



RCEM

Revista Cearense de Educação Matemática

ISSN: 2764 - 8311



e-ISSN: 2764-8311

DOI: 10.56938/rceem.v2i3.3288



UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA SOBRE ÁREA COMO GRANDEZA GEOMÉTRICA EM TESES E EM DISSERTAÇÕES BRASILEIRAS DEFENDIDAS DE 2000 A 2020

A SYSTEMATIC REVIEW OF THE LITERATURE ON AREA AS GEOMETRIC
GREATNESS IN BRAZILIAN THESES AND DISSERTATIONS DEFENDED FROM
2000 TO 2020

Franklin Fernando Ferreira Pachêco¹

RESUMO

Esta pesquisa teve o objetivo de analisar as dissertações e as teses brasileiras defendidas de 2000 a 2020 que debatem a área como uma grandeza geométrica. A discussão sobre esse objeto matemático ocorreu por meio do estudo de Douady e Perrin-Glorian. Quanto as atividades envolvendo esse objeto matemático, refletiu-se sobre os tipos de situações produzidas por Baltar (comparação de área, medida de área e produção de superfície) e por Ferreira (mudança de unidade de área). Em termos metodológicos, adotou-se uma revisão sistemática da literatura contemplando textos defendidos e publicados na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações que abordassem a temática da área enquanto uma grandeza geométrica. Essa busca permitiu a obtenção de cinco textos. Dentre eles, notou-se que quatro foram produzidos na região Nordeste e um na região Sul do Brasil. Os resultados mostram que as pesquisas ao se apoiarem no estudo de Douady e Perrin-Glorian discutem a distinção entre a área e a superfície, assim como a área e o número. Além disso, apresentam atividades e para resolvê-las técnicas geométricas e técnicas numéricas. Em relação aos tipos de atividades, verificou-se que a atividade de medição de área está presente em todos os textos, ou seja, contribuindo para uma maior ênfase na abordagem desse objeto matemático pela ótica do aspecto numérico. Atividades de comparação de área, mudança de unidade de área e de produção de superfícies são menos frequentes nos textos, embora é válido frisar que elas contribuem, também, para a noção desse objeto matemático enquanto uma grandeza geométrica.

Palavras-chave: Área de figuras planas; Geometria; Grandezas e medidas.

ABSTRACT

This research aimed to analyze the Brazilian dissertations and theses defended from 2000 to 2020 that debate the area as a geometric greatness. The discussion about this mathematical object took place through the study of Douady and Perrin-Glorian. As for the activities involving this mathematical object, reflection was made on the types of situations produced by Baltar (area comparison, area measurement and surface production) and by Ferreira (change of area unit). In

¹ Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Bolsista pelo Programa para Desenvolvimento da Pós-Graduação: Parcerias estratégicas nos estados (FACEPE/CAPES), Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua João Ribeiro do Egito, 5, Apartamento, Cohab, São Vicente Férrer, Pernambuco, Brasil, CEP: 55860-000. E-mail: pacheco.franklin9@gmail.com.

 ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4600-2103>.

methodological terms, a systematic review of the literature was adopted, contemplating texts defended and published in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations that addressed the theme of the area as a geometric greatness. This search resulted in five texts. Among them, it was noted that four were produced in the Northeast region and one in the South region of Brazil. The results show that research based on the study by Douady and Perrin-Glorian discusses the distinction between area and surface, as well as area and number. In addition, they present activities and to solve them geometric techniques and numerical techniques. Regarding the types of activities, it was found that the area measurement activity is present in all texts, that is, contributing to a greater emphasis on approaching this mathematical object from the perspective of the numerical aspect. Area comparison activities, area unit changes and surface production are less frequent in the texts, although it is worth noting that they also contribute to the notion of this mathematical object as a geometric greatness.

Keywords: Flat figures area; Geometry; Sizes and mea

Introdução

As Grandezas e medidas, uma das unidades temáticas que compõe a disciplina de matemática no Ensino Fundamental, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) tem por ênfase o estudo das grandezas geométricas (área, comprimento, volume e abertura do ângulo) e das grandezas físicas (massa, intervalo de duração do tempo, temperatura, velocidade, etc.). Entende-se que ambas são relevantes para a construção do conhecimento matemático dos alunos no decorrer na Educação Básica, embora esta pesquisa se situou sobre o estudo das grandezas geométricas, de modo especial, sobre a grandeza área.

Optou-se por esse objeto matemático por ele se fazer presente em contextos sociais, bem como “[...] nos diversos âmbitos da atuação profissional, e pelo papel que lhe é atribuído na matemática escolar, seja pela capacidade de articulação entre saberes de diferentes domínios matemáticos, seja pela possibilidade de conexão com outras disciplinas” (MOURA; BELLEMAIN, 2022, p. 2). Além disso, outro fator que impulsionou o estudo desse objeto matemático ocorreu porque pesquisas anteriores (SANTOS, 2011; QUEVEDO, 2016; PACHÊCO, 2020) apontam que alunos sentem dificuldades na diferenciação entre o perímetro e a área de figuras planas.

