberes em nossas sociedades altamente informacionais e tecnológicas.

Explorar, formular, testar e justificar são termos centrais nas investigações matemáticas propostas por Ponte (2014). Por um lado, diferentes questões pressupõem distintas prioridades nas práticas escolares, e.g., respostas fixas associam-se a exercícios; problemas a modos de interpretação e execução técnica; autonomia e desenvolvimento individual às atividades investigativas (Ponte, 2014). Todavia, ainda que existam desejos individuais dos docentes para uma renovação didática, pedagógica, epistemológica pautados nas experiências investigativas, a realidade institucional de nossas escolas, em seus variados contextos e diversos *currícula*, as formações profissionais distintas de nossos docentes e as dificuldades materiais de nossos espaços educativos não favorecem à criação de um ambiente adequado para esse processo de ensino-aprendizagem. A matemática, vista muito além de um processo de memorização lógica ou de demonstrações formais, mas como consequência da observação, experimentação, indução, analogia teórica e raciocínio crítico (Ponte *et al.*, 1998), requer incentivos institucionais, possibilidades curriculares e espaços pedagógicos pensados coletivamente em prol da educação de todos os cidadãos. Torna-se possível, portanto, articular intuição e rigor e habituar nossos discentes às atividades científicas, em suas repercussões artísticas, filosóficas e culturais. Demandam-se do professor, conseqüentemente da escola e das instituições formais de educação, conhecimento formal, preparo, monitoramento, avaliação, adaptação e incentivo às pesquisas individuais e coletivas propostas em sala de aula (Ponte *et al.* 1998).

3 Propostas investigativas no ensino de Geometria: intuição, formalização e argumentação a partir do diálogo entre Sócrates e um escravo no Mênon de Platão

A partir de leituras interpretativas da famosa conversa entre Sócrates e um escravo no diálogo *Mênon* de Platão, algumas atividades investigativas foram propostas a variadas turmas da Educação Básica, do 7º ano do Ensino Fundamental ao 1º ano do Ensino Médio¹. Diante das faixas etárias variadas, distintas abordagens foram utilizadas de acordo com a familiaridade com os conceitos ou a linguagem algébrica matemática — também o próprio tratamento da informação na língua vernácula. Nesse contexto, as lições apresentadas foram preparadas com diferentes intuítos, obtendo resultados distintos em cada turma específica. Embora o resultado geométrico seja conhecidíssimo, o *Teorema de Pitágoras*, as associações com as propriedades geométricas salientadas no diálogo platônico e com uma adaptação do modo formal de apresentação em *Os Elementos* de Euclides, forneceram experiências significativas, nos quais os objetos, as operações e os meios de formalização da Matemática salientaram concepções argumentativas presentes no diálogo antigo, mas também importantes para a aquisição de métodos demonstrativos em matemática e em exposições lógicas do pensamento.

Dentre os temas tratados no desenvolvimento do diálogo, a conversa com o escravo ilustra algumas etapas significativas da compreensão epistemológica platônica, sobretudo ao indicar a reminiscência do conhecimento manifesta a partir das experiências, mas também a importância da educação, os limites do conhecimento, a possibilidade de apreender ideias sem o ensino formal e a importância da argumentação com o rigor lógico-dedutivo. As relações

¹ As atividades, em seus respectivos anos de escolaridade, foram apresentadas em: oito turmas do 7º ano e quatro turmas do 9º ano do Colégio de Aplicação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ); três turmas do 1º ano do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

entre ignorância, crença e o saber seguro são vistas nas analogias com as lições de geometria, sobretudo a respeito da possibilidade de a virtude ser ou não ensinada (Rawson, 2006; Vlastos, 1965). Os participantes dos diálogos platônicos, conforme tradicional e textualmente atesta-se, participam de uma investigação intelectual a partir da qual o conhecimento, a contemplação e o reconhecimento da condição humana são atestados. Nesse sentido, as atividades desenvolvidas, de acordo com os diferentes anos de escolaridade dos participantes, desejavam salientar essas características associadas aos textos platônicos, sobretudo instigar a busca pelo saber em suas diferentes maneiras de apresentação.

