

SUPERFÍCIES E SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

SURFACES AND SOLIDS OF REVOLUTION WITH GEOGEBRA SOFTWARE ASSISTANCE

Dionatan de Oliveira Nadalon

dionatan_nadalon@hotmail.com

Colégio Nossa Senhora de Fátima

Instituto Federal Farroupilha – Campus São Vicente do Sul

José Carlos Pinto Leivas

leivasjc@ufn.edu.br

Universidade Franciscana - UFN

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar uma investigação realizada em uma oficina com um grupo Pibid, composto por discentes de um curso de Licenciatura em Matemática e professores estaduais do Estado do Rio Grande do Sul - Brasil. Inicialmente, a proposta foi diferenciar polígono de região poligonal e superfície de sólido de revolução. A pesquisa, de cunho qualitativo, utilizou o GeoGebra 3D, adaptando questões teóricas do Exame Nacional do Ensino Médio, em atividades dinâmicas e usufruindo dos recursos do *software*, especialmente os de rotação, rastro e protocolo de construção. Após aplicarmos a oficina, foi efetuada uma análise minuciosa das construções de dois participantes. Os registros realizados por eles foram gravados em pendrive e repassados ao investigador para análise. Os resultados mostraram que o GeoGebra 3D foi facilitador na obtenção de superfícies e sólidos de revolução, a partir da visualização e dinâmica proporcionada pelo mesmo, podendo ser um diferencial na formação e prática profissional desses participantes.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. GeoGebra. Superfície e Sólido de Revolução. Educação Matemática.

ABSTRACT

This article aims to analyze a research carried out in a workshop, with a PIBID group, composed of students of a Course in Mathematics and professors of Rio Grande do Sul, Brazil. Initially, the proposal was to differentiate polygon of polygonal region and surface of revolution from solid revolution. The qualitative research used GeoGebra 3D, adapting theoretical questions of the Exame Nacional do Ensino Médio, in dynamic activities and taking advantage of *software* resources, especially those of rotation, graphic and the protocol of construction. After we applied the workshop, a detailed analysis of the constructions of two participants was carried out. The records made by them were made on pendrive and passed on to the investigator for analysis. The results showed that GeoGebra 3D facilitated the

obtaining of surfaces and solids of revolution, based on the visualization and dynamics provided by it, being able to be a differential in the training and professional practice of these participants.

Keywords: Teaching of Geometry. Geogebra. Surfaces and solids of revolution. Mathematics Education.

1. Introdução

A Geometria está presente em nosso cotidiano, podendo ser encontrada em qualquer lugar, objeto ou situação. No Trabalho Final de Graduação (TFG)¹ do primeiro autor, realizou-se um estudo sobre provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) aplicadas no período de 2009 a 2015, com o objetivo de gerar dados sobre como os conhecimentos matemáticos são exigidos na resolução dessas provas, e quais são os conteúdos mais cobrados.

Pela frequência de questões de Geometria no exame, pode-se considerar que tal área é importante para despertar o interesse em abordar tal temática no currículo, de modo que os estudantes possam estar melhor preparados para realizarem o exame. Com os resultados, foi possível constatar a importância da Geometria, totalizando 71 questões, de um total de 315, o que corresponde a 22,54%. Os conteúdos com maior frequência, depois de Geometria, são Porcentagem, com 11,75%, e Interpretação Gráfica, com 10,16%.

Verificamos, pois, a importância da Geometria na Educação Básica e progredimos nossos estudos voltados ao Ensino Superior, especialmente na formação do professor, o que pode estabelecer conexão com a Escola Básica. Nesse sentido, vislumbramos uma pesquisa de mestrado com a inserção do uso do *software* GeoGebra no estudo de superfícies e sólidos de revolução (também denominados de rotação).

No cenário educacional atual, o uso das tecnologias, como instrumento de aprendizagem tem proporcionado aos alunos novas opções do conhecimento. O computador pode ser utilizado como um recurso facilitador desse processo, de acordo com as orientações do Ministério da Educação (BRASIL, s.d. [1]),

o fato de o computador poder executar a sequência de comandos que foi fornecida significa que ele está fazendo mais do que servir para representar ideias. Ele está sendo um elo importante no ciclo de aprendizagem dos educandos, que pode favorecer o processo de construção do conhecimento. (p.25)

Não somente o computador, mas qualquer outro meio tecnológico, como *smartphone* e *tablets*, podem agir como importantes fontes de investigação educacional. Assim, justificamos uma pesquisa, cujo recorte consta do presente artigo, realizada com professores em exercício e em formação, vislumbrando possibilidades de ensino que tornem o tema superfícies e sólidos de revolução relevante em consonância com o exigido no ENEM. Para isso, formalizamos o problema de pesquisa: **de que forma o GeoGebra pode facilitar a obtenção e a visualização de superfícies e sólidos de revolução, em uma proposta de oficina pedagógica realizada na formação de professores de Matemática?**

Na sequência, apresentaremos algumas questões relativas ao ensino de Geometria.

¹ O TFG, de autoria de DIONATAN DE OLIVEIRA NADALON, foi realizado na Universidade Franciscana e não teve publicação externa.

2. O Ensino de Geometria

A experiência dos autores os leva a considerar que, muitas vezes, a Geometria é ensinada de modo teórico e abstrato, com foco no armazenamento de conhecimento e ideias. Gravina e Cotiero (2011, p.3) afirmam que “o estudo da geometria escolar tem foco na apresentação de conceitos e propriedades geométricas, sem que haja maiores preocupações com o desenvolvimento do raciocínio”.

Por esse motivo, consideramos oportuno esclarecer qual é o objetivo de ensinar Geometria na Educação Básica, segundo documentos e autores. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, s.d.[3]) destacam que:

[...] o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. (p.75)

Acreditamos que o foco da Geometria deve estar na sua aplicação, com objetivo de facilitar a vida do estudante, mostrando-lhe como ela está próxima do seu cotidiano. Infelizmente, enfrentamos desinteresse de alguns professores de Matemática em aprofundar os estudos geométricos, o que acaba gerando o despreparo pedagógico. Nesse sentido, se os educadores já evitam a Geometria, como podemos cobrar que os educandos que a apreciem? Além disso, na Educação Básica, os tópicos dessa área são postergados para o final do ano letivo, quando as limitações são diversas (Leivas, 2012). Ou seja, os alunos e professores enfrentam problemas como falta de tempo, fechamento de notas, conceitos e exaustão.

O ensino de Geometria tem um papel muito importante na formação do aluno no Ensino Médio. O ENEM, que é o responsável pelo ingresso de estudantes em cursos de Ensino Superior, em universidades públicas e, em algumas privadas, prioriza o assunto Geometria. Já no Ensino Superior, com os dados levantados por Leivas (2009), fica evidente que existe um “escanteamento” das disciplinas de Geometria.

Acreditamos que, para o Ensino Superior, é necessário ocorrer uma reformulação na grade curricular que contemple um pouco mais o elenco de disciplinas envolvendo Geometria, tais como a inclusão de Geometria Dinâmica, as Geometrias Não-Euclidianas. Isso não significa centralizar nas disciplinas de Geometria, mas sim realizar uma interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento matemático. Ao aperfeiçoarmos a formação de professores, envolvendo mais Geometria, acreditamos que, automaticamente, formaremos melhores profissionais para atuarem nessa área.

3. O Uso de Tecnologias na Educação

É notável o avanço tecnológico mundial, abrangendo cada vez mais as tecnologias de informação, comunicação, lazer, produção, entre outras. Os alunos estão mais afeitos com os instrumentos digitais e notamos o poderoso avanço do aparelho celular que, frequentemente, é por eles adquirido. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) tratam sobre a inevitabilidade do uso das tecnologias no âmbito educacional (Brasil, s.d.[2]) indicando:

[...] é indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras. (p.69)

Na Educação Matemática, as tecnologias aparecem como ferramentas facilitadoras, principalmente do Cálculo e da Geometria. Segundo Barbosa (2009), nos cursos de licenciatura em Matemática, quando as disciplinas são trabalhadas com *softwares*, essas desenvolvem o uso de diversas representações, aumentando, dessa forma, a compreensão de conceitos.