A grandeza área “[...] é uma propriedade das superfícies, as quais por sua vez podem ser poligonais ou ter bordo curvilíneo [...]” (PACHÊCO, 2020, p. 25), podendo ela ser expressa por um número seguido por uma unidade de medida. Esse objeto matemático, de acordo com a BNCC, deve ser vivenciado na sala de aula a partir do 3º ano do Ensino Fundamental até o Ensino Médio (BRASIL, 2018). No decorrer das etapas escolares, a sua discussão pode ser trabalhada em associação a outros conteúdos

(equações, gráficos, figuras geométricas planas e espaciais, por exemplo) da própria disciplina de matemática.

O estudo sobre a grandeza área de Douady e Perrin-Glorian (1989), realizado na França por meio de uma engenharia didática da primeira geração², revelou que alunos quando resolviam questões voltadas para esse objeto matemático sentiam dificuldades em distinguir a área e o número, bem como a área e a superfície. Embora sejam resultados que correspondam há mais de três décadas, eles têm se tornado debates nas discussões em pesquisas brasileiras (FERREIRA, 2010; SILVA, 2016; ARAÚJO, 2018; MOURA, 2019; PACHÊCO, 2020).

De maneira a evitar essas dificuldades, Douady e Perrin-Glorian (1989) propõem que o estudo da área de figuras planas, com ênfase como uma grandeza geométrica, deve ocorrer pela articulação e diferenciação entre três polos: geométrico, numérico e grandezas. No polo geométrico se situam as figuras geométricas planas, ou seja, as superfícies. No polo numérico estão os números reais não negativos, 24, 3.7, $\frac{5}{9}$, por exemplo. No polo grandezas se enquadra a relação de equivalência de área, ou seja, diz-se que duas ou mais superfícies estão na mesma classe quando elas possuem áreas iguais. É possível expressar a área por um número seguido por uma unidade de medida, por exemplo, 24 cm², 7.9 cm², $\frac{3}{7}$ cm². Essa articulação e diferenciação pode ser observada por meio da esquematização proposta por Bellemain e Lima (2002), expressa na Figura 1.

Figura 1 – Quadro geométrico, quadro numérico e quadro das grandezas

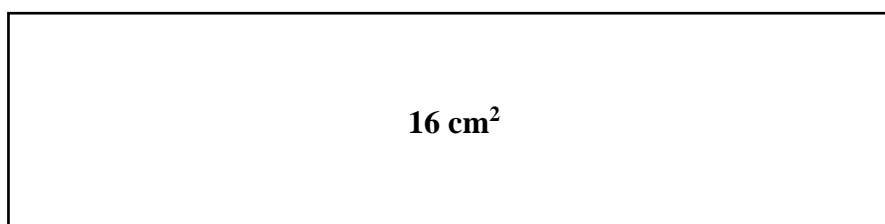


Fonte: Bellemain e Lima (2002)

²Trata-se de uma metodologia (de pesquisa) que é composta por quatro fases: análise preliminar; concepção e análise a priori; experimentação; análise a posteriori e validação. Embora sejam apresentadas sempre nessa “ordem”, elas não são estanques podendo ser retomadas pelo pesquisador no decorrer do estudo de modo a alcançar o objetivo do estudo (ARTIGUE, 1988).

Para exemplificar cada um dos elementos dos quadros (geométrico, numérico e grandezas), tomou-se enquanto aporte as informações expressas na Figura 2. A área é 16 cm^2 , sendo: o retângulo, que é uma figura geométrica plana, trata-se da superfície no estudo da área, o número é representado pelo 16 e a unidade de medida o cm^2 . Diante disso, é possível destacar que outras figuras geométricas planas poderiam ter a área de 16 cm^2 , por exemplo, um quadrado, um trapézio, um triângulo, etc. Ao se alterar a unidade de medida da área do retângulo (de cm^2 para m^2), o número seria mudado e a área seria representada por $0,16\text{m}^2$, por exemplo.

Figura 2 – Identificação da figura geométrica plana, número e grandeza



Fonte: Elaborado pelo autor com as ferramentas do *Word* (2022)

Nessa perspectiva, Douady e Perrin-Glorian (1989) apontam que a construção da ideia de área deve ocorrer quando o sujeito diferencia esse objeto matemático da superfície e do número. Quando o sujeito mobiliza o conhecimento que a área e a superfície são objetos distintos, mas estão associados, eles reconhecem que superfícies com formatos diferentes podem possuir a mesma área. Quando o sujeito concebe conhecimentos de que ao se alterar a unidade de medida o número sofre alteração, ele percebe que a área e o número são diferentes. Essa não compreensão pode ser um empecilho para o sujeito se apropriar da área enquanto uma grandeza geométrica, como apontam essas autoras francesas.

