

## RELATO DE EXPERIÊNCIA



### EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA E O CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE EM SALA DE AULA

Marcia Cristina Nagy Silva<sup>1</sup>

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino<sup>2</sup>

**RESUMO:** O presente artigo é o relato de uma experiência com alunos de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual do Paraná. A experiência realizada é consequência do interesse dos alunos por uma situação descrita por um deles em sala de aula envolvendo o conceito de proporcionalidade. Na perspectiva da Educação Matemática Crítica, o problema que motivou o estudo do conceito de proporcionalidade tinha como meta determinar qual embalagem é mais “vantajosa” para o consumidor, considerando certo produto, de uma determinada marca, em suas diferentes apresentações e embalagens, em relação à quantidade e ao preço. Os alunos pesquisaram os preços de diferentes produtos, levantaram e testaram hipóteses, elaboraram e resolveram problemas. A experiência de ensino propiciou a aprendizagem de conteúdos matemáticos, bem como aproximações a um conhecimento reflexivo. Experiências como a descrita podem colaborar para uma postura crítica dos alunos enquanto consumidores.

#### Introdução

É comum em nosso dia-a-dia nos depararmos com situações envolvendo a ideia de proporcionalidade. Esse conceito é básico na resolução de problemas em diversos contextos. Nesse sentido, compreender e aplicar o conceito de proporcionalidade pode contribuir para reflexões necessárias à formação do cidadão.

A proporcionalidade também é um conceito fundamental no contexto matemático, uma vez que está presente em problemas aritméticos, geométricos e algébricos. As noções de razão, proporção, regra de três, porcentagem, semelhança de figuras, escalas, função do primeiro grau, probabilidades, etc. são estabelecidas a partir desse conceito.

Geralmente, a capacidade de raciocinar proporcionalmente surge nas crianças antes do ensino formal (SPINILLO, 2002). Elas fazem uma aplicação de estratégias intuitivas, mas na escola tendem a usar estratégias

formais, sem terem, muitas vezes, compreensão do que estão fazendo. Além disso, alguns alunos têm dificuldade em distinguir situações em que a comparação entre quantidades é multiplicativa e não aditiva, e tendem a usar estratégias aditivas quando o mais apropriado seria a estratégia multiplicativa, e não reconhecem índices como uma comparação multiplicativa (SMITH, SILVER e STEIN, 2005).

Relativo ao desenvolvimento do raciocínio proporcional, Godino e Batanero (2002) apresentam algumas orientações que podem fomentar esse raciocínio nos alunos:

1. Proporcionar una amplia variedad de tareas sobre razones y proporciones em diversos contextos que pongan en juego relaciones multiplicativas entre distintas magnitudes.
2. Estimular la discusión y experimentación en la comparación y predicción de razones. Procurar que los niños distinguan las situaciones de comparación multiplicativa (proporcionalidad) de las no multiplicativas, proporcionando ejemplos y discutiéndolas diferencias entre ellas.
3. Ayudar a los niños a relacionar el razonamiento proporcional con

<sup>1</sup>Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professora da Rede Estadual de Ensino do Paraná. Endereço para correspondência: Rua Bento Munhoz da Rocha Neto, 589, bloco 18A, apto 12, Castelo Branco, Cambé/PR. CEP: 86.186-000. Endereço eletrônico: marciagnagy@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Doutora em Educação. Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). (marciacyrino@uel.br)

otros procesos matemáticos. El concepto de fracción unitária es muy similar al de tasa unitária. El uso de tasas unitárias para comparar razones y resolver proporciones es una de las técnicas más apropiadas.

4. Reconocer que los métodos mecánicos de manipulación de símbolos, como los esquemas del tipo de "regla de três" para resolver problemas de proporcionalidad no son apropiados para desarrollar el razonamiento proporcional y no se deberían introducir hasta que los alumnos tengan un cierto dominio de otros métodos intuitivos y con fundamento matemático consistente. (GODINO e BATA-NERO, 2002, p.21-22)

No Brasil, o trabalho envolvendo a ideia de proporcionalidade frequentemente inicia-se no 7º ano (6ª série) e os problemas relativos a esse tema, muitas vezes, são resolvidos pelos alunos de maneira mecânica, por meio da utilização do algoritmo da regra de três. De acordo com Silvestre e Ponte (2009), existem orientações curriculares que abrem um campo de ação para a realização de experiências matemáticas significativas envolvendo esse conceito desde o início do ensino básico, de modo que os alunos possam usar estratégias informais para responder problemas e não usar estratégias de cálculo sem compreenderem as situações.

