Sociedade Brasileira de Educação Matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em *Revista*
ISSN 2317-904X

ADIVINHANDO O NÚMERO PENSADO: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA ATIVIDADES EM SALA DE AULA

José Carlos Fernandes Rodrigues[1]

Resumo
Este trabalho apresenta uma atividade para ser desenvolvida em salas de aula do Ensino Fundamental, ou Ensino Médio. A atividade consiste em levar uma pessoa a adivinhar, descobrir, ou mesmo deduzir qual número foi o escolhido em fichas compostas de números inteiros positivos não nulos, selecionados em determinadas condições, por uma outra pessoa. Este texto consiste em apresentar quais podem ser os meios que possibilitam realizar essa "adivinhação" utilizando conhecimentos relacionados à representação desses números no sistema de representação numérica posicional. Trata-se de uma atividade desafiadora para o ensino da representação de um número inteiro positivo em soma de potências de base 2 e visa a contribuir com a aprendizagem de participantes a respeito de propriedades de números inteiros.

Palavras-chave: Potência de base dois. Sistema de numeração posicional. Algoritmo da divisão euclidiana.

GUESSING THE NUMBER THOUGHT: A CONTRIBUTION TO CLASSROOM ACTIVITIES

Abstract
This work presents an activity to be developed in the classroom of Elementary Education, or High Education. The activity consists of taking a person, guessing, figuring out, or even deducing which number was chosen, on tokens composed of positive nonzero integers, selected under certain conditions. This text consists of presenting the means that make it possible to perform this 'divination' using knowledge related to the representation of these numbers in the system of positional numerical representation. It is a playful activity for teaching the representation of a positive integer in sum of base powers 2 and aims to contribute to the learning of the participants about the respect of some properties of integers.

Keywords: Two base powers, positional numbering system, Euclidean division algorithm.

Introdução

Este trabalho tem por alvo propor uma atividade no âmbito do ensino de conceitos matemáticos para estudantes do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio. A atividade consiste em exibir, a alguma pessoa, cinco fichas, devidamente nomeadas, cada uma com

---

[1] Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. jcrodrigues@pucsp.br

quatro linhas e quatro colunas e preenchidas com dezesseis números inteiros maiores que, ou igual a **1** e menores que **32**, dois a dois distintos.

Na sequência, solicita-se que essa pessoa escolha um desses números sem revelar a escolha feita. O número escolhido poderá estar em uma única ficha ou em mais que uma. Se o número escolhido estiver em uma única ficha, solicita-se o número dessa ficha. Se o número escolhido estiver em mais que uma ficha, solicita-se que essa pessoa discrimine todas as fichas nas quais o número, por ela escolhido, se encontra. Após a explicitação do(s) número(s) da(s) ficha(s), o objetivo da atividade consiste em que a pessoa proponente adivinhe [melhor, descubra, ou ainda, deduza] qual foi o número escolhido.

O objetivo deste trabalho é explicitar o segredo [que desmistifica um poder mágico em adivinhar coisas] por meio do qual é possível realizar aquela adivinhação utilizando alguns conhecimentos significativos a respeito de números inteiros positivos e a respeito das formas nas quais tais números podem ser representados simbolicamente na genial criação humana, denominada sistema de representação numérica posicional.

Descrição da atividade

A atividade se inicia ao se exibir a alguma pessoa [de preferência com idade maior que, ou igual a **10** anos] as cinco fichas que seguem:

FICHA 1

9	**7**	**25**	**31**
3	**15**	**17**	**23**
13	**19**	**29**	**27**
5	**11**	**1**	**21**

FICHA 2

7	**15**	**6**	**3**
2	**18**	**26**	**31**
11	**19**	**27**	**14**
10	**22**	**30**	**23**

FICHA 3

7	**21**	**12**	**30**
14	**22**	**5**	**4**
15	**6**	**28**	**13**
20	**23**	**29**	**31**

FICHA 4

13	**25**	**9**	**30**
10	**26**	**24**	**31**
15	**11**	**29**	**27**
14	**28**	**8**	**12**

FICHA 5

18	**25**	**29**	**17**
20	**21**	**16**	**26**
22	**27**	**30**	**19**
24	**28**	**31**	**23**

Em cada ficha podem ser vistos dezesseis números inteiros do intervalo **[1; 32[,** dois a dois distintos, expressos no sistema posicional de base **10.** Destaca-se que se pode encontrar na literatura a indicação da sigla S.N.D. (sistema de numeração decimal), sem a explícita menção ao fato importante desse sistema, ou de qualquer outro, com a mesma estrutura, que é a sua característica posicional.