É nesse contexto que emerge esta pesquisa que teve o objetivo de analisar as dissertações e as teses brasileiras defendidas de 2000 a 2020 que debatem a área enquanto uma grandeza geométrica. A ênfase desse estudo se voltou para a verificação de como esse objeto matemático vem sendo discutido enquanto uma grandeza geométrica por pesquisadores do âmbito da Educação em dissertações e em teses brasileiras.

Como procedimentos metodológicos, adotou-se a revisão sistemática da literatura. Por meio dela, de acordo com Galvão e Pereira (2014) e Brizola e Fantin (2017), o pesquisador pode agrupar textos a partir de critérios de buscas por palavras-

chave, por base de dados ou por outras características, de modo que eles alcancem o propósito de investigação da pesquisa.

Situações que dão sentido ao conceito de área enquanto grandeza geométrica

Por meio da abordagem de área enquanto uma grandeza geométrica (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989) e sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud (1990), Baltar (1996) elaborou um conjunto de três situações que dão sentido ao conceito de área: comparação de área, medida de área e produção de superfícies. Em seguida, Ferreira (2010) ampliou esse estudo quando integrou a classe de situação denominada de mudança de unidade de área. Para Bellemain e Lima (2002),

As situações de comparação se situam essencialmente em torno do quadro das grandezas. Quando comparamos duas superfícies somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência. É claro que, com frequência, os quadros geométrico e numérico vão ser necessários para a resolução dos problemas de comparação, mas sua intervenção em geral é secundária com relação à do quadro das grandezas. Nas situações de medida, destacam-se o quadro numérico e a passagem da grandeza ao número por meio da escolha de uma unidade. O resultado esperado numa situação deste tipo é um número seguido de uma unidade. As situações de produção são diferentes das anteriores do ponto de vista da tarefa cognitiva do aluno. Enquanto nas situações de comparação e medida em geral há apenas uma resposta correta para cada situação, as situações de produção, frequentemente admitem várias respostas corretas. Além disso, apesar de a resposta esperada para uma situação de produção ser uma superfície (objeto geométrico), a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto a do quadro geométrico (p. 45).

Além delas, cabe destacar que as situações de mudança de unidade de área (FERREIRA, 2010), situam-se em torno do quadro numérico. Assim, possibilita a obtenção da área por meio de par (número, unidade de medida) diferentes. Nesta pesquisa, discutiu-se todas elas (BALTAR, 1996; FERREIRA, 2010).

Na situação de comparação de área, de acordo com Baltar (1996), é interessante identificar a quantidade de superfícies a serem comparadas: duas ou seriação (quando têm mais de duas superfícies). Quando a comparação de área ocorre com mais de duas superfícies é relevante diferenciá-las, visto que a transitividade da relação de ordem estará presente nesses procedimentos de resolução. Essa abordagem não ocorre na comparação de área de duas superfícies.

Nesse âmbito, as atividades sobre comparação de área podem ser trabalhadas de duas maneiras: estáticas e dinâmicas. Para Ferreira (2010), as estáticas correspondem ao “[...] sentido de que as superfícies não são alteradas diante dos procedimentos utilizados”

(p. 29), enquanto as dinâmicas abordam as “[...] variações das áreas e dos perímetros” (p. 29).

Esta pesquisa abordou a discussão da área enquanto grandeza unidimensional, ou seja, quando não há intervenção de outras grandezas. Nesse caso, o trabalho é inteiramente sobre a área de figuras planas. Enquanto técnicas de resolução de atividades, têm-se: a inclusão e sobreposição, equidecomposição (FERREIRA, 2010) e decomposição e recomposição (SILVA, 2016).

Inclusão e sobreposição: Quando uma superfície F, por meio de deslocamento, ficar totalmente inclusa na superfície J, diz-se que a área de F é menor que a área de J. Quando as superfícies comparadas coincidem, por deslocamento e por sobreposição, elas possuem a mesma área.

Equidecomposição: Consiste em decompor as superfícies e comparar os pedaços obtidos.

Decomposição e recomposição: Possibilita partir a superfície em pedaços menores e juntá-los, de modo a formar uma nova superfície com formato distinto, porém com a mesma área.

Essas técnicas geométricas, de acordo com Bellemain (2000) e Silva (2016), contribuem para a abordagem da área enquanto grandeza autônoma visto que elas não se utilizam de procedimentos numéricos. Diante disso, torna-se possível o trabalho que superfícies distintas podem ter a mesma área, ou seja, o trabalho com a relação de equivalência de área.