Compreender as situações pode possibilitar ao aluno pensar criticamente por meio da matemática, e as salas de aula podem ser contextos de reflexão e diálogo. No domínio da Educação Matemática, discussões relativas a este papel da escola aparecem pautadas nos domínios da Educação Matemática Crítica. Nessa perspectiva, Skovsmose (2006) destaca a necessidade de: preparar os alunos para o exercício da cidadania; estabelecer a matemática como um instrumento para analisar características críticas de relevância social; refletir sobre a matemática e seus usos; considerar os interesses dos alunos; estimular a

comunicação em sala de aula, uma vez que as inter-relações proporcionam uma base para a vida democrática.

Tendo em vista o exposto, no presente artigo descrevemos uma experiência com alunos de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual do Paraná envolvendo o conceito de proporcionalidade com indícios de uma educação matemática crítica.

#### Sobre a experiência realizada

No segundo semestre do ano letivo de 2008 foi iniciado, pela primeira autora deste artigo, um trabalho envolvendo a ideia de proporcionalidade com alunos de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual do Paraná. Com o objetivo de diversificar os caminhos para dar atenção às dificuldades constatadas no processo de resolução de problemas, propusemos aos alunos que escolhessem algum assunto de interesse comum para que pudessem pesquisar/estudar. No decorrer de nossa conversa, um dos alunos contou o que havia acontecido com ele na semana anterior.

O aluno disse que tinha ido a um supermercado com seus pais e que no momento de escolherem qual o tamanho de um sabonete seria mais vantajoso comprar em relação ao preço, não souberam decidir, acabaram levando o maior por acreditar que sempre o produto em embalagem maior deve sair mais barato. Alguns alunos riram e disseram que também teriam optado pelo maior. Outros disseram que o mais vantajoso é o que tem o menor preço.

Aproveitamos o interesse manifestado pelos alunos propusemos que fizessem pesquisas de preços de alguns produtos, de mesma marca, em diferentes tamanhos de embalagens para analisarmos qual o mais vantajoso para o consumidor. Essa proposta foi recebida com entusiasmo pelos alunos. Nesse momento da aula tínhamos definido a questão sobre a qual trabalharíamos: *considerando certo produto, de uma determinada marca, em suas diferentes apresentações em embalagens, em relação à quantidade e ao preço, como saber qual embalagem é mais vantajosa para o consumidor?*

Na seqüência, perguntamos ao aluno que propôs o problema inicial os preços do sabonete de acordo com a embalagem e escrevemos a situação da seguinte maneira:

Figura 1

Em um supermercado, Lucas observou os seguintes preços do sabonete da marca "A":	
Embalagem	Preço
90 g	R\$ 0,95
125 g	R\$ 1,35

Tendo em conta a relação entre a quantidade de sabonete e o preço, qual embalagem é mais vantajosa para o consumidor?

Para que os alunos pudessem identificar a natureza da variação das grandezas em diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais, apresentamos algumas situações informais para que eles analisassem. Chamamos a atenção dos alunos para o fato de que nem sempre uma variação direta é proporcional. Por exemplo, na compra de uma grande quantidade de pães, balas, etc, o preço nem sempre é o mesmo quando da compra de uma unidade, às vezes são oferecidos descontos pela compra em grande quantidade. O mesmo pode ocorrer em uma variação inversamente proporcional. Por exemplo, o fato de aumentar o número de operários em uma obra, nem sempre implica em uma redução do tempo para término da mesma, pois os operários podem não ter o mesmo potencial de trabalho.

A caracterização de grandezas direta ou inversamente proporcionais, assim como algumas de suas propriedades, é mais significativa quanto mais contrastes propusermos para nossos alunos. É olhando para os contrastes e semelhanças entre as variações proporcionais e não-proporcionais que os estudantes fazem o contraponto entre essas ideias, ampliando e aprofundando seus conhecimentos sobre elas. (São Paulo, 2001, p. 62).

