EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
em Revista

Sociedade Brasileira de Educação Matemática

POTENCIALIDADES DE DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE EM UM GRUPO COOPERATIVO

Thais Helena Inglêz Silva[1]
Alessandro Jacques Ribeiro[2]

RESUMO

Buscando investigar o Conhecimento Matemático para o Ensino de Equação, este trabalho enfoca o desenvolvimento de uma atividade em um grupo cooperativo, constituído por três professores da Educação Básica. Tal atividade integra uma pesquisa de mestrado que teve por objetivo verificar manifestações dos conhecimentos profissionais docentes, mobilizados quando professores refletem sobre práticas avaliativas. Com este artigo, discute-se a importância de ambientes de cooperação para o desenvolvimento dos conhecimentos profissionais docentes, mediados pela reflexão em relação a determinados conceitos algébricos. Para as análises, é apresentada uma situação na qual os professores são levados a refletir sobre o conceito de equação, na qual demonstram mudanças em seus posicionamentos. Dentre nossos resultados, observamos que faltam ainda pesquisas que mostrem se este tipo de mudança impacta, além das percepções dos professores, os resultados apresentados por estudantes.

Palavras-chave:

Equação. Conhecimento Matemático para o Ensino. Grupos Cooperativos.

Introdução

Investigar quais são os conhecimentos necessários para ensinar álgebra na educação básica é o desafio que nos propomos a desvelar com o projeto *"Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais"*, financiado pelo programa Observatório da Educação (OBEDUC), da Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (Capes). O grupo de participantes do projeto, integrado por estudantes de graduação, mestrandos, doutorandos e professores da educação básica e ensino superior, dividiu-se em três subgrupos responsáveis, cada qual, por investigar as relações da álgebra com a aritmética e com a análise, com a geometria e com a álgebra *per se*.

Cada subgrupo elencou conceitos matemáticos centrais para suas investigações. O subgrupo responsável por investigar a álgebra *per se* elegeu o conceito de equação, dando sequência, também, a agenda de pesquisas de Ribeiro (2012, 2013) acerca da solidificação de um Perfil Conceitual de Equação. É

[1]Mestre em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática pela Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André, SP, Brasil. E-mail: thaisinglez@gmail.com
[2]Doutor em Educação Matemática pela PUC/SP; Professor na Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André, SP, Brasil. Coordenador do Grupo de Pesquisa/CNPq *"FORMATE – Formação Matemática para o Ensino"*. E-mail: alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

Sociedade Brasileira de Educação Matemática
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em Revista

especificamente neste âmbito de pesquisa que os resultados que apresentamos neste artigo foram produzidos.

Este trabalho é produto de uma dissertação de mestrado (SILVA, 2015), desenvolvida no cenário apresentado acima, a qual teve como um de seus objetivos específicos: *reconhecer os tipos de Conhecimentos Profissionais Docentes que emergem quando os professores estão envolvidos em processos de avaliação sobre equações*. Apesar de o trabalho se desenvolver dentro da temática do Perfil Conceitual de Equação, não o tomaremos como referencial para apresentar nossos resultados, uma vez que o recorte que fazemos, neste momento, enfoca a contribuição de espaços de cooperação para o desenvolvimento do Conhecimento Matemático para o Ensino de Equação.

Apresentamos, a seguir, o referencial teórico adotado para abordar esta temática e uma enunciação do objetivo deste artigo. Na sequência, é apresentada a metodologia e os resultados de uma atividade desenvolvida no âmbito dessa investigação de mestrado, suas discussões e considerações acerca das potencialidades dos espaços cooperativos.

Referencial teórico

Conhecimento Matemático para o Ensino é um termo cunhado por Ball e colaboradores que reúne diferentes conhecimentos necessários para ensinar conceitos matemáticos. Essa ideia se apoia nos trabalhos de Shulman (1986, 1987), nos quais é apresentada uma *base de conhecimentos para o ensino*. A organização sistemática de um conjunto de conhecimentos, que seria requerido ao professor para ensinar, impactou amplamente as pesquisas em educação, que passaram a ver o trabalho de Shulman como suporte à valorização da profissão docente, particularmente porque dentre os conhecimentos por ele elencados encontrava-se o chamado Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*PCK*, do original em inglês, *Pedagogical Content Knowledge*).