Na Geometria é importante explorar o uso de objetos manipuláveis e de *softwares*, visto haver, por vezes, dificuldade na visualização de objetos geométricos, principalmente no espaço, geralmente apresentados em sala de aula utilizando-se somente quadro, giz e livro didático. Acreditamos que essa forma de ensino não é suficiente para desenvolver totalmente a habilidade de visualização, principalmente de sólidos tridimensionais, sendo necessária uma metodologia de ensino para suprir essa carência, que pode ocorrer com a utilização de *softwares* matemáticos. Existem diversos deles que proporcionam essa visualização, tais como GeoGebra, Cabri 3D, Régua e Compasso, Maple, Poly Pro. Neste trabalho, focaremos a pesquisa no uso do *software* GeoGebra.

O GeoGebra² pode alcançar visualizações que nem sempre outros materiais manipuláveis conseguem, especialmente por possibilitar a construção de formas geométricas com facilidade, agilidade e precisão muito superiores a outros recursos didáticos, o que está de acordo com o que Madama e Curbelo (2012) afirmam:

[...] o dinamismo das figuras que são construídas com o *software* GeoGebra, facilita a visão global de um problema, o desenvolvimento de conceitos em que, com a visualização experimental, se descobrem regularidades o que, com o trabalho manual, requer muito mais tempo e esforço. (p.118, tradução do autor)

O GeoGebra está modificando o cenário educacional, acrescentando novas possibilidades, resolvendo problemas, tudo de forma dinâmica e atrativa para o estudante, uma vez que, em geral, as tecnologias estão desenvolvendo e abrindo portas para a Educação Matemática, como afirma Gravina (2015):

[...] com as tecnologias digitais, novas possibilidades de criação, produção e veiculação de conhecimento se descortinam – agora é a possibilidade de interagir com sistemas dinâmicos de representação, que externalizam e internalizam novos pensamentos, em contínuo processo de ação/reação entre sujeito e ferramenta. Estamos adentrando nova ecologia cognitiva - é o estágio da cultura virtual. (p.238)

Como destacado pela autora, sistemas dinâmicos de representação, ou seja, *softwares* matemáticos, aproximam os estudantes do aprendizado, visto que possuem ferramentas ágeis, sem as quais esse aprendizado seria inviável ou difícil de ocorrer. É notável a importância das tecnologias para auxiliar na solução de problemas, especialmente, no sentido da visualização.

Quando trabalhamos com Geometria, é provável nos debatermos com o termo “visualização”. Na Matemática, a visualização pode ser imaginária e, muitas vezes, temos de realizar a transformação de imagens bidimensionais em tridimensionais sendo nesse aspecto que as dificuldades aparecem.

De acordo com o Dicionário Online de Português (Dicio, 2017), a palavra *visualização* refere-se à “Ação ou efeito de visualizar; transformação de conceitos em imagens reais ou mentalmente visíveis”. É interessante observar que esse aspecto vem ao encontro de Dreyfus (1991, apud Costa, 2000, p.262), ao afirmar que “Visualização é um processo pelo qual as representações mentais ganham existência”.

² O programa GeoGebra pode ser acessado através do link: www.geogebra.org.

Asseguramos, como Leivas (2012), que a palavra “visualização” define “o processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos” (p.188).

Já no ensino de Geometria, o termo “visualização” está em consonância com a percepção e a resolução de questões matemáticas, de acordo com os PCN⁺ (Brasil, s.d.[4]), quando afirmam que

usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante desse tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas. (p.123)

Como os PCN⁺ afirmam, a visualização é uma habilidade e pode ser desenvolvida como qualquer outra competência. O grande problema é como trabalhar com essa habilidade no ensino. Para isso, nos deparamos com recursos didáticos que possam facilitar seu desenvolvimento e, no caso da pesquisa constante deste artigo, utilizamos o GeoGebra como recurso norteador para o desenvolvimento da visualização.

4. A Oficina e os Procedimentos

A abordagem da pesquisa realizada é considerada qualitativa no sentido abordado por Moreira (2011, p.76): “O interesse central dessa pesquisa está em uma *interpretação dos significados* atribuídos pelos sujeitos à suas ações em uma *realidade socialmente construída*, através de *observação participativa*, isso é, o pesquisador fica *imerso* no fenômeno de interesse” (grifos do próprio autor).

A oficina, intitulada “Superfícies e Sólidos de Revolução no GeoGebra”, teve como objetivo principal explorar os recursos desse *software* e discutir possibilidades para o ensino e aprendizagem do conteúdo de superfícies e sólidos de revolução no Ensino Médio, utilizando-o como uma ferramenta auxiliar. Também, foram propostas resoluções de algumas questões do ENEM, as quais exigem a rotação de figuras bidimensionais, ou seja, realizam algum movimento que necessita da visão tridimensional do aluno. Desse modo, foi utilizado, dentre outros, o recurso de rotação do GeoGebra. A fim de cumprir com o objetivo, foram realizadas atividades exploratórias para obtenção de superfícies e sólidos de revolução no GeoGebra, tais como esféricos, cilíndricos e cônicos.

Além das construções, o investigador proporcionou debates a respeito da conceitualização de polígonos e regiões poligonais, bem como de superfícies e sólidos. Foram analisadas questões do ENEM que envolviam este conteúdo e, posteriormente, sua resolução, com auxílio do GeoGebra.

O público alvo foi um grupo de nove (9) participantes, bolsistas pertencentes ao Programa Institucional de Bolsas Iniciação Docente (Pibid) de uma instituição de ensino superior, composto de alunos graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, professores do estado e município, em formação continuada, e pelo professor responsável pelo grupo Pibid, o qual, juntamente com a coordenação do curso, promoveu a oficina. Considerando que o Pibid é um projeto que visa a formação continuada de professores, o grupo é adequado ao propósito da oficina.

No que diz respeito aos procedimentos metodológicos da oficina, a mesma ocorreu no segundo semestre de 2017, em dois encontros, cada um com duração de 3 horas, com um intervalo de 20 minutos, dividindo cada encontro em dois turnos. Todos os participantes receberam roteiros da oficina, contendo as informações sobre ela.

Quanto à coleta de dados, foi entregue um questionário inicial, contendo uma identificação por uma letra maiúscula, que serviu para os registros posteriores, sendo que apenas o próprio participante saberia sua letra de identificação. Assim, para cada material de pesquisa, o integrante precisou identificá-lo com a letra correspondente.

Além do material físico, também foram coletadas as construções via *software* e, dessa maneira, em cada dia de aplicação da oficina, os participantes criaram uma pasta identificada pelo número do encontro, em numeração ordinal, e com a letra que o representava (exemplo: “1º Encontro – A”). Cada construção foi salva nessa pasta com a identificação numérica correspondente da atividade. Assim, no final de cada encontro, o pesquisador recolheu esses dados via dispositivo móvel.

5. Análise do Primeiro Encontro

A pesquisa foi realizada com nove (9) voluntários pertencentes ao grupo Pibid, os quais participaram dos dois encontros. Em uma primeira análise, constatamos uma diversificação no desenvolvimento dos participantes, o que entendemos não dar uma visão global do crescimento individual de cada um. Por limitação de espaço destinado a um artigo, não seria possível analisar todas as atividades de todos os participantes. Assim, optamos por detalhar dois participantes a fim de averiguar seu crescimento no desenrolar das atividades. A escolha dos dois indivíduos prendeu-se ao fato de terem concluído todas as tarefas e as terem registradas corretamente no ambiente computacional, uma vez que nem todos participaram dos dois encontros e realizaram as transferências de todas as atividades de modo correto, como solicitado pelo professor ministrante, as quais futuramente seriam utilizadas para a análise. Em alguns momentos fizemos uma análise global envolvendo os demais.

