

O USO DO CICLO DA EXPERIÊNCIA DE KELLY COMO IMPLEMENTADOR DE UMA PRÁTICA DE ENSINO

*José Arimatéa Rocha
Heloísa F. B. N. Bastos*

Resumo: Neste artigo, descrevemos a utilização do Ciclo da Experiência de Kelly para implementar uma prática de ensino de combinatória para alunos de licenciatura em matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco. Os resultados obtidos mostram que o ciclo kellyano possibilita práticas que induzem o raciocínio reflexivo por parte dos alunos e a interação entre eles.

Palavras-Chave: Combinatória, Teoria dos Construtos Pessoais, Ciclo da Experiência de Kelly.

INTRODUÇÃO

Atualmente, a concepção de educação como construção humana, baseada em posturas filosóficas de diversas perspectivas epistemológicas, tem gerado teorias que se propõem a descrever condicionantes para essas construções. Tais teorias determinam vários focos de análise relativos ao processo ensino-aprendizagem, os quais abordam questões concernentes ao trio aluno x saber x professor ou aos vários ambientes em que cada um desses elementos (ou de sua reunião) se coloca. Em vista disso, um novo campo do saber humano tem tomado forma, a partir da necessidade de determinar ações para o ensino de matemática

com base científica: A Educação Matemática. Dentre todos os objetos de estudo dessa disciplina, destaca-se aquele dedicado à formação do professor de matemática. D'Ambrósio cita uma pesquisa realizada por professores da UnB¹ em que foram elaboradas várias diretrizes para abranger tal objeto.

Dentre elas, colocavam-se os “estudos de como desenvolver, no futuro professor, conhecimentos substanciais e integrados, dentro da sua área, de como ele poderá desenvolver esses conhecimentos e quais nos futuros alunos” (1993 p. 14).

Por outro lado, para os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), um dos objetivos do Ensino Médio é o de “Desenvolver as capacidades de raciocínio e de resolução de problemas...”. (BRASIL, 1999, p.254). Ora, uma das maiores classes de problemas que surgem em matemática é a dos chamados problemas combinatórios. Estes, por sua vez, estão na base da teoria da probabilidade, uma das mais importantes teorias matemáticas do ponto de vista de sua aplicação. Pode-se afirmar que não há nenhum ramo da ciência moderna a não fazer uso dos cálculos combinatórios e probabilísticos. Esse fato evidencia-se pela introdução de seu conteúdo na formação de

biólogos, físicos, químicos, matemáticos, economistas, engenheiros, etc.

Recentemente, uma tendência notada é que cada vez mais o conteúdo das noções de Combinatória e Probabilidade tem se deslocado para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental. Esse deslocamento, apesar de embrionário, parece indicar a retomada do ponto central do ensino deste conteúdo, a saber, a aprendizagem da noção de contagem em seus diversos enfoques. Contudo, em um estudo recente sobre a aprendizagem de Análise Combinatória por parte de licenciandos em matemática (ROCHA, 2006), comprovamos a necessidade de trabalhar tal conteúdo com tais sujeitos, futuros autores de seu ensino. Nesse sentido, pensamos em desenvolver estudos visando apontar alternativas que respondessem à questão sobre novas técnicas de ensino para aquele conteúdo entre licenciandos em Matemática. Encontramos, no chamado Ciclo da Experiência de Kelly, (CEK) um “modus operandi” à altura de nossa preocupação inicial.

Neste artigo, objetivamos descrever o uso do CEK como implementador de técnicas educacionais para licenciandos em matemática, de modo a permitir

¹Universidade de Brasília

aprendizagem significativa em conteúdos matemáticos e seu ensino. No caso, o conteúdo matemático trabalhado foi o de Análise Combinatória.

A seguir, descreveremos as bases teóricas da Teoria dos Construtos Pessoais de G. Kelly, que suportam a construção do CEK, base de nossa pesquisa.

ATEORIA

George A. Kelly foi graduado em Matemática e Física, mestre em Sociologia Educacional e doutor em Psicologia, tendo uma vasta experiência em hospitais psiquiátricos americanos. Em sua obra, fundem-se uma postura filosófica (o Alternativismo Construtivo) e uma teoria da personalidade, a Teoria dos Construtos Pessoais (TCP). O ponto de partida são o homem e o mundo em que se encontra. Para Kelly (1963), “o universo está realmente existindo e o homem está gradualmente compreendendo-o”. Além disso, há, por parte dele, a hipótese eminentemente física de que “o universo pode ser medido ao longo de uma dimensão temporal” (p.124). Ele vê o homem como um “homem-cientista”, que busca prever e controlar o fluxo de eventos em seu entorno (MOREIRA, 1999).

Sua noção central é a de construto. Para ele, os construtos são pautas de trabalho criadas pelo homem para a análise do mundo, são construções semelhantes àquelas criadas pelos cientistas como teorias explicativas em contínuo processo de evolução. Assim, por exemplo, um conceito como o de “ensinar combinatória” é visto por Kelly como multidimensionalmente formado por construtos que permeiam o conjunto de possibilidades que um professor desse conteúdo tem para criar suas pautas de trabalho quanto ao ato de efetivamente executar esse ensino. No quadro 1, resumimos a TCP, matematicamente organizada em um postulado e 11 corolários.

