



O ENSINO DA DIVISÃO: UMA ATIVIDADE COM O TABULEIRO DE XADREZ DE JOHN NAPIER¹

TEACHING DIVISION: AN ACTIVITY WITH JOHN NAPIER'S CHESSBOARD

Jeniffer Pires de Almeida²; Pedro Henrique Sales Ribeiro³

RESUMO

Dentre as diferentes propostas que visam à articulação entre a História da Matemática e a Educação Matemática, encontra-se a Interface entre História e Ensino de Matemática (IHEM) que, embasada em pressupostos historiográficos atualizados, possibilita a apropriação e o tratamento de recursos históricos, de forma que sejam exploradas suas potencialidades didáticas. Nesse sentido, um desses recursos é o Tabuleiro de Xadrez de John Napier (1550 – 1617), um instrumento descrito no tratado *Rabdologiae*, publicado no ano de 1617, no qual é possível realizar, dentre outras operações, adição, subtração, multiplicação e divisão. Desse modo, esse artigo tem como objetivo apresentar uma proposta de atividade envolvendo a operação de divisão por meio da manipulação do Tabuleiro de Xadrez de John Napier. Para tanto, utiliza-se uma abordagem qualitativa e procedimentos da pesquisa documental, valendo-se tanto da primeira edição do *Rabdologiae* em latim, quanto de uma tradução republicada no ano de 2017. Com isso, foi possível descrever acerca do aparato e do seu método *Aritmética Local*, bem como desenvolver uma sugestão de prática didática para o 6º ano do Ensino Fundamental, intitulada *Estudando a divisão por meio do Tabuleiro de Xadrez de John Napier*. Tal proposta, dividida em cinco momentos, tem como intuito a resignificação de aspectos do algoritmo da divisão, de forma que os discentes possam compreender os conceitos envolvidos nela, e, em especial, acerca das estimativas realizadas, dos múltiplos utilizados no algoritmo, e o significado atribuído ao resto. Destaca-se, por fim, que essa atividade pode ser adaptada para diferentes públicos, inclusive para professores que ensinam matemática em formação inicial.

Palavras-chave: Operação de Divisão; Instrumento Matemático; Tabuleiro de Xadrez; História da Matemática.

ABSTRACT

Among the different proposals that aim at articulating the history of mathematics and mathematics education, there is the Interface between the History and Teaching of Mathematics (IHEM) which, based on updated historiographical assumptions, enables the appropriation and treatment of

¹ Pesquisa realizada sob a orientação da Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira (UECE).

² Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Mestra em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: jeniffer.almeida@aluno.uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5532-8933>.

³ Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Mestrando em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60714-903. E-mail: henrique.ribeiro@aluno.uece.br.

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9270-5339>.

historical resources, so that their didactic potential is explored. In this sense, one of these resources is the Chessboard by John Napier (1550 – 1617), an instrument described in the treatise *Rabdologiae*, published in 1617, on which it is possible to perform, among other operations, addition, subtraction, multiplication and division. Therefore, this article aims to present a proposal for an activity involving the division operation through the manipulation of John Napier's Chessboard. To this end, a qualitative approach and documentary research procedures were used, using both the first edition of *Rabdologiae* in Latin and a translation republished in 2017. With this, it was possible to both describe the apparatus and of his Local Arithmetic method, as well as developing a suggested teaching practice for the 6th year of Elementary School, entitled Studying division through John Napier's Chessboard. This proposal, divided into five moments, aims to reframe the aspects of the division algorithm, so that students can understand the concepts involved in it, and, in particular, about the estimates made, the multiples used in the algorithm, and the meaning attributed to the rest. Finally, it is worth highlighting that this activity can be adapted for different audiences, including teachers who teach mathematics in initial training.

Keywords: Divide operation; Mathematical Instrument; Chessboard; History of Mathematics.

Introdução

A partir das últimas décadas do século XX, especialmente na década de 1990, propostas embasadas em diferentes quadros de referências para a inserção da História da Matemática no seu ensino passaram a surgir. Destacam-se entre elas as pesquisas de Miguel (1993), Miguel e Brito (1996), Mendes (2009), Miguel e Miorim (2004), e, mais recentemente, Saito e Dias (2013), Saito (2016) e Pereira e Saito (2018) com a proposta de Interface entre História e Ensino de Matemática (IHEM).

Acerca dessa última proposta, compreende-se que sua construção se dá por meio de um “conjunto de ações e produções que levam em consideração o movimento do pensamento na formação do conceito e o contexto no qual os conceitos foram desenvolvidos” (Saito; Dias, 2013, p. 105). Desse modo, por meio da IHEM é possível compreender as potencialidades didáticas de recursos advindos da História da Matemática, de forma que eles sejam incorporados em práticas pedagógicas tanto em sala de aula, quanto na formação docente.

Assim, dentre os diferentes recursos históricos propiciados pela História da Matemática, encontram-se os Instrumentos Matemáticos, que são utilizados “[...] para o desenvolvimento de práticas laboratoriais, para fazer observações e/ou realizar experimentos; ou como um aparato para realizar cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros” (Ribeiro e Pereira, 2023, p. 2).

Nesse sentido, um desses instrumentos é o Tabuleiro de Xadrez descrito por John Napier (1550 – 1617) no tratado *Rabdologiae*⁴, sendo esse aparato manipulado por meio

⁴ Nome abreviado do tratado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus*. Para uma melhor descrição do tratado, vide Martins e Pereira (2018).

do método Aritmética de Localização, possibilitando a realização das quatro operações aritméticas básicas – Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão – bem como a extração de raízes quadradas (Almeida, 2022; 2024).

Nessa pesquisa, em especial, tem-se como objetivo apresentar uma proposta de atividade envolvendo a operação de divisão por meio da manipulação do Tabuleiro de Xadrez de John Napier. Para isso, utiliza-se uma abordagem qualitativa, sendo os dados coletados por meio de procedimentos da pesquisa documental, valendo-se do tratado *Rabdologiae* em uma versão traduzida.

