

Artigo Teórico

Função: Concepções Manifestadas por um Grupo de Professores



Rogério Fernando Pires¹⁰

Vera Merline¹¹

Sandra Magina¹²

Resumo

O presente estudo teve por objetivo investigar as concepções de função manifestadas por um grupo de professores, cuja fundamentação teórica está alicerçada nas ideias defendidas por Sfard (1992). A pesquisa, de natureza qualitativa, contou com 14 sujeitos que participaram de um curso de estudos complementares em Educação Matemática, em uma Universidade pública do sul da Bahia. Os dados foram coletados em um dos encontros desse curso, por meio da questão “O que é função?”. Essa pergunta foi feita em dois momentos: no início do encontro, antes da realização das atividades trabalhadas sobre o conteúdo função, e ao término do encontro. Os resultados mostraram que, a princípio, esse encontro do curso não foi suficiente para motivar grandes mudanças nas concepções dos professores no que tange ao conceito de função, comparando ambos os momentos em que foram questionados. No entanto, uma análise mais cuidadosa permitiu identificar maior consistência nas respostas apresentadas pelos sujeitos e certa transição entre os tipos de concepção.

Palavras-chave: Função. Concepção operacional. Concepção estrutural. Formação de Professores.

Introdução

O conceito de função é um tema amplamente debatido no âmbito da Educação Matemática. Questões referentes ao ensino e à aprendizagem das noções inerentes a esse conceito frequentemente motivam a realização de pesquisas na área. Estudos como os de: Pires (2014); Beltrão e Iglioni (2010); Togni e Carvalho (2008); Rossini (2006) e Sierpiska (1992), são alguns exemplos.

Uma das explicações para o grande volume de produções a respeito dessa temática pode estar no fato de que, embora seja um assunto bastante discutido, os fenômenos ligados ao ensino e à aprendizagem das noções relacionadas ao conceito função apresentam características intrínsecas que contribuem para a constituição de um campo fértil para a

¹⁰Doutor em Educação Matemática. Professor Visitante do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – Ilhéus – Bahia – Brasil. E-mail: rfpires25@hotmail.com.

¹¹Doutora em Educação Matemática. Professora Adjunta do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – Ilhéus – Bahia – Brasil. E-mail: vera.merline@gmail.com.

¹²Phd em Educação Matemática. Professora Adjunta do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – Ilhéus – Bahia – Brasil. E-mail: sandramagina@gmail.com.

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

investigação. De fato, vários aspectos já foram desvelados, porém, ainda existem muitas questões a serem investigadas sobre o tema.

Assim, as dificuldades apresentadas pelos estudantes com as noções relacionadas à função têm sido foco de diversos estudos que tratam tanto do ensino quanto da aprendizagem. Sierpiska (1992) e Sfard (1992), por exemplo, ressaltam que, na maioria das vezes, os estudantes não conseguem fazer ligações entre as diferentes representações (gráfica, algébrica, diagramas, sentenças que descrevem inter-relações), tampouco a interpretação de gráficos e a manipulação de símbolos que descrevem e representam funções, tais como: $f(x)$, $x \mapsto y$, $\text{sen}(x + t)$. Contudo, fazer essas relações e manipular tais símbolos não é tarefa simples, pois o que gerencia essas ações é o processo de compreensão que se trata de algo um tanto quanto complexo, que é motivado e administrado pelas ações do professor.

Estudos como o de Pires (2014) revelam que existe uma gama considerável de trabalhos que discutem as dificuldades que estudantes apresentam perante a noção de função. No entanto, quando a investigação se reporta aos professores, esse número tem uma queda considerável. Raras são as pesquisas que tratam, ao mesmo tempo, desses dois atores do processo de ensino e aprendizagem (professor e aluno).

Nesse sentido, procuramos corroborar as investigações que tratam desse objeto matemático do ponto de vista daquele que ensina Matemática, pois acreditamos que os resultados aqui apontados, de certa forma, podem contribuir para a formação de professores. Pactuamos com a ideia de que essas informações tragam implicações diretas em sala de aula, pois, conforme Ponte (1992), as concepções daquele que ensina costumam estar enraizadas em forma de crenças, e elas vão refletir na sua atuação em sala de aula. Assim, caso consigamos produzir, a partir da análise de nossos dados, uma reflexão sobre o conceito de função, é possível que o professor repense suas crenças e concepções sobre esse conceito e, conseqüentemente, produza alguma mudança em sua prática docente.