As atividades apresentadas foram utilizadas em diferentes turmas da Educação Básica (Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio), adequando-se às condições, expectativas e exigências curriculares das escolas. Algumas adaptações, em diferentes níveis, foram necessárias: aos discentes do sétimo ano, apenas as questões baseadas no diálogo platônico foram apresentadas, requerendo ainda adaptações para o conteúdo do ano de escolaridade; em algumas turmas do sétimo ano, professores optaram em mudar o vocábulo “escravo” para “amigo”, alegando ser a escravidão um tópico social sensível, mesmo descaracterizando a mensagem filosófica platônica que também tratava de uma mazela social similar; nas turmas do nono ano, para controle de tempo no desenvolvimento da atividade, sobretudo a aquisição e a operação de uma linguagem formal adaptada dos *Elementos*, optou-se por uma recordar o *Teorema de Pitágoras* por expressões algébricas do "quadrado da soma" e a congruência das áreas de triângulos de bases congruentes com um terceiro vértice em uma reta paralela à base dada.

No contexto das aulas do sétimo ano, optou-se em utilizar uma linguagem mais amena, mediante exercícios interpretativos que ajudassem os estudantes na compreensão das ideias matemáticas contidas no diálogo. Assumindo o resultado do diálogo platônico como um caso particular do *Teorema de Pitágoras*, tendo exposto a formalização das áreas das figuras planas em aulas anteriores, mostra-se possível discutir o famoso teorema pela comparação das áreas dos quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo — o que poderia ser generalizado na construção de outros polígonos e formas geométricas. Devido aos interesses das primeiras turmas em que a atividade foi aplicada, algumas investigações matemáticas foram feitas para a comparação das áreas envolvidas em casos variados, resultando em construções geométricas que expõem o *Teorema de Pitágoras* por múltiplas observações, inclusive em softwares de geometria dinâmica.

Por sua vez, diante dos estudos de geometria das turmas do nono ano, sobretudo após aprimorar os modos dos cálculos das áreas e as relações métricas no triângulo retângulo, há a possibilidade de uma adaptação da demonstração do mesmo teorema com uma linguagem adaptada do formalismo euclidiano. Devido à faixa etária dos estudantes, embora algumas dificuldades possam existir na compreensão e nas operações para a articulação de algumas passagens da demonstração, a participação individual e coletiva dos percursos lógicos favoreceu a uma melhor compreensão do teorema, além de apresentar algumas etapas adaptadas do rigor argumentativo necessário na experiência matemática. De fato, ao fim, os discentes podem compreender o teorema por uma comparação de áreas, demonstradas com rigor lógico-dedutivo, mas também com as consequências algébricas das relações métricas no triângulo retângulo.

Por fim, em algumas turmas do nono ano do Ensino Fundamental e outras do primeiro ano do Ensino Médio, um exercício de leitura interpretativa do diálogo entre Sócrates e o escravo de Mênon foi utilizada como uma atividade que relacionasse conteúdos matemáticos e filosóficos mediante construções geométricas, vistas *pari passu* às discussões de passagens ou

de termos significativos na argumentação platônica. Embora essas últimas experiências tenham apresentado dificuldades inesperadas, em algumas turmas em que existia a expectativa de algumas noções gerais de filosofia, de uma interpretação textual solidificada e de competência mínima em desenho geométrico, sobretudo devido ao conteúdo curricular já visto pelos discentes, as articulações entre o rigor das construções geométricas e o desenvolvimento lógico da argumentação proposta por Sócrates possibilitaram conversas epistemológicas significativas, sobretudo a respeito das interfaces entre matemática, linguagem, argumentação e conhecimento.