Desse modo, esse texto divide-se em cinco seções, iniciando por essa introdução que delinea a temática abordada e explicita o objetivo. Em sequência, são detalhados os procedimentos metodológicos adotados para a coleta de dados. Na terceira seção, realiza-se um estudo específico do Tabuleiro de Xadrez de John Napier no que se refere à operação de divisão. A quarta seção, por sua vez, está dedicada à proposta de atividade desenvolvida para o ensino de divisão. Por fim, as considerações finais sintetizam as contribuições desse artigo na quinta seção.

Processo metodológico

Nesse texto, tem-se uma abordagem de pesquisa qualitativa, isto é, aquela que “engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (Bicudo, 2018, p. 116). Essa escolha metodológica pode se justificar, em grande medida, pelo objeto de estudo estar no âmbito da Educação Matemática e da História da Matemática (Bicudo, 2018).

Já em relação aos seus procedimentos técnicos para a obtenção dos dados, esse estudo classifica-se como documental, uma vez que está embasado “em materiais que não receberam ainda um tratamento analítico ou que podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 55).

Nesse sentido, escolheu-se como documento o tratado *Rabdologiae* (Napier, 1617), publicado em latim em 1617. Além disso, visando um melhor entendimento do conteúdo do texto, utilizou-se uma tradução para o inglês, que foi republicada em uma edição fac-símile comemorativa de trabalhos do autor por Rice, González-Velasco e Corrigan (2017).

Acerca da utilização dessa tradução, é importante destacar que “para o educador matemático, é possível considerar um documento original traduzido para a realização de uma pesquisa dependendo da sua intencionalidade” (Silva; Pereira, 2021, p. 231). Assim,

sendo essa uma pesquisa com fins educacionais, entende-se que a tradução escolhida é um documento original.

A operação de divisão: um estudo com o Tabuleiro de Xadrez

No período histórico europeu conhecido como Renascimento, que se deu entre os séculos XIV e XVII, dentre as principais demandas que envolviam os eixos social, político e econômico, destacam-se aquelas relacionadas às navegações e à astronomia, cujo exercício estava intimamente associado aos conhecimentos matemáticos desenvolvidos no período. Dessa forma, a execução de tais atividades envolvia longos cálculos, que os tornavam mais sujeitos a erros, principalmente em casos que havia multiplicações e divisões (González-Velasco, 2017).

É nesse contexto em que se situa o barão escocês John Napier (1550 – 1617), um estudioso das matemáticas⁵ que elaborou diferentes métodos e instrumentos visando facilitar e reduzir os cálculos aritméticos em seu período. Tais estudos foram publicados por meio de tratados científicos, meio comum pelo qual o conhecimento se disseminava na época, que continham a explicação acerca de suas elaborações (Saito, 2015).

Um desses tratados é o *Rabdologiae*, no qual Napier (2017) deteve-se ao estudo aritmético com números naturais por meio de instrumentos matemáticos. Assim, essa obra está dividida em três livros e um apêndice, nos quais o autor descreve acerca de três instrumentos, sendo eles: as Barras de Calcular⁶, o *Promptuario*⁷ e o Tabuleiro de Xadrez, sendo esse último o foco desse estudo.

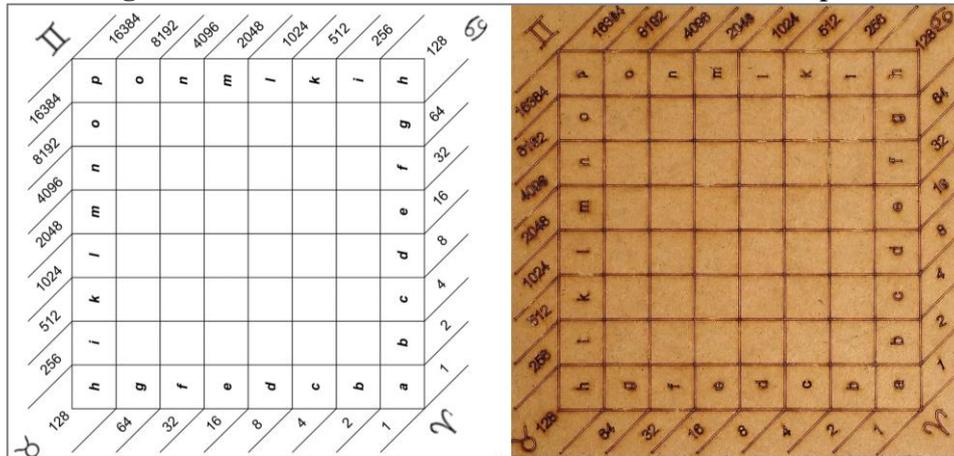
Diante disso, tem-se que o Tabuleiro de Xadrez (Figura 1) foi um recurso desenvolvido por John Napier para facilitar o cálculo das quatro operações aritméticas, a saber adição, subtração, multiplicação e divisão, com números naturais.

⁵ Aqui, a grafia “matemáticas”, no plural, é utilizada devido a compreensão de que a matemática, como uma área científica autônoma, institucionalizou-se apenas no final do século XVIII (Saito, 2015).

⁶ Vide Martins e Pereira (2019) e Martins (2019).

⁷ Vide Ribeiro (2023) e Ribeiro e Pereira (2021, 2023).

Figura 1 – Modelos do Tabuleiro de Xadrez de John Napier⁸



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Acerca do manuseio desse instrumento, Almeida e Pereira (2024, p. 3) ressaltam que,

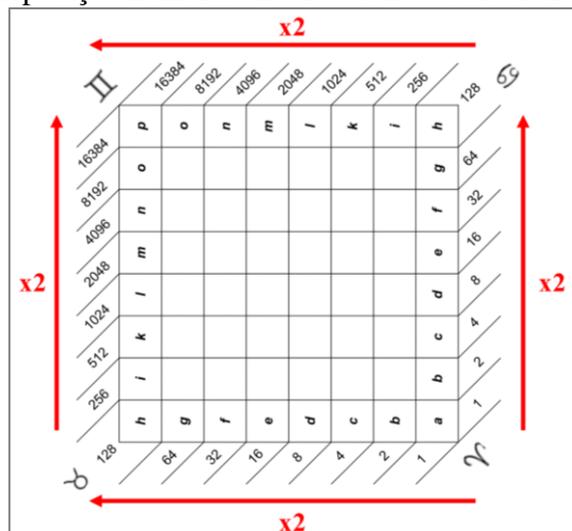
para a manipulação do Tabuleiro de Xadrez para os cálculos das operações, o autor elabora um método denominado como *Aritmética Local*, em que as operações aritméticas são realizadas com base em movimentações de peças sobre o tabuleiro, por meio de números dispostos nele.