1 O ato de conceber um objeto matemático

Quando o indivíduo faz o exercício de conceber um objeto matemático, entra em jogo o que Sfard (1992) chama de dualidade ontológica das concepções matemáticas. Ela destaca que, normalmente, um novo conceito é introduzido a partir de outro já conhecido. A autora cita como exemplo a introdução dos números complexos que, comumente, são apresentados como um par ordenado (x, y) de números reais.

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

Essa abordagem, que utiliza um conceito já conhecido como ponto de partida para chegar a outro, é chamada por Sfard (1992) de estrutural. Aqui, os conceitos familiares são tidos como os tijolos da construção de uma casa que vão se encaixando visando ao produto final, que é a casa. Na Matemática, esses conceitos conhecidos vão sendo utilizados para o surgimento de um novo conceito. Todavia, esse tipo de abordagem não possibilita um posicionamento crítico por parte de quem aprende, uma vez que o ponto de partida normalmente é um conceito já conhecido e que é considerado algo pronto e acabado.

A autora ainda destaca que a concepção estrutural parece prevalecer entre os matemáticos, não sendo aceitas definições que admitam abordagens diferentes, como a operacional, em que uma noção é concebida como um processo operacional e não como uma construção estática. Esse tipo de dualidade é muito frequente no tratamento de função que, em alguns casos, descreve processos computacionais e, em outros, relações estáticas.

Ao nos referirmos à concepção operacional e à estrutural, estamos nos reportando às crenças implícitas sobre a natureza das construções matemáticas e não às habilidades e competências relacionadas ao ato de lidar com o objeto matemático. Ainda, de acordo com Sfard (1992), há a existência de uma concepção inferior à estrutural, a pseudoestrutural, que se manifesta quando o indivíduo descreve função como uma fórmula computacional, isto é, ao associar tal objeto a uma expressão algébrica, por exemplo.

Assim, com as ideias aqui apresentadas, procuramos evidenciar alguns aspectos envolvidos no processo de concepção de função que revelaram as crenças implícitas relativas às construções dos indivíduos. Portanto, analisamos os dados coletados no estudo aqui descrito, amparados por esses aspectos.

2 O estudo

A pesquisa, de cunho qualitativo (CRESWELL, 2010), contou com 14 professores participantes de um curso de estudos complementares, oferecido por um Programa Pós-Graduação em Educação Matemática de uma universidade pública do sul da Bahia.

Esse curso, caracterizado como extensão, teve por objetivo aproximar os professores de Matemática da pós-graduação. Assim, ele foi realizado ao longo de oito encontros, cada qual com um total de oito horas de trabalho, nos quais foram discutidas questões teóricas e práticas relacionadas à pesquisa, aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática e a diversos conteúdos matemáticos.

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

Em um desses encontros, foi abordado o tema função, as diferentes representações desse objeto matemático e a coordenação dessas representações. É sobre esse encontro que versa o presente artigo, composto de três momentos distintos.

No primeiro momento, foi escrito no quadro a palavra função e solicitado para que aos participantes que montassem, coletivamente, o mapa conceitual. Nesse mapa surgiram palavras como: variáveis dependente e independente, gráfico, grandeza, relações entre grandezas, domínio, imagem, plano cartesiano, entre outras. O segundo momento foi dedicado ao trabalho com atividades relacionadas ao comportamento da função, a partir do estudo de gráficos em ambiente computacional (Geogebra), isto é, por meio de uma abordagem dinâmica. Por fim, no terceiro momento promoveu-se uma discussão com a finalidade de debater continuidade e descontinuidade de função, quando foi confrontada a ideia intuitiva que esses professores apresentavam sobre esse assunto. Nesse momento, buscou-se relacionar a representação algébrica com a gráfica.

Além de oferecer uma formação para esses professores, o intuito desse encontro foi investigar as concepções deles a respeito do objeto matemático em questão. Assim, antes de iniciar os trabalhos foi solicitado que os participantes respondessem, em uma folha de papel, a seguinte questão: “O que é função?”. Essa mesma pergunta foi novamente apresentada aos professores ao final das 8 horas de encontro, quando, mais uma vez, eles responderam, em outra folha, a essa mesma pergunta. A intenção foi aferir se a formação oferecida nesse encontro, especificamente, exerceu alguma influência na maneira de conceber função por parte dos professores envolvidos.