Em todas essas atividades as apresentações dos conteúdos matemáticos e filosóficos foram pautadas em investigações, individuais e coletivas, visando ao ordenamento de premissas essenciais para a articulação entre as disciplinas e suas interfaces. Ao trabalharmos com problemas específicos, amplamente conhecidos e com relevantes repercussões históricas, mesclamos oportunidades de investigação no ambiente escolar com repercussões teóricas para a compreensão do *Teorema de Pitágoras* em diferentes apreensões sensíveis e em variadas imagens conceituais. De fato, nas contextualizações propostas, os discentes puderam experienciar as fases propostas por Ponte, isto é, explorar, formular, testar e justificar, apreendendo que a matemática não se encontra reduzida a um processo de memorização lógica ou a processos operacionais em códigos formais, mas insere-se em diversas articulações para a formação de um raciocínio crítico. A presença dos elementos históricos e filosóficos na promoção de uma experiência investigativa na sala de aula de matemática, para a eficácia da relação ensino-aprendizagem, demanda, a exemplo do já salientado por Ponte, constantes preparos, monitoramentos, avaliações, adaptações e incentivos (Ponte *et al.*, 1998). As articulações entre os diferentes modos de compreensão e expressão da matemática, isto é, objetos e suas propriedades, operações e suas propriedades e a formalização axiomática (Tall, 2013) estão presentes nessas contextualizações históricas. Por sua vez, mediante diálogos entre os saberes, os conceitos matemáticos podem ser mais bem compreendidos em suas relações com os variados contextos culturais em suas produções e recepções, valorizando a identidade social e o respeito diante da diversidade (D'Entremont, 2015).

4 Algumas avaliações sobre as atividades propostas

Há muitas formas de apresentar o conteúdo geométrico na Educação Básica e todas as maneiras estão associadas diretamente aos objetivos educacionais de cada sistema de ensino, de cada instituição e de cada professor. Em um sistema educacional, voltado à resolução de questões para testes formalizados, tornam-se escassas as abordagens que almejem a construção e o desenvolvimento gradual dos conteúdos em sua integralidade. Se tal assertiva é válida para todas as disciplinas escolares, em particular para todas as áreas da matemática, no âmbito das ideias geométricas iniciais, são constituídos obstáculos e apresentadas dificuldades que tendem a desfigurar necessidades lógicas e epistemológicas para o desenvolvimento acadêmico de crianças e de jovens em seus primeiros contatos com a formalidade matemática. Trata-se, portanto, de uma importante constatação pedagógica com repercussões nos moldes cognitivos em todas as áreas do saber.

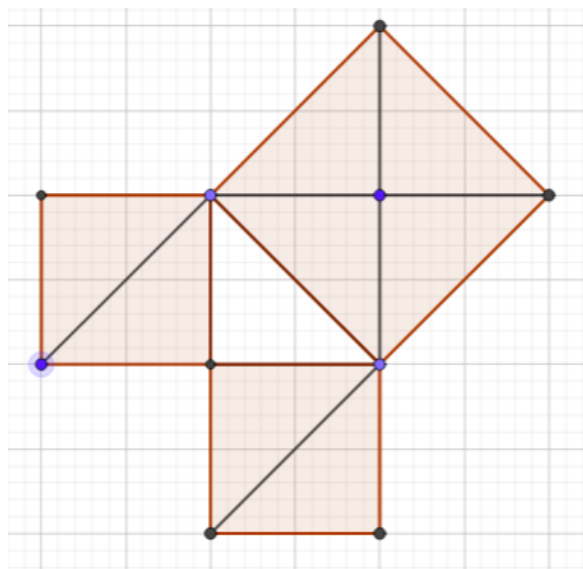
Bastante discutida é a relação entre a sensibilidade, a abstração, a segurança epistêmica e a inteligência dos saberes geométricos. Também amplamente conhecidas são as dissociações entre as ideias geométricas apresentadas e o mundo vivido do estudante atual, bem assim a disparidade entre os resultados e os meios formais de sustentar esses consistentemente. As associações entre Geometria, Lógica e Retórica são famosas já nos diálogos de Platão, passando textos medievais e renascentistas, mas também consagradas em tratados filosóficos e obras literárias. Desse modo, uma abordagem para o Ensino de Geometria que