O PCK é um tipo de conhecimento específico do professor e correspondente à relação entre o conhecimento específico do conteúdo e o conhecimento das práticas pedagógicas. Essa relação, no entanto, não é uma superposição de conhecimentos, mas se constitui pelas conexões indissociáveis entre um e outro. Por exemplo, refere-se "as formas de representação mais usuais das ideias, as analogias mais poderosas — ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações" (SHULMAN, 1986, p. 9, tradução nossa), ou seja, aspectos exclusivos do *métier* do professor. Além do PCK, Shulman elencou o Conhecimento Específico do Conteúdo e o Conhecimento do Conteúdo e o Currículo, no trabalho de 1986, como componentes da base de conhecimentos docentes, a qual, no trabalho de 1987, foi ampliada com a inserção de outras quatro categorias.

Inspirados nesse trabalho e buscando uma aproximação do mesmo com a Educação Matemática, bem como com as relações do exercício da profissão docente, Ball e seus colaboradores reorganizaram as categorias de Shulman em domínios e subdomínios, como apresentado na Figura 1. Esta organização foi chamada de Conhecimento Matemático para o Ensino (*MKT*, do original em inglês, *Mathematical Knowledge for Teaching)*.

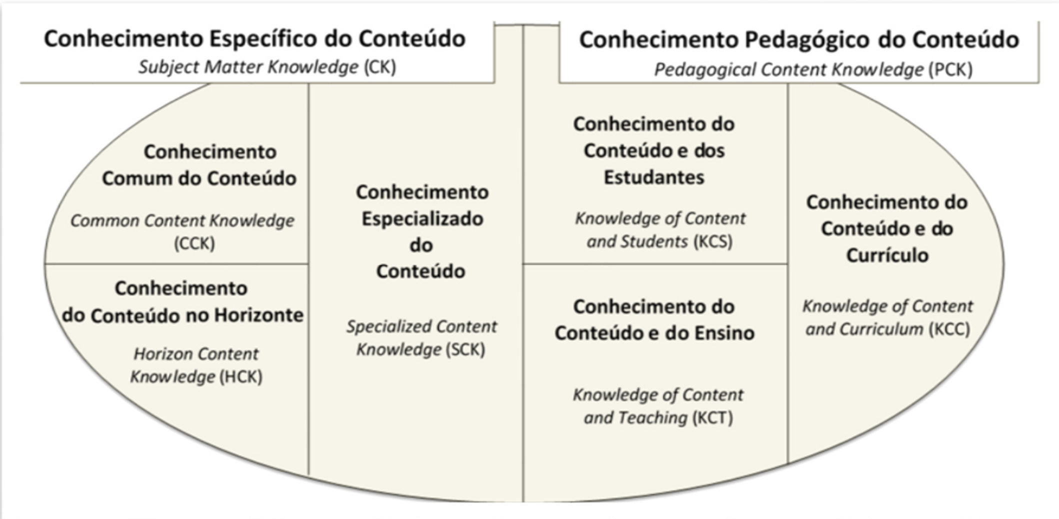

Figura 1 - Domínios e subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino
Fonte: Elabora pelos autores a partir da tradução do original de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403).

O Conhecimento Matemático para o Ensino está associado ao ensino de determinado conteúdo ou conceito e, no caso deste trabalho, ao conceito de equação. Para abordá-lo, trazemos o trabalho de Attorps (2003), no qual foram investigadas as concepções de equação de 10 professores, entre recém-formados e experientes. Como resultados, Attorps listou seis categorias de compreensões equivocadas sobre o conceito de equação – Quadro 1 – sendo as cinco primeiras parte da definição de equação, mas não identificadas pelos professores, e a última não atendendo ao conceito de equação, mas por vezes foi identificada como tal.

