Sociedade Brasileira de Educação Matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em *Revista*
ISSN 2317-904X

O ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ANÁLISE DE PROPOSTAS DESENVOLVIDAS NO ENSINO MÉDIO

Marcelo Carlos de Proença[1]
Érika Janine Maia[2]

Resumo

O objetivo do artigo foi o de descrever e analisar propostas de ensino de Matemática na abordagem da resolução de problemas, desenvolvidas no ensino médio, apresentadas em dissertações e teses. Como procedimento de investigação, foram adotados os pressupostos da pesquisa bibliográfica. A partir do levantamento da totalidade de pesquisas acadêmicas sobre o tema, escolheu-se analisar aquelas referentes ao mestrado profissionalizante, o que correspondeu a quatro dissertações. Os resultados mostraram que a condução das propostas de ensino de três pesquisas foi voltada ao *ensinar para resolução de problemas*, considerada uma forma inadequada. Apenas uma dissertação realizou a condução de sua proposta de ensino na abordagem no *ensinar via resolução de problemas*. Concluiu-se que não basta apenas adotar o problema como ponto de partida. É necessário evitar dar modelos aos alunos para serem seguidos ou mesmo evitar utilizar os problemas para rever conteúdos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Resolução de problemas. Ensino Médio. Pesquisa Bibliográfica.

MATHEMATICS TEACHING THROUGH PROBLEM SOLVING: ANALYSIS OF PROPOSALS DEVELOPED IN HIGH SCHOOL

Abstract

The purpose of this article was to describe and analyze mathematical teaching proposals in the problem solving approach, developed in high school, presented in dissertations and theses. We adopt as research procedure the presuppositions of bibliographical research. From the survey of all academic research on the topic, we chose to analyze those relating to professional master, corresponding to four dissertations. The results showed that the conduction of teaching proposals from three researches was focused on *teaching for problem solving*, considered an inadequate form. Only one dissertation carried out its teaching proposal in the approach in *teaching via problem solving*. We conclude that it is not enough to adopt the problem as a starting point. It is necessary to avoid giving models to students to be followed or even avoid using problems to review content.

Keywords: Mathematics Teaching. Problem Solving. High School. Bibliographical Research.

[1] Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá/UEM, Maringá, Paraná, Brasil. E-mail: mcproenca@uem.br

[2] Mestra em Ensino de Ciências e Matemática. Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá/UEM, Maringá, Paraná, Brasil. E-mail: erikajaninemaia@gmail.com

Introdução

A indicação do ensino de Matemática por meio da abordagem da resolução de problemas consta dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental - PCN (BRASIL, 1998). De modo explícito, nesse documento, indica-se que a situação-problema deve ser o ponto de partida no ensino e não a definição matemática. Em continuidade a esse tipo de ensino, verifica-se que o trabalho de exploração da resolução de problemas deve ser retomado no ensino médio (BRASIL, 2002).

Diante da indicação desses documentos oficiais, elaboramos um projeto de pesquisa institucional, intitulado "O Ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas: análise de propostas em dissertações e teses", cujo objetivo é analisar como foram desenvolvidas em dissertações e teses propostas de ensino na abordagem da resolução de problemas para favorecer o ensino e aprendizagem da Matemática escolar. O primeiro autor é o coordenador do projeto, cujo foco é a busca por pesquisas desde o ano de 1998 até o presente momento.

Assim, este artigo apresenta o levantamento dos estudos sobre o tema, tendo como objetivo descrever e analisar propostas de ensino de Matemática na abordagem da resolução de problemas, desenvolvidas no ensino médio, apresentadas em dissertações e teses. Para tal, devido à quantidade de pesquisas encontradas, escolhemos parte delas para apresentarmos resultados.

A resolução de problemas no ensino de Matemática

Realizar um ensino em sala de aula em que o problema é o ponto de partida foi considerado, na perspectiva de Schroeder e Lester (1989), uma abordagem coerente. Tal abordagem foi denominada pelos autores de *ensinar via resolução de problemas*. Assim, o aluno constrói os conceitos matemáticos durante a resolução de um problema e só depois estes são formalizados pelo professor.

Schroeder e Lester (1989) também identificaram outras duas abordagens da resolução de problemas em sala de aula, porém, para eles, elas seriam limitantes. Foram denominadas de *ensinar sobre resolução de problemas* e *ensinar para resolução de problemas*.

Para os autores, *ensinar sobre resolução de problemas* corresponderia a um trabalho de, por exemplo, seguir o modelo proposto por Polya (ou outras variações), no qual os alunos, ao resolverem um problema, deveriam se remeter às quatro etapas elencadas por ele: compreender o problema, estabelecer um plano de resolução, executar o plano e realizar o retrospecto (POLYA, 1994).

Já no *ensinar para resolução de problemas*, o uso do conhecimento adquirido anteriormente é relevante e essa maneira de ensino se direciona primeiramente ao ensino formal dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados e só depois estes são aplicados em problemas e exercícios. Segundo Schroeder e Lester (1989), esse tipo de trabalho em que "problemas" são apresentados após domínio de conteúdo é uma forma inadequada de abordagem da resolução de problemas.

Desse modo, quando primeiro se apresenta um conteúdo (definição, fórmula, técnica etc.) para em seguida ser aplicado, as atividades para tal aplicação correspondem a exercícios. Como já apontaram Echeverría e Pozo (1998, p. 21), os exercícios são uma situação bem definida, em que "[...] os alunos sabem claramente de que elementos estão partindo, quais as técnicas que precisam empregar para chegar à meta e qual é essa meta".

Diante dessas três abordagens, Schroeder e Lester (1989) enfatizaram que o *ensinar via resolução de problemas* promove a compreensão de conceitos, procedimentos e processos matemáticos justamente por permitir ao aluno estabelecer relações entre ideias matemáticas, contextos diferentes e os problemas. Na visão de Brito (2006), uma vez que o problema é uma situação inicial desconhecida, tomada como ponto de partida, então, resolver um problema gera um processo:

> [...] através do qual o aprendiz vai combinar, na estrutura cognitiva, os conceitos, princípios, procedimentos, técnicas, habilidades e conhecimentos previamente adquiridos que são necessários para encontrar a solução com uma nova situação que demanda uma re-organização conceitual cognitiva. (BRITO, 2006, p. 19)

Nesse sentido, "para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta" (ECHEVERRÍA, 1998, p. 48). Uma vez que há essa dificuldade, o processo que é gerado pela resolução de problemas, conforme destacou Brito (2006), segue, como forma de ação do pensamento (ação cognitiva), segundo a própria autora, quatro etapas: representação, planejamento, execução, monitoramento.

Conforme a análise feita por Brito (2006) de autores que apontaram fases/etapas de resolução de problemas, interpretamos essas quatro etapas da seguinte maneira: a) a representação implica na compreensão do problema, o que vai depender dos conhecimentos trazidos pela pessoa; b) o planejamento corresponde à proposição de uma estratégia que ajude a resolver o problema: tentativa e erro, fazer um desenho, construir um quadro para organizar os dados, estabelecer uma equação etc.; c) a execução é justamente realizar os cálculos, fazer os desenhos, ou seja, executar os procedimentos necessários; d) por fim, o monitoramento é sobre a verificação da coerência da resposta e também ao ato de rever o processo de resolução seguido.