Dessa forma, o algoritmo operatório utilizado no Tabuleiro de Xadrez tem como base as regras estabelecidas pelo método *Aritmética Local*, e, dentre elas, evidenciam-se aqui duas principais: a forma de disposição e escrita dos números utilizados no instrumento e as movimentações de suas peças. Sobre a primeira delas, Almeida, Ribeiro e Pereira (2023, p. 5) destacam que “torna-se importante a compreensão do processo de construção e graduação do instrumento, uma vez que é a partir dos padrões numéricos contidos nele que é possível realizar as operações e refletir sobre seus conceitos”.

Assim, acerca dos números utilizados no Tabuleiro de Xadrez, tem-se que eles são dispostos nas casas e às margens do instrumento como *duplicações*, começando por uma unidade. Em outras palavras, nas laterais que seguem dos vértices representados por ♁ a ♂ e seguindo para ♀, cada número será o dobro do anterior, ocorrendo de forma semelhante nas laterais que seguem dos vértices de ♁ a ♂ seguindo para ♀, conforme destacado na Figura 2, com esse padrão também se estende para as demais casas no interior do instrumento (Almeida; Pereira, 2023).

⁸ Tem-se nessa Figura duas ilustrações do Tabuleiro de Xadrez de John Napier, com dimensões 8x8. À esquerda uma representação digital, e à direita uma representação concreta em MDF, que foi desenvolvida para o uso em práticas didáticas.

Figura 2 – Disposição numérica no Tabuleiro de Xadrez de John Napier



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Quanto à sua representação, tem-se que ocorre de duas formas, sendo elas a *notação comum*, na qual os números naturais são escritos como algarismos, como por exemplo o número comum 8, e a *notação local*, em que eles são escritos como letras do alfabeto, como o número comum *d*, e ambas as notações apresentam uma *equivalência fixa* entre elas, ou seja, o número comum 1 sempre é representado pelo número local *a*, o 2 pelo *b*, o 4 pelo *c*, o 8 pelo *d* e assim em diante (Almeida, 2022).

No entanto, baseado na forma em que esses números são dispostos, existem determinados números naturais que não apresentam sua visualização direta no instrumento, como por exemplo o *número comum* 5. Para isso, Napier (2017) elabora métodos que possibilitam a representação de quaisquer números naturais no Tabuleiro de Xadrez, estabelecendo uma relação entre suas notações, sendo esses processos denominados como conversões numéricas.

Diante disso, Napier (2017) apresenta quatro métodos de conversões numéricas, sendo dois deles para converter um *número comum* em *local* e dois para realizar o processo inverso. Nesse estudo será apresentado brevemente⁹ acerca do *método de subtração*, para converter um *número comum* em *local* e do *método de adição* para o inverso.

O *método de subtração* consiste em realizar sucessivas subtrações com um determinado *número comum* a partir dos números dispostos no instrumento e reescrevê-

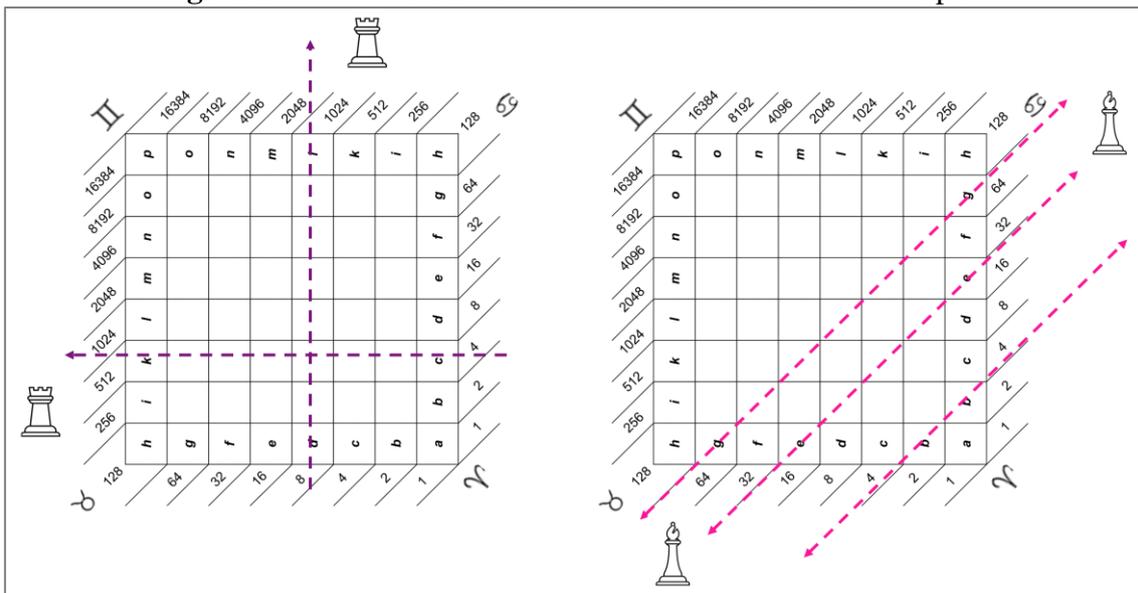
⁹ Para um estudo mais aprofundado acerca das conversões numéricas do método *Aritmética Local* vide Almeida e Pereira (2023).

lo como a junção das letras que representam cada uma das subtrações realizadas (Almeida; Pereira, 2021). Ou seja, para converter o *número comum* 5 em local, deve-se subtrair dele os números 4 e 1, que são representados, respectivamente, pelas letras *c* e *a*, resultando em *ca* como sua *notação local*, podendo ser assim representado por meio do instrumento.

Já o *método de adição* consiste em, a partir de um dado *número local*, realizar a soma dos valores de suas representações para encontrar o número em sua forma *comum* (Almeida; Pereira, 2021). Ou seja, para converter o número local *ec*, basta somar seus números individuais, $e = 16 + c = 4$, que resulta em 20 como sua *notação comum*.

