



Kelry Fernandes<sup>1</sup>, Roney Braz Rodrigues<sup>2</sup>, Alexandre Martins Dias<sup>3</sup>, Celso de Ávila Ramos, Fausto Rogério "steves"<sup>4</sup>, Patrícia Carolina de Souza Sereira<sup>5</sup>

## RESUMO

A tecnologia se torna cada vez mais importante no processo ensino-aprendizagem em diversas áreas, sobretudo na Matemática que, por sua vez, tem suas dificuldades. Neste sentido, este trabalho pretende discutir a solução de um problema de geometria utilizando o *software* livre GeoGebra, muito conhecido no meio educacional. O problema proposto não tem solução direta implementada no *software*. Assim, pretende-se mostrar que, usando o raciocínio lógico, podemos ir mais além do que o *software* tem a nos oferecer, no caso dessa aplicação, construir um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência de raio e centro dados a partir de estratégias ou procedimentos usando os recursos do *software*.

## Palavras-chave:

Formas geométricas, Raciocínio lógico, Geometria

## Introdução

O GeoGebra é um *software* educativo livre que reúne ferramentas para aplicações em Geometria, Álgebra e Cálculo. Seu autor é o professor Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburgo na Áustria (GEOGEBRA, 2015).

O *software* consiste em um sistema de geometria dinâmica que permite realizar construções com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas e funções que podem ser modificadas dinamicamente. Esse *software* apresenta uma janela algébrica, que permite a inserção de equações e coordenadas para a construções de objetos diretamente. Assim, o GeoGebra tem um grande potencial para trabalhar com várias aplicações vinculadas a números, vetores e pontos (SOUZA JUNIOR, 2010)

Trata-se de um *software* livre e multiplataforma. Assim, pode ser instalado em computadores com sistema operacional Windows, Linux ou Mac OS. É possível obter o GeoGebra gratuitamente por meio do endereço <https://www.geogebra.org/download>.

Nas escolas brasileiras, de forma geral, metodologias específicas para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos

<sup>1</sup>Acadêmico do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: [kelryfernandes@outlook.com](mailto:kelryfernandes@outlook.com)

<sup>2</sup>Acadêmico do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: [roneybraz10@gmail.com](mailto:roneybraz10@gmail.com)

<sup>3</sup>Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: [alexandre.dias@unifenas.br](mailto:alexandre.dias@unifenas.br)

<sup>4</sup>Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: [celso.ramos@unifenas.br](mailto:celso.ramos@unifenas.br)

<sup>5</sup>Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: [fausto-rogerio@hotmail.com](mailto:fausto-rogerio@hotmail.com)

<sup>6</sup>Docente do Curso Bacharelado em Ciência da Computação, UNIFENAS. E-mail: [patricia.souza@unifenas.br](mailto:patricia.souza@unifenas.br)



e o conseqüente desenvolvimento de suas habilidades para solucionar problemas, que requerem ligações de fatores e argumentos lógicos, são escassas (DIAS, 2012; RANGEL, 2015; LEIVAS, 2011; GUEDES, 2013, BARCELOS 2004). Considerando esse fato, este trabalho apresenta como seu principal objetivo inscrever um triângulo equilátero em uma circunferência, por meio de duas técnicas ou procedimentos que estimulem o raciocínio lógico, ao mesmo tempo em que orientem o estudante a fazer uso dos recursos das ferramentas computacionais do *software* GeoGebra para esse propósito.

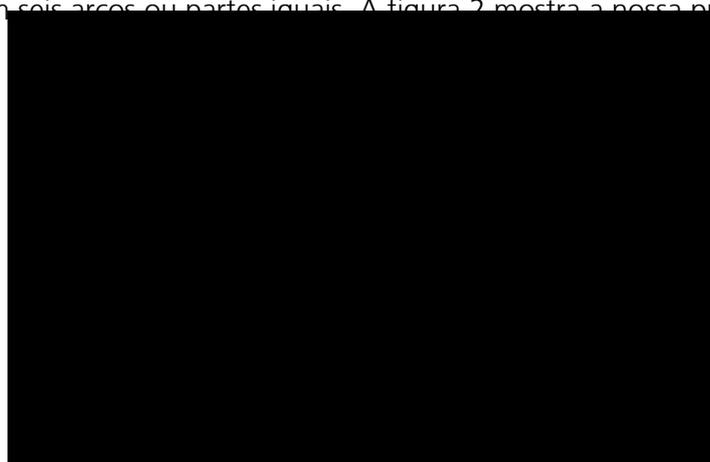
### Triângulo equilátero inscrito em uma circunferência dada a partir de duas circunferências auxiliares