integre as diferentes dimensões intelectuais propiciadas por esse saber exige um estudo sobre a linguagem e o meio de apresentação dessas ideias em seus contextos específicos, adaptando as matrizes intelectuais nas quais definições, axiomas, teoremas e aplicações foram apresentados. No contexto atual, em que os saberes em diálogo propiciam avaliar as matrizes cognitivas dos sistemas de Ensino, deseja-se superar uma tendência a apresentar resultados apenas em suas aplicações para exercícios de fixação, baseados para avaliações, concurso e variados exames, propiciando um envolvimento maior nas suas construções teóricas e argumentativas.

Nesse contexto, adaptar o trecho do diálogo *Mênon* de Platão, em um contexto de sala de aula investigativa, potencializa as interações entre alguns conteúdos da Matemática e a herança cultural ocidental, ao mesmo tempo em que ilustra as maneiras pelas quais certos resultados podem propiciar concepções filosóficas significativas e, posteriormente, entendimentos sobre o mundo e modos de argumentação racional. Por sua vez, adaptar o famoso *Teorema de Pitágoras*, conforme exposto ao final do livro I de *Os Elementos* de Euclides, possibilita uma revisão dos resultados algébricos da geometria, mas também uma investigação da forma discursiva e lógica, inerentes à linguagem matemática. Ao propor atividades orientadas aos estudantes, sem a necessidade de exporem seus resultados em uma forma algébrica, há a possibilidade de valorizar o encadeamento lógico e de explorar meios argumentativos de expressão na linguagem coloquial ou outros códigos sugeridos pelos discentes. Rompe-se, portanto, com pretensas dicotomias existentes entre as visões formalistas e construtivistas da Matemática, justamente ao recorrer a um texto filosófico antigo em que, embora as mesmas questões essenciais estão em pauta, não há, evidentemente, as querelas contemporâneas sobre a origem da Matemática. Nesse sentido, a partir da leitura do *Mênon* de Platão e de algumas adaptações do famoso resultado geométrico, as articulações possíveis entre Linguagem, Matemática e Filosofia propiciam uma apreciação maior da diversidade cognitiva humana em seus múltiplos meios de apreensão e de expressão.

Para ilustrar os benefícios dessa abordagem, além da aquisição da linguagem formal e suas repercussões culturais, observe a adaptação do *Mênon* de Platão e o *Teorema de Pitágoras* para aprimorar o conceito de área utilizada em turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental II. Em um primeiro momento, após avaliar a construção resultante do diálogo platônico, propõe-se uma reconstrução da figura para que sejam destacados os quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo isósceles. Ora, os discentes, familiarizados com a proposta de comparação de áreas a partir de uma unidade estabelecida, podem utilizar essas operações para uma visualização diferente, para o caso particular tratado no diálogo. A última pergunta da atividade investigativa, portanto, deseja iniciar um processo de argumentação formal da matemática a partir do desenvolvido nas questões anteriores. Trata-se, assim, de uma possibilidade de incentivar não apenas o pensamento matemático, mas iniciar a aquisição de um discurso científico e filosófico, conforme visto nas quatro turmas em que a atividade foi apresentada. Tais considerações são relevantes, sobretudo para essa faixa etária em que são introduzidas algumas abstrações algébricas de maneira mais sistemática.