Quadro 1: Resumo da Teoria de Kelly (Fonte: Adaptação de Moreira, 1999)

POSTULADO FUNDAMENTAL: Os processos de uma pessoa são psicologicamente canalizados pelas maneiras nas quais ela antecipa os eventos.	
Corolário da Construção: Uma pessoa antecipa os eventos construindo suas réplicas.	Corolário da Individualidade: As pessoas diferem umas das outras nas suas construções de eventos.
Corolário da Organização: Cada pessoa, caracteristicamente, desenvolve, para sua conveniência, na antecipação de eventos, um sistema de construção, incorporando relações ordinais entre construtos.	Corolário da Escolha: A pessoa escolhe para si aquela alternativa, em um construto dicotomizado, por meio da qual ela antecipa a maior possibilidade de extensão e definição de seu sistema de construção.
Corolário da Dicotomia: O sistema de construção de uma pessoa é composto de um número finito de construtos dicotômicos.	Corolário do Âmbito: Um construto é conveniente apenas para a antecipação de um âmbito limitado de eventos.
Corolário da Modulação: A variação no sistema de construção de uma pessoa é limitada pela permeabilidade dos construtos dentro dos âmbitos de experiência em que as variantes se situam.	Corolário da Comunalidade: Na medida em que uma pessoa emprega uma construção da experiência que é similar àquela empregada por outra pessoa, seus processos psicológicos são similares ao da outra pessoa.
Corolário da Fragmentação: Uma pessoa pode empregar, sucessivamente, uma variedade de subsistemas de construção que são inferencialmente incompatíveis entre si.	Corolário da Sociabilidade: Na medida em que uma pessoa constrói os processos de construção de outra, ela pode ter um papel em um processo social envolvendo a outra pessoa.
Corolário da Experiência: “O Sistema de Construção de uma pessoa varia quando ela sucessivamente constrói réplicas de eventos”	

Como notamos, seu postulado fundamental mostra o peso da metáfora do homem-cientista em sua teoria. O Corolário da Construção, por exemplo, menciona que as pessoas interpretam a realidade, fazem antecipação, elaboram suas construções mentais dessa realidade, de modo semelhante às abordagens dadas por cientistas em seu processo de investigação. Por sua vez, nesse caminhar, cada cientista é único, embora possa compartilhar informações com outros colegas de pesquisa, paralelo para nós evidente com o que propõe o Corolário da Individualidade. Como modo de aplacar os conflitos que ocorrem nessa construção, as pessoas agrupam seus elementos -os construtos - segundo relações de ordenação ou subordinação (Corolário da Organização), formando um número finito de construções dicotômicas (Corolário da Dicotomia), escolhendo, nessa dicotomia, aquele construto com o qual ele antecipa o maior número de eventos, segundo o Corolário da Escolha.

Por outro lado, cada construto tem um “locus” de atuação (Corolário de Âmbito); a cada momento, o sistema de construtos de uma pessoa varia em função de sua permeabilidade (admissão ou não de elementos novos), podendo ser fragmentado em subsistemas incompatíveis entre si (Corolário da Modulação e da Fragmentação).

Os corolários acima apresentados parecem inseridos no contexto da internalidade de cada pessoa. A questão da interação entre pessoas é contemplada nos Corolários da Comunalidade e da Sociabilidade. Em nossa leitura da teoria de Kelly, as considerações sobre aprendizagem humana são mais bem referidas quando consideramos o Corolário da Experiência, o qual passamos a destacar.

A teoria de Kelly não é, a princípio, voltada para considerações educativas. Ela é uma teoria da personalidade e, como tal, tem seu foco dirigido para o indivíduo, sua estruturação como pessoa.

A experiência é considerada por seu autor como resultado das sucessivas construções e reconstruções da pessoa, da perturbação de seus sistemas de construtos por esse processo. Essas variações podem dirigir o sistema a uma estabilidade, tornando-o mais resistente a uma modificação ou provocar novas variações no mesmo. Revisando, o corolário da experiência diz que “o sistema de construção de uma pessoa varia quando ela sucessivamente constrói réplicas de eventos” (KELLY, 1975 apud BASTOS, 1992, p. 17, tradução livre). Ou seja, as pessoas ajustam sua compreensão às realidades na medida da ocorrência de suas experiências. Na concepção kellyana, a aprendizagem ocorre segundo um ciclo que é determina-

do por cinco momentos: Antecipação, Investimento, Encontro, Confirmação ou Refutação e Revisão Construtiva.

Esse ciclo, chamado Ciclo da Experiência Kellyana (CEK), contém a essência da sua teoria para o conceito de aprendizagem nos moldes construtivistas. Para Kelly,

“Aprendizagem não é uma classe especial de processos psicológicos; ela é sinônima de cada um e de todos os processos psicológicos. Não é algo que ocorre com a pessoa ocasionalmente, mas o que a torna uma pessoa em primeiro lugar”.
(Tradução Livre) (KELLY, 1963, p. 75).

Ao longo de nosso percurso metodológico, descreveremos também tais etapas do Ciclo Kellyano.

OMÉTODO

Nosso planejamento foi determinado pela preocupação de dirigir ações a serem executadas pelos alunos, de modo que lhes permitissem refletir sobre o ato de ensinar aquele conteúdo, planejar e apresentar uma aula sobre ele, além de interagirem entre si sobre todo esse processo. As etapas do CEK deveriam ser planejadas nessa direção. A metáfora do homem-cientista, proposta por Kelly, impõe-nos um modo de olhar o processo educativo como um todo, uma vez que “o universo está realmente existindo e o homem está gradualmente compreendendo-o” (Moreira 1999). Esse fato nos obrigou a dirigir nossa ação na pesquisa de modo a constantemente estarmos revendo nossas observações sobre todo o processo.