Desse modo, como forma de abordar um conteúdo, é importante que o respectivo problema que o introduzirá se configure como uma situação inicial desconhecida para o aluno para que possa desenvolver essas etapas de resolução. Nesse sentido, Proença (2015, p. 752), ao realizar uma pesquisa em que favoreceu a compreensão do ensino via resolução de problemas a estudantes de pedagogia, concluiu que "[...] no caso de se propor o problema como ponto de partida, é importante apresentá-lo de forma que não leve o aluno ao uso direto de um algoritmo específico".

Metodologia

Para atingir nosso objetivo, utilizamos como procedimento de investigação os pressupostos da pesquisa bibliográfica (GIL, 2012). Tais pressupostos foram delineados em três etapas:

1ª Etapa: O objetivo foi o de realizar o levantamento de dissertações e teses direcionadas a propostas de ensino de Matemática por meio da resolução de problemas para, em seguida, fazer uma seleção das pesquisas que iriam fazer parte do estudo.

Fazendo uso do Banco de Teses da Capes[3], realizamos o *levantamento das pesquisas*, adotando-se os seguintes critérios: a) inserimos, individualmente, as palavras-chave resolução de problemas, problemas, solução de problemas e situação-problema, todas atreladas à palavra "AND ensino médio" (exemplo: resolução de problema AND ensino médio); b) em

[3] Disponível em: http://bancodeteses.capes.gov.br/

seguida, marcamos o ano de publicação de 1998 a 2017; c) marcamos as quatro opções para o tipo de grau acadêmico: mestrado (acadêmico, profissional, profissionalizante) e doutorado; d) buscamos por Área de Conhecimento, marcando as seguintes opções: Educação, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino Profissionalizante, Ensino-Aprendizagem, Matemática.

Esse levantamento mostrou que as áreas de Ensino Profissionalizante e Ensino-Aprendizagem não retornaram nenhuma pesquisa. Para as outras, encontramos o seguinte: a) resolução de problemas, problemas e solução de problemas – para cada umas dessas três palavras-chave, encontramos 2780 pesquisas para área de Educação, 764, para Ensino, 948, para Ensino de Ciências e Matemática, e, 763, para Matemática; b) situação-problema – encontramos 4009 pesquisas para área de Educação, 630, para Ensino, 807, para Ensino de Ciências e Matemática, e, 357, para Matemática.

Tendo em vista esse levantamento geral, fizemos, primeiramente, uma seleção das dissertações e teses, segundo os seguintes critérios: 1) constar do título uma das palavras-chave; 2) constar do resumo objetivo da pesquisa com foco na apresentação de dados sobre a implementação de uma proposta de ensino na abordagem da resolução de problemas; 3) ter sido a proposta de ensino desenvolvida para alunos do ensino médio regular. Assim, pudemos obter a totalidade de pesquisas para nosso estudo, conforme mostra o Quadro 1.

Quadro 1 – Totalidade das pesquisas selecionadas

Grau acadêmico	Quantidade encontrada	Período da produção
Mestrado acadêmico	11	1998 - 2016
Mestrado profissional	16	2013 - 2016
Mestrado profissionalizante	4	2009 - 2012
Doutorado	3	2013 - 2015

Fonte: elaborado pelos autores.

O nosso interesse era apresentar uma descrição dos estudos, ilustrando, também, os "problemas" utilizados em sala de aula. No entanto, identificamos, já nas primeiras análises, que isso demandaria muitas páginas. Desse modo, optamos por selecionar as pesquisas de um dos graus acadêmicos. Escolhemos, assim, diante de uma quantidade favorável para apresentar e discutir os resultados, as de mestrado profissionalizante. O quadro 2 mostra os trabalhos que foram selecionados para análise.

Quadro 2 – Trabalhos selecionados para a pesquisa

Autor (Ano)	Título	Ano/Nível de ensino	Conteúdo abordado
Antônio Fernando Vargas (2009)	O ensino-aprendizagem de análise combinatória através da resolução de problemas com atividades investigativas	2º ano do E.M. (Escola pública)	Análise Combinatória
Sandra Beatris Zatti (2010)	Construção do conceito de função: uma experiência de ensino-aprendizagem através da resolução de problemas	1º ano do E.M. (Escola pública)	Conceito de função
Wilton Natal Milani (2011)	A resolução de problemas como ferramenta para a aprendizagem de progressões aritméticas e geométricas no ensino médio.	1º ano do E.M. (Escola particular)	Progressões aritméticas e geométricas
Luciene de Sousa (2012)	Resolução de Problemas e simulações: investigando potencialidades e limites numa proposta de educação financeira para alunos do Ensino Médio	1º e 2º anos do E.M. (Escola particular)	Matemática Financeira

Fonte: elaborado pelos autores.

2ª Etapa: Nesta segunda etapa, o objetivo foi o de identificar e descrever como as propostas de ensino na abordagem da resolução de problemas foram desenvolvidas em sala de aula, sendo o nosso foco principal a relação entre o(s) problema(s) e o(s) conteúdo(s) trabalhado(s) em sala de aula.

Realizamos as *leituras exploratória e seletiva*, indicadas para a pesquisa bibliográfica (GIL, 2012). Assim, a *leitura exploratória* possibilitou a compreensão da totalidade dos trabalhos selecionados: objetivos, referenciais teóricos, metodologias, resultados e conclusões. Posteriormente, realizamos a *leitura seletiva*, referente ao desenvolvimento das propostas de ensino na abordagem da resolução de problemas, tendo foco principal o momento em que se abordaram problemas de Matemática.

Após a *leitura seletiva*, as anotações dos elementos importantes foram apresentadas nos dois tipos de *fichas de documentação*. Assim, nas *fichas bibliográficas*, fizemos uma descrição mais geral dos dados. Tal descrição correspondeu a uma apresentação, em linhas gerais, da sequência em que se deu a realização das propostas de ensino. Já as *fichas de apontamentos* possibilitaram apresentar a descrição fiel dos problemas que foram utilizados nas referidas propostas.

3ª Etapa: Nesta última etapa, o objetivo foi o de analisar e discutir o momento em que os problemas foram utilizados, quando da implementação das propostas de ensino.

Os dados contidos nas *fichas de apontamentos* passaram, primeiramente, por uma *leitura analítica*, ou seja, apontamos o momento em que os problemas foram introduzidos em relação aos conteúdos (quadros 4, 6, 8 e 10). Em seguida, com base no descrito nas *fichas bibliográficas* (quadros 3, 5, 7 e 9), fizemos a *leitura interpretativa* (relação com os princípios teóricos adotados) das *fichas de apontamentos*.