A disposição dos dezesseis números em cada ficha pode ser modificada sem prejuízo do objetivo que se pretende alcançar, desde que não haja mudança de algum número de uma ficha para a outra. Para algumas pessoas pode ser conveniente exibir, em cada ficha, os números em ordem crescente por linhas, como a seguir:

FICHA 1

1	**3**	**5**	**7**
9	**11**	**13**	**15**
17	**19**	**21**	**23**
25	**27**	**29**	**31**

FICHA 2

2	**3**	**6**	**7**
10	**11**	**14**	**15**
18	**19**	**22**	**23**
26	**27**	**30**	**31**

FICHA 3

4	**5**	**6**	**7**
12	**13**	**14**	**15**
20	**21**	**22**	**23**
28	**29**	**30**	**31**

FICHA 4

8	**9**	**10**	**11**
12	**13**	**14**	**15**
24	**25**	**26**	**27**
28	**29**	**30**	**31**

FICHA 5

16	**17**	**18**	**19**
20	**21**	**22**	**23**
24	**25**	**26**	**27**
28	**29**	**30**	**31**

Objetivo da atividade

O objetivo da atividade consiste em trabalhar de forma desafiadora a conceituação de escrita posicional de um número positivo não nulo em uma determinada base. Para tanto**,** solicita-se que uma pessoa [nas condições mencionadas] escolha um dos números do intervalo [**1**; **32**[sem revelar a escolha feita.

Para que o proponente da atividade possa adivinhar (descobrir, deduzir) o número escolhido, é necessário e suficiente que aquela pessoa informe a ficha [sua identificação: **1**, **2**, **3**, **4**, **5**], caso aquele número esteja em apenas uma ficha, ou a identificação de todas as fichas nas quais se encontra aquele número.

De posse dessas informações, o proponente poderá "adivinhar" o número escolhido. Por exemplo, se a pessoa informar que o número escolhido está nas fichas **2**, **3** e **5**, então é possível "adivinhar" que o número escolhido foi **22**.

Alguns conceitos matemáticos que podem levar à descoberta do número

No que se segue indicamos os meios que possibilitam abrir a caixa preta -explicitar o segredo - da adivinhação por meio de alguma fundamentação teórica, isto é, é conveniente que quem propõe a atividade não fique restrito apenas ao truque.

Nessas condições, o texto a seguir explicita a fundamentação teórica e coloca algumas propostas provocadoras. O segredo da adivinhação está fundamentado na propriedade que:

> *todo número inteiro maior que* **0** *pode ser expresso por uma soma de parcelas de potências de base* **2**.

Por exemplo, o já mencionado número **22** pode ser escrito como a seguinte soma de potências de base **2**:

$$22 = 2^1 + 2^2 + 2^4.$$

Um procedimento algorítmico para obter aquela expressão pode ser o seguinte:

Realizar as divisões (euclidianas) sucessivas por **2**, a partir de **22** da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l}
22 & 2 \\ \cline{2-2}
0 & \begin{array}{r|l} 11 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & \begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & \begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 1 \end{array} \end{array} \end{array}
\end{array}$$

A sequência formada pelos sucessivos restos das divisões, da esquerda para a direita, **0**, **1**, **1**, **0**, e pelo último cociente (que sempre será **1**) sugere que se possa escrever a seguinte expressão:

$$22 = 0x2^0 + 1x2^1 + 1x2^2 + 0x2^3 + 1x2^4.$$

Os fatores (restos) **1** das correspondentes potências de base **2** e os seus correspondentes expoentes sugerem a identificação das fichas nas quais se encontra o número escolhido. Portanto, os fatores (restos) **0** e os correspondentes expoentes sugerem as identificações das fichas nas quais o número escolhido não se encontra.