Categoria	Exemplo	Explicação	Categoria	Exemplo	Explicação
1) Identidade	$\cos^2 \alpha + \mathrm{sen}^2 \alpha = 1$	Regra, fórmula, resultado, identidade, etc.	**4) Triviais**	$x = 2$	Solução, expressão para o valor de x.
2) Equações não algébricas	$\int f(x)dx = x^2 + C$	Integrais, derivadas, área sob uma curva, etc.	**5) Funções**	$f(x) = 2x + 1$	Função.
3) Mais de uma variável	$2x + 5y = \sqrt{a}$	Fórmula, algo que não seja possível de resolver.	**6) Inequações e expressões**	$x + 1 \geq 2$	Inequações.

Quadro 1 - Categorias distintas da definição de equação e seus exemplos
Fonte: adaptado de Silva (2015, p. 57)

Por fim, para justificar a escolha teórico-metodológica da terceira etapa de nossa pesquisa, bem como para dar forma ao objetivo especifico do presente artigo, trazemos o conceito de trabalho cooperativo apresentado em Fiorentini (2004), a partir das ideias de Hall e Wallace (1993, *apud* FIORENTINI, 2004) e de Boavida e Ponte (2002, *apud* FIORENTINI, 2004). Define-se o trabalho cooperativo como uma "fase de trabalho coletivo que ainda não chega a ser colaborativo, pois no trabalho cooperativo, apesar da realização de ações conjuntas e de comum acordo, parte do grupo não tem autonomia e poder de decisão sobre elas" (FIORENTINI, 2004, p. 56).

Sociedade Brasileira de Educação Matemática
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em Revista

Assim, objetivamos, com a análise do desenvolvimento de uma atividade realizada em ambiente de cooperação, discorrer sobre (algumas) modificações no Conhecimento Matemático para o Ensino de Equação dos professores envolvidos, quando eles interagem entre si e com a pesquisadora. Com isso, pretendemos argumentar no sentido da importância de momentos de reflexão cooperativos/colaborativos para a formação de professores e também para o desenvolvimento de pesquisas em Educação Matemática.

Metodologia

A pesquisa de mestrado que originou o presente artigo foi estruturada em três etapas, sendo todas elas concebidas sob um viés qualitativo e interpretativo. Particularmente, a etapa em questão organiza-se com características de um grupo focal, no qual, conforme Gondim:

> O moderador de um grupo focal assume uma posição de facilitador do processo de discussão, e sua ênfase está nos processos psicossociais que emergem, ou seja, no jogo de interinfluências da formação de opiniões sobre um determinado tema. Os entrevistadores de grupo pretendem ouvir a opinião de cada um e comparar suas respostas; sendo assim, o seu nível de análise é o indivíduo no grupo. (2002, p. 151)

A seleção dos participantes foi realizada por meio de um formulário disponível na Internet e levado a um encontro de professores da rede Estadual, no município de Santo André, o que figurou a primeira etapa da pesquisa. Responderam ao formulário 21 professores, dos quais 6 participaram de entrevistas individuais na segunda etapa da pesquisa e, na terceira e última, estiveram presentes 3 professores. Esse afunilamento no número de participantes ocorreu naturalmente, conforme a disponibilidade de cada um deles.

Chamamos os três participantes da terceira etapa pelos nomes fictícios Annabeth, Clarisse e Percy. Todos são formados em licenciatura em matemática, com diferentes tempos de atuação. Annabeth, a mais experiente, na ocasião lecionava para os 6º e 9º anos do Ensino Fundamental, após 12 dos 17 anos de experiência trabalhando exclusivamente com o Ensino Médio. Clarisse lecionava para o 8º ano do Ensino Fundamental e para o 2º ano do Ensino Médio, tendo sempre trabalhado com os dois níveis de ensino. Percy lecionava para os 2º e 3º anos do Ensino Médio, não tendo experiência com os 6º e 7º anos do Ensino Fundamental.