Análise e discussão das propostas de ensino

Na dissertação de Vargas (2009), a sequência de ensino proposta foi aplicada por dez professores que estavam distribuídos em turmas do segundo ano do ensino médio. Devido à quantidade de dados produzidos na aplicação desta sequência, o autor optou, em sua dissertação, por não apresentar o relato de cada uma delas, principalmente no que se refere à participação dos alunos neste processo. Foram indicados apenas alguns questionamentos que foram feitos pelos alunos durante a aplicação de cada uma das atividades trabalhadas. E isso nos impossibilitou de analisar o modo como essa proposta de ensino foi desenvolvida em cada uma das salas de aula e por cada professor. Dessa forma, descrevemos, no Quadro 3, o relato das ações gerais que foram desenvolvidas por todos os professores, segundo Vargas (2009).

Quadro 3 – Descrição da condução das aulas de Vargas (2009)

Ações	Vargas (2009)
1ª	Aplicação de uma atividade denominada pelo autor de preliminar, a fim de instituir o conceito de fatorial. O autor afirmou que neste momento não utilizou a metodologia da resolução de problemas, pois seu objetivo era introduzir uma ferramenta de síntese (símbolo do fatorial) que seria utilizado nas próximas ações para obter uma nova maneira de se representar as fórmulas matemáticas que serão determinadas pelos alunos nos desenvolvimentos das atividades seguintes.
2ª	Tratou sobre a introdução da análise combinatória. Os alunos foram distribuídos em duplas para o desenvolvimento de todas as atividades. O professor iniciou exemplificando sobre as situações cotidianas que necessitam do uso da contagem, como por exemplo, placas de carro, números de telefone, dentre outros, e solicitou que os alunos escrevessem alguns grupos destes (placas de carro) para que fosse definido o conceito de agrupamento combinatório, e em seguida, *propôs um problema cotidiano envolvendo este conceito*, ou seja, primeiramente definiu o conceito de agrupamento e combinação para então introduzir o problema. O mesmo foi realizado para *definir os conceitos de arranjo e combinação* em que solicitou aos alunos que estudassem *quatro exemplos* e respondessem às perguntas dos dois primeiros. Como última etapa da aplicação dessas atividades foi realizada uma "socialização" das respostas das questões trabalhadas com o objetivo de analisar as diversas formas de solução encontradas e os processos de resolução.
3ª	O professor alertou os alunos que seriam estudados exclusivamente os arranjos simples, isto é, abordariam agrupamentos dos quais não é permitida a repetição de elementos. Para tanto, foram introduzidos *três exemplos* (para completar frases) que solicitavam aos alunos que formassem todos os arranjos possíveis de um elemento e

Ações	Vargas (2009)
	depois os de dois elementos. Ao longo dos problemas o professor solicitava que se calculasse alguns arranjos específicos até estabelecer a notação $A_{n,p}$. O professor afirmou que esta fórmula, que acabaram de aplicar, poderia ser escrita por meio do símbolo fatorial e solicitou que os alunos o fizessem, no intuito de generalizar o que foi exposto. Em seguida, apresentou um exemplo para a aplicação da fórmula, em que os alunos deveriam calcular o número de maneiras distintas de se dispor certas situações, para construir o conceito de anagrama. Para finalizar, estabeleceu a fórmula da permutação simples por meio de questionamentos e propôs problemas de fixação.
4ª	Para desenvolver o conceito de combinação simples, o professor iniciou a atividade apresentando algumas características deste conceito. Em seguida, propôs dois *exemplos* que foram discutidos e guiados pelas perguntas do professor até ser escrita a fórmula $C_{n,\ p}$ e propostos problemas de fixação. Quanto as permutações circulares, foram apresentados dois *problemas* (em que os alunos deveriam também completar frases) para descrever e calcular o número de permutações circulares distintas para um conjunto de n elementos. Depois do cálculo esperado, o professor instituiu a fórmula que permite obter o número destas permutações (P(c)n). E como nas demais ações, foram propostos exercícios de fixação.
5ª	Foi fornecido um *exemplo* em que os alunos deveriam preencher um bilhete de uma loteca e em seguida, dado o resultado do bilhete, responder quantos palpites acertaram. Foram fornecidos mais dois *exemplos* com as mesmas características para os alunos solucionarem. Logo após, o professor definiu o conceito de arranjos completos e solicitou aos alunos que estabelecessem a fórmula matemática que permite obter o número de arranjos completos, de ordem p, de um conjunto de n elementos, designando-o por (AR)n, p . Para aplicação da fórmula, foram sugeridos problemas de fixação. O mesmo procedimento foi utilizado para os conteúdos sobre permutações de um conjunto com grupos de elementos idênticos e também combinações completas.

Fonte: elaborado pelos autores.

Vargas (2009) afirmou que a construção de suas atividades se baseou nas etapas determinadas por Polya (1995). Dessa forma, ao justificar o que realizou em sua primeira ação, o autor relatou que “numa primeira etapa, de Polya, o que se faz é uma investigação qualitativa da grandeza exposta ou da situação apresentada, a qual inicialmente se configura como um amontoado de dados, que precisam ser organizados, de acordo com propriedades a serem definidas” (VARGAS, 2009, p. 25). Assim, ele utilizou um exemplo (Quadro 4) na primeira ação para construir um conceito, cujo objetivo de aprendizagem era o de conhecer o símbolo fatorial para uso nas próximas aulas.

Na segunda ação, notamos que a abordagem, adotada em sala de aula, se configurou como uma condução de ensino voltada ao *ensinar para resolução de problemas*, uma vez que primeiramente são definidos os conceitos de agrupamento e combinação, fornecidos exemplos e, então, era solicitado que os alunos resolvessem o problema cotidiano proposto.

Na segunda, terceira e quinta ações, o autor utiliza a palavra “exemplo” para se referir a alguns “problemas” que foram abordados em sala de aula no intuito de inserir o conteúdo de análise combinatória. Verificamos que esses exemplos eram repassados aos alunos para que eles pudessem resolvê-los, porém, o professor conduzia as respostas que deveriam ser apresentadas por eles a todo o momento, não os deixando construir os conceitos desejáveis a partir de suas próprias ações. Dessa forma, as conclusões que os alunos chegavam eram induzidas pelas perguntas dos professores, tais como: "[...] ***Notaram*** *que duas permutações só diferem entre si pela ordem dos elementos?*" (VARGAS, 2009, p. 39, grifo nosso), "[...] ***Notaram*** *que tal número é o produto de p fatores inteiros consecutivos decrescentes a partir de n?*" (VARGAS, 2009, p. 37, grifo nosso), "[...] ***com certeza, lembraram*** *de que se trata do número de permutações simples destas sete bolas*" (VARGAS, 2009, p. 49, grifo nosso).

Da mesma maneira, como pode ser observada na terceira, quarta e quinta ações, as generalizações das fórmulas eram feitas a partir de instruções do professor, e não das considerações dos alunos. Para Vargas (2009, p. 41, grifo nosso), estas generalizações eram realizadas "[...] *acreditando na descoberta*" do aluno, ou seja, nada foi relatado sobre como foi possível verificar se houve essa aprendizagem para que, então, se estabelecessem as fórmulas necessárias para o cálculo dos conteúdos propostos. Também é possível verificar nestas ações que, logo após a apresentação das fórmulas pelo professor, sempre eram propostos problemas de fixação. Assim, podemos inferir que a maneira como as atividades foram conduzidas em sala de aula reflete uma abordagem de ensino voltada ao *ensinar para resolução de problemas*.