O primeiro desses participantes, cuja nomeação foi “B”, está no segundo semestre da Licenciatura em Matemática e afirmou já ter experiência com o *software* GeoGebra na disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Analítica, sendo assim importante observar até que ponto ele conseguiu desenvolver suas tarefas.

O segundo, designado por “G”, já concluiu a mesma graduação e é professor da rede estadual, responsável por uma escola envolvida com o Pibid. Afirmou já ter experiência com o *software* GeoGebra em curso de especialização e oficinas na própria instituição, sendo importante o olhar do pesquisador sobre este indivíduo.

Na atividade 1, os indivíduos deveriam explorar o *software*, particularmente envolvendo conceitos iniciais e elementos preliminares necessários para construção posterior de superfícies, tais como pontos, segmentos de retas e, particularmente, polígonos e regiões poligonais, fundamentais na construção de superfícies e sólidos. Nela, o ministrante acompanhou as construções, juntamente com os estudantes, seguindo as recomendações constantes do roteiro fornecido. Foi utilizado o comando *Protocolo de Construção*, disponível pelo GeoGebra, sendo possível explorar minuciosamente como cada um dos dois integrantes supramencionados realizou o passo a passo.

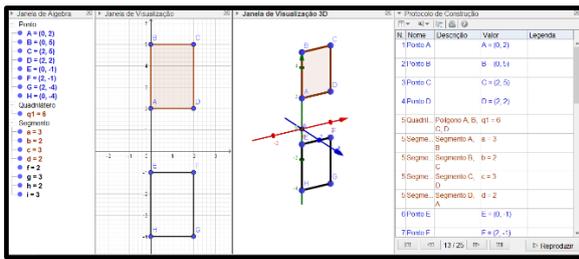


Figura 1 - Atividade 1 – Participante “B”
Fonte: participante “B”.

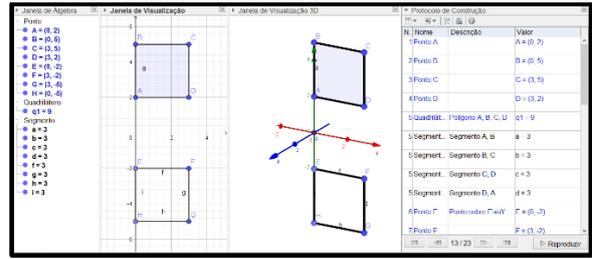


Figura 2 - Atividade 1 – Participante “G”
Fonte: participante “G”.

Como esperávamos, ambos tiveram construções bem parecidas, porque esse item foi realizado seguindo o roteiro fornecido, uma vez que era a primeira atividade no *software*. Podemos perceber que ambos construíram a região poligonal e o polígono com exatamente 13 (treze) passos. Nessa primeira atividade, percebemos pequenas diferenças, tais como o integrante “B” seguir uma das recomendações do ministrante de esconder o nome dos segmentos de retas, diferentemente da construção do “G”. Esse passo foi discutido com o ministrante da oficina e apresentou um ganho na característica estética do projeto, como percebemos na Janela de Visualização de “B” (Figura 1), ao contrário do que consta na de “G” (Figura 2), na qual estão todas as legendas dos objetos, o que não deixa visual mais acurado como o primeiro.

As Figuras 3 e 4 serviram para analisar a Atividade 2, a qual consistia na construção de superfícies e sólidos de revolução a partir do uso do *Controle Deslizante*, bem como dos comandos *Girar* e *Sequência*. Esses comandos possibilitam rotacionar uma figura plana ou uma região plana, em torno de um eixo, gerando uma superfície ou um sólido de revolução respectivamente.

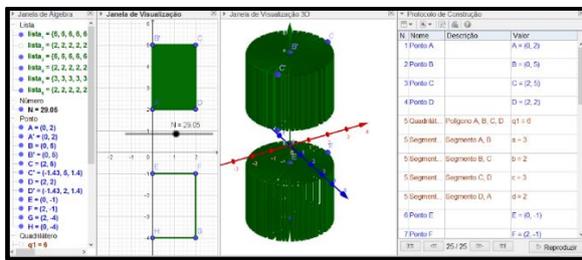


Figura 3 - Atividade 2 – Participante “B”
Fonte: participante “B”.

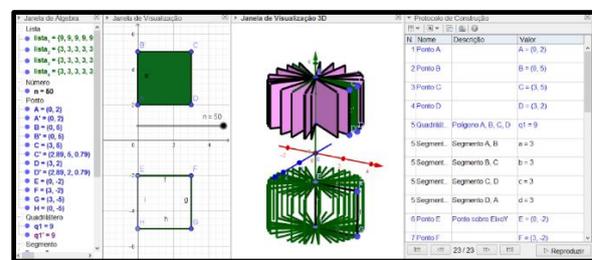


Figura 4 - Atividade 2 – Participante “G”
Fonte: participante “G”.

Nessa etapa, ficou visível a diferença entre as construções de “B” e “G”, nas quais a distinção mais perceptível é no número de sequências da região poligonal e do polígono empregados por eles. Isso ocorre por meio do *Incremento* utilizado na opção *Intervalo* do *Controle Deslizante*, o qual decide o número de iterações realizadas, no caso, quando combinado com o comando *Sequência*, determinando a quantidade de “imagens” da figura escolhida.



Figura 5 - Opções do Controle Deslizante
Fonte: o autor.

A Figura 5 mostra a opção *Intervalo* em *Propriedades do Controle Deslizante*. O ministrante solicitou que os participantes seguissem a recomendação dessa Figura (min: 0, max: 50 e Incremento: 1), pois ela seria a sugestão mais viável em relação à potência dos computadores disponibilizados, visto que, quanto maior o *Intervalo* (min. e max.) e menor o *Incremento*, há mais rotações, isto é, um número maior de “imagens”, e esse procedimento acaba sobrecarregando as máquinas. Na Figura 4, o participante “G” seguiu as recomendações e, por isso, suas construções ficaram visivelmente mais espaçadas. Na Figura 3, que representa a construção do participante “B”, como ele estava usando um computador portátil pessoal, realizou testes de possíveis *Incrementos*, que proporcionariam melhor visualização do processo, levando-o a utilizar o *Incremento* de 0,01.

A diferença no número de passos utilizados nas construções pelos dois participantes ocorreu pelo uso incorreto do comando *Sequência*, combinado com o *Girar*. Podemos observar, na *Janela de Álgebra* da Figura 3, que foram construídas duas *Listas* a mais e ambas estão escondidas. Essas geraram os dois passos a mais. Através de testes de exclusão, o investigador percebeu que essas *Listas* não tinham funcionalidade na construção e, desse modo, concluímos que o participante cometeu algum erro e apenas decidiu não apagar, mas sim esconder essa construção.

As Figuras 6, 7 e 8 são referentes às construções de “B” e “G”, para a Atividade 3, a qual teve como objetivo construir superfície e sólido de revolução de Cone e Tronco de Cone. Essa foi a primeira atividade na qual os participantes foram instigados a resolver, de forma autônoma, ou seja, de acordo com suas experiências e habilidades adquiridas no GeoGebra até então.

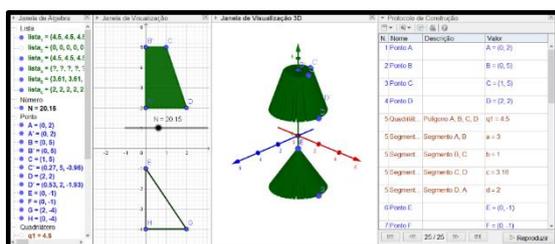


Figura 6 - Atividade 3 – Participante “B”
Fonte: participante “B”.