Construção de fichas

Para a elaboração de fichas dessa atividade - eventualmente com discentes - alguns procedimentos podem ser os apresentados a seguir:

1º) As **5** fichas deverão ter **4** linhas e **4** colunas e o aspecto a seguir:

FICHA N

e deverão ser identificadas, por exemplo, **FICHA N**, com $\mathbf{N \in \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}}$;

2º) Os números inteiros do intervalo **[1; 32[**, que podem ser escritos por meio de **uma única** potência de base **2**:

$$1 = 2^0, \qquad 2 = 2^1, \qquad 4 = 2^2, \qquad 9 = 2^3, \qquad 16 = 2^4,$$

num total de **5** números [restando **31 - 5 = 26** números], deverão pertencer, cada um, a uma única ficha;

Embora não seja obrigatório, o número $\mathbf{m = 2^n}$ poderá ser escrito, por exemplo, na **FICHA n + 1** em qualquer das suas **16** opções;

3º) O(s) número(s) inteiro(s) do intervalo **[1; 32[** que pode(m) ser escrito(s) por meio de uma soma de **duas** potências de base **2,** entre as quais:

(i) $\mathbf{2^0}$ é a menor delas:

$$3 = 2^0 + 2^1, \quad 5 = 2^0 + 2^2, \quad 9 = 2^0 + 2^3, \quad 17 = 2^0 + 2^4,$$

num total de **4** números [restando **26 - 4 = 22** números], deverão estar na mesma ficha que $\mathbf{1 = 2^0}$ em quaisquer das [**16 - 1 = 15**] posições restantes;

(ii) $\mathbf{2^1}$ é a menor delas:

$$6 = 2^1 + 2^2, \qquad 10 = 2^1 + 2^3, \qquad 18 = 2^1 + 2^4,$$

num total de **3** números [restando **22 - 3 = 19** números], deverão estar na mesma ficha que $\mathbf{1 = 2^1}$ em quaisquer das [**16 - 1 = 15**] posições restantes;

(iii) $\mathbf{2^2}$ é a menor delas:

$$12 = 2^2 + 2^3, \qquad 20 = 2^2 + 2^4,$$

num total de **2** números [restando **19 - 2 = 17** números], deverão estar na mesma ficha que $\mathbf{4 = 2^2}$ em quaisquer das [**16 - 1 = 15**] posições restantes;

(iv) $\mathbf{2^3}$ é a menor delas:

$$24 = 2^3 + 2^4,$$

num total de **1** número [restando **17 - 1 = 16** números], deverá estar na mesma ficha que $\mathbf{8 = 2^3}$ em quaisquer das [**16 - 1 = 15**] posições restantes;

4º) O(s) número(s) inteiro(s) do intervalo **[1; 32[** que pode(m) ser escrito(s) por meio de uma soma de **três** potências de base **2,** entre as quais:

(i) as duas menores parcelas são $\mathbf{2^0}$ e $\mathbf{2^1}$, são:

$$7 = 2^0 + 2^1 + 2^2, \qquad 11 = 2^0 + 2^1 + 2^3, \qquad 19 = 2^0 + 2^1 + 2^4,$$

num total de **3** números [restando **16 - 3 = 13** números], deverão estar nas mesmas fichas que $\mathbf{1 = 2^0}$ e $\mathbf{2 = 2^1}$ em quaisquer das posições restantes;

(ii) as duas menores parcelas são $\mathbf{2^0}$ e $\mathbf{2^2}$, são:

$$13 = 2^0 + 2^2 + 2^3, \qquad 21 = 2^0 + 2^2 + 2^4,$$

num total de **2** números [restando **13 - 2 = 11** números], deverão estar nas mesmas fichas que $\mathbf{1 = 2^0}$ e $\mathbf{2 = 2^2}$ em quaisquer das posições restantes;

(iii) suas menores parcelas são $\mathbf{2^0}$ e $\mathbf{2^3}$, é:

$$25 = 2^0 + 2^3 + 2^4,$$

num total de **1** número [restando **11 - 1 = 10** números], deverá estar nas mesmas fichas que $\mathbf{1 = 2^0}$ e $\mathbf{8 = 2^3}$ em quaisquer das posições restantes;

(iv) as duas menores parcelas são $\mathbf{2^1}$ e $\mathbf{2^2}$, são:

$$14 = 2^1 + 2^2 + 2^3, \qquad 22 = 2^1 + 2^2 + 2^4,$$

num total de **2** números [restando **10 - 2 = 8** números], deverão estar nas mesmas fichas que $\mathbf{1 = 2^1}$ e $\mathbf{4 = 2^2}$ em quaisquer das posições restantes;

(v) suas menores parcelas são $\mathbf{2^1}$ e $\mathbf{2^3}$, é:

$$26 = 2^1 + 2^3 + 2^4,$$

num total de **1** número [restando **8 - 1 = 7** números], deverá estar nas mesmas fichas que $\mathbf{2 = 2^1}$ e $\mathbf{8 = 2^3}$ em quaisquer das posições restantes;

(vi) suas menores parcelas são $\mathbf{2^2}$ e $\mathbf{2^3}$, é:

$$28 = 2^2 + 2^3 + 2^4,$$

num total de **1** número [restando **7 - 1 = 6** números], deverá estar nas mesmas fichas que $\mathbf{4 = 2^2}$ e $\mathbf{8 = 2^3}$ em quaisquer das posições restantes;

5º) As descrições dos números inteiros do intervalo **[1; 32[** que podem ser expressos por somas de **4** e **5** potências de base **2** e em que fichas tais números deverão estar serão deixadas a cargo de quem, por ventura, estiver lendo este texto.