No Quadro 4, para exemplificar, apresentamos alguns problemas que foram utilizados na aplicação da sequência didática durante as ações de Vargas (2009).

Quadro 4 – Alguns problemas abordados na pesquisa de Vargas (2009)

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Forma como foi introduzido</th></tr>
<tr><td>Primeira ação: Reescreva a operação 13x12x11x10x9x8x7x6x5x4x3x2x1, baseados em:

1x 2 = 2
1x 2 x 3 = 6
1x 2 x 3 x 4 = 24
1x2x3x4x5 = 120
E sabendo que:
<table>
<tr><th>Multiplicações dadas</th><th>Contando os seus termos</th><th>Escrevendo desta maneira</th></tr>
<tr><td>1x2</td><td>1, 2</td><td>2!</td></tr>
<tr><td>1x2x3</td><td>1, 2, 3</td><td>3!</td></tr>
<tr><td>1x2x3x4</td><td>1, 2, 3, 4</td><td>4!</td></tr>
<tr><td>1x2x3x4x5</td><td>1, 2, 3, 4, 5</td><td>5!</td></tr>
</table>
</td><td>Primeira atividade fornecida aos alunos. Consistia em um exercício que apresentava um exemplo e solicitava a generalização</td></tr>
<tr><td>Segunda ação: Problema cotidiano
Três rapazes Álvaro, Fernando e Henrique encontram em uma festa três moças Débora, Carla e Margarida. Serão formados três pares para dançar. Cada rapaz pode dançar uma única vez com a mesma moça. Descrevam estes três pares, usando as letras iniciais de cada nome.

Na hipótese de um rapaz poder dançar duas músicas com uma mesma moça:

Quais seriam esses novos pares para cada música? E, se existisse uma quarta moça, digamos Sofia,</td><td>Apresentado após a definição do conceito de agrupamento e combinação</td></tr>
</table>

Problema	Forma como foi introduzido
quantas músicas deveriam ser tocadas?	
Terceira ação, exemplo 1: Seja dado o conjunto I, formado pelos elementos a, b, c, d; ou seja: I = { a, b, c, d}. Formem todos os arranjos possíveis de um elemento e depois os de dois elementos. Quantos elementos vocês colocariam à direita, processo de formação dos arranjos, de cada arranjo de 1ª ordem para formar todos os de 2ª? Calculem: $A_{4,2}$. Completem: Os arranjos ab e ba diferem pela .... : enquanto que os, bc e bd diferem por causa da .... dos elementos. Como vocês formariam os arranjos de três elementos (ou de 3ª ordem)? Calculem o número desses arranjos.	Após apresentar a diferença entre arranjo e combinação, foi o primeiro exemplo utilizado para falar sobre arranjos simples
Terceira ação, problema: Seja, agora, C um conjunto finito, não vazio, de n elementos. Designando esses elementos com os símbolos 1, 2, 3, 4, ... , n, pode admitir-se que: C = {1, 2, 3, 4, ... , n }. Calcule os seguintes números: $A_{n,1}$, $A_{n,2}$, $A_{n,3}$ e $A_{n,4}$. Em seguida, pediu completem: Para formar os arranjos simples de ordem **p** vocês deveriam colocar, à direita de cada um dos, de ordem **p – 1,** cada um dos .... , ou de um modo mais elegante, ..., elementos restantes. Agora, instituam a fórmula matemática que permite obter o número destes arranjos, sendo **1**≤ **p** ≤ **n**, indicando-o pelo símbolo $\mathbf{A}_{n,\,p}$	Problema proposto para realizar a generalização da fórmula para o cálculo de arranjos

Fonte: Vargas (2009).

Como se pode observar, os exemplos (problemas) adotados pelo autor foram utilizados para aplicar o que se aprendeu e, assim, acabaram por configurar a proposta de ensino na abordagem do *ensinar para resolução de problemas*.

O quadro 5 apresenta a maneira como foi trabalhada a proposta de Zatti (2010) com os alunos do primeiro ano do ensino médio. Destacamos em itálico os termos que mostravam a relação entre problema e conteúdos.

Quadro 5 – Descrição da condução das aulas de Zatti (2011)

Ações	Zatti (2010)
1ª	Tratou de dados sobre “Leitura de situações-problema e interpretação de gráficos”. Os alunos formaram grupos de no máximo cinco pessoas. Receberam e resolveram *três situações-problema*, as quais foram utilizadas em sala de aula como ponto de partida para abordar ideias iniciais de função: a) o uso da primeira (incluiu duas questões) teve com objetivo favorecer a compreensão dos alunos sobre a *ideia intuitiva de dependência entre as variáveis: distância x tempo*; b) já a segunda teve com objetivo, após leitura, que os alunos retirassem os dados e *realizassem o cálculo* (Obs: não tinha gráfico); c) o uso da terceira situação-problema (incluiu sete questões) teve como objetivo levar os alunos a identificarem, em um gráfico, *a relação de dependência entre as grandezas envolvidas*: *tempo de reação x tempo de frenagem do carro*.
2ª	Tratou de dados sobre “Atividades envolvendo tabelas”. Foram abordadas *três situações-problema*: a) a primeira (incluiu cinco questões) teve como objetivo que os grupos completassem uma tabela e que fizessem a identificação das grandezas na relação “número de latas de águas x número de tinta concentrada”, para em seguida encontrarem uma *expressão matemática* para essa relação; b) a segunda teve como objetivo que os alunos completassem uma tabela e que respondessem a quatro questões, envolvendo as grandezas presentes (*número de passagens x valor a ser pago*); c) o uso da última situação-problema (incluiu duas questões) teve como objetivo que os grupos encontrassem, a partir de uma tabela, o valor adicional da hora de trabalho e que, assim, apresentassem uma *expressão matemática sobre o total pago por horas do serviço que foi prestado*.
3ª	Tratou de dados sobre “Estabelecendo relações matemáticas entre grandezas”. Aqui foram abordadas *quatro situações-problema*: a) na primeira (incluiu três questões), o objetivo foi que os grupos encontrassem os resultados por meio de seus cálculos e que estabelecessem uma *relação matemática* para modelar a situação; b) na segunda, o objetivo foi que obtivessem uma *expressão matemática* (primeira questão) para em seguida a

Ações	Zatti (2010)
	utilizarem para *resolver outras duas questões*; c) a terceira situação-problema teve como objetivo que os grupos interpretassem o problema e que *respondesse a duas questões*; d) a última situação-problema (incluía cinco questões) teve como objetivo que os grupos descrevessem *duas fórmulas matemáticas*, uma para a quantia arrecada por dia x número de clientes sem hora marcada, e outra para o número de clientes atendidos por dia x número x de clientes sem hora marcada, ambas em função do número x de clientes sem hora marcada.

Fonte: elaborado pelos autores.