A situação de medida de área, de acordo com Ferreira (2010), tem “[...] como objetivo a passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico” (p. 31). Essa passagem, portanto, permite expressar a área por meio de um número seguido a partir de uma unidade de medida (BALTAR, 1996; FERREIRA, 2010; SILVA, 2016). Por exemplo, 19 cm^2 . Nesse âmbito, as técnicas mais usuais são o ladrilhamento e a aplicação de fórmulas.

A situação de mudança de unidade de área, de maneira diferente a situação de medida de área, possibilita a obtenção de que a área e o número são objetos matemáticos distintos, mas estão associados no trabalho com a área de figuras planas (FERREIRA, 2010). Diante desses procedimentos, torna-se possível representar uma mesma área por números seguidos por unidade de medidas distintas. Uma área ao ser medida pelo cm^2 terá um número diferente dessa mesma área medida pelo m, ou ainda medida pelo km^2 etc. Ou seja, ao mudar a unidade de medida, o número associado ao par varia, sem ter a

alteração do formato da superfície. Enquanto técnica, por exemplo, pode-se destacar o ladrilhamento.

A situação de produção de superfície é diferente das outras (comparação de área, medida de área e mudança de unidade de área) por adotar várias respostas corretas (FERREIRA, 2010). As produções de superfícies podem ser realizadas por meio de três maneiras, sendo elas: I) Produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada; II) Produção de uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada; III) Produção de superfícies de área dada.

A produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada (I) pode ser realizada por meio de duas estratégias: o ladrilhamento (procedimento numérico) e a decomposição e recomposição (procedimento geométrico). No primeiro caso, o sujeito deve adotar uma unidade de medida, após ladrilhar a superfície e em seguida contabilizar o total de ladrilhos. Com essa mesma quantidade de ladrilhos, o sujeito pode produzir outras superfícies, até com formatos distintos, mas tendo área igual. No segundo caso, o sujeito pode decompor a superfície inicial. Em seguida, é possível recompor os seus pedaços de modo a constituir uma nova superfície com a mesma área, mas tendo formato diferente ou igual.

A produção de uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada (II) pode ser conduzida por procedimentos geométricos e por procedimentos numéricos. Enquanto procedimentos geométricos, têm-se a construção de uma superfície no interior (ou no exterior) da superfície inicial. Ou seja, ao se construir uma superfície C no interior de uma superfície P é possível destacar que a área de C é menor que a área de P . Caso a superfície C seja produzida no exterior da superfície P , em tamanho e dimensões maiores que P , independente do seu formato, diz-se que a área de C é maior que a área de P .

De acordo com Silva (2016), outro procedimento geométrico que pode ser destacado é o de

[...] cortar uma parte da superfície inicial ou adicionar um pedaço a essa mesma superfície: esse procedimento também se justifica pela aditividade das áreas, no entanto ao contrário do procedimento anterior, a forma da superfície não é mantida, esse procedimento pode corresponder à distinção entre área e figura, e favorece também a distinção entre área e perímetro, uma vez que os alunos poderão visualizar que figuras diferentes podem ter mesma área e perímetros distintos e isso pode ocorrer reciprocamente (p. 36-37).

O procedimento numérico adotado para esse tipo de produção de superfície é o ladrilhamento e/ou cálculo. No caso do ladrilhamento, é possível contar a quantidade de ladrilhos da superfície inicial e elaborar uma superfície menor (com menos ladrilhos que a inicial) ou uma superfície maior (com mais ladrilhos que a superfície inicial). Quanto ao cálculo, o sujeito deve aplicar fórmula na superfície inicial para obter um número seguido por uma unidade de medida. Com essa informação, usando-se da mesma unidade de medida, em seguida, pode-se produzir superfícies maiores e menores.

De acordo com alguns pesquisadores (BALTAR, 1996; FERREIRA, 2010; SILVA, 2016), os sujeitos tendem a produzir as superfícies a partir do formato da superfície inicial. Mobilização essa que permite a verificação, por meio visual, da superfície produzida como maior ou menor ou igual.

Para a produção de superfícies de área dada (III), de acordo com Pachêco (2020), “[...] o mais provável é utilizar procedimentos baseados na contagem de unidades ou no uso de fórmulas de área” (p. 42).

O debate de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996) e Ferreira (2010) são retomadas para as análises dos resultados desta pesquisa.

Procedimentos metodológicos

A presente pesquisa adotou uma revisão sistemática da literatura (GALVÃO; PEREIRA, 2014; BRIZOLA; FANTIN, 2017). Selecionou-se textos defendidos e publicados de 2000 a 2020 na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações³ que abordassem a temática da área enquanto uma grandeza geométrica. Os critérios de inclusão estão expostos na Tabela 1.