Procedimentos durante a proposta da atividade

Pode ser conveniente que docentes que irão propor essa atividade a algumas de suas turmas levem em conta algumas das ações a seguir:

0ª) Ao exibir para as pessoas que participarão da atividade as **5** fichas, todas com **16** números inteiros, dois a dois distintos, e do intervalo **[1; 32[**, explicitar, com o máximo de precisão possível, as suas "regras", que podem ser assim resumidas:

(i) Solicitar a participação de algum(a) voluntário(a) que irá escolher um particular número do intervalo **[1; 32[**;

(ii) Pedir ao(a) voluntário(a) que informe ao(a) seu professor(a) o(s) número(s) de **todas** as fichas nas quais aquele número se encontra;

1ª) Após as informações dadas pelo(a) voluntário(a), pode ser conveniente que haja uma confirmação precisa delas, pois, caso haja algum engano nelas, o "adivinhador" irá "descobrir" o "número pensado" que não foi que o(a) voluntário(a) escolheu e isso pode ser um pouco "constrangedor".

2ª) É conveniente que o(a) docente que está propondo a atividade tenha pleno domínio do "algoritmo" que lhe permitirá "adivinhar" o número escolhido.

3ª) De posse dessas informações, é conveniente que o(a) docente as memorize sem recursos escritos (papel, lousa) e, com isso, imprimir uma "característica mágica" à proposta.

Como ilustração, imagine que o(a) voluntário(a) escolheu o número que se encontra nas fichas **2**, **4** e **5**. Nessas condições, é conveniente que o(a) docente realize o seguinte "cálculo mental" (sem uso de recursos externos) para dar um "ar mágico":

$$[2^{\mathbf{2}-1} (= 2),\ \text{mais}\ 2^{\mathbf{4}-1} (= 8)\ \text{mais}\ 2^{\mathbf{5}-1} (= 16)] = 2 + 8 + 16 = 26.$$

4ª) Portanto, o(a) docente informa ao(a) voluntário(a) que o número que ele(a) escolheu foi o número **26**.

Proposta para a descoberta do "segredo"

Para que uma atividade como essa tenha significado educativo em processos de ensino e aprendizagem de aspectos vinculados às matemáticas, é conveniente que docentes a apliquem a seus(uas) estudantes de forma a descobrirem o segredo mágico.

Sem levar em conta a formação que estudantes que participam da atividade tenham, uma forma para a descoberta do segredo poderia ser a exploração do resultado de alguma adivinhação já feita.

Por exemplo, vamos supor que o número "adivinhado" tenha sido o número **26**.

Podem ser convenientes as seguintes ações propositivas:

• Divida **26** por **2** [2] para determinar o cociente e o resto da divisão [**1ª divisão**]:

$$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 13 \end{array}$$

• Se ainda for possível dividir o último cociente por **2**, então divida-o por **2** para determinar o "novo" cociente e o "novo" resto da divisão [**2ª divisão**]:

[2] Vale a pena comentar que as "ações operatórias" realizadas não se constituem em uma "operação" [*stricto sensu*] no conjunto dos números inteiros. Como proceder se algum(a) estudante perguntar: *Por que dividir por 2?*"

$$\begin{array}{r|l} 13 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 6 \end{array}$$

• Continuar com as divisões sucessivas do último cociente por **2** até que o último cociente seja **1**:

$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 3 \end{array}$ [**3ª divisão**] $\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array}$ [**4ª divisão**] $\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 1 \end{array}$ [**5ª divisão**]

• Nesse estágio, pode-se pedir que os estudantes verifiquem as etapas nas quais os restos obtidos são iguais a **1** e pedir que tentem realizar algum tipo de analogia entre o número da ficha e a correspondente numeração da divisão realizada.