Conforme se observa no Quadro 5, a primeira ação indica que Zatti (2010) introduziu a ideia de dependência entre variáveis por meio de problemas. Na segunda ação, buscou-se relacionar dados de tabelas às respectivas expressões matemáticas, o que nos leva a apontar que houve ampliação dessa ideia ao direcionar os alunos à forma algébrica das funções abordadas. Na última ação, entendemos que Zatti (2010) introduziu o conceito de função por meio de um problema até o momento da obtenção da expressão matemática da segunda situação-problema, configurando-se no *ensinar via resolução de problemas*. Daí para frente, foi possível entender que se tratava de aplicação pelos alunos do que foi aprendido.

Para ilustrar as situações-problema utilizadas nas aulas, o Quadro 6, a seguir, mostra um exemplo em cada ação nos momentos em que foram abordadas como ponto de partida.

Quadro 6 – Alguns problemas abordados na pesquisa de Zatti (2010)

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Forma como foi introduzido</th></tr>
<tr><td>Primeira ação, segundo problema: Cláudia comprou sua casa própria através de um financiamento bancário. O valor atual da casa é de R$ 40.000,00, mas como será quitada através de várias prestações, ao final do pagamento, acrescida de taxas e juros bancários, o valor total pago será de R$ 50.000,00. Cláudia deu uma entrada de R$ 2.000,00 e o restante dividiu em parcelas iguais de R$ 250,00 mensais. Sabendo que a Cláudia utilizou o saldo do FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) e conseguiu pagar 2 anos de prestações, quantos anos ainda restam para Cláudia quitar todas as prestações?</td><td>Para discutir a relação de dependência entre duas variáveis</td></tr>
<tr><td>Segunda ação, primeiro problema: Para preparar suas tintas, um pintor costuma dissolver cada 4 latas de tinta concentrada em 6 latas de água. Complete a tabela, relacionando a quantidade de água (litro) para dissolver a quantidade de tinta (litro) dada:
<table>
<tr><th>Tinta Concentrada (l)</th><th>Água (l)</th></tr>
<tr><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>15</td><td></td></tr>
</table>
Tabela 1: quarta atividade. Fonte: Tinoco (1998)

a) Quais as grandezas envolvidas na situação? Elas variam? b) Se o pintor usar mais tinta concentrada, o que deverá fazer com a quantidade de água, para manter a mesma concentração? c) Sabendo a quantidade de tinta concentrada, ele pode usar qualquer quantidade de água? d) Para cada lata de tinta concentrada, quantas latas de água ele usa? e) Tente escrever uma expressão que relacione o número de latas A de água, com o número de T de latas de tinta concentrada.</td><td>Antes de abordar uma expressão matemática sobre função</td></tr>
</table>

Terceira ação, segundo problema: Pedro e João moram há pouco tempo em Porto Alegre. Fanáticos por futebol resolveram ir ao Estádio Olímpico para assistir ao final do Campeonato Gaúcho. Como ainda não conhecem muito bem a cidade, resolveram ir de táxi até o estádio. Ao entrarem no táxi perguntaram ao motorista quanto custaria a corrida; o taxista informou que a bandeirada custava R$ 3,80, mais R$1,50 por quilômetro rodado. a) Escreva uma expressão matemática que represente essa situação, relacionando o custo da bandeirada com os quilômetros rodados. b) Sabendo que a distância da casa de Pedro e João até o Estádio Olímpico é de 7 km, com R$ 12,80 eles conseguem chegar até o estádio? c) Qual a distância máxima que eles poderiam percorrer com R$ 12,80?	A letra a) foi para abordar a obtenção de uma expressão matemática. As demais questões serviram como aplicação

Fonte: Zatti (2010).

Observa-se que as situações-problema utilizadas serviram para introduzir os conteúdos e que, ao final, passou-se a abordar a aplicação desses conteúdos. Entendemos que a proposta de ensino se configurou na abordagem do *ensinar via resolução de problemas*. Gostaríamos de chamar a atenção para o fato de que das dez situações-problema trabalhadas, apenas a primeira cobrava uma única pergunta.

O Quadro 7 apresenta a maneira como foi trabalhada a proposta de Milani (2011) com os alunos do primeiro ano do ensino médio. Destacamos em itálico os termos que mostravam a relação entre problema e conteúdos.

Quadro 7 – Descrição da condução das aulas de Milani (2011)

Ações	**Milani (2011)**
1ª	Apresentação dos conteúdos (sequências numéricas, representação de seus termos e padrões) que foram considerados pelo autor como pré-requisitos para o estudo das progressões.
2ª	Apresentação do *primeiro problema* com o objetivo de os alunos *construírem as expressões dos termos gerais de sequências numéricas*, baseado em um *exemplo* dado no próprio problema.
3ª	Apresentação do *segundo problema* com o objetivo de os alunos calcularem os termos de uma Progressão Aritmética, porém sem que tivessem conhecimento da fórmula do termo geral da PA. Assim, por meio de uma discussão coletiva das resoluções dos alunos, *o professor generalizou para a fórmula do termo geral de PA*. Em seguida, *sem que se valesse de algum problema*, o professor *adentrou no assunto PG*, fornecendo o primeiro termo e a razão. Daí, a partir do cálculo de alguns termos, deu como exemplo "$6 = a_1.r$" e depois de testar essa ideia com outro termos, solicitou o termo geral da PG.
4ª	Apresentação do *terceiro problema* com o objetivo de os alunos calcularem os termos e o número de termos de uma Progressão Aritmética. Isso foi possível porque da ação anterior, *os alunos já conheciam a fórmula do termo geral de PA*.
5ª	Apresentação de um *quarto problema* (composto de dois problemas) com o objetivo de os alunos calcularem os termos e o número de termos de uma PG. Os alunos já tinham visto a expressão do termo geral da PG na terceira ação.
6ª	Apresentação de um *quinto problema* com o objetivo de os alunos calcularem a *soma dos termos de uma PA* com base em um *exemplo* dado no próprio problema. Assim, por meio de uma discussão coletiva, levou-se os alunos a entender a referida soma, semelhante ao exemplo dado. Desse modo, o professor direcionou os alunos a tentarem obter a fórmula para a soma dos termos da PA. Com base na discussão e no uso dos termos a_1 e a_n, chegou-se a obter a fórmula.

Fonte: elaborado pelos autores.

De acordo com o Quadro 7, verifica-se que, antes da formalização da fórmula do termo geral da Progressão Aritmética (PA), ocorrido na terceira ação, primeiramente foram trabalhados conteúdos denominados pelo autor de "pré-requisitos" e também dado um exemplo para que os alunos o seguissem para a resolução do problema dado, visando à construção de termos gerais de sequências numéricas. Em seguida, o segundo problema foi introduzido e possibilitou que os alunos o resolvessem com base no que foi feito antes, o que permitiu que o professor, aproveitando as estratégias dos alunos, generalizasse para a fórmula do termo geral da PA.