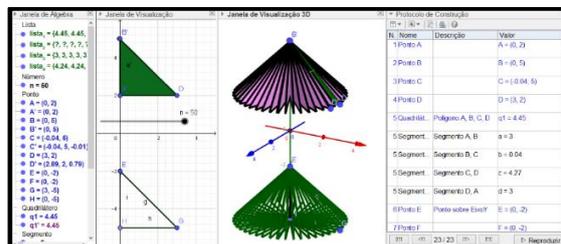


Figura 7 - Atividade 3 - A – Participante “G”
Fonte: participante “G”.

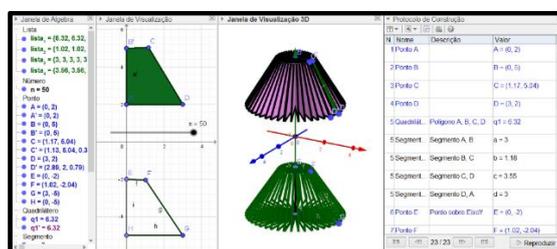


Figura 8 - Atividade 3 - B – Participante “G”
Fonte: Participante “G”.

Em relação ao número de passos, percebemos que se mantém constante, como na Atividade 2. Isso ocorreu, pois não foi necessário começar uma construção do zero. Como o objetivo da Atividade 3 era a construção de Cone e Tronco de Cone de revolução, bastava fazer uma adaptação dos pontos e dos segmentos de reta da *Janela de Visualização 2D*.

O participante “B” optou por produzir o Cone e o Tronco de Cone, na mesma construção, como podemos observar na Figura 6. Já o participante “G” fez duas construções: a primeira (Figura 7), referente à superfície e sólido Cônico e a segunda (Figura 8), relativa à superfície e sólido de Tronco de Cone. A análise dessa atividade permitiu percebermos que as Figuras 6 e 7 possuem duas *Listas* que o *software* não reconheceu, *Lista 4* da Figura 6 e a *Lista 2* da Figura 7, ambas representadas pelo GeoGebra por sucessivos “?”. Isso ocorreu porque essas *Listas* são sequências dos segmentos de retas que proporcionam a superfície de revolução. No caso, para obter a superfície Cônica de revolução, foi necessário transformar o polígono retangular em um polígono triangular e, para isso, ambos os participantes sobrepueram os pontos referentes à base superior. Logo, o *software* impossibilitou a *Lista* referente à sequência de um segmento de reta de comprimento nulo.

A Figura 9 ilustra o movimento realizado pelos participantes, que sobrepueram o ponto F em E, assim formando o polígono triangular, o qual gerou a superfície de revolução.

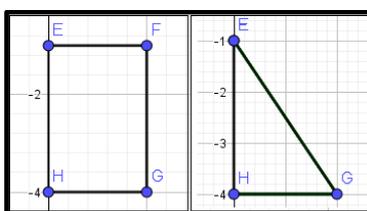


Figura 9 - Sobrepondo os pontos E e F
Fonte: o autor.

Chegamos à última atividade do primeiro encontro, Atividade 4, na qual foi proposto aos integrantes a construção de superfície e sólido de revolução Esférica. Para realizar essa atividade, foi necessário aplicar o mesmo conhecimento utilizado nas demais construções, mas rotacionando uma circunferência e um círculo, em torno de um eixo, para, assim, obter superfície e sólido esféricos, respectivamente.

Para a finalização da Atividade 4, juntamente com o primeiro encontro, foi proposto um desafio aos integrantes: como vocês construiriam um Toro de revolução, partindo dos conhecimentos adquiridos até o momento?

O procedimento utilizado pelo grupo foi interessante, mesmo sendo aconselhados a resolverem individualmente. Nesse momento, os participantes, involuntariamente, começaram a debater estratégias para uma possível construção. Foi possível perceber que muitos não sabiam o que era o Toro, o que poderia ser um problema. Por isso, no roteiro da oficina, entregue no início do encontro, existe a figura de um Toro, na qual puderam se basear. Após alguns minutos de debate, o grande grupo entrou num consenso de que o ideal seria a rotação de um círculo em torno de uma reta, ou eixo, desde que o círculo e a reta não fossem secantes. Desse momento em diante, cada membro realizou sua construção individual. Como tínhamos objetivo de explorar os recursos do *software* no que diz respeito à aprendizagem do conteúdo de superfícies e sólidos de revolução com uma ferramenta auxiliar, comparamos as soluções apresentadas pelos estudantes B e G (Figuras 10 e 11).

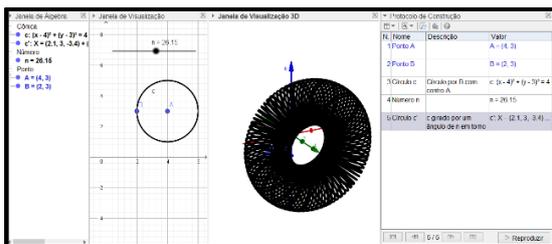


Figura 10 - Atividade 4 – Participante “B”
Fonte: participante “B”.

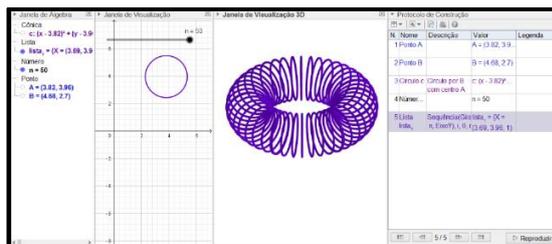


Figura 11 - Atividade 4 – Participante “G”
Fonte: participante “G”

Os dois integrantes realizaram a mesma quantidade de passos, identificados no *Protocolo de Construção*, com procedimentos parecidos. Novamente, fica nítida a diferença da quantidade de imagens geradas em cada Toro. Na Figura 10, o Toro está consistente em relação à Figura 11, em que voltamos a afirmar a importância do *Incremento*. Salientamos que o participante “G” foi mais metucioso nessa atividade, visto que realizou algumas operações extras, como deixar o *Eixo Y* na horizontal, esconder a *Cônica c*, os *Pontos A* e *B*, bem como *Eixo*, na *Janela de Visualização 3D*. Todas essas etapas foram realizadas por uma questão de “limpeza” do trabalho, ficando visivelmente mais agradável, mas nenhum desses passos altera a construção, tanto que o *Protocolo de Construção* não identifica nenhuma dessas operações.

Todos os participantes presentes conseguiram realizar essa tarefa, assim finalizando o primeiro encontro da oficina. Recomendou-se que cada um deles transferisse suas construções realizadas para uma pasta específica que estava em rede. Após essa realização, a turma foi liberada e reforçado sobre o próximo encontro, que foi realizado uma semana após o término do primeiro.

6. Análise do Segundo Encontro

Após uma semana do primeiro encontro, foi realizada a segunda etapa da oficina, que havia sido preparada em duas fases: a primeira, com o objetivo central de aprender a construir superfícies e sólidos de revolução, por meio de rotações de polígonos e regiões poligonais em torno de uma reta; a segunda teve como objetivo aplicar o conhecimento adquirido no último encontro, especificamente, voltando às questões do ENEM. Foram propostas duas questões para resolver usando recursos convencionais e, posteriormente, com auxílio do GeoGebra.

Ao iniciar a oficina, verificamos que todos os 9 participantes que se encontravam no primeiro encontro estavam presentes, sendo esse um ponto positivo, principalmente, por ser possível analisar seu progresso. Desse modo, foi novamente explicada a questão do sigilo da identificação de cada integrante. Outro ponto positivo foi que todos trouxeram o roteiro da primeira oficina, solicitado pelo ministrante. Assim, tinham seus respectivos codinomes, possibilitando continuar a análise do seu progresso.

A questão 3 enunciada: Numa feira de artesanato, uma pessoa constrói formas geométricas de aviões, bicicletas, carros e outros engenhos com arame inextensível. Em certo momento, ele construiu uma forma tendo como eixo de apoio outro arame retilíneo e rígido, cuja aparência é mostrada na figura seguinte” (Figura 12).