A partir de uma circunferência com raio e centro conhecidos, apresenta-se uma estratégia para construir um triângulo equilátero inscrito nessa circunferência. Para isso, são utilizadas três circunferências, estrategicamente construídas de forma que suas interseções forneçam os pontos para formar o triângulo equilátero proposto. A figura 1 apresenta, como exemplo, uma circunferência 1 de raio igual a  $r = 3$ , com o centro posicionado no ponto  $A(0,0)$



Fonte: Elaboração dos autores.

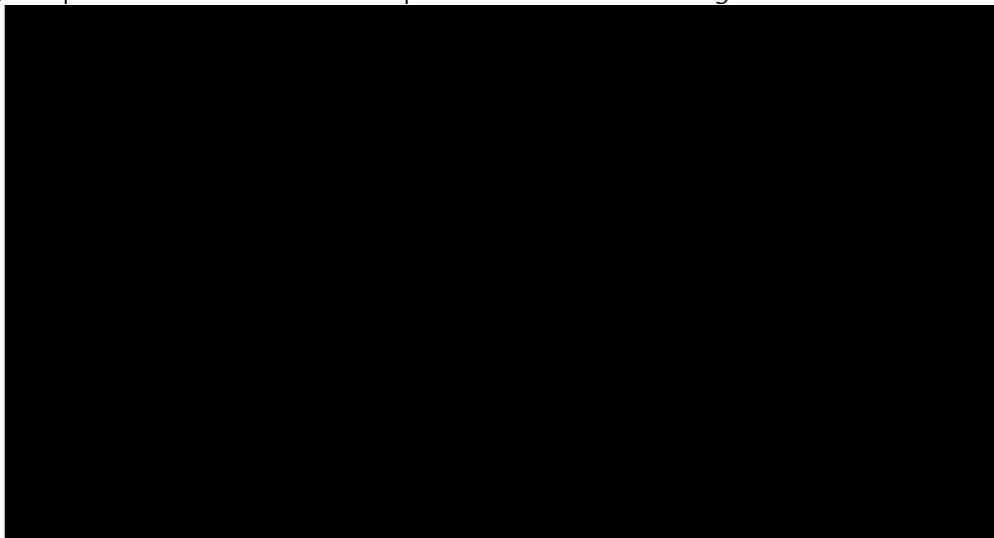
A estratégia sugerida é construir duas circunferências auxiliares, de mesmo raio, mas com centros deslocados em relação ao centro da circunferência original. Assim, propôs-se adicionar um ponto  $B(0,3)$  e um ponto  $C(0,-3)$ , que serão os centros das outras duas circunferências auxiliares a serem construídos, com o mesmo raio da circunferência original dada. Essa construção produz quatro pontos de interseção com a circunferência original que, associados aos centros das circunferências auxiliares B e C, dividem a circunferência original em seis arcos ou partes iguais. A figura 2 mostra a nossa proposição desta estratégia.



Fonte: Elaboração dos autores.



Finalmente, interligando 3 pontos quaisquer, não consecutivos entre aqueles que dividem a circunferência original, podemos obter triângulos equiláteros inscritos. A figura 3 mostra a posição final de um dos triângulos possíveis obtidos com esse procedimento ou estratégia.



#### Justificativa do procedimento ou estratégia proposta

Nesta seção, será apresentada, em detalhes, uma explicação sobre a inscrição do triângulo equilátero na circunferência dada, tomando-se como base a figura 4.