Ainda mais, a concepção kellyana contra-ataca o determinismo vigente em certas teorias

psicológicas de aprendizagem que põem o homem como refém do meio. Para Kelly, o homem reconstrói sua visão de mundo, em um processo aproximativo de ajustes, segundo moldes (os construtos) hierarquizados e que podem ser compartilhados socialmente. Isso implicou pensarmos ações para as etapas do Ciclo que permitissem o maior grau de sociabilização possível em cada etapa, privilegiando também a reflexão individual sobre a prática proposta.

Os sujeitos da intervenção foram os alunos da disciplina Fundamentos da Matemática, do 4º período do Curso de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco durante o semestre letivo de 2005.2. A turma era composta de 22 alunos (as), com idade entre 20 e 32 anos, e foi submetida, ao longo do semestre, a um conteúdo que, partindo da Axiomática de Peano, descreveu os Naturais e, em seguida, fez a construção formal do Anel dos Inteiros. O conteúdo de Análise Combinatória foi introduzido como necessário após aplicarmos um pré-teste aos alunos, sob o argumento de verificarmos suas aprendizagens em relação a problemas de contagem. Ele foi elaborado de modo que não contivesse termos da linguagem comum que permitissem interpretação dúbia, como pares, comissões, agrupamentos, etc, tendo sido aplicado sem conhecimento prévio de sua realização, por parte da turma, sob o argumento de investigar como ela se encontrava em relação àquele conteúdo tão importante para o ensino. Os resultados obtidos também foram usados para defender essa intervenção. Dessa forma, foi conduzido o processo de estabelecimento de um contrato pedagógico para a intervenção adequado à pesquisa, até onde podemos perceber. Tal pré-teste, em nossa intenção pedagógi-

ca, já era a primeira etapa da antecipação e consta no anexo I. Para Kelly, a antecipação é o momento em que se devem desenvolver situações para que o aluno pense sobre as aprendizagens desejadas. Daí pensarmos como um outro momento dessa etapa (Antecipação 2) uma Conferência participativa sobre minha experiência pessoal na aprendizagem e ensino da Combinatória e na entrega dos textos para leitura. Tais textos foram o capítulo sobre Situações Didáticas do texto de Freitas (1999), o capítulo 3 da dissertação de Dornelas (2004) sobre o uso do Princípio Multiplicativo na resolução de problemas, o artigo de Loureiro (1997) e os capítulos 22 e 23 da apostila do Projeto Rumo à Universidade² (2005). Devido ao tempo dedicado à intervenção, apenas o texto sobre situações didáticas foi discutido em classe como tarefa da etapa seguinte do CEK, sendo os demais textos considerados alternativos, no sentido de não haver de nossa parte obrigatoriedade de sua discussão.

A etapa do investimento foi dirigida para embasar os conhecimentos necessários para a etapa seguinte: o encontro com o acontecimento. Pensamos então:

Investimento I: Aula tradicional sobre aquele conteúdo como modo de uniformizar a linguagem.

Investimento II: Distribuição e discussão do texto sobre situação didática em sala de aula e sensibilização para a leitura dos textos alternativos.

Investimento III: Estudos individualizados sobre associação de problemas combinatórios, usando como critério apresentarem o mesmo tipo de solução.

No Encontro com o Acontecimento, dividimos a turma em dois grupos, chamados Grupo Mestre (GM) e Grupo Aluno (GA), em que o primeiro elaboraria uma atividade

² “Rumo à Universidade” é um projeto criado através da parceria da Secretaria de Educação e Cultura de Pernambuco (Seduc-PE) com as universidades públicas do Estado, o qual tem como objetivo aumentar o aprendizado do estudante, auxiliando-o no seu ingresso na universidade através de aulas e simulados.

de ensino para o segundo, deixando-os livres para decidirem o formato segundo o qual eles dirigiriam sua ação para o ensino daquele conteúdo.

Confirmação ou Refutação: é o momento em que se validará ou não a hipótese sobre o evento. Decidimos aplicar as questões do pré-teste como pós-teste.

Na Revisão Construtiva, pretende-se sedimentar os conhecimentos obtidos pelos alunos. Encarregamos GM e GA de elaborar, cada um, uma avaliação, objetivando que cada um verificasse a compreensão que o outro tinha do conteúdo trabalhado.

A intervenção ocorreu após estudarmos as conseqüências da axiomática de Peano para os Naturais e se deu conforme calendário da disciplina, em que cada etapa durou o tempo normal de aula (1 hora e 40 minutos). Nosso pressuposto metodológico básico foi o de que o formato dado pelo CEK fornecia uma estruturação para que os sujeitos, ambientados segundo suas etapas e com o propósito de refletirem sobre suas ações de ensino, elaborassem um plano de ensino e apresentassem uma aula, agindo como se professores fossem, construindo assim uma aprendizagem significativa sobre resolução de problemas combinatórios. Ressaltamos ainda que o caráter qualitativo da pesquisa enfatizou nossa visão do conhecimento, a qual prioriza procedimentos descritivos que, pela sua subjetividade e dinamicidade, produzam uma compreensão contingente e negociada. Nesse sentido, os dados quantitativos foram considerados de forma crítica, na direção do trabalho de Bogdan e Biklen (1994).

RESULTADOS

• *Antecipação (Primeira Parte)*

Participaram do pré-teste 16 alunos, dos quais selecionamos sete para análise, nomeados pelas letras

A, B, C, D, E, F e G. É importante ressaltar que o critério de escolha dos sujeitos foi o da participação em todas as fases da intervenção.