Compreendendo como se dá os processos numéricos no Tabuleiro de Xadrez é preciso também entender as formas de movimentações das peças por meio do método *Aritmética Local*, que ocorrem de duas formas: a *reta*, semelhante ao *movimento da torre* no jogo de xadrez, ou seja, paralelo às suas laterais, e a *diagonal*, semelhante ao *movimento do bispo*, que percorre de um vértice a outro ou em movimentos paralelos (Almeida; Pereira, 2020) (Figura 3).

Figura 3 – Movimentos no Tabuleiro de Xadrez de John Napier



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

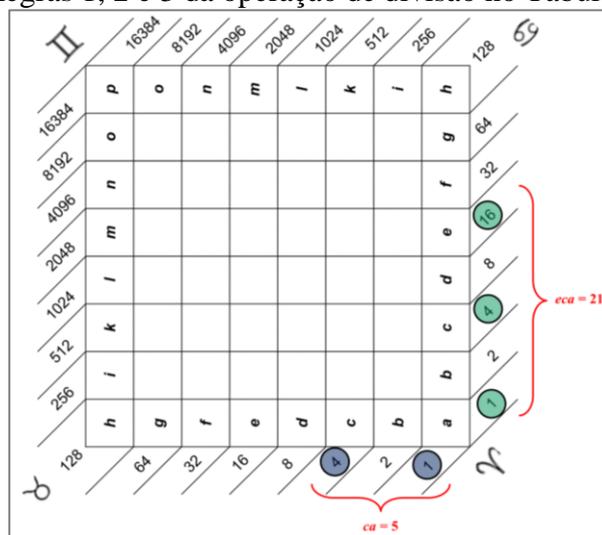
É importante salientar que, embora o *movimento do bispo* possa ser realizado tanto nas diagonais dos vértices ♞ ♟ quanto dos vértices ♞ ♟, nas operações de multiplicação e divisão esse movimento é realizado somente nas diagonais dos vértices ♞ ♟, uma vez que os números dispostos em cada uma de suas diagonais são todos

iguais. Em outras palavras, os números dispostos nas casas entre as laterais $d8$, na margem inferior, e $d8$, na margem direita, são todos equivalentes.

A partir de tais regras é possível realizar quaisquer operações aritméticas por meio do Tabuleiro de Xadrez. No entanto, tem-se como foco desse estudo a operação de divisão¹⁰. Assim, para uma melhor compreensão, será realizado um exemplo com a divisão de 21 por 5, seguindo as regras determinadas pelo método *Aritmética Local*.

Para a resolução desse exemplo e uma melhor compreensão de seus processos, suas regras serão divididas em pequenas etapas, sendo a primeira delas composta pela conversão dos números comuns 21 e 5 para local, tendo respectivamente as notações *eca* e *ca* (regra 1), indicação do dividendo *eca* com peças nos números comuns 16, 4 e 1 na margem direita (regra 2) e indicação do divisor *ca* com peças nos números comuns 4 e 1 na margem inferior (regra 3), conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Regras 1, 2 e 3 da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez

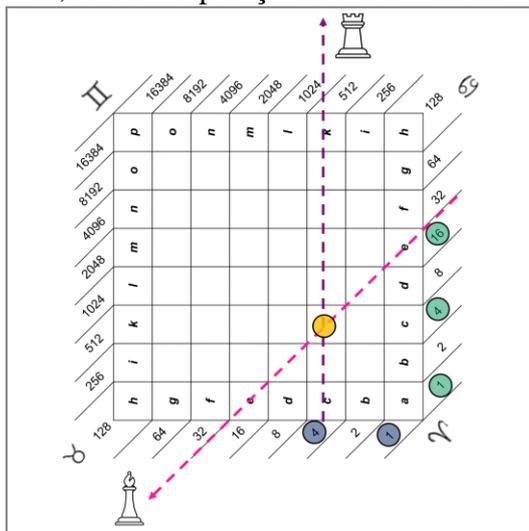


Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Em seguida, movimenta-se a peça de maior número do dividendo, a saber $e16$, com o *movimento do bispo* (regra 4) e movimenta-se a peça de maior número do divisor, a saber $c4$, com o *movimento da torre* (regra 5), marcando, com outra peça, a casa em que esses movimentos se cruzam, sendo ela a casa $e16$ na linha kc (regra 6), como apresentado na Figura 5.

¹⁰ Para um estudo acerca da operação de multiplicação no Tabuleiro de Xadrez vide Almeida e Pereira (2020) e Almeida (2022). Uma aplicação na Educação Básica desse instrumento voltada para o estudo da multiplicação é apresentada em Almeida, Ribeiro e Silva Filho (2024).

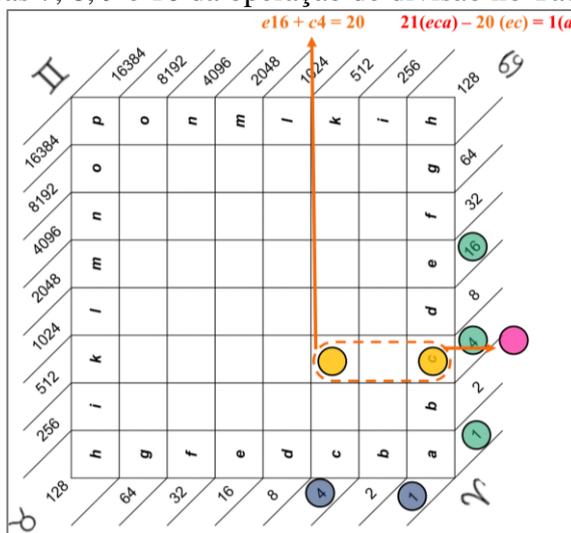
Figura 5 – Regras 4, 5 e 6 da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Após isso, marca-se uma linha de peças seguindo a disposição do divisor, a partir da interseção anterior, sendo as peças dispostas em e16 e c4 na linha kc (regra 7), e, em seguida, marca-se com outra peça, o número comum em que a linha anterior aponta, a saber 4 (regra 8). Depois, soma-se o valor da linha marcada, a saber $e16 + c4 = 20$ (regra 9), e subtrai-se o valor da linha do valor do dividendo inicial, resultando em 1, uma vez que $21 - 20 = 1$ (regra 10), como indicado na Figura 6.