A terceira etapa ocorreu em três encontros, realizados na Universidade Federal do ABC (UFABC), estruturados em torno de quatro ou cinco atividades previamente planejadas. Neste artigo, apresentamos os resultados da primeira atividade desenvolvida no segundo encontro desta terceira etapa, inspirada no trabalho de Attorps (2003). A atividade solicitava aos professores que assinalassem, ao lado de cada sentença ou expressão, S para aquelas que acreditavam tratar-se de equação e N para as que acreditavam não se tratar. O Quadro 2 apresenta a ficha recebida pelos professores, bem como nossas intenções com relação a cada sentença.

1. ( ) $sen^2x + cos^2x = 1$	1 - Identidades	7. ( ) $\log x = 2$	Eq. sem procedimento de resolução definido
2. ( ) $3x^2 - 5x + 2$	6 - Expressões	8. ( ) $x^5 - 3x^2 + 5 = 9$	
3. ( ) $-y + 3x - 2 = 0$	3 - Mais de uma incógnita	9. ( ) $e^x = 3$	
4. ( ) $x = 2 + 3$	4 - Equações triviais	10. ( ) $2x \geq 3 - x$	6 - Inequações
5. ( ) $x^2 + y^2 = (x - y)$		11. ( ) $x = 2$	4 - Equações triviais
6. ( ) $x - 3 = x - 5$	Equações sem solução	12. ( ) $f(x) = 2x - 5$	5 - Funções

Quadro 2 - Ficha da primeira atividade desenvolvida no segundo encontro com os professores.

Fonte: Adaptado de Silva (2015, p. 132)

Discussão dos resultados

Como a atividade em questão foi desenvolvida no segundo encontro da terceira etapa, os professores já se conheciam e já haviam passado pela experiência da atividade cooperativa, ao trocar informações e defender suas opiniões quando da realização de outra atividade. Sendo assim, logo que findaram o preenchimento das fichas individualmente, espontaneamente passaram a compartilhar suas impressões sobre as sentenças e expressões.

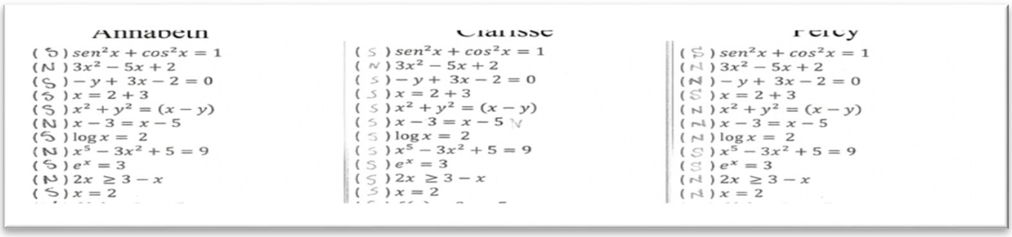

Figura 2 - Fichas preenchidas por cada professor referentes à primeira atividade do segundo encontro

Analisando os resultados obtidos nas fichas, destacamos: a. todos os docentes identificaram a sentença 1, que na verdade é uma identidade, como sendo uma equação, ao contrário do esperado, uma vez que o não reconhecimento desse tipo de equação é uma das concepções alternativas apontadas por Attorps (2003) em seu trabalho; b. nenhum docente identificou a sentença 2 como equação, a qual também refere-se a uma das concepções alternativas de Attorps, sobre a identificação de expressões algébricas como equações; c. todos os docentes concordam que a sentença 4 é uma equação, mesmo que o sinal de igualdade tenha apenas papel de operador[3]; d. em todas as outras sentenças não houve consenso entre os participantes.

Com relação às discussões, Clarisse começou argumentando o critério que usara: "*Bom, eu parti do princípio que se eu tenho os dois membros e uma igualdade, eu tenho uma equação*", ao que Annabeth respondeu, sobre a quinta sentença: "*Então, mas se* [for uma] *igualdade, que tem a questão do equilíbrio*, [essa] *daqui vai ser (x + y).(x - y). Não tem como ser igual a x - y, então vai ser falso*". Annabeth argumentou no sentido de dizer que se não há solução possível, a sentença não se trata de uma equação.