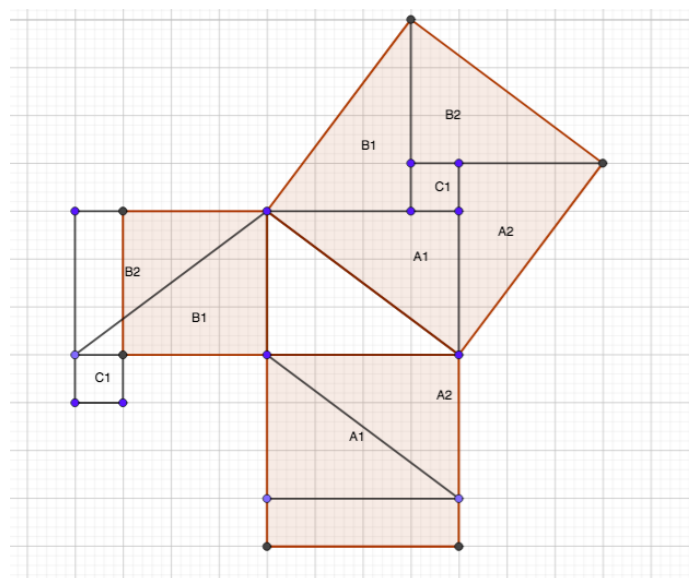
De fato, ao apresentar os quadrados sobre os lados do triângulo retângulo isósceles e pedir a comparação entre as áreas a partir das diagonais, pressupõe, como uma das respostas e como uma das visualizações possíveis, a reconstrução do quadrado inicial usado no diálogo platônico. Por sua vez, ao guiar os discentes para a comparação com áreas, algumas interfaces entre geometria, argumentação e registro algébrico podem ser exploradas a partir das investigações dos discentes. Uma reconstrução geométrica recebida pode ser vista na Figura 1.

Figura 1: Divisão dos quadrados pelas diagonais

Fonte: Elaboração Própria

Diante da receptividade das primeiras atividades e das perguntas dos discentes, uma investigação para além do caso particular tratado por Platão foi apresentada nos encontros seguintes. Para tanto, foi utilizado um retângulo com 3 e 4 unidades de medida. Embora não fosse possível avançar para formalismos lógico-matemáticos, devido às condições do ano de escolaridade, buscou-se induzir, com a utilização de softwares de geometria dinâmica, a observação de um padrão e de uma regularidade a partir da comparação das áreas propostas.

Nesse sentido, o segundo caso de análise destaca-se na Figura 2.

Figura 2: Comparação de Áreas Congruentes

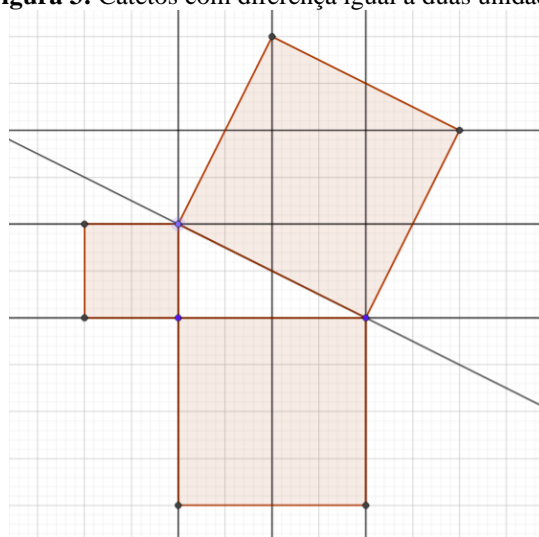
Fonte: Elaboração Própria

Ao apresentar um retângulo cortado por sua diagonal, pressuposto já visto no diálogo platônico com o quadrado e representado na Figura 1, torna-se possível resgatar o mesmo raciocínio de comparação de áreas. Nesse contexto, todavia, ao observar os triângulos retângulos que possuem áreas congruentes a A1 na Figura 2 destacada, será necessário apenas fazer uma transposição do remanescente do maior cateto para que os triângulos congruentes,

com área igual à metade do retângulo original, sejam evidenciados. Desse modo, haverá sempre um quadrado remanescente que terá como lado a diferença entre os lados dos quadrados construídos sobre os catetos — sendo o caso platônico uma particularidade quando a diferença for nula.