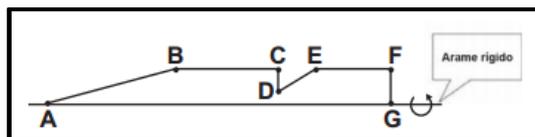


Figura 12 – Peça de artesanato

Fonte: ENEM 2010.

Ela tem como finalidade rotacionar o heptágono em torno de sua base. Foram dadas as medidas de alguns segmentos de retas perguntando qual das alternativas é formada pela sequência de sólidos.

- pirâmide, cilindro reto, cone reto, cilindro reto;
- cilindro reto, tronco de cone, cilindro reto, cone equilátero;
- cone reto, cilindro reto, tronco de cone e cilindro equilátero;
- cone equilátero, cilindro reto, pirâmide, cilindro;
- cone, cilindro equilátero, tronco de pirâmide, cilindro.

Essa questão tem como finalidade rotacionar o heptágono em torno de sua base. Foram dadas as medidas de alguns segmentos de retas perguntando qual das alternativas é formada pela sequência de sólidos.

Por eliminação, podemos descartar alguns casos considerados absurdos, considerando um conhecimento mínimo do assunto para quem participasse da oficina. Como a questão trata de rotações, só podem ser obtidos os “sólidos que rolam”. Desse modo, as alternativas “a”, “d” e “e”, pelos respectivos sólidos (pirâmide, pirâmide e tronco de pirâmide), não fazem sentido. Chamamos atenção que, nesta etapa, analisaremos as respostas de todos os indivíduos e não mais o comparativo de soluções de dois, como anteriormente.

Alternativa	Participantes	Porcentagem
a	0	0%
b	0	0%
c	7	77,78%
d	1	11,11%
e	1	11,11%
Não Sabia ou Não Respondeu	0	0%
Total	9	100%

Quadro 1 - Questão 3 – ENEM 2010

Fonte: o autor.

A alternativa “c” é a considerada correta e o Quadro 1 apresenta o número de integrantes que assinalaram cada uma delas. Observamos que 77,78% acertou essa questão.

Podemos destacar que os dois participantes que erraram marcaram alternativas que consideramos absurdas, por possibilitarem a criação de um “sólido que não rola” ao rotacionar uma região poligonal em torno de um eixo.

A questão 4 enunciada: Assim como na relação entre o perfil de um corte de um torno e a peça torneada, sólidos de revolução resultam da rotação de figuras planas em torno de um eixo. Girando-se as figuras a seguir em torno da haste indicada obtém-se os sólidos de revolução que estão na coluna da direita.

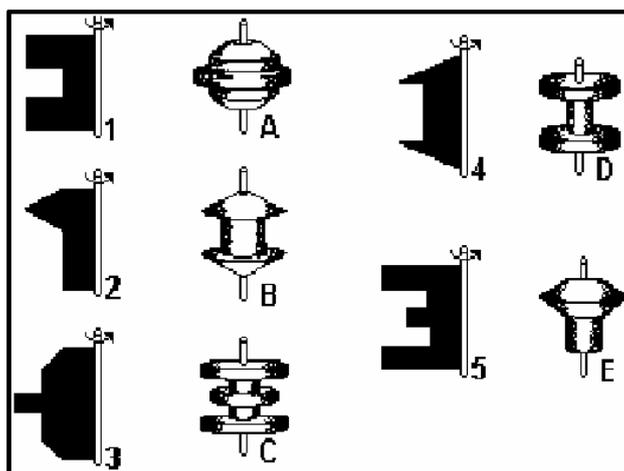


Figura 13 – Figuras Planas e Sólidos
Fonte: ENEM 1999.

A correspondência correta entre as figuras planas e os sólidos de revolução obtidos é:

- a) 1A, 2B, 3C, 4D, 5E.
- b) 1B, 2C, 3D, 4E, 5A.
- c) 1B, 2D, 3E, 4A, 5C.
- d) 1D, 2E, 3A, 4B, 5C.
- e) 1D, 2E, 3B, 4C, 5A.

Essa questão teve como objetivo relacionar a região poligonal com o sólido que é gerado por ela, ao realizar sua rotação em torno do próprio eixo. Em comparação com a primeira questão, podemos considerá-la de resolução mais simples, visto que em nenhuma região poligonal ou sólido eram informadas medidas de comprimentos. Logo, o único desafio era a visualização. Para Cifuentes (2005, p.58), “visualizar é ser capaz de formular imagens mentais e está no início de todo o processo de abstração”, ou seja, não necessitamos observar com “olhos”, mas estabelecer uma possível representação mental do que é proposto. Isso vai ao encontro da compreensão de visualização defendida por Leivas (2012).

Alternativa	Participantes	Porcentagem
a	0	0%
b	0	0%
c	1	11,11%
d	8	88,89%
e	0	0%
Não Sabia ou Não Respondeu	0	0%
Total	9	100%

Quadro 2 - Questão 4 – ENEM 1999

Fonte: o autor.

O Quadro 2 refere-se ao número de componentes que marcaram cada alternativa da segunda questão. A correta é a “d” e concluímos que oito (8) dos nove (9) respondentes acertaram a questão, totalizando 88,89%, um número bem expressivo, indicando ser uma questão de resolução mais simples ou de melhor compreensão. Essa questão foi selecionada, pois o investigador acreditou que sua adaptação para o GeoGebra tornaria a oficina mais atraente e com grau de dificuldade superior à questão anterior.

Finalizando a análise dos Quadros 1 e 2, tivemos um total três (3) respostas erradas, mas nenhum respondente errou ambas as questões. Afirmamos que esse é um ponto positivo, pois esses dados deram a impressão de que nenhum deles teve dificuldade específica no quesito visualização, mas podem ter cometido algum erro de interpretação ou falta de atenção. Com essa etapa finalizada, o ministrante deu início à Atividade 5: reconstruindo a questão do ENEM 2010, apresentada a seguir.

- a) Com os conhecimentos adquiridos na Parte 1 dessa oficina, reconstruir a questão a seguir, oriunda do ENEM, de modo a transformá-la em exercício dinâmico, explorando os recursos do GeoGebra. Criar uma estratégia de resolução utilizando os comandos *Sequência* e *Girar*.

A Atividade 5 foi realizada sob o olhar atento do ministrante da oficina para o seu desenvolvimento. Todos os participantes seguiram as orientações dadas por ele até o instante em que as novidades começaram a emergir. Então, a partir disso, tiveram autonomia para se desvincularem do ministrante e usar a própria criatividade.

Essa atividade teve como objetivo reconstruir a questão a qual os integrantes tinham acabado de responder de forma teórica. Assim, pretendíamos torná-la dinâmica com os recursos do GeoGebra.

A seguir, serão apresentadas, na Figura 14 e 15, as construções realizadas pelos participantes “G” e “B” respectivamente.

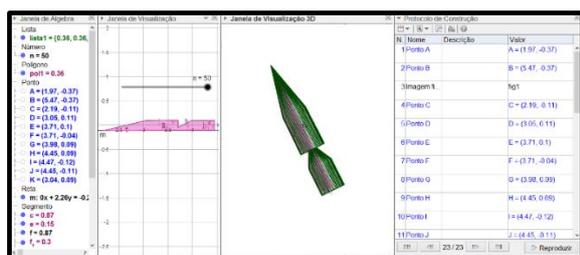


Figura 14 - Atividade 5 – Participante “G”
 Fonte: participante “B”.

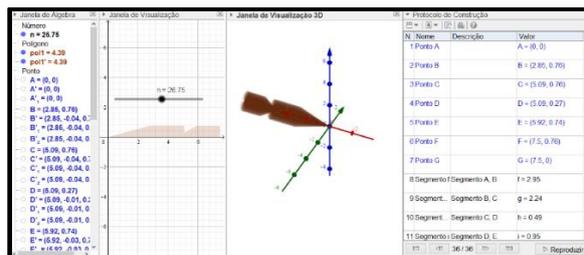


Figura 15 - Atividade 5 – Participante “B”
 Fonte: participante “G”.