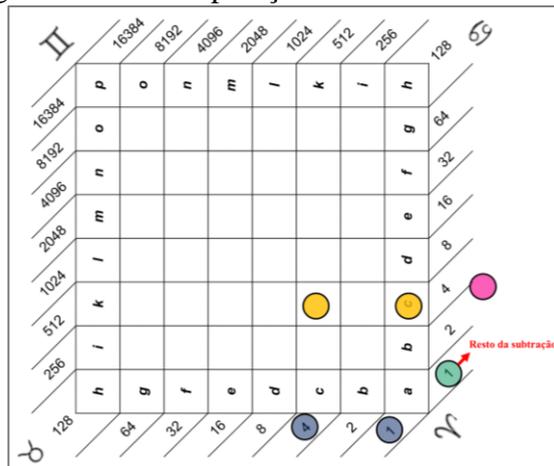
Figura 6 – Regras 7, 8, 9 e 10 da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Logo depois, remove-se as peças que indicavam a parcela subtraída do dividendo da margem (regra 11) e deixa-se somente o resto encontrado na subtração anterior, a saber 1 (regra 12), na mesma margem (Figura 7);

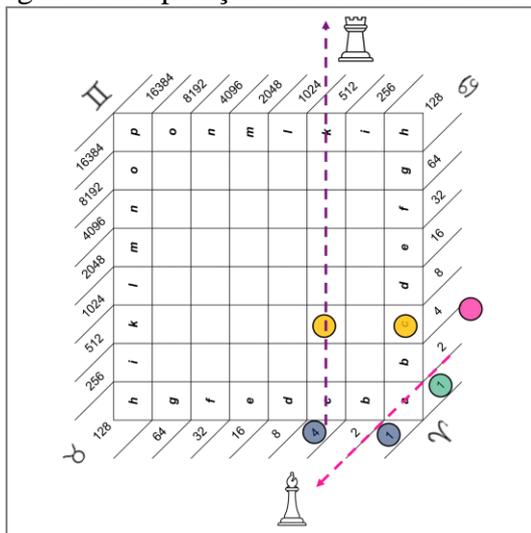
Figura 7 – Regras 11 e 12 da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Repete-se o mesmo processo inicial com o resto indicado, sendo esse o *novo dividendo* (regra 13). Ou seja, movimenta-se a peça *a1* do dividendo com o movimento do bispo e a peça mais alta do divisor com o movimento da torre, a saber *c4*, a fim de encontrar a casa em que esses movimentos se cruzam (Figura 8).

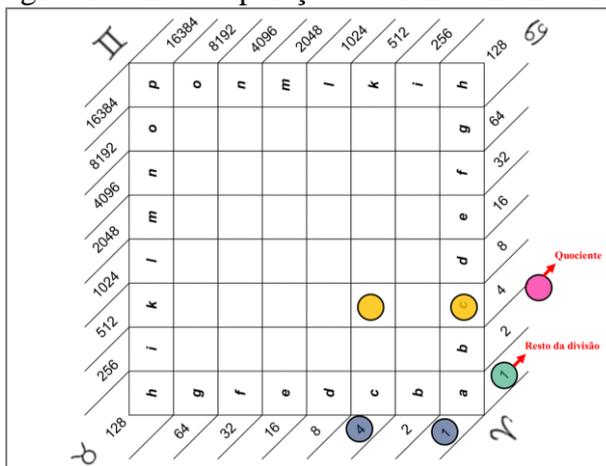
Figura 8 – Regra 13 da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Percebe-se que ao repetir os movimentos não há interseção entre eles, pois o *novo dividendo* 1 é menor que o divisor 5. Dessa forma, tem-se que a peça *a1* será o *resto* da divisão de 21 por 5, que deve ter sua indicação na margem direita do Tabuleiro (regra 14), encerrando o cálculo. O quociente da divisão é aquele marcado à margem do Tabuleiro, cuja linha marcada aponta, a saber 4 (regra 15), conforme a Figura 9.

Figura 9 – Regras 14 e 15 da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez



Fonte: Elaborada pelos autores (2024).

Embasado nos passos descritos no exemplo anterior, elaborou-se no Quadro 1 uma síntese das ações necessárias para a realização da divisão, generalizando as regras do método *Aritmética Local* para essa operação.

Quadro 1 – Regras gerais da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez

REGRA	AÇÃO
1.	Conversão dos termos da operação para notação local
2.	Marcação do dividendo com peças na margem direita do Tabuleiro, conforme os números locais encontrados na conversão, nos números comuns
3.	Marcação do divisor com peças na margem inferior do Tabuleiro, conforme os números locais encontrados na conversão, nos números comuns
4.	Movimento do bispo com a peça de maior número do dividendo
5.	Movimento da torre com a peça de maior número do divisor
6.	Marcação da casa de interseção entre os movimentos anteriores (4) e (5)
7.	Marcação de uma linha de peças semelhante à disposição do divisor, a partir da casa de interseção encontrada em (6)
8.	Marcação do número comum, na margem do Tabuleiro, cuja linha marcada em (7) aponta
9.	Soma das peças indicadas na linha marcada em (7)
10.	Subtração entre o valor do dividendo e da linha marcada em (7)
11.	Remoção das peças do dividendo
12.	(CASO HAJA) Marcação do <i>resto na subtração</i> realizada em (10) na lateral direita, onde antes era marcado o dividendo
13.	Repetição do processo, caso haja <i>resto na subtração</i> realizada em (10)
14.	(CASO HAJA) Marcação do <i>resto da divisão</i> à margem direita do Tabuleiro
15.	Adição dos números comuns marcados em (8)

Fonte: Adaptada de Almeida (2024).

Ressalta-se que, por meio das regras apresentadas no Quadro 1, pode-se realizar a divisão entre quaisquer números naturais por meio do Tabuleiro de Xadrez, levando em consideração que, dentro desse conjunto numérico (\mathbb{N}), o resultado é também um número natural, sendo representado pelo quociente (q) e o resto (r).

Assim, em casos cuja divisão apresenta resto maior que 0 ($r > 0$), embora seja possível continuar o processo, reformulando os valores na base decimal e realizando uma nova divisão, não é o objetivo da manipulação desse instrumento, sendo sua finalidade a representação natural do quociente e resto da operação¹¹.