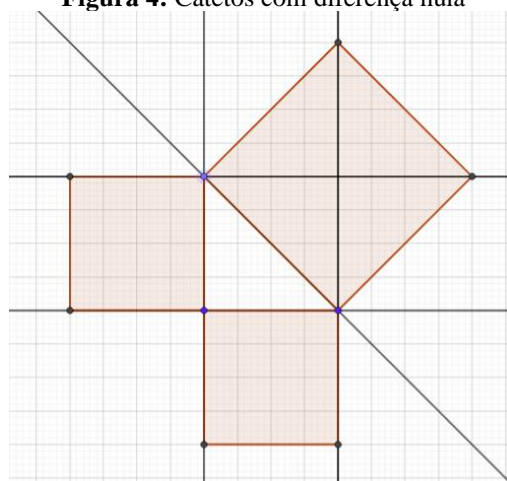
De toda forma, por essa comparação de áreas, mostra-se possível investigar os resultados do diálogo de Platão para casos distintos dos triângulos retângulos isósceles, isto é, gerados a partir da diagonal de um quadrado. A utilização de softwares de geometria dinâmica foi uma etapa seguinte, mostrando a variação e a manutenção do resultado em diferentes casos particulares, além de explorar as distintas formas de compreensão dessas investigações. Algumas exemplificações dessas construções no software são destacadas nas Figuras 3, 4 e 5.

Figura 3: Catetos com diferença igual a duas unidades



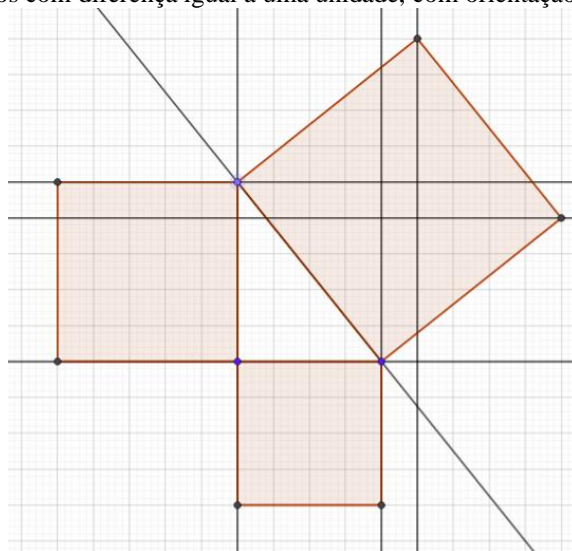
Fonte: Elaboração Própria

Figura 4: Catetos com diferença nula



Fonte: Elaboração Própria

Figura 5: Catetos com diferença igual a uma unidade, com orientação visual da base menor



Fonte: Elaboração Própria

As limitações da linguagem formal, nos âmbitos do vernáculo, da Matemática e da Filosofia, possibilitaram explorar outras formas de compreensão dos resultados, sobretudo diante da investigação individual dos discentes com os softwares de geometria dinâmica. Nota-se, todavia, que mesmo em anos de escolaridade em que são pressupostas algumas condições mais favoráveis para articulações formais entre as argumentações lógicas, filosóficas, matemáticas, a partir da utilização do vernáculo, as dificuldades para essas tarefas investigativas também se tornaram manifestas. Ainda que um número significativo de estudantes conseguisse operar tranquilamente com os objetos matemáticos, a busca pelo formalismo ou pela associação a uma argumentação mais rigorosa, no contexto filosófico, resultou em alguns obstáculos epistêmicos. Salienta-se, todavia, que esses aparentavam-se indistinguíveis entre a interpretação textual do diálogo, as noções filosóficas e os conceitos matemáticos. Ressalta-se, portanto, a necessidade de investigações mais detalhadas sobre os meios e as dificuldades de aquisição da linguagem formal nesses anos de escolaridade, mediante as propostas argumentativas da Linguagem, da Filosofia e da Matemática.