Ambos participantes conseguiram realizar a tarefa com sucesso, mas fica evidente a divergência na construção de cada um deles. “B” realizou a tarefa com 36 passos, enquanto “G” realizou a mesma construção com 23. Para explicarmos o ocorrido, vamos analisar cada uma das construções individualmente, explorando as quatro janelas: Algébrica, 2D, 3D e Protocolo de Construção. Desta vez, começaremos pelo participante “G”, visto que realizou a tarefa com menor número de passos.

Dos 23 passos realizados por “G”, o primeiro procedimento foi inserir a figura indicada pelo ministrante. Ao realizá-lo, o *software* sempre insere uma imagem juntamente com 2 pontos, sendo esses reconhecidos no *Protocolo de Construção* como os 3 primeiros passos. Posteriormente, o participante utilizou mais 9 pontos para indicar os vértices do polígono da imagem inserida (heptágono = sete vértices). Ao analisar detalhadamente esses pontos, 2 deles são dispensáveis, pois um não pertence ao vértice e outro estava sobreposto em um já existente. Após, esses pontos uniram-se com o comando *Polígono*. Ao utilizá-lo, o GeoGebra, automaticamente, constrói os segmentos de retas que os unem, desse modo contando 7 passos dos respectivos segmentos de retas e mais 1 passo do polígono.

“G” também utilizou uma estratégia interessante sob nosso ponto de vista: como os pontos são sobrepostos sobre os vértices da imagem, não pertencendo ao *Eixo X*, ele criou uma reta passando por dois pontos que estavam abaixo desse eixo, contando mais 1 passo. Com o polígono obtido, construiu o *Controle Deslizante* e combinou os comandos *Sequência* e *Girar*, assim acrescentando mais 2 passos, totalizando os 23. Isso corresponde a um passo para o *Controle Deslizante* e outro para a lista gerada pela união dos dois comandos.

Em relação à estética, podemos analisar que “G” escondeu os eixos coordenados da *Janela de Visualização 3D* e os pontos da construção. É interessante destacar que, possivelmente, o participante tentou trocar a cor do sólido, alterando a cor padrão (verde) para rosa. Essa alteração realizada por “G” no polígono, é percebida na *Janela de Visualização* (Figura 14), mas esse procedimento não modifica a cor do sólido (*Janela de Visualização 3D*), porque a sua alteração deveria ter sido feita na lista gerada pela combinação do comando *Sequência* com o *Girar* (*Janela Algébrica*). Isso fez com o que o sólido obtido permanecesse na cor padrão. No sólido gerado, sobressai uma região poligonal, na cor rosa, referente àquela obtida na construção inicial. As demais regiões obtidas pela rotação estão na cor padrão referente à lista.

Na Figura 15, consta a construção realizada por “B”, a qual necessitou de 36 passos. Inicialmente, o procedimento foi bem semelhante ao feito por “G”, começando por inserir a imagem proposta pelo ministrante e, automaticamente, o *software* acrescentou dois (2) pontos, mas esses pontos não são contabilizados como passos, diferentemente de “G”. “B” optou pela exclusão deles e da imagem inserida, assim, não contabilizando passos.

Posteriormente, o integrante utilizou 7 pontos para sobrepor os vértices do heptágono, economizando passos em relação a “G”.

Na sequência, construiu 6 segmentos consecutivos de reta, não fechando o heptágono. Acreditamos que “B” teve a intenção de construir uma superfície de revolução, em função das construções realizadas na primeira oficina e pelo enunciado da questão. Tudo indica que o participante, por ter demonstrado autonomia e não seguir exatamente as orientações do ministrante, tentou construir a superfície sem o comando *Sequência*. Como se deu conta de que construiu sem utilizar a ferramenta *Polígono*, teve que retomar sua construção, produzindo uma sobreposição de objetos.

Na construção de 6 segmentos de reta, totalizados em 8 passos, utilizou mais 1 para a construção do *Controle Deslizante*. Percebemos que não utilizou o comando *Sequência*, apenas o comando *Girar*. A diferença, ao utilizar esse processo, é a não criação de imagens do polígono na obtenção do sólido. Para gerá-lo, na *Janela de Visualização 3D*, é necessário habilitar o *Rastro* do polígono, pois, nesse caso, é ele que estará girando em torno do eixo.

Ao utilizar apenas o comando *Girar*, o *software* cria uma cópia de cada ponto, segmento de reta e polígono, nomeando-os com a nomenclatura anterior, adicionando uma apóstrofe ou um subtítulo. Podemos perceber, na *Janela de Álgebra*, na Figura 14, que temos o ponto A e sua cópia, o ponto A'. Nesse caso, o GeoGebra cria uma cópia de cada ponto, de segmento de reta e de polígono, assim adicionando mais 15 passos no *Protocolo de Construção*.

Por algum motivo, na *Janela de Álgebra*, são indicados alguns pontos triplicados, mas sem funcionalidade. Acreditamos que “B” tenha cometido algum equívoco durante sua produção e tenha apagado esses procedimentos, mas alguns vestígios ficaram.

O recurso *Protocolo de Construção* indica algumas limitações, pois apresenta somente as construções existentes. As que são deletadas são excluídas automaticamente, assim dificultando a análise. Existem no total 5 pontos, sem utilidade, totalizando os trinta e seis (36) passos empregados na construção do integrante.

Em relação à estética, “B” esconde todos os pontos e segmentos de retas e, nesse caso, como ele não construiu uma lista para alterar a cor do sólido, agora bastaria trocar a cor do polígono, pois esse é o mesmo que está sendo rotacionado em torno do eixo.

Finalizada a questão “a”, inicia a última fase da oficina, em que se propõe aos participantes reconstruírem a questão do ENEM de 1999 (“b”), com o objetivo de dinamizar com o uso do GeoGebra.

- b) Nesse item, são abordadas 5 regiões poligonais e seus respectivos sólidos de revolução. Com o objetivo de dinamizar essa questão, vamos reconstruir todas as regiões poligonais e, assim, verificar quais são as alternativas corretas. Para essa construção, aconselhamos utilizar a ferramenta *Inserir Imagem*, assim transportando a Figura 13 para o GeoGebra e construindo seus polígonos.

Os integrantes foram desafiados a realizar essa atividade de modo autônomo. Assim, o ministrante não iria interferir nessa construção, exceto se houvesse dúvida específica. A seguir, serão analisadas as construções realizadas pelos participantes “G” e “B”, respectivamente.

A questão “b” é muito interessante, pois o ENEM avalia a capacidade de visualizar a rotação de regiões poligonais em torno de uma reta (eixo). A Figura 13 mostra quais são as

regiões poligonais e os possíveis sólidos gerados com essa transformação. Para reconstruir essa questão, os participantes deveriam, primeiramente, pensar numa estratégia para a construção das 5 regiões poligonais, podendo optar pela construção individual, gerando 5 construções, ou por uma construção conjunta, de modo a simplificar o processo, mas enfrentariam problema com a distribuição de espaço nas Janelas de Visualizações.

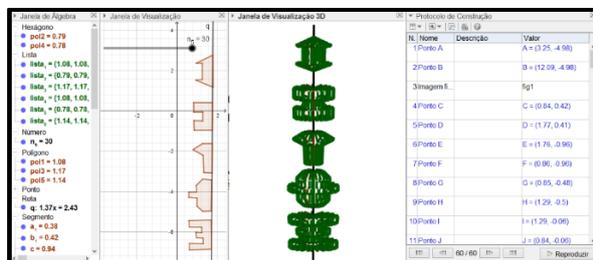


Figura 16 - Atividade 6 – Participante “G”
Fonte: Participante “G”.