A sequência formada pelos sucessivos restos das divisões, da esquerda para a direita, **0**, **1**, **0**, **1** e pelo último cociente [que sempre será **1**] sugere que se possa escrever a seguinte expressão:

$$26 = 0x2^0 + 1x2^1 + 0x2^2 + 1x2^3 + 1x2^4.$$

Generalização da atividade

Os últimos comentários sugerem uma generalização do tipo: se **N** é um número inteiro maior que, ou igual a **1**, então:

$$N = \mathbf{a_0 \times 2^0 + a_1 \times 2^1 + a_2 \times 2^2 + \ldots + a_{t-2} \times 2^{t-2} + a_{t-1} \times 2^{t-1} + 1 \times 2^t}, \quad (E)$$

em cuja expressão o coeficiente $\mathbf{a_k}$ é o resto da **(k + 1)ª** divisão por **2**.

Uma questão pertinente consiste em determinar, *a priori*, quantas divisões sucessivas por **2** serão necessárias para obter uma expressão como (E).

Sem irmos direto a uma resposta objetiva, consideramos educativo e instrutivo uma abordagem com a seguinte sequência de argumentos informais:

Por exemplo, da igualdade:

$$8 = 2^3$$

é possível concluir não rigorosamente, mas informalmente, por meio de uma linguagem escolar, que:

o fator **2** "cabe" **3** vezes em **8**.

Da mesma forma, da igualdade:

$$16 = 2^4$$

é possível concluir que:

o fator **2** cabe **4** vezes em **16**.

Logo, uma conclusão "ingênua" é a seguinte: o fator **2** "cabe" um número não inteiro **1** de vezes em **9**, **10**, **11**, **12**, **13**, **14** e **15**, em que, no sistema posicional decimal, **l = 3**, **algo** [com a expressão "**algo**" significando a "parte não inteira" do número **l**].

Cada um dos **7** números citados pode ser escrito na forma de potência de base **2,** assim:

$$9 = 2^{3,\text{algo1}} \quad 10 = 2^{3,\text{algo2}} \quad 11 = 2^{3,\text{algo3}} \quad 12 = 2^{3,\text{algo4}} \quad 13 = 2^{3,\text{algo5}} \quad 14 = 2^{3,\text{algo6}} \quad 15 = 2^{3,\text{algo7}}.$$

Portanto, para expressar cada número inteiro do intervalo $\mathbf{[2^3; 2^4[}$ como soma de potências de base **2** são necessárias exatamente **3** divisões sucessivas por **2**.

A quantidade **q** de números inteiros que necessitam exatamente **3** divisões sucessivas para serem expressos por somas de potências de base **2** pode ser calculada por:

$$2^4 - 2^3 = 2^3 = 8.$$

Da mesma forma, para expressar cada número inteiro do intervalo $\mathbf{[2^4; 2^5[}$ como soma de potências de base **2** são necessárias exatamente **4** divisões sucessivas por **2**.

Com isso em mente, é possível saber em quantas das **5** fichas cada número inteiro do intervalo **[1; 31]** ($\mathbf{31 = 2^5 - 1}$) deve estar para que se possa "adivinhar" um número escolhido por alguém e propor três questões provocativas:

Quantas fichas seriam necessárias se alguém desejasse construir fichas que contêm números inteiros do intervalo [**1**; **63**] ($\mathbf{63 = 2^6 - 1}$)*?*

Quantos números inteiros do intervalo [**1**; **64**[, *dois a dois distintos, deverá constar em cada ficha?*

Todo número inteiro positivo pode ser escrito de maneira única como soma de potências de base 2?

Caso você queira pensar a respeito da última questão provocativa, um caminho sugerido é o seguinte:

Se o número inteiro positivo for representado por **N**, então você poderá supor que há "duas" representações para ele. Na sequência, use o fato que o conjunto dos números inteiros, no qual estão definidas as operações usuais "adição"' e "multiplicação" de números inteiros, é um anel de integridade e, daí, obter sua conclusão [se sim, ou se não].

Desenvolvimento da atividade com o uso do Excel [3]

Essa atividade pode também ser explorada por meio de uma pasta do Excel nomeada "Adivinhando_numero_pensado.xlsm" na qual, entre outras coisas, é possível:

° "Construir" as cinco fichas com diversas distribuições de números.

° Simular uma adivinhação.

° Investigar qual é o segredo.

° Decompor um número inteiro positivo na base **2**.

° Consultar um algoritmo que permite "construir" cada uma das cinco fichas com os números em ordem crescente por linhas.