Tabela 1 – Critérios de inclusão de textos das para análises dos resultados

Critérios de inclusão	Dissertações	Teses
Incluir textos que possuam a expressão “área de figuras planas” no título	17	1
Incluir textos que possuam a expressão “grandeza área” no título	0	0

³Integrou-se os textos que estavam presentes nesse repositório nos meses de setembro e outubro do ano de 2022. Época essa que foram conduzidas as buscas e formação do *corpus* de textos.

Incluir textos que possuam a expressão “área como grandeza geométrica” no título	1	0
Total	18	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Esses textos foram submetidos a três critérios de exclusões. Optou-se por eles para elaborar um *corpus* de texto que alcançasse a obtenção do resultado desta pesquisa. No primeiro critério, excluiu-se os textos duplicados. Notou-se que existia uma dissertação duplicada, assim o resultado dessa etapa correspondeu a 17 dissertações e 1 tese; no segundo critério, excluiu-se os textos que estavam anexados em categorias distintas de suas classes na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Notou-se que o texto anexado como uma tese era uma dissertação. Com isso, o resultado após a verificação foi definido em 17 dissertações e nenhuma tese; no terceiro critério, excluiu-se os textos que debatiam a área de figuras planas, porém sem foco enquanto uma grandeza geométrica. Observou-se que 12 dissertações abordavam esse conceito matemático sem ênfase como grandeza geométrica, resultando em 5 dissertações e nenhuma tese.

Diante dos critérios de inclusões e exclusões, têm-se os seguintes textos: Pessoa (2010), Carvalho (2012), Silva (2016), Oliveira (2017) e Kiefer (2020). Para a produção dos resultados, submeteu-se cada um deles em três momentos. No primeiro momento, discutiu-se cada pesquisa. Essa abordagem foi relevante para se compreender os elementos, diferenças e semelhanças das pesquisas; no segundo momento, identificou-se a presença de atividades e quais são as técnicas para resolvê-las. Esses dados são interessantes porque revelam as técnicas mais e menos usuais abordadas nas atividades sobre área de figuras planas contempladas nas pesquisas científicas; no terceiro momento, identificou-se qual a ênfase da discussão sobre área presente em cada pesquisa. Essas informações mostram o que as pesquisas científicas têm discutido sobre esse objeto matemático.

Resultados

As discussões sobre as pesquisas (PESSOA, 2010; CARVALHO, 2012; SILVA, 2016; OLIVEIRA, 2017; KIEFER, 2020) foram organizadas a partir dos três momentos descritos nos procedimentos metodológicos.

A luz da teoria das situações didáticas de Guy Brousseau, Pessoa (2010) investigou os procedimentos mobilizados por 100 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental quando resolviam atividades voltadas para o cálculo de área de figuras geométricas planas com o uso de malhas quadriculadas. A área foi discutida como uma grandeza geométrica (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989). Os resultados mostram que os alunos, que são de cinco escolas distintas da região metropolitana do Recife, ao serem submetidos a um teste de 14 questões, conseguiram responder com mais facilidades as questões que eram resolvidas com o uso do ladrilhamento (com quadradinhos). As questões que envolviam noções de decomposição, recomposição, fração e complementariedade de superfícies unitárias, alguns alunos não conseguiram lidar e obter adequadamente a resposta correta, assim apresentando acertos parciais e não totais. Nas questões que envolviam o procedimento de subtração de áreas, os alunos apresentaram dificuldades em encontrar a resposta.

Sob a ótica da teoria antropológica do didático de Yves Chevallard, Carvalho (2012) analisou como é proposto no Guia de Estudo do aluno do Programa Projovem Urbano o conteúdo de área de figuras geométricas planas. Os resultados apontam que o termo área está presente no material em vários sentidos e em diversos momentos nos distintos componentes curriculares. Na disciplina de matemática, a tarefa mais usual se trata da obtenção da área do retângulo, embora as técnicas de resoluções estejam presentes elas não são autoexplicativas. Nelas, percebeu-se a presença do bloco tecnológico-teórico, bem como elementos dos níveis superiores de codeterminação didática (sociedade, escola e pedagogia), pois é um conceito matemático que pode ser associado do contexto social para o educacional, por exemplo, trabalho da construção civil e situações problemas de cálculo de área.