Referências

- Abrantes, P. (1999). Investigações em Geometria na sala de aula. In: E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte. (Org.). *Ensino da geometria no virar do Milênio* (pp. 153-167). Lisboa: DEFCUL.
- Anthony, G. & Walshaw, M. *Effective Pedagogy in Mathematics. Educational Practices Series 19*. Brussels: International Academy of Education, 2009.
- Babaci-Wilhite, Z. (2019). *Promoting Language and STEAM as Human Rights in Education: Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics*. Singapore: Springer Nature.
- Bicudo, M. A. (2012). A pesquisa em Educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. *R.B.E.C.T.* 5(2), 15-27.
- Braumann, C. (2002). Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da Matemática. In: J. P. Ponte; C. Costa; A. I. Rosendo; E. Maia; N. Figueiredo; & A. F. Dionísio (Org.). *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 5-24). Lisboa: SEM-SPCE.
- Ponte, J. P. et al. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7(2), 41-70.

- Ponte, J. P. (2014). Investigação sobre investigações Matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J. P.; Brocardo, J.; & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte, MG: Autêntica.
- D'Ambrósio, B. & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema*, 29(51), 1-17
- Garza, A. & Travis, C. (2019) *The STEAM Revolution: Transdisciplinary Approaches to Science, Technology, Engineering, Arts, Humanities and Mathematics*. Cham: Springer.
- D'Entremont, Y. (2015). Linking Mathematics, Culture and Community. *Procedia: Social and Behavioral Sciences*, 174, 2818-2824.
- Euclides (2009). *Os Elementos*. Tradução de I. Bicudo. São Paulo, SP: EdUnesp.
- Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. *Revista Zetetikê*, 3(4), 1-38.
- Fonseca, D. & Gualandi, J. (2020). O Laboratório de Ensino de Matemática na formação continuada de professores que ensinam Matemática. *Ensino de Matemática em Debate*, 7(2), 82-100.
- Khine, M. & Areepattamannil, S. (2019). *STEAM Education: Theory and Practice*. Cham: Springer.
- Lockhart, P. (2009). *A Mathematician's Lament: How School Cheats us Out of Our Most Fascinating and Imaginative Art Form*. New York: Bellevue Literary Press.
- Pereira, R.; Palharini, B. & Damin, W. (2016) Investigações matemáticas em sala de aula: contribuições do Geogebra para a aprendizagem da função cosseno e seus parâmetros. *Revista Tecnologias na Educação*, 17, 1-16.
- Platão (2001). *Mênon*. São Paulo, SP: Loyola.
- Rawson, G. (2006) Platonic Recollection and Mental Pregnancy. *Journal of the History of Philosophy*, 44(2), 137-155.
- Sandes, J. & Moreira, G. (2018). Educação Matemática e a formação de professores para uma prática docente significativa. *@ambienteeducação*, 11(1), 99-109.
- Sartori, A. & Duarte, C. (2017). O sujeito lúdico produzido pela/na Educação Matemática: interlocuções com o neoliberalismo. *Bolema*, 31(57), 53-69.
- Sartori, A. & Duarte, C. (2021). Repetir, memorizar, recitar: mecanismos para a fabricação de corpos dóceis pela Educação Matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 14(1), 84-91.
- Stehling, D. & Conti, K. (2020) Formação continuada de professores, desenvolvimento profissional e conhecimento matemático na Educação Infantil. *Educação Matemática Debate*, 4(10), 1-27.
- Tall, D. (1991). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: D. Tall (Org.). *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 3-23). New York: Kluwer Academic Publishers.
- Tall, D. (2013). *How Humans Learn to Think Mathematically: exploring the three worlds of Mathematics*. New York: Cambridge University Press.
- Vlastos, G. (1965). Anamnesis in the Meno. *Dialogue: Canadian Philosophical Review*, 4(2),

143-167.

Wichnoski, P. & Klüber, T. (2018). Investigações matemáticas na Educação Matemática: uma experiência na formação inicial de professores. *Revista de Educação Matemática*, 15(18), 69-84.