Perguntamos aos alunos de que maneira o que havíamos discutido poderia ajudá-los na solução do Problema 1. Os alunos concluíram que seria “bom” para o consumidor o fato de aumentar a quantidade de sabonete e o preço aumentar menos que uma proporção direta. Nesse momento, vimos à oportunidade de iniciar um trabalho com regra de três simples, uma vez que a situação favorecia a utilização dessa regra como uma ferramenta para resolução do problema. Explicamos o porquê do nome “regra de três”, ou seja, que na proporção têm-se três elementos conhecidos e deseja-se descobrir o quarto.

Um dos alunos sugeriu que reescrevêssemos a tabela presente no Problema 1, deixando em branco o valor do preço cobrado pelo sabonete de 125 gramas. O aluno argumentou que ao supor que o preço cobrado pelo sabonete de 125 g era diretamente proporcional ao de 90 g possibilitaria que eles calculassem qual deveria ser esse valor e compará-lo com o preço real cobrado pelo

sabonete de 125 g. Desse modo, caso o valor calculado fosse maior que o valor real cobrado poderia ser entendido como mais vantajoso para o consumidor comprar o sabonete de 125 g. A seguir apresentamos a tabela reescrita.

Tabela 1  
reescrita da tabela do sabonete em suas duas embalagens

Embalagem	Preço
90 g	R\$ 0,95
125 g	x

Calculado o valor de “x”, eles explicaram que, caso o preço cobrado pelo sabonete de 125 gramas fosse diretamente proporcional ao cobrado pelo sabonete de 90 gramas, ele deveria custar R\$ 1,31. No entanto, como o preço real cobrado é de R\$ 1,35, o mais vantajoso para o consumidor é o sabonete de 90 gramas.

Os alunos surpreenderam-se com a resposta, pois pensavam que sempre o produto em embalagem maior era mais vantajoso para o consumidor. Durante as nossas discussões, levamos em consideração apenas a quantidade de produto e o preço pago por ele. Contudo, poderíamos ter incluído alguma discussão sobre o gasto com as embalagens, as necessidades individuais dos consumidores, dentre outras.

Dando continuidade, dividimos os alunos em grupos e cada um deles escolheu um produto de certa marca para pesquisar os preços dos diferentes tamanhos de embalagens e verificar qual das embalagens era a mais vantajosa para o consumidor.

Um dos grupos pesquisou os preços de um determinado refrigerante em suas diferentes apresentações em embalagens, isto é, em lata (350 ml); em garrafa de 600 ml, de 1 litro, de 2 litros e de 2,5 litros.

Tabela 2  
determinado refrigerante em suas diferentes embalagens

Embalagem	Preço
350 ml	R\$ 1,50
600 ml	R\$ 1,50
1 litro	R\$ 2,30
2 litros	R\$ 3,50
2,5 litros	R\$ 4,00

Antes de o grupo relatar seu trabalho, perguntamos a todos os alunos da sala se as embalagens e os preços aumentavam de forma proporcional. Rapidamente eles responderam que não, dando exemplos.

Alguns disseram que não eram proporcionais, pois tanto a embalagem de 350 ml quanto a de 600 ml tinham o mesmo preço. Outros compararam a embalagem de 1 litro com a de 2 litros e disseram que se dobrássemos o preço cobrado pela embalagem de 1 litro, obteríamos R\$ 4,60, valor bem superior ao cobrado pelo refrigerante de 2 litros. Eles explicaram que o refrigerante de 2 litros é mais vantajoso para o consumidor do que o de 1 litro. Outros alunos compararam o preço do refrigerante de 2,5 litros com o de 1 litro. Eles dividiram o pre-

ço do refrigerante de 1 litro por dois, obtendo o valor de 0,5 litro, R\$1,15, depois somaram esse valor a R\$ 4,60 (valor de 2 litros), obtendo R\$ 5,75 (preço de 2,5 litros), verificando que para o consumidor o refrigerante de 2,5 litros é mais vantajoso. Complementamos dizendo que, de fato, as grandezas presentes na tabela não eram direta nem inversamente proporcionais porque não existia variação proporcional entre elas.

Tendo em vista as estratégias utilizadas, foi possível concluir que os alunos ao se apropriarem do problema, construíram suas representações e passaram a manipular variáveis relacionais e numéricas da maneira que acharam mais conveniente.