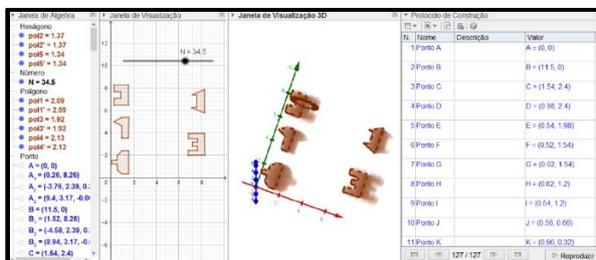


Figura 17 - Atividade 6 – Participante “B”
Fonte: participante “B”.

Com uma primeira análise das construções de “G” e “B”, podemos perceber que ambos conseguiram efetuar a atividade e realizaram uma única produção com todas as regiões poligonais e seu respectivos sólidos. É notável a distinção de processos, sendo expressiva a diferença entre o número de passos. “G” (Figura 16) utilizou 60 passos, e “B” (Figura 17) necessitou de 127 passos, mais do que o dobro do seu colega. Por ser uma quantidade de passos muito grande, muitos procedimentos foram perdidos, no decorrer da construção, dificultando a análise minuciosa, como foi realizada nas demais atividades. Esse acontecimento ocorreu, pois o *Protocolo de Construção* não grava os passos excluídos, assim, muitas informações são perdidas, dificultando a análise.

O fato crucial dessa diferença abundante de passos entre “G” e “B” foi o mesmo da questão “a”. Novamente, o integrante “B” não utilizou o comando *Sequência*. Isso acarretou dobrar todas as construções iniciais, pois quando não utilizamos esse comando, o *software* reconhece a construção que é gerada como uma nova construção, nomeando-a com o mesmo nome, seguido de uma apóstrofe, notável na *Janela de Álgebra* da Figura 17.

Na Figura 13 do ENEM 1999, que foi transposta para o GeoGebra com a finalidade de realizar a construção, as regiões poligonais e os sólidos estão dispostos em duas colunas, sendo 3 regiões poligonais, seguidas de 3 sólidos de revolução, na primeira coluna, e 2 regiões poligonais, seguidas de 2 sólidos de revolução na segunda coluna. O participante “B”, ao transportar a Figura 13 ao *software*, reconstruiu as regiões poligonais seguindo a disposição da imagem do ENEM. Desse modo, ao realizar a rotação, necessitou construir duas retas, pois existem duas colunas dispostas e, automaticamente, necessitou aplicar novamente o comando *Girar*. Já o participante “G” utilizou uma estratégia intrigante, pois reconstruiu todas as 5 regiões poligonais numa única coluna. Dessa maneira, economizou passos, sendo necessário construir apenas uma única reta e aplicar apenas uma única vez o comando *Sequência* seguido do *Girar*.

Nessa atividade, podemos concluir que o participante “G” utilizou estratégias que facilitaram chegar ao objetivo da tarefa. Em relação à estética da construção, ambos participantes esconderam os pontos e as nomenclaturas de todos os objetos, assim deixando o trabalho visivelmente mais agradável. O participante “B” optou por esconder as duas (2) retas que funcionaram como eixo de rotação, diferentemente de “G”, que optou por deixá-la. “G” escondeu o *Eixo XZ*, distintamente de “B”. Em relação à coloração das figuras, ambos não alteraram a cor padrão do GeoGebra. É notável as cores de “G” e “B”, que estão diferentes.

Esse fato ocorreu, pois, como “B” não utilizou o comando “Sequência”, ele não construiu uma lista, a qual tem como cor padrão o verde, visível na construção de “G” (Figura 16). Assim, apenas girou a região poligonal que foi construída na *Janela de Visualização* que, por sua vez, tinha como cor padrão o marrom claro (Figura 17). Esse fato também acarretou uma construção visivelmente clara, sendo um fato negativo não utilizar o comando *Sequência*.

Ao realizar a atividade “b”, foi necessário um tempo maior que o da atividade “a”, principalmente por necessitar de mais construções e exigir a autonomia de cada participante. Alguns deles tiveram dificuldade em começar a construção, pois estavam com dúvidas sobre qual estratégia utilizar e poucos precisaram tirar dúvidas com o ministrante.

A última atividade serviu como base para avaliarmos as experiências adquiridas pelos participantes e constam, em sua integralidade, na dissertação, pois foi uma tarefa que exigiu conhecimentos apreendidos nos dois encontros e estratégias para realizar a construção, sendo-lhes requerida autonomia, ou seja, trabalhar sem ajuda de colegas ou do ministrante. Desse modo, apresentamos o Quadro 3, com a finalidade de avaliarmos as construções em três aspectos: correto, parcialmente correto e incorreto.

Alternativa	Participantes	Porcentagem
Correto	6	66,67%
Parcialmente Correto	2	22,22%
Incorreto	1	11,11%
Total	9	100%

Quadro 3 - Dados das Construções da Atividade 6 “b”

Fonte: o autor.

Com ajuda do Quadro 3, podemos concluir que 66,67% dos participantes conseguiram realizar a última atividade com êxito, sendo eles os integrantes “B”, “E”, “F”, “G”, “H” e “K”. Dois (2) ou 22,22% deles realizaram a atividade “Parcialmente Correta”, sendo que o integrante “D” foi classificado como “Parcialmente Correto”, pelo fato de não ter habilitado o *Rastro* de duas (2) entre cinco (5) construções, provavelmente por falta de atenção.

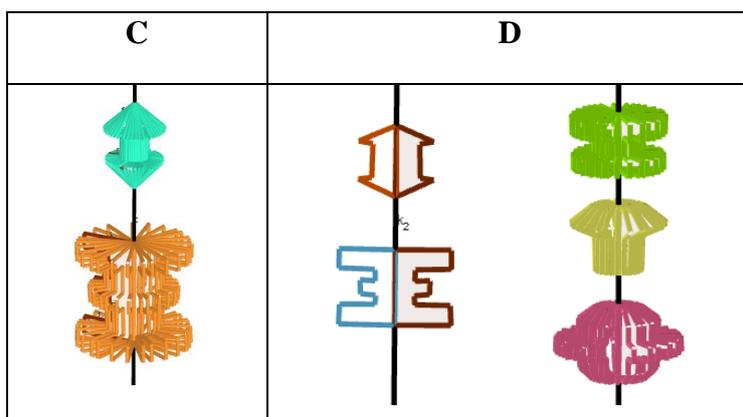


Figura 18 - Atividade 6 – Participantes “C” e “D”

Fonte: participantes “C” e “D”

O participante “C” também foi classificado como “Parcialmente Correto”, pois realizou apenas duas (2) construções, mesmo ambas estando corretas. O integrante “R” foi o único avaliado como “Incorreto”. Com o uso do *Protocolo de Construção*, foi possível

perceber que ele se enganou com o comando *Girar*, utilizando o eixo incorreto. Possivelmente, não conseguiu avançar em sua construção a partir desse momento.

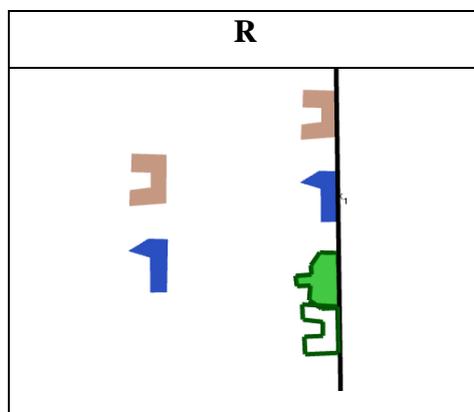


Figura 19 - Atividade 6 – Participante “R”
Fonte: participante “R”.

Com a finalização da última atividade, foi proposto aos participantes salvarem suas construções, transferindo-as para a mesma pasta comum utilizada no último encontro. Assim, o ministrante coletou os dados necessários e abriu uma interação oral com o grupo sobre a utilização do GeoGebra para desenvolver sólidos e superfície de revolução. A maioria do grupo contribuiu com a discussão e, após, finalizou-se a oficina e os integrantes foram liberados.