Silva (2016) investigou como 12 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental respondeu situações sobre área de figuras geométricas planas em três ambientes: papel e lápis, *apprenti géomètre 2* e materiais manipuláveis sob a ótica da teoria dos campos conceituais. As situações aplicadas correspondiam a quatro classes de situações: comparação de área, medida de área e produção de superfície (BALTAR, 1996) e mudança de unidade de área (FERREIRA, 2010). Os resultados mostram que os alunos mobilizaram técnicas geométricas (inclusão, sobreposição, decomposição e recomposição) na comparação de áreas e produção de superfícies. Nas situações de medida de área e mudança de unidade de área, independentemente dos recursos usados, os alunos mobilizavam erros relacionados a aspectos numéricos. Dentre eles, a ideia de

que só é possível obter a área de uma figura geométrica plana se for possível ladrilha-la completamente com um número finito de superfícies unitárias do mesmo tipo. Nas situações de produções de superfícies, eles usaram ambas técnicas.

Oliveira (2017) investigou como é possível ensinar o cálculo de áreas de figuras planas irregulares com o uso *GeoGebra* para 29 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Para isso, adotou-se enquanto aporte teórico-metodológico a Engenharia Didática da primeira geração, em especial, uma sequência didática com seis questões. Os resultados mostram que alguns alunos mobilizaram dificuldades em definir área de superfície, diferenciar superfícies regulares das superfícies irregulares, calcular área com o uso de malha quadriculada, calcular área de superfícies quando dispostas um número seguido por uma unidade de medida, estimar área por meio do uso de malha quadriculada e estimar a área do mapa do estado de Minas Gerais usando a técnica de aproximação (por excesso ou por falta). Dentre essas atividades, os alunos apresentaram uma maior complexidade na última questão que solicitava a obtenção da área pela técnica de aproximação, seja pela falta ou por excesso.

Kiefer (2020) mapeou e analisou as produções sobre área de figuras planas, do nível tipo *stricto sensu* situadas na área de Ensino, publicadas no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT). Esse objeto matemático foi estudado enquanto grandeza geométrica (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989), assim como investigado pela ótica dos registros de representação semiótica, com ênfase nas apreensões figurais, de Raymond Duval. Os resultados mostram a importância que esse objeto matemático recebe pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e pela BNCC (BRASIL, 2018). Verificou-se que de 1998 a 2019 cinquenta e quatro pesquisas sobre área foram desenvolvidas no Brasil, com maior destaque para duas regiões: Sudeste e Nordeste. Dentre elas, trinta desenvolveram sequências didáticas (com atividades de comparação, medição, conversão de unidade de medida e produção de superfície) e também se apoiaram em outros materiais, tais como: cadernos de aula de alunos ou/e cadernos de professores ou/e livros didáticos ou/e micromundo ou/e orientações curriculares ou/e entrevistas ou/e aulas ou/e projetos ou/e questionários ou/e testes. As atividades de comparação de área são as mais usuais nas pesquisas, por elas propiciarem com mais ênfase a noção da composição, decomposição e reconfiguração de

superfícies, seja no âmbito tecnológico ou não possibilitando a noção de apreensões perceptiva, discursiva e operatória.

Dentre esses estudos, três deles (PESSOA, 2010; CARVALHO, 2012; SILVA, 2016) foram produzidos na Universidade Federal de Pernambuco, e um (OLIVEIRA, 2017) realizado na Universidade Estadual da Paraíba, ambas instituições de ensino superior situadas na região Nordeste do Brasil. Além disso, verificou-se um estudo (KIEFER, 2020) desenvolvido pela Universidade Federal de Santa Maria, localizada na região Sul do Brasil. Essas informações que são provenientes de uma revisão sistemática da literatura revelam que a temática área de figuras planas, enquanto uma grandeza autônoma, é mais apreciada pela região Nordeste do país.

Conforme mostra o Quadro 1, as atividades mais presentes nas pesquisas é a do tipo de medida de área. Embora seja relevante o trabalho com esse tipo de atividade no ambiente da sala de aula, concorda-se com Douady e Perrin-Glorian (1989) que é importante a dissociação entre a área e o número para não gerar conflito na construção do objeto matemático área, bem como a dissociação entre a área e a superfície.

Quadro 1 – Atividades sobre área de figuras geométricas planas

Autor(a)	Atividade	Tipo de atividade	Técnicas de resolução
Pessoa (2010)	Sim	Medida de área	Contagem de superfícies unitárias
			Uso de fórmulas
Carvalho (2012)	Sim	Medida de área	Ladrilhamento e uso de fórmula
Silva (2016) Kiefer (2020)	Sim	Comparação de área	Decomposição e recomposição, sobreposição e inclusão de superfícies, e ladrilhamento
		Medida de área	Contagem de superfícies unitárias
		Mudança de unidade de área	Contagem de superfícies unitárias
		Produção de superfície	Sobreposição e inclusão

Oliveira (2017)	Sim	Medida de área	Uso de fórmula, ladrilhamento e
-----------------	-----	----------------	---------------------------------

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Apesar das atividades de comparação de área e de produção de superfícies (BALTAR, 1996) e de mudança de unidade de medida de área (FERREIRA, 2010) serem menos frequentes nas pesquisas é válido frisar que elas contribuem, também, para a noção desse objeto matemático como uma grandeza geométrica. Nas atividades de comparação de área é possível trabalhar que superfícies distintas podem ter a mesma área (BALTAR, 1996), resultado que pode ser encontrado por meio de técnicas geométricas (decomposição, recomposição, inclusão e sobreposição, por exemplo) e técnicas numéricas (ladrilhamento, uso de fórmula, por exemplo).