O pré-teste, elaborado com cinco questões de combinatória, sendo a primeira dividida em dois itens, mostrou-nos a necessidade da intervenção, devido ao relativamente pequeno acerto por questão no grupo pesquisado (em torno de 50%, retirando-se a questão 2, para a qual houve 71% de percentual de acertos). Em uma simulação de notas, supondo cada questão com peso 2, e considerando apenas certo ou errado, dois dos sujeitos pesquisados tirariam nota zero, um tiraria nota quatro, um tiraria nota seis, um tiraria nota oito e dois tirariam nota dez, o que representaria uma distribuição de notas aceitável, não fosse o fato de que aquele conteúdo deverá ser ensinado por aqueles sujeitos, futuros professores.

Consideradas as estratégias usadas para a resolução dos problemas no pré-teste, observamos ainda o caráter dominante do uso do Princípio Multiplicativo como estratégia mais escolhida. Seu uso como estratégia com sucesso na efetiva resolução dos problemas ficou para segundo lugar, mas esse fato é decorrente de que, em princípio, o uso dessa estratégia, em todos os problemas demandaria um processo de “desconstrução” do princípio multiplicativo, no sentido que indicaremos mais adiante.

• *Antecipação (Segunda Parte)*

Na primeira fase do CEK, as pessoas geram expectativas acerca dos eventos e levantam hipóteses a eles relacionadas. Daí termos dirigido nossa intenção pedagógica, nessa ocasião, para construir atividades que provocassem nos sujeitos expectativas sobre o ensino-aprendizagem da Combinatória.

Organizamos, então, uma

apresentação de nossa experiência pessoal de ensino, enfocando nossas dificuldades iniciais naquele conteúdo, uma vez que não o tínhamos visto nos anos de ensino médio, nem em nossa formação na universidade. Indicamos, ainda, as perspectivas para o seu desenvolvimento enquanto teoria matemática, sua relevância para o ensino, a história e o modo como ele vem sendo ensinado. Fizemos isso nos moldes de uma aula estilo conferência participativa em 15/09/2005. Nessa ocasião, provocamos os alunos para que relatassem suas experiências sobre o tema, havendo como que uma concordância geral sobre sua importância para o ensino. Alguns alunos, contudo, reclamaram de falta de interação dele com outros meios de ensino, sendo sugerido, por exemplo, o uso do computador.

Ao final, colocamos nossa idéia de realizar uma intervenção em sala voltada para o ensino de combinatória, em que a turma simularia uma situação de ensino, elaborando um plano de ensino e apresentando uma aula sobre esse conteúdo, procedendo como se os alunos fossem professores-em-ação. Nossa atuação seria de supervisores do processo. Esclarecemos que não haveria prejuízo para o conteúdo da disciplina, pois, de qualquer forma, já havíamos previsto o ensino daquele conteúdo em nosso plano de curso.

Passamos uma ata solicitando uma confirmação ou não daqueles alunos interessados em participar do evento. Estavam presentes 22 alunos e todos concordaram com a idéia. Finalizamos distribuindo os textos previstos em nossa metodologia, destacando a importância da leitura do artigo sobre situações didáticas (FREITAS, 1999). Com isso, enfatizávamos nossa preocupação de que deveríamos sugerir ao grupo alguma possibilidade de discutir a didática, tomando como referencial a Teoria das Situações

Didáticas (TSD) elaborada por Brousseau (1997).

• *Investimento*

Nos termos do CEK, devemos considerar a fase de investimento como o momento para que os alunos fundamentem suas construções. De nossa perspectiva, e de acordo com a metodologia adotada, consideramos como relevante para essa fase salientarmos o formalismo do conteúdo trabalhado, mostrando que sua essência estava no Princípio Multiplicativo, de que derivavam as demonstrações das fórmulas de Arranjo, Combinação e Permutação. Durante a aula, com exceção do exemplo motivador do Princípio Multiplicativo, não foram resolvidos problemas de contagem. Tal tarefa foi confiada aos alunos, com a resolução dos problemas propostos nos textos distribuídos. Salientamos a pergunta clássica sobre ordem feita pelo Aluno B, que propicia a dicotomização Arranjos X Combinação, bem como a completa ausência de participação do resto da turma no sentido de questionar os conceitos e resultados vistos ou o processo de ensino elaborado. Reforçamos, ainda, as leituras dos textos alternativos distribuídos com a turma (capítulo 3 da dissertação de Dornelas (2004) e o artigo de Loureiro (1997) sobre os sentidos da multiplicação).

Consideramos a segunda fase do investimento muito importante, por acharmos nela uma possibilidade de ruptura do contrato tradicional que o ambiente da disciplina proporcionava. Daí termos organizado a turma em círculo e, após fazermos considerações gerais sobre a importância de uma teoria didática para o ensino de matemática, caracterizamos a T.S.D. e passamos a discutir o texto sobre situações didáticas (FREITAS, 1999), a partir de uma leitura comentada com revezamento de leitor e freqüentes esclareci-

mentos dos termos e raciocínios usados pelo autor. Foram levantadas questões sobre a dificuldade de utilização da teoria por conta dos condicionantes externos ao processo de ensino (turmas grandes, excesso de carga horária, baixos salários). Replicamos com o argumento de que a existência de qualquer teoria científica não implica um uso social imediato dela, mas sua inexistência implica a impossibilidade das mudanças possíveis por ela demandadas. Solicitamos dos alunos a preparação de um plano de ensino para a aula do encontro com o acontecimento.