7. Considerações

Apresentamos neste artigo resultados parciais de uma pesquisa qualitativa, que teve por objetivo analisar uma investigação realizada em uma oficina com um grupo Pibid, composto por discentes de um curso de Licenciatura em Matemática e professores estaduais do Estado do Rio Grande do Sul - Brasil. Inicialmente, a proposta foi diferenciar polígono de região poligonal e superfície de sólido de revolução utilizando o GeoGebra 3D, adaptando questões teóricas do Exame Nacional do Ensino Médio, em atividades dinâmicas e usufruindo dos recursos do *software*, especialmente, os de rotação, rasto e protocolo de construção.

De imediato, a análise descrita comprovou que o *software* é um meio viável e eficiente para trabalhar com esse assunto. Um problema apresentado no primeiro encontro, que também se estendeu ao segundo, foi o fato de alguns computadores apresentarem pouca potência para as exigências do GeoGebra. Isso acarretou uma longa demora quando o comando *Sequência*, unido com o *Girar*, era utilizado. Quanto menor o número de *Iterações*, mais potência é exigida da máquina e, mesmo utilizando um número de *Iterações* mais alto que o recomendado, a exigência ainda é grande. O *software* acabou exigindo muito de algumas máquinas e alguns participantes acharam melhor trocar de computador, enquanto outros tiveram paciência e utilizaram estratégias como a de reiniciar o *software* sempre que finalizavam uma atividade.

As construções da última atividade foram positivas no sentido de alcançarmos o objetivo da investigação, pois todos os presentes a realizaram e apenas um deles, realmente, cometeu erro de construção, o que evidencia a aprendizagem realizada e a eficácia das atividades que a precederam. Além disso, os dois encontros da oficina contribuíram para o

conhecimento em relação à utilização do *software* na realização de atividades envolvendo superfícies de revolução. No segundo encontro, era notável a preocupação dos integrantes em utilizar corretamente as palavras “região poligonal”, “polígono”, “superfície de revolução” e “sólido de revolução”. Quando alguém cometia um erro dessa espécie, automaticamente, algum colega tentava corrigir. Esse fato nos faz crer que a oficina cumpriu com seus objetivos e trouxe acréscimo no desenvolvimento acadêmico dos participantes.

Ao analisar especificamente as construções dos integrantes “B” e “G”, que são participantes com experiências distintas, foi possível concluir que ambos tiveram crescimento no manuseio do GeoGebra e sobre o conteúdo de superfície e sólido de revolução. O participante “B” mostrou-se muito habilidoso ao trabalhar com o recurso digital. Durante a oficina, foi o primeiro a finalizar grande parte das atividades e ajudou alguns colegas com mais dificuldades. Ainda no decorrer da oficina, ele trouxe indagações sobre o número de *Iterações* utilizadas no *Controle Deslizante*, utilizando sempre um número menor que o solicitado, pois ficava visivelmente mais atraente e, como utilizava um computador portátil pessoal, tinha as propriedades necessárias para rodar o *software* sem gerar problemas.

O participante “G”, sendo um dos integrantes da oficina com mais experiência, contribuiu significativamente no âmbito teórico de superfícies e sólidos de revolução, sempre trazendo exemplos muito apropriados. No primeiro encontro, quando o grupo foi questionado sobre a diferença entre polígono e região poligonal, o participante disse que o mesmo ocorria com circunferência e círculo, demonstrando ser conhecedor do conteúdo. Em relação ao manuseio digital, demonstrou um pouco mais de dificuldade que os demais participantes, mas realizou todas as atividades com êxito, em seu tempo.

Apontamos a tecnologia como um recurso didático fiel e motivacional, tornando-se um mecanismo viável e adequado ao ensino de Geometria. Em relação ao uso de tecnologias e ensino, o emprego de *softwares* está vigente e se vincula satisfatoriamente com ambos. Ao expressar *softwares*, é impossível não falar do GeoGebra, pois é um aplicativo eficaz para o ensino de Matemática, principalmente para o de Geometria, e se encontra presente em pesquisas recentes. Ele é um *software* gratuito, de fácil acesso e autoexplicativo, além de possuir o recurso bidimensional e tridimensional, que proporciona um mecanismo de livre rotação tridimensional, de modo a incentivar e requintar a “visualização”.

Salientamos a importância da Geometria pelo fato de ser o tema mais relevante na área de ensino de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM, sendo esse exame o maior responsável pelo ingresso dos estudantes no Ensino Superior brasileiro. O ENEM é uma prova de suma importância na carreira profissional do primeiro autor, o qual leciona e se dedica, por mais de 3 anos, a estudos e respectivas provas anuais. Com a experiência no quesito ENEM, muitas vezes ocorreu angústia com questões envolvendo o tema “superfícies e sólidos de revolução”, pois é um conteúdo brevemente comentado em livros didáticos.

Acreditamos que o GeoGebra contribuiu como um facilitador para a obtenção e visualização de superfícies e sólidos de revolução, a partir do momento em que os discentes demonstram conhecimento na definição e conceitos de superfície e de sólido de revolução, distinguindo-os corretamente e conseguindo resolver as questões propostas no ENEM, adaptando-as ao uso desse *software*.

Por sua vez, os participantes desenvolveram conhecimentos importantes sobre rotação e representação em Geometria, pois, muito embora nas disciplinas de Geometria e Geometria Analítica esses conteúdos façam parte dos programas, usualmente são desenvolvidos unicamente de forma algébrica, sendo pouco explorada a visualização geométrica. Por essas razões, é comum os alunos não distinguirem polígonos de regiões poligonais, bem como

superfícies de sólidos. Com mais propriedade ainda, não abordam superfícies e sólidos que podem ser obtidos por rotação de uma curva plana. O GeoGebra foi elemento fundamental para corrigir rumos na aprendizagem desses conceitos e com isso favorecer a resolução de problemas do gênero. Finalmente destacamos que análise mais apurada envolvendo todos os participantes fazem parte da dissertação. Foi intencional a análise mais aprofundada no artigo dos dois participantes e o provimento de dados gerais da pesquisa.

Referências

- Barbosa, S. M. (2009). *Tecnologias de Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo.
- Brasil. (1997. [1]). *Integração das tecnologias na educação*. Ministério da Educação.
- _____. (1997. [2]). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, p. 126.
- _____. (2006. [3]). Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília, 2, p. 135.
- _____. (2002. [4]). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN⁺): Ciências da Natureza e suas Tecnologias*. Brasília, p. 144.
- Cifuentes, J.C. (2005). Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, 46, 55-72.
- Costa, C. (2002). Processos mentais associados ao pensamento matemático avançado: Visualização. In J. P. Ponte (Org.), *Atividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* (pp. 257-273). Coimbra: Escola Superior de Educação de Coimbra.
- Dicio. Dicionário Online de Português. *Significado de Visualização*. Disponível em: <<https://www.dicio.com.br/visualizacao/>>. Acesso em 24 mai. 2017.
- Gravina, M. A. (2015). O potencial semiótico do GeoGebra na aprendizagem da geometria: uma experiência ilustrativa. *Vidya*, 35(2), 237-253.
- Gravina, M. A; Cotiero, L. O. (2011). Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar? *Renote*, 9(1), 1-10.
- Leivas, J. C. P. (2012). Geometria com tecnologia na formação inicial e continuada do professor de Matemática. In H.N. Cury & C.R. Vianna (Org.). *Formação do Professor de Matemática: reflexões e propostas* (pp. 185-212). Santa Cruz do Sul: IPR.
- Leivas, J. C. P. (2009). *Imaginação, Intuição e Visualização: A Riqueza de Possibilidades da Abordagem Geométrica no Currículo de Cursos de Licenciatura de Matemática*. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Madama, M; Curbelo. (2012). Visualizar, Conjeturar y Demostrar Utilizando el Software GeoGebra. *Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra* (pp. 117-124). Montevidéo, Uruguai.
- MOREIRA, M.A. (2011). *Metodologias de Pesquisa em Ensino*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

Received: 10 June 2019

Accepted: 23 July 2019