As atividades de mudança de unidade de área possibilitam a distinção entre a área e o número (FERREIRA, 2010). Nesse contexto, ao alterar a unidade de medida é possível mudar o número. Por exemplo, 16 m^2 é a área de uma região. Ao medi-la em cm, a sua área corresponde a 1600 cm^2 . Observa-se que a área não foi alterada, mas a unidade de medida sim (de m para cm) e o número associado ao par foi alterado para fazer interligação a unidade de medida.

Nas atividades de produção de superfícies (BALTAR, 1996), que permitem várias respostas como corretas, e também como ocorre nas atividades de comparação de área, é possível explorar que diferentes superfícies têm a mesma área por técnicas numéricas (ladrilhamento e uso de fórmulas), bem como por técnicas geométricas (decomposição, recomposição, inclusão e sobreposição).

Entende-se que a diversidade de tipos de atividades pode contribuir para a ideia de área enquanto grandeza geométrica, bem como para a superação de entraves na construção do conceito de área descritos por Douady e Perrin-Glorian (1989) e debatidos em contextos mais recentes por Ferreira (2010), Silva (2016), Araújo (2018), Moura (2019) e Pachêco (2020).

Diante das discussões expostas, notou-se que as pesquisas (PESSOA, 2010; CARVALHO, 2012; SILVA, 2016; OLIVEIRA, 2017; KIEFER, 2020) discutem a área enquanto uma grandeza geométrica. Apesar disso, há um privilégio no debate de atividades voltadas para o aspecto da medida de área. O privilégio por esse tipo de atividade pode possibilitar a compreensão errônea de que no estudo da grandeza área as atividades sobre esse objeto matemático é obtido apenas por meio de técnicas numéricas

(ladrilhamento e uso de fórmulas). Essa mobilização de conhecimento se torna errada, pois é possível se obter resultados de atividades de área por técnicas geométricas (inclusão, sobreposição, decomposição e recomposição).

Esses dados mostram que a abordagem da área enquanto uma grandeza geométrica pode ser explorada com ou sem o auxílio de recursos tecnológicos no ambiente da sala de aula. Quanto a isso, destaca-se que o uso de recursos (manipuláveis, tecnológicos, etc.) deve ser integrado pelo professor nas suas aulas com finalidades pedagógicas visando contribuir para a aprendizagem do aluno. Usar recursos apenas como um fator de dinamização nas aulas não garante a aprendizagem do conteúdo para o aluno.

Essas pesquisas ao discutirem a área enquanto uma grandeza geométrica, sob a ótica de Douady e Perrin-Glorian (1989), reafirmam a discussão de estudar esse objeto matemático pela associação e diferenciação entre três polos: geométrico, numérico e grandezas. Concorde-se que o estudo da área enquanto uma grandeza geométrica pode possibilitar a superação de alguns entraves: I) que a área é apenas um número; II) que a área é associada ao formato da figura geométrica plana; III) que a área e o comprimento são objetos matemáticos iguais, por exemplo).

Considerações finais

Os resultados mostram que os cinco textos da revisão sistemática da literatura ao se apoiarem no estudo de Douady e Perrin-Glorian (1989) discutem as distinções entre a área e a superfície, assim como a área e o número. Além disso, apresentam atividades diversificadas e técnicas (geométricas e numéricas) de resoluções. Notou-se que quatro dos textos foram produzidos na região Nordeste e um na região Sul do Brasil.

Em relação aos tipos de atividades envolvendo a noção de área de figuras planas (comparação de área, medida de área, mudança de unidade de área e produção de superfície), verificou-se que Silva (2016) e Kiefer (2020) contemplam as quatro categorias. Dentre todos os tipos de atividades, a atividade de medida de área se encontra presente em todos os textos obtidos na revisão sistemática da literatura. As técnicas numéricas elucidadas pelos autores para resolver essas atividades foram: o ladrilhamento e as fórmulas. Embora existam atividades de comparação de área, mudança de unidade de área e de produção de superfícies, elas são menos presentes.

Os resultados desta pesquisa são relevantes porque expõem que a abordagem da área de figuras planas, especificamente nas atividades, está com mais ênfase voltada para o aspecto numérico. São priorizados a ideia de ladrilhamento e fórmulas em atividades desse objeto matemático.