Como tarefa adicional para a terceira etapa do investimento, escolhemos uma que nos permitisse investigar os conhecimentos prévios dos sujeitos quanto às suas formas de categorizar as estratégias para a resolução de problemas combinatórios. Propusemos, então, que associassem, dentre um grupo de dez problemas, aqueles que considerassem como tendo o mesmo tipo de solução. Pedimos ainda que justificassem a associação feita, explicando que as categorias obtidas não precisavam ser disjuntas (um mesmo problema poderia constar em duas ou mais associações. (Anexo II)). Note-se que tais problemas contêm conceitos da linguagem coloquial, ao contrário daqueles cobrados no pré-teste. Com isso, estávamos propondo um certo retorno aos problemas verbais, inserindo o contexto corrente dos livros didáticos sobre combinatória e impondo aos alunos uma situação próxima da realidade vivenciada pelos professores desse conteúdo. Gargalho & Cánovas (in MINGUET, 1998, p.169) citam que “deve formular-se a apresentação dessas situações-problema como objetivo para ativação dos conhecimentos prévios que estão relacionados com o conteúdo conceitual das atividades de

ensino-aprendizagem empreendidas”.

Sabemos ser a exigência da caracterização dos problemas uma questão difícil, até mesmo para professores experientes no conteúdo de ensino proposto. Entretanto, pensar sobre esse tipo de situação é mais uma forma para que os alunos reflitam sobre a sua ação, oferecendo diretrizes para que eles, incorporando as funções de professores, organizem suas situações de ensino. Essa é uma constatação em nossa experiência docente.

A análise prévia dos resultados obtidos nessa categorização mostra que a maior parte dos alunos (85,7%) determinou categorias disjuntas para as estratégias, fazendo verdadeiras partições do conjunto de problemas propostos. Um único aluno (G) incluiu um elo de ligação entre grupos de categorias diferentes.

• *Encontro com o Acontecimento*

Os construtos de uma pessoa são considerados, na abordagem kellyana, como hipóteses de trabalho, as quais, em um processo de revisão, sempre estão em confronto com suas experiências. Gargalho & Conovas (in MINGUET, 1998, p.54) propõem ser a própria experiência “conformada por construções sucessivas de acontecimentos”.

Na terceira etapa do CEK, o indivíduo é levado a construir réplicas dos eventos, possibilitando ou não sua validação pelas suas estruturas internas de cognição. Na intervenção proposta em nosso estudo, essa etapa do ciclo já havia sido deflagrada quando solicitamos aos sujeitos que confeccionassem uma seqüência de ensino para a combinatória, o que está de acordo com a idéia de Kelly quanto à não-disjunção das etapas do ciclo.

Em continuação ao cronograma da intervenção, ocorreu em seguida o “encontro com o acontecimento”: uma aula dirigida e ministrada

pelos sujeitos da pesquisa, como se fossem “professores-em-ação”.

Negociamos o processo na aula anterior ao encontro. Nela, ficou decidida a formação de dois grupos de trabalho: um dos grupos responsável por ministrar uma aula, como se fossem professores-em-ação, é aqui designado GM. O outro grupo, agindo como alunos-em-ação, é aqui designado GA. Do grupo GM participaram os sujeitos A, F e D e outro Y, não pesquisado, mas que participou ativamente no dia do encontro. Estavam presentes 14 alunos, inclusos os sujeitos não pesquisados. Resumimos, no anexo IV, o que ocorreu nesse encontro. Como dados significativos, consideramos, inicialmente, a interação entre GM e GA, a qual coloca um dado novo na relação professor x aluno: em vez de dono do conhecimento, o professor, agora, torna-se parceiro do aluno para construí-lo.

Mais ainda, o comportamento participativo do GA é evidenciado também ao ser observado que seus componentes escreviam as soluções no caderno, comportando-se como se fossem “alunos-em-ação”, havendo a confirmação de que aqueles sujeitos acataram essa fase do CEK. Houve, de fato, um “encontro com o acontecimento”, mesmo por parte do grupo não pesquisado. No instante (16:10), encontramos na metáfora “desorganizar”, usada por Y, a revelação de um sentido, para nós novo, no conceito de combinação.

A dinâmica usada por Y, qual seja a de escolher três alunos da sala para demonstrar como escolher dois deles de forma ordenada ou não, a participação ativa do GA, o uso insistente do termo desorganizar com a correspondente ação por parte dos alunos chamados para a dinâmica (A, B e C), conduziram-nos a repensar a importância significativa do adjetivo posposto ao substantivo aprendizagem, ocorrendo aí o despertar do nosso

olhar para o termo “desorganizar”.

Encontramos, nessa ocasião, recomendações dadas por Lima (2004, p. 111) sobre o ensino de combinatória: “aprenda e faça com que seus alunos aprendam com os erros”.

Nas considerações levantadas por Y, nos instantes (25:00) e (26:00), notamos a preocupação de um professor quanto à pertinência do conteúdo abordado em relação ao quando fazê-lo: era um “professor-em-ação” questionando a si e a seus colegas sobre condicionantes dessa ação. Tem-se aí, segundo nossa consideração, a essência do conceito de consistência do construto contido nos corolários da permeabilidade e da fragmentação da Teoria de Kelly, uma vez que Y estava implementando um padrão de conduta que incorporava a função de professor em suas dimensões cognitiva, comportamental e afetiva.

A participação do aluno B (25:05), a solução do aluno G (33:10) para uma classe de problemas excluída da nossa preocupação inicial (permutações com repetição) trouxeram à tona a idéia de que o grupo tinha obtido um diferencial de compreensão de combinatória, suficiente para obter sucesso na realização do pós-teste! Isto é, enquanto pesquisadores engajados na Teoria de Kelly, justificávamos naquele momento um dado para ele essencial: a antecipação de eventos como modo de canalizar nossas escolhas.