Chamamos estes aspectos sobre o conceito de equação, levantados pelos professores, como a necessidade da existência de solução, de pontos de observação. Foram assim chamados por se tratarem de

[3]A este sentido, ver o trabalho de Kieran (1981) ou o de Trivilin e Ribeiro (2015).

aspectos significativos para a discussão, sobre os quais planejamos as ações do último encontro e que discutimos com maior profundidade na dissertação. Na totalidade do encontro, foram levantados e, em alguns casos, discutidos, sete pontos de observação, a saber: a necessidade da existência de incógnita, a quantidade de incógnitas possíveis, a diferenciação entre incógnita e variável, a necessidade de haver solução para configurar uma equação, a quantidade de soluções possíveis, a relação entre os conceitos de função e de equação e o papel do livro didático na construção do conceito de equação. Discorremos sobre alguns deles, conforme apresentamos as situações.

Um momento de mudança de concepção ocorreu quando os professores estavam discutindo sobre a quantidade de soluções possíveis para uma equação. A pesquisadora questionou: "*Então, é condição necessária pra ser uma equação eu ter um número finito de soluções?*", ao que Annabeth respondeu: "*Eu, até então, acreditava que sim*". É importante destacar que, apesar de ter essa crença, Annabeth havia assinalado a identidade da sentença 1 como equação, a qual possui infinitas soluções. Isso evidencia que o conceito de equação, embora amplamente utilizado pelos professores, não está bem construído em seus conhecimentos. Annabeth tomou consciência disso quando disse: "*Na verdade nós não construímos esse conceito, nós aceitamos esse conceito pronto* [...] *eu não paro pra pensar se aquilo era ou não uma equação, tá posto que é uma equação, eu não me questionava*".

Outro importante momento de mudança de posicionamento, agora tendo por base o grupo como um todo, foi em relação à existência de solução das/nas equações. Percy argumentou que o fato de não haver solução não significa que uma sentença não possa ser chamada de equação, enquanto "*Annabeth e Clarisse justificam que não existe a ideia de uma igualdade falsa, logo, para ser equação, a igualdade deve ser satisfeita para algum valor*" (SILVA, 2015, p. 137). Percy defendeu seu argumento de que, para ser equação, não é necessário verificar a existência de soluções dizendo: "[...] *se a gente prestar atenção à nossa prática, o que que a gente acaba dizendo? Que é uma equação sem solução. Então a gente afirma que é uma equação. Depois que a gente vem afirmar que é sem solução*".

Para entrar em um consenso, os professores seguiram apresentando seus pontos de vista e manifestando mudanças de opinião, a todo tempo. É o caso de Clarisse, ao dizer: "*Uma equação é a apresentação de duas sentenças matemáticas ou de valores. Se ela tem solução ou não, é uma coisa que vem depois. Então, basicamente, uma equação é uma apresentação*". Como Annabeth ainda não concordava com o argumento de Percy e de Clarisse, disse "*e se você tem uma equação enorme, que você não consegue achar o valor de cara, ela deixa de ser uma equação?*" Queremos fundamentar, por meio destes episódios, o quão rica é a discussão dos participantes em um ambiente de cooperação, uma vez que, por sua própria conta, os professores procuraram encontrar argumentos, justificativas e exemplos para ilustrar seus pontos de vista.

Nessa atividade, identificamos a manifestação e o desenvolvimento do Conhecimento Matemático para o Ensino de Equação em alguns momentos. Quando os professores relatam sua prática em sala de aula, como Percy fez ao argumentar sobre a necessidade de existência de solução, em nosso entendimento,

Sociedade Brasileira de Educação Matemática
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA *em Revista*

ele manifesta elementos do subdomínio de Conhecimento do Conteúdo e do Ensino. Este subdomínio é ampliado por ele e pelas outras professoras no compartilhamento de suas práticas, ao ouvirem sobre outras situações de ensino e sobre como cada professor aborda determinados conteúdos em sala de aula.