Pode ser conveniente ver o aspecto geral da planilha cuja página inicial é:

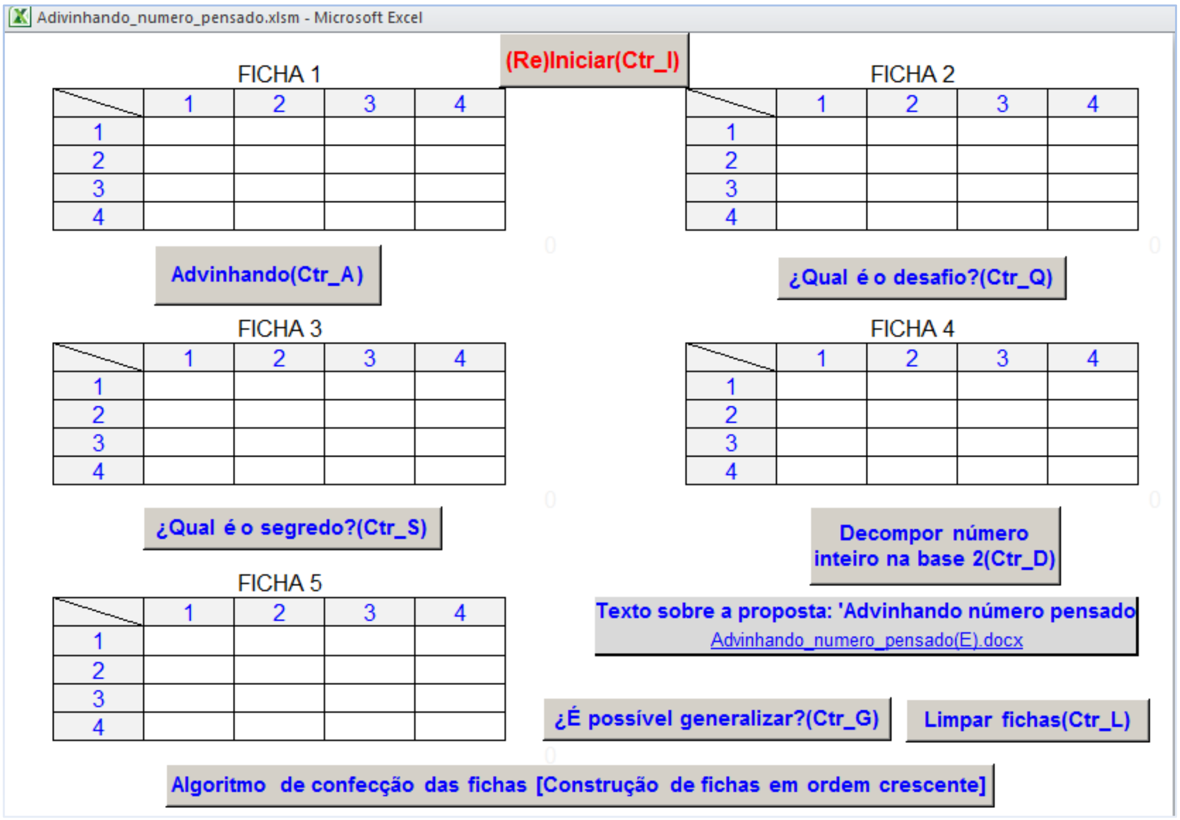


Figura 1 – Tela inicial da pasta eletrônica 'Adivinhando_numero_pensado.xlsm'
Fonte: elaborado pelo autor.

Na configuração apresentada na Figura 1, as fichas não estão preenchidas.

Para que a planilha as preencha, há, pelo menos, duas opções:

[3] Excel é um produto da Microsoft ™.

• Ao dar um clique (“clicar”) com o ponteiro do *rato* (comumente denominado *mouse*) sobre a opção (Re)Iniciar(Ctr_I) as fichas são exibidas com os números dispostos aleatoriamente em cada ficha.

• Ao “clicar” com o ponteiro do “*rato*” sobre a opção Advinhando(Ctr_A) a planilha está programada para perguntar ao(a) usuário(a) se deseja que as fichas sejam preenchidas. Se a reposta for “Sim”, então, na sequência, a planilha está programada para as seguintes ações:

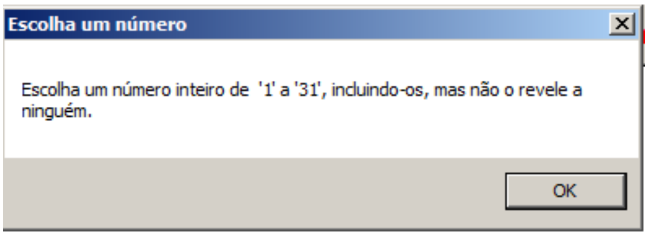


Figura 2 – Janela da pasta eletrônica “Adivinhando_numero_pensado.xlsm”
Fonte: elaborado pelo autor.