A circunferência 3 intercepta a circunferência 1 nos pontos D e E. As equações dessas circunferências são:

$$\begin{aligned} & \text{[Redacted Equation 1]} \quad (1) \\ & \text{[Redacted Equation 2]} \quad (2) \end{aligned}$$



Resolvendo o sistema, encontram-se os pontos comuns, ou as interseções. Multiplicando a equação 1 por (-1) e somando com a equação 2, vem que:

[Redacted equation] (3)

Substituindo em equação 1, obtém-se, finalmente:

[Redacted equation] (4)

Logo os pontos [Redacted] e [Redacted] são os pontos de interseção D e E entre elas.

Para o ponto [Redacted] é fácil ver que [Redacted]. Logo, [Redacted]. O mesmo pode ser mostrado para as interseções [Redacted] das circunferências [Redacted].

Assim, pode-se concluir que as interseções dividem a circunferência 1 em seis arcos iguais. Por fim, unindo 3 pontos não consecutivos, como BFG ou CDE conseguimos o triângulo equilátero inscrito na circunferência 1.

### Variação da estratégia ou do procedimento proposto

Para explicitar as potencialidades do GeoGebra e mostrar as possibilidades de solução, procurou-se apresentar outra forma de resolver o problema em questão, a fim de estimular a criatividade e o raciocínio lógico do aluno.

Para o novo procedimento, a mesma circunferência inicial foi utilizada, com os mesmos parâmetros para o raio e para o centro. No entanto, o novo procedimento proposto sugeriu o uso de um recurso do *software* denominado *Segmento com Comprimento Fixo*. Trata-se de uma ferramenta que permite criar um segmento a partir de um ponto, com um determinado tamanho.

Usando essa ferramenta do *software*, foi criado um segmento horizontal de tamanho 3, igual ao raio da circunferência dada e outro segmento horizontal de tamanho -3 a partir do ponto **C(0,-3)**. Em seguida, usou-se a ferramenta do *software*, *Semicírculo Definido por Dois Pontos*, para formar uma semicircunferência, gerando duas interseções, F e G que, junto ao ponto **B(0,3)** formam a solução. A figura 4 mostra a disposição final dos elementos criados para a mesma solução do problema já apresentada.





## Conclusão

Observou-se que o uso do GeoGebra para inscrever um triângulo equilátero em uma circunferência de raio e centro dados, pode ser estimulante para os alunos e mostra diferentes possibilidades de estratégias que podem ser utilizadas na solução do problema. Assim, é possível realizar aplicações que em sua origem o *software* não oferece diretamente. Evidencia-se, portanto, que a tecnologia auxilia bastante o professor na demonstração de qualquer tipo de problema para seus alunos, o que permite desenvolver soluções em conjunto, estimulando o estudo.

O GeoGebra demonstrou ser uma poderosa ferramenta para validar a formação de conceitos matemáticos. Além disso, demonstrou ser também uma ferramenta que possibilita transformar a solução de problemas em uma atividade criativa de exploração dos recursos ou ferramentas do *software* e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

## Referências

BARCELOS, G. T., et al. Avaliar é Preciso: o caso de softwares educacionais para Matemática no Ensino Médio. In: I WORKCOMP-SUL, *Anais...* UNISUL, Florianópolis, 2004.

DIAS, M.S.S. Resolução de problemas geométricos com GeoGebra. 1ª. CONFERÊNCIA LATINO AMERICANA DE GEOGEBRA, *Anais...* São Paulo, p. 100-114, 2012.

GEOGEBRA, **Software de Matemática Dinâmica**. Disponível em: <<https://www.geogebra.org>>. Acesso em 16 nov. 2015.

GUEDES, Paulo César Camargo. **Algumas Aplicações do Software GeoGebra ao ensino da Geometria Analítica**.

2013. 69f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

LEIVAS, J.C.P; BRINET, A.R; LEYSER, M; FRANKE, R.F. Uso do ambiente computacional para o ensino de Cálculo e Análise com Geometria. In: XIII CIAEM, *Anais...* Recife, 2011.

RANGEL, W.S.A. Interpretação Geométrica da Solução de Sistema de Equação Linear com uso do GeoGebra. In: EMEM. *Anais...* UFJF, 2015.

SOUZA JUNIOR, José C. **Introdução ao GeoGebra**. Universidade Federal de Alfenas; Unifal – MG. Agosto, 2010.