O que nos chamou a atenção nessa terceira ação foi que, de forma direta, o professor já adentrou o estudo do outro conteúdo apresentado na sua proposta de ensino, o de Progressão Geométrica. Isso foi feito sem se valer de um problema para que os alunos tentassem resolver. Desse modo, observa-se que o uso dos terceiro e quarto problemas serviram para que os alunos aplicassem, respectivamente, as fórmulas dos termos gerais de PA e PG.

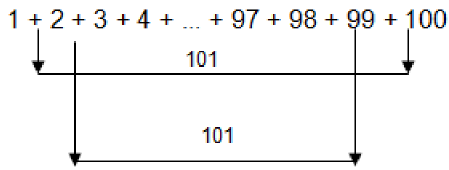
Além disso, na sexta ação, verificamos que se seguiu uma ideia semelhante ao uso do primeiro problema. Nessa última ação, o quinto problema foi dado, mas sua resolução deveria seguir um exemplo. Após os alunos o resolverem, foi feita uma discussão para a formalização da fórmula da soma dos termos de uma PA.

Para ajudar a entender o trabalho realizado em sala de aula, o Quadro 8, a seguir, mostra a transcrição dos problemas que foram utilizados por Milani (2011) em sua proposta de ensino. Além disso, apresenta a nossa análise sobre a forma/momento como cada problema foi introduzido em relação aos conteúdos.

Quadro 8 – Problemas abordados na pesquisa de Milani (2011)

Problema	**Forma como foi introduzido**
1) A lei matemática que permite determinar os termos de uma sequência é chamada termo geral. Exemplo: $a_n = 2n$ é o termo geral da sequência dos números pares. Assim temos: $a_1= 2$; $a_{15}= 30$ e $a_{26}= 52$. I) Você decide economizar dinheiro da seguinte forma: no primeiro mês, guarda R$20,00. Nos meses seguintes, guarda sempre R$20,00 a mais que no mês anterior. Qual o termo geral da sequência? II) Descubra agora o termo geral das sequências numéricas abaixo: a) (1, 4, 7, 10, 13, ...)	Depois de um exemplo

Problema	Forma como foi introduzido
b) (3, 7, 11, 15, 19, 23, ...)	
2) Dada a tabela abaixo, calcule (sem enumerar) todos os elementos: a) O elemento da 3ª coluna na 15ª linha. b) O elemento da 2ª coluna na 58ª linha. c) O elemento da 1ª coluna na 100ª linha. 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25	Antes do conteúdo (para a formalização da fórmula do termo geral da PA)
3) A corrida de São Silvestre é disputada tradicionalmente no dia 31 de dezembro na cidade de São Paulo. São 15 quilômetros de percurso, muitas vezes sob forte calor. E se você decidisse participar da São Silvestre? Para chegar a correr 15 quilômetros, seria prudente fazer um programa de treinamento: começar correndo uma distância pequena e depois ir aos poucos aumentando o percurso até completar os 15 km. Poderíamos pensar no seguinte programa: 1ª semana: correr 600 metros por dia. 2ª semana: correr 1000 metros por dia 3ª semana: correr 1400 metros por dia e assim por diante. a) Quantos quilômetros você estaria correndo na 12ª semana? b) Quantos quilômetros você estaria correndo na 30ª semana? c) Em que semana você atingiria os 15 000 metros do percurso?	Para aplicação do termo geral de PA
4.1) Uma pessoa compra um carro, devendo pagá-lo, em prestações mensais, durante 6 anos. As prestações pagas em um mesmo ano são iguais, sendo de R$ 500,00 o valor da primeira prestação, paga em janeiro. A cada ano, a prestação sofre um aumento de 10%, em relação à do ano anterior. Sendo assim, calcule o valor da prestação mensal, no último ano. 4.2) Certa epidemia causada por um vírus atingiu uma cidade. No primeiro dia foram registrados 60 casos; no segundo dia, 180 novos casos; no terceiro 540, e nos dias subsequentes o número de novos casos se manteve na mesma progressão. Em que dia a estimativa atingiria 14 580 novos casos?	Para aplicação do termo geral de PG
5) Conta-se que por volta de 1790, numa aldeia alemã, um professor estava tão irritado com a bagunça feita por seus alunos que lhes passou um castigo: todos deveriam calcular a soma dos números naturais de 1 a 100. (1 + 2 + 3 + 4 + ... + 97 + 98 + 99 + 100) Certo de que os alunos ficariam quietos realizando a tarefa, o professor acabou tendo uma surpresa. Instantes após a solicitação, Gauss, um menino de 10 anos, apresentou o resultado correto: 5050. O professor ficou muito intrigado e foi logo perguntando como ele tinha encontrado a resposta com tanta rapidez. O menino explicou:	

Problema	Forma como foi introduzido
 Existem 100 números de 1 a 100. Agrupando-os de dois em dois como o esquema acima, obteremos 50 parcelas de 101. Então bastou multiplicar 101 por 50 = 5050. • Utilize o que você aprendeu com o texto para resolver o seguinte problema: Na compra de um terreno, foi combinado que o pagamento da primeira parcela seria efetuado um mês após a compra e teria o valor de R$300,00. A partir da segunda parcela o comprador pagaria R$35,00 a mais que a parcela anterior. Qual o total pago por um cliente que comprou o imóvel em 25 parcelas?	Para tratar da soma dos termos de PA, mas com base em um exemplo

Fonte: Milani (2011).

No Quadro 8, observa-se que os primeiro e segundo problemas foram utilizados em sala de aula antes da abordagem do termo geral da Progressão Aritmética. Conforme descrito no Quadro 7, o segundo problema foi utilizado e conduzido de forma a aproveitar as estratégias dos alunos para se chegar à referida fórmula. Consideramos essa ação como adequada, pois visou à utilização do problema como o primeiro passo para aprender o conteúdo matemático, ou seja, na abordagem de *ensinar via resolução de problemas*.

No caso do uso do primeiro problema, apesar de apresentado antes do conteúdo, ele serviu para que os alunos seguissem um exemplo do que seria o termo geral de uma sequência de números pares ($a_n = 2n$) para, então, dar aos alunos uma ideia de como deveriam prosseguir para solucionarem os itens I e II. Entendemos que isso se configurou como um exercício, uma vez que os alunos conheciam a técnica que deveriam utilizar para resolver os itens I e II (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

A nosso ver, o fato de ter dado um exemplo acabou (e acaba) influenciando a resolução do segundo problema. Veja que os alunos não tiveram a oportunidade de realizar uma *representação* do problema com base em suas próprias compreensões, baseadas em seus conhecimentos prévios (BRITO, 2006). E para tal, conforme consta do Quadro 7, ocorreu uma apresentação de conteúdos tomados como pré-requisitos para as aulas seguintes. Consequentemente, faltou a oportunidade para que os alunos pudessem realizar seus próprios *planejamentos*, ou seja, apontar suas estratégias. De forma inadequada, o modo de se pensar sobre uma possível estratégia foi dado e trabalhado já no primeiro problema, o que, na visão de Brito (2006), dificulta que os alunos realizem uma reorganização cognitiva do conteúdo envolvido.