• Ao “clicar” sobre OK o(a) usuário(a) é solicitado(a) a identificar as fichas nas quais o número escolhido se encontra;

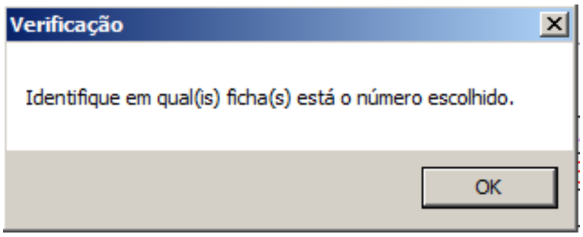


Figura 3 – Janela da pasta eletrônica “Adivinhando_numero_pensado.xlsm”
Fonte: elaborado pelo autor.

• Ao “clicar” sobre OK o(a) usuário(a) é solicitado(a) a identificar as fichas nas quais o número escolhido se encontra;

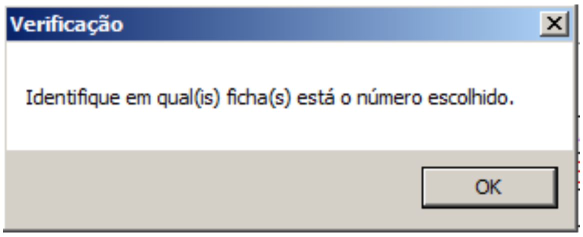


Figura 4 – Janela da pasta eletrônica “Adivinhando_numero_pensado.xlsm”
Fonte: elaborado pelo autor.

• Ao “clicar” sobre OK o(a) usuário(a) é solicitado(a) a informar o número de fichas nas quais o número escolhido se encontra.

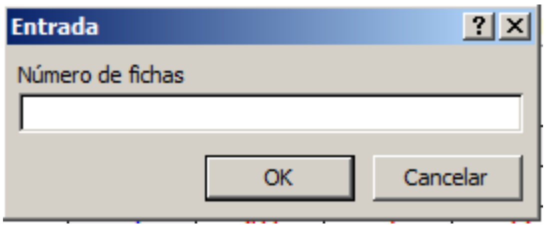


Figura 5 – Janela da pasta eletrônica "Adivinhando_numero_pensado.xlsm"
Fonte: elaborado pelo autor.

- Ao digitar o número de fichas (no exemplo dado são **3** fichas) no campo apropriado e dar, em seguida, um clique sobre OK serão exibidas janelas similares à:

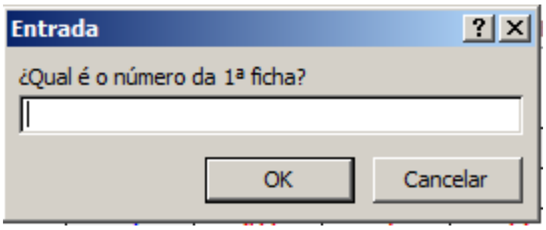


Figura 6 – Janela da pasta eletrônica "Adivinhando_numero_pensado.xlsm"
Fonte: elaborado pelo autor.

até que o número da última ficha seja informado (no exemplo: **2**, **4** e **5**).

- Após digitar todos os números das fichas será exibida a janela:

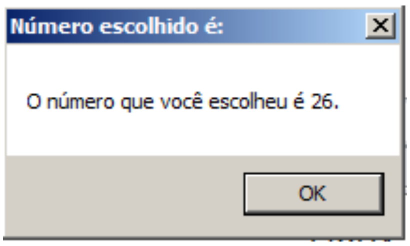


Figura 7 – Janela da pasta eletrônica "Adivinhando_numero_pensado.xlsm"
Fonte: elaborado pelo autor.

que informa qual foi o número escolhido (no exemplo dado, esse número é **26**).