Finalmente, a participação do aluno A, ao assumir a condução da aula, ratifica o empenho do grupo quanto ao objetivo declarado para a intervenção, “trazer problemas de interesse para o aluno” (37:00) e remete-nos à idéia de contextualização do saber, enquanto a consideração sobre a necessidade das fórmulas, para problemas com números muito grandes, dá à proposta de ensino do grupo GM um todo coerente e indicativo de avanços na compreensão de combinatória por parte do grupo pesquisado. Essa confirmação ou não foi o objetivo da próxima etapa do CEK.

• **Confirmação ou Refutação**

Nessa fase da pesquisa, usamos como instrumento de análise os mesmos problemas propostos no pré-teste da intervenção. Resumimos no Quadro 2, a seguir, os resultados obtidos, já em comparação com o pré-teste.

Quadro 2: Pré-Teste X Pós-Teste da Intervenção segundo CEK

P R O B L E M A S	PRÉ-TESTE X PÓS-TESTE												%			
	A		B		C		D		E		F				G	
	P E	P S	P E	P S	P E	P S	P E	P S	P E	P S	P E	P S	P E	P S		
1*	T	R	T	R	T	R	T	R	T	R	T	R	R	R	42,6	100
1b	T	T	T	T	T	R	R	R	R	R	T	R	R	R	42,6	71
2	T	R	T	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	R	71	100
3	T	R	T	T	R	R	T	T	R	R	T	R	R	R	42,6	71
4	T	R	T	R	R	R	R	T	R	R	T	R	R	R	57	85,7
5	N	R	T	R	R	R	T	N	R	R	R	R	R	R	57	71
Q/ O	0%	83%	0%	67%	67%	100%	67%	50%	100%	100%	33%	83%	100%	100%		
Tempo gasto	39	20	20	26	38	20	25	21	29	39	29	21	18	24		

A análise dos resultados obtidos mostrou um desempenho melhor do grupo em todos os problemas propostos, com exceção do aluno D. Ademais, o tempo total gasto na realização dos problemas pelo grupo diminuiu de 198 minutos para 171 minutos.

Os resultados por aluno mostram também avanços expressivos: A saltou de 0% de acertos no pré-teste para 100% no pós-teste. Enquanto B, de 0% para 67%. Todos os demais alunos, exceto um, tiveram avanços ou perma-

neceram com seus resultados na passagem do pré-teste para o pós-teste.

• *Revisão Construtiva*

Durante o encontro com o acontecimento, obtivemos indicativos de avanços na compreensão do conteúdo da intervenção por parte dos alunos pesquisados. Na fase seguinte do CEK, referendamos tal constatação. Isto é, a elaboração de seqüências didáticas, por parte do grupo pesquisado, e sua efetivação como prática de ensino propiciaram avanços na construção do conhecimento em Combinatória dos sujeitos da pesquisa.

Para a última fase do CEK - a revisão construtiva -, pensamos em como dirigir a pesquisa, de modo a consolidar tais avanços e a "aumentar o repertório de construtos" (KELLY, 1963, p. 9) dos alunos pesquisados. Estes, como referimos, estavam como se fossem "professores-em-ação". Daí termos considerado uma ampliação do processo em curso, pondo os alunos em uma situação de ensino, fundamental nesse processo: o de elaborar um instrumento de avaliação.

No último encontro da intervenção, dividimos o grupo-classe em dois conjuntos de alunos, de modo que os grupos GM e GA estivessem em conjuntos distintos. Em seguida, dirigindo-nos aos dois grupos, solicitamos que elaborassem um instrumento de avaliação do conteúdo trabalhado. Sugerimos, também, que esse instrumento contivesse quatro questões de resolução aberta, nos moldes do Pré-teste. Deixamos os grupos livres para direcionarem suas ações, limitando o tempo de elaboração a trinta minutos.

Observamos que, em cada conjunto de alunos, os grupos GM e GA tiveram participação ativa. O sujeito F escreveu a redação do conjunto de alunos em que GM estava incluso. Analogamente, o

sujeito C redigiu a avaliação proposta pelo conjunto de alunos em que GA se incluía. Cada conjunto de alunos elaborou, como instrumentos de avaliação, um teste com quatro problemas de resolução aberta, designados aqui por T_1 e T_2 , respectivamente. O tempo gasto para tal elaboração foi de vinte minutos. Ato contínuo, solicitamos que cada conjunto de alunos resolvesse o teste proposto pelo outro conjunto de alunos. (Os testes elaborados estão indicados no Anexo IV).

Deixamos o resto do tempo livre para que o conjunto de alunos elaborasse a solução dos problemas propostos. O grupo que redigiu a solução do T_1 gastou vinte e dois minutos nessa resolução. O outro grupo de alunos gastou vinte e oito minutos para tal. Os alunos foram liberados após a entrega dos protocolos de resolução para nossa consideração e análise.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Analisamos a compreensão dos conceitos de combinatória e seu uso por parte dos licenciandos em uma situação em que se fez a simulação do que acontece, normalmente, no processo de ensino deste conteúdo. Caracterizamos, inicialmente, o ambiente em que tal situação ocorreria (no transcurso da disciplina Fundamentos da Matemática), os sujeitos cuja aprendizagem investigaríamos (os alunos da disciplina) e o procedimento metodológico adotado como suporte: o uso do CEK.

A aula, organizada pelo Grupo Mestre (GM) e a participação dos demais alunos mostraram uma realidade bem mais dinâmica do que aquela vista na elaboração dos planos de aula: um todo integrado, com participação ativa dos sujeitos pesquisados e determinando significados para o processo de contagem, antes não observados pelo pesquisador: a idéia de desordenação associada à divisão

análoga à idéia de ordenação associada à multiplicação. Foi instituído em aula um "princípio da divisibilidade" (para elaborarmos uma paródia com princípio multiplicativo).