Baseado no que foi exposto, embora o Tabuleiro de Xadrez de John Napier seja direcionado para o cálculo da divisão com números naturais, é possível, por meio de sua manipulação e estudo, levantar reflexões acerca de diferentes conceitos e propriedades que envolvem essa operação em si, podendo ser um potencializador didático para o ensino desse conteúdo na Educação Básica, especialmente por meio da elaboração de atividades, como a proposta apresentada na seção seguinte.

A operação de divisão: uma proposta de atividade

No decorrer da história, diferentes métodos e recursos foram desenvolvidos para efetuar a operação de divisão, sendo o Tabuleiro de Xadrez, elaborado por John Napier, um deles. Nesse instrumento, como exposto anteriormente, tal operação é realizada a partir de um algoritmo que tem como base o método *Aritmética Local*, por meio do qual a divisão com números naturais é realizada somente com a movimentação de peças sobre determinados números dispostos no Tabuleiro.

Assim, propõe-se nesse trabalho uma atividade que tem por objetivo estudar a operação de divisão por meio do Tabuleiro de Xadrez, a fim de levantar reflexões, por parte de alunos e professores, acerca de alguns conceitos que envolvem essa operação. Tal atividade, intitulada como *Estudando a divisão por meio do Tabuleiro de Xadrez de John Napier*, tem como principal direcionamento o ensino de divisão na Educação Básica, especialmente para o 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais.

Caracterizando essa sugestão conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), utiliza-se da unidade temática *números*, o objeto de conhecimento “operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais” (Brasil,

¹¹ Para um estudo mais aprofundado acerca da operação de divisão no Tabuleiro de Xadrez vide Almeida e Pereira (2024) e Almeida (2024).

2018, p. 300), e mobiliza-se a habilidade de “resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora”¹² (Brasil, 2018, p. 301).

Para o desenvolvimento dessa atividade, propõe-se que a sala seja dividida em grupos e que o professor disponibilize aos alunos uma réplica¹³ do Tabuleiro de Xadrez de John Napier, um conjunto de peças¹⁴ para as movimentações necessárias aos cálculos, folhas de ofício em branco, lápis, borrachas e uma folha que apresente as etapas que os alunos deverão realizar para a manipulação do instrumento, cujos momentos estão descritos no Quadro 2 a seguir.

Quadro 2 – Momentos de desenvolvimento da atividade

MOMENTOS	AÇÕES DOS DISCENTES
Compreendendo o instrumento	1. Observem a forma como os números são dispostos no Tabuleiro de Xadrez de John Napier
	2. Vocês perceberam padrões nos números que estão: a) Nas linhas das laterais do instrumento? Quais são eles? b) Nas diagonais do instrumento? Quais são eles? c) Nas casas do interior do instrumento? Quais são eles?
	3. Qual relação entre as letras e os números dispostos no Tabuleiro de Xadrez?
As conversões numéricas no instrumento	Descrição das conversões numéricas: Observem que nem todos os números naturais estão escritos de forma visível no instrumento, como por exemplo, é possível ver o número 4 em uma das casas do Tabuleiro, porém o número 5, como o escrevemos, não está presente em nenhuma delas. Para isso John Napier desenvolveu um processo chamado “conversões numéricas”, em que os números podem ser reescritos como a soma dos números dispostos no instrumento e representados por suas letras correspondentes.
	4. Escrevam como seriam as representações dos seguintes valores no Tabuleiro de Xadrez de John Napier: a) 21 b) 5
Os movimentos das peças no instrumento	Descrição dos movimentos: Torre: a torre movimenta-se paralela às linhas e colunas do instrumento, da direita para a esquerda e de baixo para cima; Bispo: o bispo movimenta-se nas diagonais do instrumento, as casas de cada uma dessas diagonais possuem sempre o mesmo

¹² Trata-se da habilidade EF06MA03 da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018).

¹³ O *download* de uma versão digital em PDF desse instrumento pode ser realizado pelo link: <https://drive.google.com/drive/folders/1wgOfu-z0Xz9YzfAE6LGzgYiFFyavyxCz?usp=sharing>

¹⁴ Recomenda-se que o professor disponibilize pelo menos 18 peças, sendo três conjuntos de seis peças de cores distintas, de forma que seja possível representar o dividendo, divisor, quociente e resto, entendendo-se que o resto faz parte do quociente, portanto representa-se com a mesma cor.

	valor.
Efetuando divisões no instrumento	<p>5. Efetuem a divisão de 21 por 5, utilizando o Tabuleiro de Xadrez de John Napier, seguindo os passos:</p> <p>a) Representem o dividendo 21 na margem direita do instrumento com peças de uma cor (fora do Tabuleiro);</p> <p>b) Com peças de cores diferentes das anteriores, representem o divisor 5 na margem inferior (fora do Tabuleiro);</p> <p>c) Movimentem a peça de maior número do dividendo como movimento do bispo e a peça de maior número do divisor com o movimento da torre, ao mesmo tempo;</p> <p>d) Marquem, com peça de mesma cor do dividendo, a casa em que os movimentos anteriores se encontram;</p> <p>e) A partir da peça marcada no passo anterior, preencham uma linha de forma semelhante a marcação das peças do divisor, ou seja, nas casas <i>e16</i> e <i>c4</i> na linha kc, com peças da mesma cor utilizada para o dividendo;</p> <p>f) Retirem as peças que indicam o dividendo;</p> <p>g) Indiquem, com uma peça de outra cor, o número fora do Tabuleiro que corresponde a linha marcada anteriormente;</p> <p>h) Somem os valores das peças da linha marcada no passo (e);</p> <p>i) Subtraíam o valor encontrado no passo anterior do valor do dividendo;</p> <p>j) Indiquem o resultado da subtração anterior com uma peça da cor do dividendo na margem direita do Tabuleiro;</p> <p>k) Movimentem a peça indicada anteriormente com o movimento do bispo e a peça de maior número do divisor com o movimento da torre;</p> <p>l) Se as peças movimentadas no passo anterior se cruzarem, repitam os processos de (d) a (j), caso não, a divisão acaba;</p> <p>m) Escrevam o valor marcado no passo (g), em que a linha feita corresponde, caso haja mais que uma linha, some os valores que todos elas correspondem.</p>
Formalizando os processos	6. O que representa a linha indicada no item (e) da questão 5?
	7. O que representa o valor marcado no item (g) da questão 5?
	8. O que representa o valor marcado no item (j) da questão 5?
	9. As peças se encontraram no movimento do item (k)? Caso não, qual pode ser a razão?
	10. Vocês notaram alguma semelhança entre a divisão realizada no Tabuleiro de Xadrez e a forma como vocês aprenderam a calcular essa operação?