Para modificar a disposição dos números nas fichas, basta dar um clique com o ponteiro do *rato* sobre a opção (Re)Iniciar(Ctr_I) que o(a) usuário(a) poderá ver a janela:

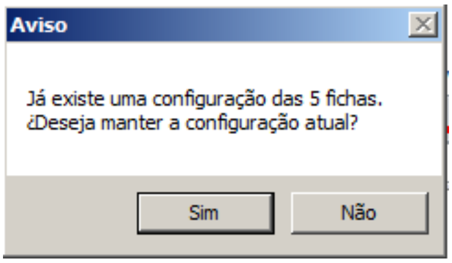


Figura 8 – Janela da pasta eletrônica "Adivinhando_numero_pensado.xlsm"
Fonte: elaborado pelo autor.

e tomar a decisão que desejar.

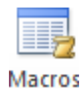
Uma questão provocativa com relação ao preenchimento das fichas é a seguinte:

Qual é a probabilidade que os números sejam colocados em cada ficha em ordem crescente por linhas?

A caixa preta

Caso você queira ver a caixa preta (programação) que permite que a planilha "Adivinhando_numero_pensado.xlsm" funcione, siga, por exemplo, os passos:

- Dê um "clique" com o ponteiro esquerdo do *rato* sobre a opção Desenvolvedor na "barra de ferramentas" da planilha.
- Em seguida, dê um clique com o ponteiro esquerdo do *rato* sobre a opção:



e, em seguida escolha a "macro" na janela que é exibida.

- Ao dar um clique com o ponteiro esquerdo do *rato* sobre a opção Editar o código que faz com que a "macro" funcione é exibido.

Generalização do objetivo da atividade

Algumas conclusões mais gerais e análogas às conclusões anteriores para os números inteiros do intervalo $\mathbf{I = [1; 2^p - 1]}$, com **p** representando um número inteiro maior que, ou igual a **1** são as seguintes:

O número **n** necessário de divisões (euclidianas) sucessivas por **2** a partir de um número inteiro **N** em **I** para que ele seja expresso por uma soma de potências de base **2** é:

$$n = \text{maior inteiro 'contido' em } \log_2 N = \text{Int}[\log_2 N].$$

◆ Duas formas para calcular **n** utilizando uma calculadora eletrônica que possui a tecla $\boxed{\text{Log}}$ [logaritmo decimal] e/ou a tecla $\boxed{\ell\text{n}}$ [logaritmo natural] podem ser as seguintes:

Digite:

$$N \boxed{\text{Log}} \boxed{\div} 2 \boxed{\text{Log}} \boxed{=}, \text{ ou } N \boxed{\ell\text{n}} \boxed{\div} 2 \boxed{\ell\text{n}} \boxed{=}.$$

A sequência das teclas digitadas depende do tipo de calculadora.

O valor da parte inteira do número que está no visor da calculadora corresponde ao número necessário de divisões sucessivas por **2** para obter aquela expansão de **N**.

A quantidade obtida de fichas para conter números inteiros de **I**, por meio de uma indução ingênua[4], é **p**.

A quantidade de números inteiros do intervalo **I** que devem constar de cada ficha, que também pode ser obtida por meio de uma indução ingênua, é $\mathbf{2^{p-1}}$.

Outra questão provocativa:

A atividade proposta poderia ser significativamente realizada (isto é, com "sucesso") caso as identificações das fichas fossem trocadas?

Referências

AFINI, Dais Capucho. VIEIRA, Gustavo Borges. ROLINO, Joelson Vitor. **Mágica com a matemática: aplicando as potências de dois**. Instituto de Ciências de Exatas, UNIFAL-MG. Disponível em: <http://www.unifalmg.edu.br/sspibid/sites/default/files/file/S02745 .pdf>.

BORIN, Julia. **Jogos e resolução de problemas**. Série CAEM, v. 6. São Paulo: Ca-em/USP, 1995.

RAMALHO, Terezinha da Silva. **O jogo das cartelas mágicas**. Projeto TEIA DO SABER 2006 - Programa de Formação Continuada de Professores.

http://docslide.com.br/documents/o-jogo-das-cartelas-magicas.html

ZASLAVSKY, Claudia. **Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro**. Trad. Pedro Theobald. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

Recebido em: 31 de maio de 2017.

Aprovado em: 13 de setembro de 2017.

[4] Neste contexto, o termo "intuitivo" significa "informa'", ou semiaxiomático, ou, talvez, pré-axiomático e pode ser considerado como sinônimo do termo "ingênuo" (naive) tal como se usa, por exemplo, na expressão "teoria ingênua dos conjuntos", oposta à "teoria axiomática dos conjuntos".