O pós-teste mostrou claramente os avanços efetivados pelos sujeitos do grupo pesquisado, tanto na resolução por questão, por parte do grupo, quanto na realização da "prova" por cada aluno. O resultado negativo apresentado por D na questão 4 pode ser considerado como uma distração sua, tendo em vista suas soluções dadas a problemas semelhantes.

Na revisão construtiva, tivemos a oportunidade de observar os sujeitos em situação de elaboração de uma prova. Ambas as provas elaboradas (T_1 e T_2) foram consideradas como mais difíceis que o pós-teste por três professores de matemática do ensino médio.

Todas as questões foram corretamente resolvidas pelo grupo, em uma situação em que observamos sua construção e resolução, notando a participação efetiva dos sujeitos pesquisados, inclusive em suas redações!

Diante da análise considerada, constatamos, pois, um aumento de compreensão dos conceitos de combinatória e seu uso na resolução de problemas de combinatória.

As evidências notadas durante a intervenção apontam nosso olhar para os seguintes fatos: A interação entre os grupos GA e GM, durante o Encontro com o Acontecimento, é indicativa de que a idéia de colocar os licenciandos como autores do processo de ensino é uma estratégia de formação a ser considerada nos cursos de licenciatura;

Na hipótese de termos que escolher um momento de destaque para a intervenção, considerariamos aquele em que o sujeito Y, no papel de professor, colocou a metáfora "temos que desorganizar" durante o Encontro com o Aconte-

cimento. Sentimos, naquela ocasião, um redescobrir de significado perdido no ensino fundamental para a noção de contagem: aquele associado à divisão. Estratégias de ensino para retomar essa busca, naquele nível de ensino, devem ser motivados de outras pesquisas pelos educadores.

Em suma, o uso do CEK para conduzir as ações da pesquisa durante a intervenção permitiu-nos implementar uma dinâmica condizente com as condições de

reflexividade crítica e de (re)construção permanente supostas na Teoria dos Construtos Pessoais: nossa conferência participativa e a discussão sobre situações didáticas (Anexo 3) trouxeram considerações diversas sobre os atos de ensinar e de aprender, a relação entre esses atos, seus pressupostos epistemológicos, a importância de se pensar a aprendizagem de um conhecimento específico incluído numa proposta científica para uma didática sobre

ele e a necessidade de uma tomada de posição filosófica sobre essas considerações. Ainda mais, o formato imposto ao longo das etapas do CEK, requisitando tarefas de interação entre os alunos, tais como, a formação dos grupos GM e GA e a revisão construtiva em que um grupo elaborou e corrigiu uma avaliação para o outro grupo, permite-nos falar que o processo de organização da aprendizagem observada foi intrinsecamente colaborativo por parte dos alunos.

Referências Bibliográficas

BASTOS, H.F.B.N. **Changins teacher's practice: towards a constructivist methodology of physics teaching.** Tese de doutorado. Inglaterra: University of Surrey 1992.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais, 3. ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília: 1999.

D'AMBRÓSIO, B.S. **Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio.** In Pro-Posições. v.4, nº 1 (10). São Paulo: Cortez, 1993. p.35-41.

DORNELAS, A.C.B. **O princípio multiplicativo como recurso didático para a resolução de problemas de contagem.** 2004. 128f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2004.

FREITAS, J. L. M. Situações didáticas. In **Educação Matemática – Uma introdução.** Série Trilhas, São Paulo: EDUC, 1999.

KELLY, George A. **A theory of personality: The Psychology of Personal Constructs.** New York. The Norton Library, 1963.

LIMA, E.L; CARVALHO, P.C.P; WAGNER, E. & MORGADO, A.C. **A matemática para o ensino Médio,** vol 2. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

LOUREIRO, C. Multiplicação, Combinatória e Desafios. **Educação e Matemática,** ano 10, n.44 p 14-20, 1997.

MINGUET, P.A. **A construção do conhecimento na educação;** trad. J.A. Llorens. Porto Alegre: Artmed, 1998.

MOREIRA, M.A. **Teorias da aprendizagem.** São Paulo. EPU, 1999.

ROCHA, J.A. **Investigando a aprendizagem da resolução de problemas combinatórios em licenciandos em matemática.** Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências pela UFRPE, 2006.

Anexo I: Problemas propostos no Pré-teste

- Dados 8 pontos distintos sobre uma circunferência, indique:
 - Quantas retas podem ser traçadas ligando 2 desses pontos?
 - E se os pontos escolhidos não forem consecutivos?
- Quantos números naturais com três algarismos distintos podem ser formados com os algarismos 1,2,3,4,5,6 e 7?
- Quantos subconjuntos com três elementos tem o conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7\}$?
- Quantos números naturais pares com três algarismos distintos podem ser formados com os algarismos 1,2,3,4,5,6 e 7?
- Quantos triângulos podemos formar com 8 pontos distintos do plano, sabendo que precisamente três destes pontos estão alinhados?



Anexo II: Problemas propostos na etapa do Investimento.