Há manifestação do Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes quando os professores relatam como seus alunos reagem ao ver determinadas equações e se eles saberiam dizer se certas sentenças são ou não equações. Isso ocorreu, nesta atividade, em outra passagem que não foi possível relatar neste artigo[4]. Há também, segundo nossa interpretação, uma evidente manifestação tanto do Conhecimento Comum do Conteúdo Equação - saber identificar o que é e o que não é uma equação - quanto do Conhecimento Especializado do Conteúdo Equação - saber justificar suas escolhas, exemplificar, apresentar contraexemplos para defender sua opinião.

Considerações finais

Gostaríamos de defender, a partir dos resultados de nossa pesquisa, que atividades que proponham a interação e o compartilhamento de experiências entre professores, particularmente em grupos que trabalham em modalidade de cooperação ou colaboração, são propícias tanto para apreender o Conhecimento Matemático para o Ensino de determinado conteúdo quanto para desenvolvê-lo. Percebemos que, ao propor um ambiente de formação continuada na perspectiva cooperativa, isso se mostrou útil não só para a compreensão de elementos importantes acerca do ensino de equação, mas, também, para os participantes da pesquisa, os quais não apenas contribuem com ela, mas também agregam conhecimentos e novas práticas ao seu repertório.

Desta forma, pesquisas em ambientes de cooperação são ferramentas tanto para ampliar as fronteiras do conhecimento sobre determinado assunto, para a academia, quanto para ampliar as fronteiras individuais da prática dos professores participantes. Dessa maneira, essa prática tanto é uma atividade de transformação potencial - os resultados das pesquisas que podem ser convertidos em planejamento da formação de professores –, mas, também, atual, por alterar a atividade didática dos participantes - se não em nível prático, ao menos na compreensão do conceito.

Particularmente, investigar o Conhecimento Matemático para o Ensino tem se mostrado um caminho rico para isso. Ao mesmo tempo em que podemos identificar quais conhecimentos são essenciais para a formação de professores, o que é fundamental para repensar os cursos de formação inicial e/ou continuada, também, ao possibilitar que o professor tome consciência desses conhecimentos que, muitas vezes, já tem construídos, permite que ele os aprofunde e os clarifique. Espera-se, por conseguinte, que isso resulte em uma apresentação dos conceitos de maneira mais clara, precisa e segura. Essa ocorrência, entretanto, precisa ser temática de outras investigações.

Referências

ATTORPS, I. Teacher's Images of the "Equation" Concept. In: CONFERENCE OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 3., 2003, Bellaria. **Proceedings**… Pisa: ERME, 2003.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Thousand Oaks, v. 59, p. 389-407, 2008.

BOAVIDA, A; PONTE, J. P. da. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**, n. 1, p. 43-55, 2002.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004. Cap. 2. p. 47-76

GONDIM, S. M. G. Grupos focais como técnica de investigação qualitativa: desafios metodológicos. **Paidéia**, Ribeirão Preto, v.12, n. 24, p. 149-161, 2002.

HALL, V.; WALLACE, M. Collaboration as a subversive Activity: a professional response to externally imposed competition between schools? **School Organisation**, v.. 13, n. 2, 1993, p.101-117.

KIERAN, C. Concepts associated with the equality symbol. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, p. 317-326, 1981.

RIBEIRO, A. J. Elaborando um Perfil Conceitual de Equação: Desdobramentos para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, p. 55-71, 2013.

RIBEIRO, A. J. Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 535-557, 2012.

RIBEIRO, A. J. A noção de equação e suas diferentes concepções: uma investigação baseada em aspectos históricos e epistemológicos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 2, p. 70-86, 2009.

SHULMAN, L. S. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, n. 57, p. 1-22, 1987.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 15, p. 4-14, 1986.

SILVA, T. H. I. **Conhecimento do Professor de Matemática sobre Equações:** analisando o processo avaliativo sob o olhar de um modelo de perfil conceitual. 2015. 167 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática, Universidade Federal do ABC - UFABC, Santo André, 2015.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 29, p. 38-59, 2015.