Os participantes do grupo explicaram que tinham feito vários cálculos com-

parando cada embalagem com a de 1 litro. Explicaram que se o preço cobrado pela embalagem de 350 ml fosse diretamente proporcional ao preço cobrado pela de 1 litro, ela deveria custar R\$ 0,80 e não R\$ 1,50. Eles disseram que estavam assustados com a comparação dos preços. Comentaram que quando estão fora de casa normalmente o refrigerante que consomem é o de lata e, considerando a comparação que fizeram, é o menos vantajoso ao consumidor.

Devido à sugestão da professora, o grupo organizou os resultados em uma tabela. A terceira coluna dessa tabela foi preenchida com os preços caso as outras embalagens tivessem seus preços diretamente proporcionais a embalagem de 1 litro.

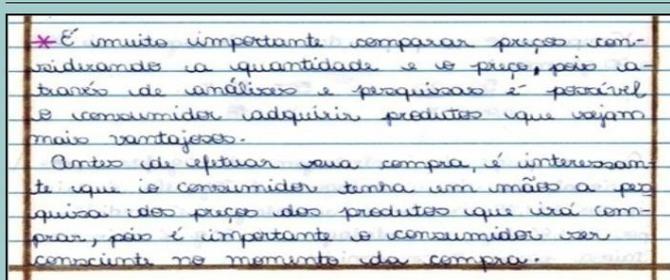
Tabela 4  
Comparação entre preços cobrados e preços calculados

Embalagem de refrigerante	Preço cobrado	Preço calculado*
350 ml	R\$ 1,50	R\$ 4,28
600 ml	R\$ 1,50	R\$ 2,50
1 l	R\$ 2,30	R\$ 2,30
2 l	R\$ 3,50	R\$ 1,75
2,5 l	R\$ 4,00	R\$ 1,60

\*Nota: Preço cobrado pela embalagem de 1 litro caso ele fosse diretamente proporcional ao das outras embalagens.

Depois de analisarem a tabela, os alunos responderam que o refrigerante de 2,5 litros é mais vantajoso para o consumidor, caso todo o líquido seja consumido.

Figura 2 – Produção escrita de uma aluna sobre o que deve ser considerado na hora da compra de um produto



Nesse sentido, Skovsmose (2006) destaca a necessidade de termos domínio do conhecimento matemático como condição básica para identificar e criticar o uso de modelos matemáticos que estão assumindo cada vez mais papel ativo na sociedade.

Aproveitamos a oportunidade para discutir o termo “vantajoso”, pois em alguns casos não é adequado comprar embalagens considerando apenas o preço em relação à quantidade. Foram dados vários exemplos, tanto pela professora quanto pelos alunos. Os alunos disseram que uma pessoa que mora sozinha dificilmente irá comprar um pacote de 5 kg de arroz, tendo em vista que o prazo de validade do produto poderá vencer sem que a pessoa consiga consumi-lo todo. Ao comprar grande quantidade de refrigerante, e não consumi-lo de imediato, pode não ser vantajoso pelo fato de “perder o gás” ou não ser possível guardar o que sobra. Em alguns casos, o refrigerante em lata pode ser considerado mais vantajoso, pois é mais fácil de armazenar, gela mais rápido, evita desperdício, etc.

Considerando a caracterização de Skovsmose (2006) de que o conhecimento reflexivo está relacionado com o desenvolvimento da capacidade de interpretar e agir em uma situação social e política estruturada pela matemática, entendemos que esse exemplo representa indícios do desenvolvimento desta capacidade. Esse autor aponta dois pontos que considera essenciais para o sucesso da proposta, quais sejam: o problema a ser tratado deve ser relevante para os alunos e deve ter proximidade com questões mais amplas que vão além da necessidade de uso de conceitos matemáticos para a sua compreensão.

Os alunos demonstraram entender a importância de se ter bom senso no momento de realizar escolhas. Eles até brincaram com a situação, dando como exemplo o fato de que, mesmo sabendo que pelas análises que fizeram a garrafa de 2,5 litros de refrigerante pareceu ser a mais vantajosa, eles não levariam uma dessas ao cinema.