- a) Num universo de 500 pessoas, 300 assinam o jornal A e 250 assinam o jornal B. Qual o número de pessoas que assinam ambos os jornais, se 50 pessoas entre elas não assinam os jornais?
- b) Quantos números de 5 algarismos podemos formar com os algarismos 1,2,3,4 e 5? (Números Naturais)
- c) Tenho 6 livros (A, B, C, D, E e F) e quero empacotá-los dois a dois. Quantos são os pacotes possíveis?
- d) Tenho 6 frutas distintas e quero fazer sucos com duas frutas diferentes. Quantos sucos distintos são possíveis?
- e) Tenho duas empresas de ônibus ligando Recife a Caruaru. A empresa A tem 5 ônibus e a empresa B tem 4 ônibus. Usando ônibus distintos, quantas são as formas de ir a Caruaru?
- f) Quantos anagramas podemos formar com a palavra OLINDA?
- g) Quantos números naturais de 5 algarismos distintos posso formar usando apenas os algarismos ímpares?
- h) Com os algarismos de 1 a 9, quantos números naturais de três algarismos distintos podemos formar?
- i) Marcando-se 8 pontos distintos em um círculo, quantos triângulos posso formar com os vértices nesses pontos?
- j) De 25 alunos de uma classe, quero formar comissões com 3 alunos em que 1 é presidente, 1, secretário e o outro, tesoureiro. Quantas comissões posso fazer?

Anexo III: Testes propostos pelos grupos na revisão construtiva

TESTE T₁ (Elaborado com a participação ativa de GM)

T₁₁ Uma sementeira contém doze mudas de rosas e oito mudas de cravos. Um cliente deseja comprar três mudas de rosa e quatro mudas de cravos. De quantos modos ele pode efetivar tal compra?

T₁₂ Um time de futebol de salão tem onze jogadores, dos quais somente André é goleiro. De quantos modos o técnico pode escalá-lo para jogar, se os demais jogadores podem jogar em qualquer das posições restantes?

T₁₃ Há cinco estradas ligando a cidade A à cidade B, seis ligando B à C e seis ligando C à D. Quantas são as maneiras de ir de A para D, passando por B e C e usando tais estradas?

T₁₄ Quantos números naturais de cinco algarismos distintos são menores que 43892?

TESTE T₂ (Elaborado com a participação ativa de GA)

T₂₁ Quantos números naturais com cinco algarismos distintos iniciados por sete ou por nove têm os demais algarismos todos pares?

T₂₂ Quantos números naturais com seis algarismos distintos podem ser construídos com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, de modo que eles alternem algarismos pares e ímpares em sua escrita?

T₂₃ De um grupo de oito alunos, deseja-se formar uma diretoria para o grêmio com quatro alunos, de modo a se ter um presidente, um vice-presidente, um secretário e um tesoureiro. De quantos modos pode-se escolher tal diretoria?

T₂₄ Uma sementeira contém doze mudas de rosas e oito mudas de cravos. Um cliente deseja comprar três mudas de rosa e quatro mudas de cravos. De quantos modos ele pode efetivar tal compra?



SOCIEDADE BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

VISITE REGULARMENTE NOSSA PÁGINA

www.sbem.com.br

Anexo IV: Descrição do Encontro com o acontecimento

Nele, os números entre parêntesis após uma sentença indicam, em minutos e segundos a partir do início da aula, os instantes em que captamos dados significativos para nossa análise.

TEMPO	GM: GRUPO MESTRE	GA: GRUPO ALUNO
0 - 10	F é o professor. Motiva. Lê definição posta no quadro (Definição como agrupamento). Ratifica B. Acrescenta: a ordem é importante; é seqüência. Dá fórmula para A_n^p . Resolve Ex. 1: com 8 lápis de cores, de quantos modos podemos pintar uma bandeira de 4 listras? (3:10) D corrige enunciado: "listras distintas". F conclui o problema usando o princípio multiplicativo. F define permutação. Escreve $A_n^n = P_n$	B chama a atenção: agrupamento ordenado. (2:29) Alunos observam. G informa: tá havendo repetição. (3:15) Alunos parecem compreender.
10 - 15	F põe Ex. 2 no quadro. Questiona G.A Escreve solução (12:00) da parte a. Questiona: "e a parte b" (12:40) Aguarda. Escreve solução no quadro. Conclui. Chama Y para continuar.	E e G participam: "as vogais funcionam como uma só letra". (11:30) Alunos escrevem! (13:15) Palmas!
15 - 25	Y faz o contraponto: "aprender a desorganizar".(16:10) Chama B, C e E ao quadro. Realiza dinâmica. Retorna ao tema desorganização (6 vezes). Compara Arranjo (ordena) com Combinação (desordena). Define Combinação (21:00). Põe problema: "quantas peças de dominó"(22:00). Indica: "naipes distintos"; desenha pedra; faz solução (p.m.)	Parecem interessados na dinâmica. Brincam. Parecem Compreender. B responde: 7×7 (22:30). Alunos participam.
25 - 35	Questiona: "pode ser ensinado na 4ª série" (25:00). Fala sobre exemplos significativos do dia-a-dia. Mostra: "7ª série tem que calcular o nº de diagonais do polígono. O que é isso?" (26:00). "E se fosse um prisma?" Menciona o que ocorre no Ensino Médio (Combinatória, depois Geometria Espacial). Volta: Ordem x Desordem. Fala permutação com repetição. Exemplifica: anagramas de ANA. "É sempre bom começar com um problema simples". Escreve todas as possibilidades. Propõe "Arara" (33:00). Encerra.	B responde: "Poder, pode, mas eu não tentaria" (25:05). Alunos parecem envolvidos com a colocação. B indica a solução (33:10). Palmas!
35 - 42	A retoma: quais as chances de Santa Cruz e Náutico se classificarem para o Grupo A (Momento próprio para o questionamento). Diz: "Trazer problemas do interesse dos alunos" (37:00). (Traz saco com 4 bolas representando os 4 times ainda na disputa). D ajuda (39:00). A apresenta resultado. Mostra necessidade da fórmula para números grandes: "E se fosse no início do campeonato". Encerra.	Brincam. Participam. Aparentam gostar. Interação (40:00). Palmas!