Diante desses resultados, sugere-se que outras pesquisas investiguem como professores que lecionam matemática elaboram e/ou adaptam atividades sobre área de figuras planas. Uma outra sugestão de pesquisa, trata-se da análise dos conhecimentos mobilizados por alunos quando resolvem atividades de área em ambientes de geometria dinâmica.

Referências

ARAÚJO, J. C. **Como os alunos de 8º ano lidam com situações relativas à área de paralelogramos?:** um estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2018. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/34599>. Acesso em 2 nov. 2022.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 9, n. 3, p. 281-308. **La Pensée Sauvage**, 1988. Disponível em: <http://www.cfem.asso.fr/actualites/archives/RDM9.3M.ArtigueIngenierieDidactique.pdf>. Acesso em: 19 dez. 2022.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes:** une étude de l'acquisition des relations entre les longuers et les aires au collège. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, França, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em 13 dez. 2022.

BRIZOLA, J.; FANTIN, N. Revisão da literatura e revisão sistemática da literatura. **Revista de Educação do Vale do Arinos - RELVA**, v. 3, n. 2, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unemat.br/index.php/relva/article/view/1738>. Acesso em: 26 out. 2022.

CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da grandeza da área no figuras planas no guia de estudo do Projovem Urbano sob a ótica da teoria antropológica do didático**. Recife, 2012. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/12606>. Acesso em: 28 out. 2022.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n. 4, p. 387-424,

1989. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00315608>. Acesso em: 2 nov. 2022.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental:** estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais. 2010. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3972/1/arquivo206_1.pdf. Acesso em: 1 nov. 2022.

GALVÃO, T. F.; PEREIRA, M. G. Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. **Epidemiol. Serv. Saúde**, Brasília, v. 23, n. 1, p. 183-184, 2014. Disponível em: http://scielo.iec.gov.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1679-49742014000100018. Acesso em: 25 out. 2022.

KIEFER, J. G. **ÁREA DE FIGURAS PLANAS: UMA ANÁLISE DE PRODUÇÕES STRICTO SENSU.** 2020. 145 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) - Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2020. Disponível em: <http://repositorio.ufsm.br/handle/1/22633>. Acesso em: 21 out. 2022.

MOURA, A. P. **Área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental:** um estudo sobre aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido. 2019. 232 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/39289>. Acesso em 1 nov. 2022.

MOURA, A. P.; BELLEMAIN, P. M. B. A organização Local do Objeto Áreas de Figuras Planas no 6º ano do Ensino Fundamental Estabelecida por uma Professora. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 15, n. 38, p. 1-25. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12340/11266>. Acesso em: 16 dez. 2022.

OLIVEIRA, J. S. de. **A engenharia didática como referencial para a ação pedagógica reflexiva:** O caso da área de figuras planas irregulares com o GeoGebra. 2017. 121f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3121>. Acesso em: 27 out. 2022.

PACHÊCO, F. F. F. **O apprenti géomètre 2 como uma ferramenta tecnológica para a abordagem da grandeza área:** um estudo com licenciandos em matemática sob a ótica da gênese instrumental. 2020. 204 p. Dissertação (Mestrado em Educação matemática e tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/39830>. Acesso em: 29 out. 2022.

PESSOA, G. S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada:** influência de algumas variáveis. 2010. 146 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3944>. Acesso em: 24 out. 2022.

QUEVEDO, G. A. **Compreensão dos conceitos de Área e Perímetro:** um estudo de caso. 2016. 135 p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino da Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2016. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/149219/001005232.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 16 dez. 2022.

SANTOS, J. A. S. **Problemas de ensino e de aprendizagem em perímetro e área:** um estudo de caso com professores de matemática e alunos de 7ª série do ensino fundamental. 2011. 117 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Metodista de Piracicaba. Piracicaba/SP, 2011. Disponível em: https://www.unimep.br/phpg/bibdig/pdfs/docs/26092011_144051_jamile.pdf. Acesso: 14 dez. 2022.

SILVA, A. D. P. R. **Ensino e Aprendizagem de Área Como Grandeza Geométrica:** um estudo por meio dos ambientes papel e lápis, materiais manipulativos e no Apprenti Géomètre 2 no 6º ano do ensino fundamental. 2016. 317 f. Dissertação (Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação. Recife, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/17427>. Acesso em 27 out. 2022.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1990. Disponível em: https://gerardvergnaud.files.wordpress.com/2021/09/gvergnaud_1990_theorie-champs-conceptuels_recherche-didactique-mathematiques-10-2-3.pdf. Acesso em: 13 dez. 2022.

Recebido em: 21 / 12 / 2022
Aprovado em: 11 / 03 / 2023