A mesma situação ocorreu no uso do quinto problema na introdução de um novo assunto de PA. Apesar de o professor ter feito uma condução adequada, direcionada ao *ensinar via resolução de problemas*, valorizando as estratégias dos alunos e em seguida formalizando para a fórmula da soma dos termos da PA, eles tiveram que seguir um modelo, baseado no que Gauss fez para encontrar a soma dos números naturais de 1 a 100. Portanto, entendemos que, apesar do autor ter abordado os dois problemas antes da formalização do termo geral para PA (Quadro 7, ação 3) e abordado um problema para introduzir e formalizar a soma dos termos de PA, verificamos indícios de uma condução de aula voltada ao *ensinar para resolução de problemas*.

A proposta de Milani (2011) visava abordar por meio da resolução de problemas também o conteúdo de Progressão Geométrica. No entanto, ficou clara na terceira ação (Quadro 7) que a introdução do assunto "termo geral da PG" se fez de forma abrupta, logo em seguida da obtenção da fórmula do termo geral da PA. Não foi feita uma introdução por meio de um problema. Consequentemente, o quarto problema (composto de dois problemas) foi utilizado para aplicação dessa fórmula, ou seja, no formato de exercício. Assim, isso deixa evidente que essa condução de aulas correspondeu ao *ensinar para resolução de problemas*.

A proposta de ensino de Sousa (2012) foi realizada em horário extraclasse, pois o conteúdo abordado não estava inserido no currículo regular do ensino médio. No quadro 9, observamos a condução das atividades que foram adotadas pela autora.

Quadro 9 – Descrição da condução das aulas de Sousa (2012)

Ações	Sousa (2012)
1ª	Aplicação de um teste, de um questionário (sobre a relação dos alunos com o uso de dinheiro e questões econômicas) e realização de entrevistas (sobre a relação dos alunos com dinheiro, consumo, investimentos, poupança, inflação).
2ª	Aula expositiva com uso de *dois problemas* para *revisar/relembrar conteúdos básicos* tais como: cálculo da valorização e da desvalorização de uma quantia ao longo do tempo no sistema de juros compostos, porcentagem, juros e descontos.
3ª	Uso de *um problema* que foi feito em casa pelos alunos e que teve como referência de estudo um artigo sobre a evolução dos valores do salário mínimo desde 1940.
4ª	Uso de *três problemas geradores* (geradores porque eram resolvidos em grupo), tomados não mais como exemplos de conteúdos e sim para que o se pudesse apresentar aos alunos os conteúdos. Um problema foi sobre o cálculo dos juros compostos. Outro sobre montante para *apresentação de fórmulas* e, o terceiro, sobre juros.
5ª	Exposição oral das resoluções encontradas, *formalização da teoria* discutida e retrospecto do processo pelo professor. Entrega da atividade de casa a ser realizada e devolvida na aula seguinte para discussão com o professor.

Ações	Sousa (2012)
6ª	Utilização de *quatro problemas geradores,* dos quais dois deles foram resolvidos durante o encontro e envolveu atividades de simulação em um aplicativo e apresentação das respostas obtidas.
7ª	Utilização de outros *três problemas geradores*, em que dois foram trabalhados em sala de aula com a simulação da solução realizada na lousa (pelo professor) e discussão com os alunos.

Fonte: elaborado pelos autores.

Observamos, no Quadro 9, que as aulas iniciaram com a aplicação de um teste, de um questionário e da realização de entrevistas, relativas a assuntos de cunho social-econômico, ligados à temática da Matemática Financeira. Na segunda ação, verifica-se que ocorreu uma introdução de dois problemas; porém, eles foram utilizados para "revisar/relembrar conteúdos básicos" que foram retomados ao longo de toda a proposta de ensino.

Na terceira ação, percebe-se que se adotou a leitura de um artigo sobre a Matemática Financeira, sendo a resolução do problema realizada em casa pelos alunos e com base nesse texto. Na quarta ação, apresentaram-se três problemas para serem resolvidos em grupo. No entanto, eles foram utilizados para apresentar conteúdos e suas respectivas fórmulas. O que seguiu da condução das aulas foi a retomada de problemas para aplicação dos conteúdos trabalhados em sala de aula, sendo alguns feitos em casa.

O Quadro 10 evidencia os problemas que foram utilizados na pesquisa de Sousa (2012), bem como a forma como foram introduzidos. Apresentamos os que foram resolvidos em sala de aula.

Quadro 10 – Problemas abordados na pesquisa de Sousa (2012)

Problema	Forma como foi introduzido
1) Pessoal, suponha que Maria tenha um capital de R$1000,00 e que ela aplique esse dinheiro num investimento por três meses. Esse investimento pode ser um empréstimo para alguma pessoa ou aplicação em algum investimento no banco...sei lá...algum investimento. Considerando uma taxa de 2% ao mês...apesar de alta, vamos usar essa taxa porque com essa taxa fica mais fácil de visualizar a valorização. Mas é difícil encontrar um investimento que renda tanto assim, ok!? Então, considerando essa taxa de 2% ao mês e três meses de aplicação, como poderíamos calcular o montante adquirido por Maria?	Para relembrar conteúdo de Juros Compostos
2) Suponham que o Guilherme comprou o seu primeiro carro, pagou uma quantia de entrada e financiou o restante em 36 parcelas iguais a R$630,00. E que agora, juntamente com a primeira parcela, gostaria de quitar a prestação de número 36. Ou seja, ele está querendo antecipar a 36ª parcela. Como poderíamos calcular o valor da prestação de forma a descontar os juros embutidos, já que ela estava calculada para ser quitada em 36 meses a uma taxa de 2% ao mês?	Para apresentar a fórmula do Valor Presente
3.1) Uma loja está em liquidação e anunciou todos os seus produtos com 10% de desconto se o pagamento for feito à vista ou em 2 vezes "sem juros", sendo o pagamento da primeira parcela no ato da compra. Discuta com seus colegas o termo "sem juros". Vocês concordam com essa afirmação?	Aplicação do conteúdo abordado anteriormente