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Diante disso, tem-se que a atividade proposta está dividida em cinco momentos, que apresentam as ações que os alunos deverão realizar (Quadro 2). No entanto, antes de

dar início à atividade em si, é importante que o professor apresente uma breve história acerca do Tabuleiro de Xadrez, de acordo com o que foi apresentado no decorrer desse trabalho. Ou seja, ressalta-se a necessidade de contextualizar o que é o instrumento, quem foi seu autor, o período que foi elaborado e sua finalidade, para que esse não seja apenas um recurso didático, mas também histórico. Após a contextualização e estando os alunos em posse dos materiais necessários, o professor pode dar início à atividade.

Nesse sentido, o primeiro momento tem como objetivo a ambientação dos alunos com o instrumento matemático discutido, esperando-se que eles observem e compreendam acerca de seus padrões numéricos. Assim, esse momento servirá, posteriormente, para estabelecer uma relação entre a disposição numérica do instrumento e seu funcionamento para o cálculo da operação em questão.

No segundo momento, busca-se que os alunos consigam representar os diferentes números naturais no Tabuleiro de Xadrez, visualizando-os como uma soma dos números dispostos no instrumento. Assim, a importância dessa etapa está na reflexão sobre as diferentes formas de representar os números naturais, para além do sistema decimal.

No terceiro momento, tem-se como propósito o contato dos discentes com a descrição dos movimentos das peças no Tabuleiro de Xadrez de John Napier. Espera-se que haja uma discussão acerca da relação entre os movimentos e os padrões numéricos do instrumento, observado no momento um. Em outras palavras, deseja-se que eles identifiquem as seguintes relações:

1. Movimento da torre: nesse movimento os números estão multiplicando por dois, da direita para a esquerda e de baixo para cima, e dividindo por dois, da esquerda para direita e de cima para baixo;
2. Movimento do bispo: nesse movimento os números se mantêm nas diagonais de  a .

Assim, esses três primeiros momentos são destinados à compreensão das principais regras envolvidas no método *Aritmética Local*, para que, a partir disso, os discentes possam compreender como a operação de divisão é realizada no Tabuleiro de Xadrez.

Logo, no quarto momento, objetiva-se que os alunos efetuem de fato a operação de divisão, manipulando as peças no Tabuleiro de Xadrez, conforme o passo-a-passo descrito no Quadro 2 e ilustrado nas Figuras 4 a 9 da seção anterior, de forma que seja encontrado o resultado de $21 \div 5$. É válido ressaltar que os fatores sugeridos para essa

atividade podem ser modificados pelo professor, uma vez que os números 21 e 5 foram escolhidos arbitrariamente para apresentar alguns conceitos que podem ser visualizados na operação de divisão por meio da manipulação do Tabuleiro de Xadrez, sendo esses refletidos na última etapa da atividade proposta.

Isto posto, a última etapa da atividade tem como finalidade discutir alguns conceitos que envolvem a operação de divisão e que, muitas vezes, não são compreendidas em seu *algoritmo usual*. Assim, nesse momento propõe-se a formalização conceitual e matemática da manipulação do Tabuleiro de Xadrez para a operação de divisão focando em três elementos, a noção de estimativa, os múltiplos e o resto.

A noção de estimativa é um dos elementos que os alunos apresentam maiores dificuldades na aprendizagem da operação de divisão, pois possui uma relação com a operação de multiplicação, sendo essa, em muitos casos, associada à *memorização de tabuadas*. Assim, no *algoritmo usual*, para que o aluno “encontre” o múltiplo necessário para efetuar determinada divisão é preciso que ele tenha domínio da tabuada de multiplicação.

Por outro lado, no Tabuleiro de Xadrez, esses múltiplos não são estimados, mas encontrados durante o processo de interseção dos movimentos e na construção da linha de peças paralela ao divisor, sendo o número comum na margem do instrumento aquele que indica quantas vezes o divisor foi multiplicado para que o múltiplo fosse encontrado, ou seja, o quociente.

Além disso, ressalta-se que, nesses movimentos associados à escolha de cores das peças, é possível refletir o significado desses valores “estimados”, sendo por um lado o múltiplo do divisor, e por outro uma parte do dividendo. Ou seja, a linha construída durante o cálculo da divisão no Tabuleiro de Xadrez mostra o movimento que o dividendo realiza em relação ao divisor e o significado dos múltiplos utilizados nessa operação. Tais elementos podem ser formalizados nas questões 6, 7 e 8 da atividade proposta (Quadro 2).

Outro elemento que se busca conceituar com essa proposta é o denominado *resto*. Diferente das demais operações aritméticas, a divisão (dentro do conjunto dos números naturais) é a única que possui dois termos como seu resultado, sendo eles o quociente e o resto. No entanto, o resto, muitas vezes, não é levado em consideração no algoritmo usual, sendo tratado apenas como “sobra”.

Dessa forma, nessa atividade, especificamente na questão 9 do momento final, pretende-se que os alunos e professores compreendam acerca de dois aspectos do resto, sendo eles sua relação com o dividendo e o divisor.

Acerca do primeiro ponto, tem-se que a relação entre o resto e o dividendo no Tabuleiro de Xadrez está em compreender que o cálculo de divisão no instrumento consiste em uma distribuição das peças do dividendo em múltiplos do divisor, sendo o resto indicado por peças do dividendo que não foi possível dispor nesses múltiplos.

O fato de não ser possível dispor a peça do resto em múltiplos do divisor é explicitado no Tabuleiro de Xadrez pela não interseção dos movimentos do bispo e do movimento da torre com o divisor, ou seja, pela impossibilidade de continuar o processo da divisão, o que estabelece a relação de que o resto é sempre menor que o divisor.