#### Algumas Considerações

Neste artigo apresentamos um relato de experiência com alunos de 8ª série do Ensino Fundamental envolvendo o conceito de proporcionalidade e indícios de uma educação matemática crítica. Entre outras coisas, destaca-se que os alunos tiveram a liberdade de escolher o tema a ser estudado, bem como de propor estratégias para a resolução do problema. Essas situações foram favorecidas pelo diálogo entre a professora e os alunos, abrindo, assim, espaço para atitudes democráticas.

Na perspectiva da Educação Matemática Crítica é de fundamental importância que o professor proporcione liberdade de ação aos alunos, permitindo e incentivando-os a darem sugestões para o encaminhamento da tarefa e de criarem/escolherem situações problema.

Outro fato que merece destaque é relativo ao conhecimento matemático. O problema proposto e as discussões realizadas permitiram aos alunos observar a variação entre as grandezas, estabelecer relações entre elas, e escolher/testar estratégias de resolução, tais como construção de tabela, investigação de um fator de mudança e encontro/exploração de uma taxa unitária. Os alunos tiveram oportunidade de observar que existem diferentes tipos de variação: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não proporcionais. Além disso, identificaram a regra de três como um dos procedimentos para resolver o problema.

O estudo de conteúdos matemáticos mostrou-se aos alunos como um meio de compreender e analisar situações advindas do cotidiano. Também possibilitou a pesquisa e promoveu maior comunicação e interação entre a professora e os alunos, e entre o grupo de alunos. O desenvolvimento da proposta permitiu o envolvimento com conteúdos já “conhecidos” pelos alunos, mas em outra perspectiva.

Durante a realização das tarefas os alunos mostraram-se motivados e engajados. A experiência ora relatada pode ser considerada um exemplo de meios de se buscar superar a forma mecânica como a matemática vem sendo desenvolvida em muitas salas de aula. Esperamos que essa experiência possa desencadear reflexões nos envolvidos com a educação matemática de alunos do Ensino Fundamental sobre quais abordagens se mostram mais adequadas para fomentar a formação de alunos mais críticos e participativos.

## Referências bibliográficas

GODINO, J. D.; BATANERO, C. **Proporcionalidad e sudidáctica para maestros**. Granada: Proyeto de Investigación y desarrollo Del Ministerio de Ciencia e Tecnologia, 2002.

SÃO PAULO. Secretaria Estadual de Educação. Programa de Formação Continuada - PEC. PCN na sala de aula: a proporcionalidade em questão. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, Ano 8, n. 11, p. 62-68, dez. 2001.

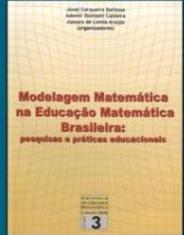
SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. **Uma experiência de ensino da proporcionalidade no 2º ciclo do ensino básico**. 2009. Disponível em: <<http://www.spce.org.pt/sem/19as.pdf>>. Acesso em: 10 jun. 2009.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2006.

SMITH, M. S.; SILVER, E. A.; STEIN, M. K. **Improving instrumection in rational numbers and proportionality**. New York: TeachersCollege Press, 2005.

SPINILLO, A. G. O papel de intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção. **Psicologia: reflexão e crítica**, Porto Alegre, v. 15, n. 3, p. 475-487, 2002.

COLEÇÃO SBEM

 <p><b>Euclides Roxo e a Modernização do Ensino da Matemática no Brasil</b> R\$20,00 (Sócios) R\$ 30,00 (Não Sócios)</p>	 <p><b>Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental</b> R\$30,00 (Sócios) R\$ 40,00 (Não Sócios)</p>	 <p><b>Modelagem Matemática na Educação Brasileira</b> R\$30,00 (Sócios) R\$ 40,00 (Não Sócios)</p>	 <p><b>Avaliação e Educação Matemática</b> R\$20,00 (Sócios) R\$ 30,00 (Não Sócios)</p>
 <p><b>Educação Matemática no Ensino Superior</b> R\$30,00 (Sócios) R\$ 40,00 (Não Sócios)</p>	 <p><b>Reflexões sobre o Ensino de Matemática nos anos iniciais de Escolarização</b> R\$20,00 (Sócios) R\$ 30,00 (Não Sócios)</p>	 <p><b>Tecnologias e Educação Matemática</b> R\$30,00 (Sócios) R\$ 40,00 (Não Sócios)</p>	<p><b>Informações e vendas:</b> <a href="mailto:sbem@sbem.com.br">sbem@sbem.com.br</a></p> 