3.2)Juliana irá comprar um celular que custa R$ 200,00 e optará pela compra a prazo. Discuta com os seus colegas e descubra quanto de juros ela estará pagando.	
4) A loja "Roberto Eletro" anunciou uma superpromoção em todo o seu estoque em 10 vezes sem juros. Juliana, interessada em comprar à vista, foi a loja e ouviu do vendedor que o preço à vista é o mesmo que o preço a prazo. E que não daria desconto no preço à vista porque o preço a prazo já estava com desconto. Discuta com seus colegas a situação descrita acima. Vocês concordam com a explicação do vendedor?	Aplicação do conteúdo abordado anteriormente
5) Juliana se formou em arquitetura, está trabalhando em uma ótima empresa ganhando um salário de R$ 2500,00 e irá se casar em breve. Ela e o futuro maridão, que ganha, em média, R$ 3.500,00 como publicitário, estão pensando em comprar o tão sonhado apartamento. Gustavo, um amigo do casal, sugeriu que, ao invés de comprarem o apartamento, vivessem de aluguel. Discuta com seus colegas a sugestão de Gustavo. O que vocês fariam se estivessem no lugar dele?	Depois de um exemplo
6) Suponha que Camila queira muito comprar um carro e que esteja disposta a esperar por sua formatura que irá acontecer em quatro anos. Ela deseja um investimento conservador com o qual não correrá o risco de perder o seu dinheiro, que, inclusive, é ganho por uma bolsa de monitoria que ela tem na faculdade no valor de R$350,00 e por um salário de R$550,00 que recebe ajudando seu pai no tempo livre. Suponde que o carro almejado por Camila está orçado em, aproximadamente, R$25000,00, faça uma simulação no site e descubra quanto ela deverá poupar mensalmente em Títulos do Tesouro Nacional para conseguir alcançar o seu objetivo. Considere a taxa de custódia igual a 0,05%, e as duas situações abaixo: a) Ela tem R$3000,00 para iniciar o seu investimento. b) Ela não tem nenhuma quantia para iniciar o seu investimento.	Após leitura de textos explicativos
7) Camila também deseja fazer um intercâmbio no último ano da faculdade e, para isso, quer se planejar agora. Sabendo que ela tem condições de guardar R$180,00 mensalmente, faça uma simulação no site e descubra o montante que ela obterá investindo seu dinheiro em Títulos do Tesouro Direto. Em sua opinião guardando esse valor, Camila conseguirá realizar o sonhado intercâmbio? Em sua opinião, quais as vantagens em se escolher poupar em Títulos do Tesouro Direto ao invés de utilizar a Caderneta de Poupança?	Aplicação do conteúdo abordado anteriormente
8) Melina trabalha como advogada e recebe um salário de R$4000,00. Em sua folha de pagamento, há um desconto de 11% referente ao seu INSS, que, conforme seus planos, será usado para se aposentar aos 60 anos de idade. Conversando com o seu gerente, Melina percebeu que apenas a sua aposentadoria social não será suficiente para manter o seu padrão de vida atual quando for se aposentar e resolveu fazer um plano de Previdência Privada. Discuta com seus colegas o porquê da insuficiência da aposentadoria social de Melina.	Aplicação do conteúdo abordado anteriormente
9) Acesse o site da caixa previdência e simule uma aposentadoria para Melina. Ela nasceu em 09/06/1983, deseja se aposentar aos 60 anos de idade e depositar mensalmente um valor fixo de R$200,00. Suponha uma taxa de rendimento de 8% ao ano. O que vocês acham sobre os valores encontrados?	Aplicação do conteúdo abordado anteriormente

Fonte: Sousa (2012).

Observa-se no Quadro 10 que os problemas 1 e 2 foram utilizados para rever conteúdos e os demais problemas, para aplicação de tais conteúdos. Conforme se verifica do Quadro 9 (segunda e quarta ações), os problemas foram introduzidos para fazer uma revisão de conteúdos ligados à Matemática Financeira.

Assim, entendemos que o trabalho realizado em sala de aula teve como ações tratar do ensino de conteúdos previamente discutidos para que, em seguida, fossem aplicados nos "problemas". A descrição das ações posteriores mostra que os "problemas geradores" foram utilizados justamente para esse fim. Entendemos que essa condução das aulas se direciona a um *ensinar para resolução de problemas*.

Ao verificarmos as escolhas teóricas feitas na dissertação de Sousa (2012), toma-se como base o autor Hermínio (2008), o qual propõe, dentre alguns passos sugeridos para se trabalhar a resolução de problemas em sala de aula, o de introduzir assuntos por meio de um problema. Porém, essa proposta de introdução não está clara na dissertação. Além disso, Sousa (2012) fez adaptações desses passos do autor para organizar sua proposta de ensino de resolução de problemas:

> Antes de colocarmos em prática o primeiro passo da metodologia de Hermínio (2008), utilizamos o ensino tradicional, através da aula expositiva, o que, segundo ele, não descaracteriza essa metodologia. Optamos por relembrar e/ou introduzir alguns conteúdos básicos que seriam necessários à atividade. (SOUSA, 2012, p. 32)

Diante dessa escolha, continuamos a enfatizar que, do ponto de vista de nosso referencial teórico, a condução das aulas na pesquisa de Sousa (2012) seguiu o *ensinar para resolução de problemas*.

Conclusão

Nesta pesquisa, o objetivo foi descrever e analisar propostas de ensino de Matemática na abordagem da resolução de problemas, desenvolvidas no ensino médio regular, contidas em dissertações e teses. Para tal, analisamos quatro dissertações de mestrado profissionalizante, conforme nossa busca no banco de teses da Capes.

Na proposta de ensino de Vargas (2009), os exemplos (problemas) utilizados serviram para relembrar ou aplicar os conteúdos de análise combinatória. Na proposta de ensino de Milani (2011), apesar de utilizar dois problemas como ponto de partida para abordar o assunto termo geral de PA e um problema para a soma dos termos de PA, verificamos que se acabou apresentando para cada situação, logo de início, um exemplo para que os alunos pudessem seguir como modelo.

Na proposta de ensino de Sousa (2012), ficou clara a escolha de se utilizar problemas para relembrar conteúdos e para que estes pudessem ser aplicados nos outros "problemas". Ao contrário dessas três propostas, Zatti (2010) abordou problemas como ponto de partida, os quais possibilitaram introduzir o conceito de função. Contudo, inferimos que as propostas de ensino de Matemática de Vargas (2009), Milani (2011) e Sousa (2012) se enquadraram, segundo nossa interpretação e nosso referencial teórico, em uma relação entre problema e conteúdo, na abordagem do *ensinar para resolução de problemas*. Em contrapartida, a proposta de ensino de Zatti (2010) correspondeu à abordagem do *ensinar via resolução de problemas*.

As implicações educacionais que surgem do nosso estudo nos levaram a apontar algumas considerações: a) ao adotar o uso do problema como ponto de partida no ensino da Matemática, conforme se indica nos PCN, é importante evitar dar de antemão exemplos que sejam modelos a serem seguidos pelos alunos; b) ao utilizar um referencial teórico que sugere o uso do problema como ponto de partida, evitar, conforme fez Sousa (2012), de realizar adaptações que acabem direcionando as aulas a uma revisão e aplicação de conteúdos.

Referências

BRASIL. Secretaria de ensino fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria de educação média e tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais***:* ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, Alínea, 2006, 280p., p. 13-53.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 13-42.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

GIL. A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012.

HERMÍNIO, P. H. **Matemática Financeira** – um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MILANI, W. N. **A Resolução de Problemas como Ferramenta para a Aprendizagem de Progressões Aritméticas e Geométricas no Ensino Médio**. 2011. 127f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo enfoque do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

PROENÇA, M. C. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, ago., p.729-755, 2015.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SOUSA, L. **Resolução de Problemas e Simulações:** investigando potencialidades e limites numa proposta de educação financeira para alunos do Ensino Médio. 2012. 194f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

VARGAS, A. F. **O Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória através da Resolução de Problemas com Atividades Investigativas**. 2009. 110f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

ZATTI, S. B. **Construção do conceito de função**: uma experiência de ensino-aprendizagem através da resolução de problemas. 2010. 93f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2010.