Por fim, na última etapa, tem-se o intuito de formalizar os conceitos matemáticos que emergiram durante as ações, relacionando o método utilizado no instrumento com o algoritmo convencional de forma a compreender os processos envolvidos na operação, conforme orienta a BNCC (Brasil, 2018).

Quanto ao posicionamento do professor, defendemos que, durante essa atividade, ele assuma uma postura de mediador entre os conceitos matemáticos presentes no instrumento e os conhecimentos prévios dos discentes. Ao final, recomendamos que o professor estimule uma discussão com toda a turma acerca das contribuições propiciadas por esse instrumento advindo da História da Matemática.

Considerações finais

Diante do estudo realizado com um aparato histórico direcionado a realização das operações aritméticas, foi possível observar aspectos de natureza matemática em sua manipulação que podem configurar-se enquanto potencialidades didáticas para o ensino de matemática, em especial da operação de divisão. Desse modo, a atividade aqui proposta tem o intuito de promover novas visualizações de nuances operatórias do algoritmo da divisão que comumente não são abordadas na Educação Básica.

Nesse sentido, alcançou-se o objetivo geral desse trabalho por meio da pesquisa documental, valendo-se do tratado *Rabdologiae*, que possibilitou a compreensão das regras de realização da divisão do Tabuleiro de Xadrez e forneceu subsídios para a elaboração da sugestão discutida. Por meio dessa atividade, ressalta-se a possibilidade de ressignificação do *algoritmo usual*, especialmente no que se refere a estimativa, aos múltiplos e ao resto da divisão.

Enfatiza-se, ainda, que a proposta aqui descrita não precisa necessariamente ser posta em prática com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, embora seja direcionada a esse público. A depender da intencionalidade educacional do docente, a atividade apresentada pode ser adaptada para diferentes níveis educacionais, tanto para a Educação Básica, quanto para a formação inicial de professores que ensinam matemática.

Assim, caso seja direcionada a esse último público, recomenda-se que mais tempo seja dispensado a exploração do instrumento, e que sejam feitos outros questionamentos na etapa de formalização, como, por exemplo, as possíveis relações vistas entre a divisão e a multiplicação no Tabuleiro. Dessa forma, é possível alterar a percepção do algoritmo e promover a reflexão dos futuros docentes quanto a operação de divisão.

Referências

ALMEIDA, Jeniffer Pires de. **A operação de multiplicação no Tabuleiro de Xadrez de John Napier para o estudo de conceitos matemáticos na formação do professor**. 2022. 83 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2022) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2022.

ALMEIDA, Jeniffer Pires De. **Um estudo das operações de multiplicação e divisão realizadas no Tabuleiro de Xadrez de John Napier para a formação inicial de professores que ensinam matemática**. 2024. 185 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico ou Profissional em 2024) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2024.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de.; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A Aritmética de Localização de John Napier para a multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 43–56, 2020.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A matemática presente nas conversões de números nas barras da Aritmética de Localização. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 691–706, 2021.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Conceitos matemáticos na graduação numérica do instrumento Tabuleiro de Xadrez de John Napier com base em uma prática universitária. **Ensino & Multidisciplinaridade**, São Luís, v. 8, n. 2, p. e1022, 1–10, 2023.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O Tabuleiro de Xadrez de John Napier para um estudo da operação de divisão. **REMATEC**, Belém, v. 19, n. 47, p. e2024009, 2024.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Uma proposta de atividade envolvendo O Tabuleiro de Xadrez de John Napier para o ensino de multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, [s. l.], v. 9, n. 2, p. 1–10, 2023.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; SILVA FILHO, Ezequiel de Paula da. A multiplicação por meio do tabuleiro de xadrez de John Napier: uma experiência na educação básica. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 32, p. 1–16, 2024.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. Cap. 4. pp. 111 – 124.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

GONZÁLEZ-VELASCO, Enrique. Mathematical Introduction. In: RICE, Brian; GONZÁLEZ-VELASCO, Enrique; CORRIGAN, Alexander. **The Life and Works of John Napier**. 1. ed. Cham: Springer, 2017. p. 391-474.

MARTINS, Eugenio Brito. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John Napier descritas no tratado Rabdologiae de 1617**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Fortaleza, 2019.

MARTINS, Eugenio Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa Pereira. As Barras de Calcular de Napier: percepções de uma primeira manipulação. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 6, n. 18, p. 53–64, 2019.

MARTINS, Eugenio Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Uma primeira descrição da obra: Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgula ... de 1617. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 154–166, 2018.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MIGUEL, Antonio; BRITO, Arlete de Jesus. **A história da matemática na formação do professor de matemática**. In: FERREIRA, E. S. (Org.). História e educação matemática. Cadernos CEDES 40. Campinas: Papyrus, 1996.

MIGUEL, Antonio. **Três Estudos sobre História e Educação Matemática**. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Universidade de Campinas, 1993.

MIGUEL, Antonio.; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

NAPIER, John. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo**: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus. Edinburg: Andreas Hart, 1617.

NAPIER, John. Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis

liber unus. In: RICE, Brian; GONZÁLEZ-VELASCO, Enrique; CORRIGAN, Alexander. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017a. p. 652-749.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 5, n. 14, p. 109-122, 2018.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição**. Editora Feevale, 2013.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales. **Um estudo da operação de multiplicação por meio da manipulação do promptuário de John Napier por licenciandos em matemática da UECE**. 2023. 86 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2023) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O ensino de multiplicação a partir do manuseio do Promptuário de John Napier: uma experiência na formação inicial de professores de matemática. **CONTRAPONTO: Discussões científicas e pedagógicas em Ciências, Matemática e Educação**, v. 4, n. 5, p. 38-56, 2023.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O processo de graduação e uma utilização do Promptuário para multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, v. 7, n. 2, p. 1-11, 2021.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuário para a formação de professores. **Revista Impa**, v. 4, n. 1, p. e023000, 2023.

RICE, Brian; GONZÁLEZ-VELASCO, Enrique; CORRIGAN, Alexander. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017.

SAITO, Fumikazu. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, 2016.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciências & Educação** (Bauru), São Paulo, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SAITO, Fumizaku. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SILVA, Isabelle Coelho da; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, p. 223-241, 2021.

Recebido em: 08 / 07 / 2024

Aprovado em: 17 / 08 / 2024