Portanto, procuramos desvelar as concepções de função desses professores e, ainda, investigar *qual e como* foi a contribuição do encontro de formação na maneira de conceber tal objeto matemático por parte desses indivíduos.

3 Análise e discussão dos resultados

Com o intuito de organizar as informações recolhidas junto aos professores de maneira sintética e, ao mesmo tempo, de explorar esse material à luz dos subsídios teóricos em que nos respaldamos, decidimos categorizar as respostas dadas pelos participantes da investigação em três categorias, de acordo com os tipos de concepção de função proposto por Sfard (1992), quais sejam:

- ♦ operacional – quando o indivíduo concebe o objeto como um processo dinâmico, no qual ocorrem transformações; ou como uma ferramenta para realizar cálculos;

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

- ♦ pseudoestrutural – quando a concepção fica restrita às maneiras de representar esse objeto (algébrica, gráfica, tabular etc.);
- ♦ estrutural – quando a concepção ocorre de maneira estática, as noções matemáticas são tratadas como se referissem a entidades permanentes, que podem ser manipuladas e combinadas em estruturas mais complexas.

Nesse sentido, o quadro a seguir nos dá um panorama geral de como se apresentaram as concepções de função desses professores em ambos os momentos, antes e após o encontro de formação.

Momento I		
operacional	pseudoestrutural	estrutural
1	3	10
Momento II		
operacional	pseudoestrutural	estrutural
0	3	11

Quadro 1¹³ – Síntese das concepções apresentadas pelos participantes
Fonte: Arquivo dos autores

Os dados apresentados no Quadro 1 mostram um panorama das concepções manifestadas por esses professores nos dois momentos em que questionamos seus entendimentos de função. Pelo exposto, essas concepções não se alteraram após a realização das atividades do encontro de formação. Entretanto, uma análise mais detalhada acerca das respostas apresentadas por esses sujeitos foi realizada na tentativa de compreender como essas concepções foram manifestadas.

Ao apreciar os protocolos nos quais os participantes responderam aos questionamentos, percebemos que seis dos quatorze professores no momento I concebiam função como a relação entre elementos de dois conjuntos, concepção essa que classificamos como estrutural. A figura 1, a seguir, traz um exemplo desse tipo de resposta.

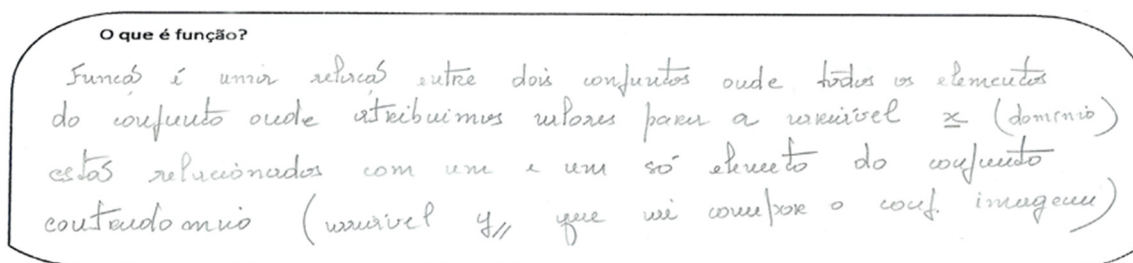


Figura 1 – Resposta dada pelo professor 1 (P1) no momento I, classificada como concepção estrutural
Fonte: Arquivo dos autores

¹³Os números tratam da quantidade de respostas enquadradas em cada uma das categorias de concepção.

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

A Figura 1 contém um exemplo da resposta com maior incidência no momento I. Destacamos, em especial, o entendimento explicitado pela utilização dos termos variável x e variável y , pois, apesar de mostrar entender função como uma relação entre elementos de dois conjuntos, o professor, quando utiliza esses termos, implicitamente faz menção a uma das maneiras de representar esse objeto matemático (representação algébrica). Assim, apesar de seu entendimento apontar para uma concepção estrutural, seus dizeres trazem alguns vestígios de uma transição da concepção pseudoestrutural para a estrutural, o que é algo completamente natural, pois o processo de compreensão não apresenta necessariamente uma única direção, ou seja, dependendo da situação com a qual o sujeito se depara, ele pode transitar entre as diferentes concepções do objeto matemático que ele dispunha no momento.

Ainda quanto às respostas obtidas no momento I, foi possível evidenciar que cinco professores entendiam função como uma relação entre grandezas, como pode ser observado na figura a seguir.

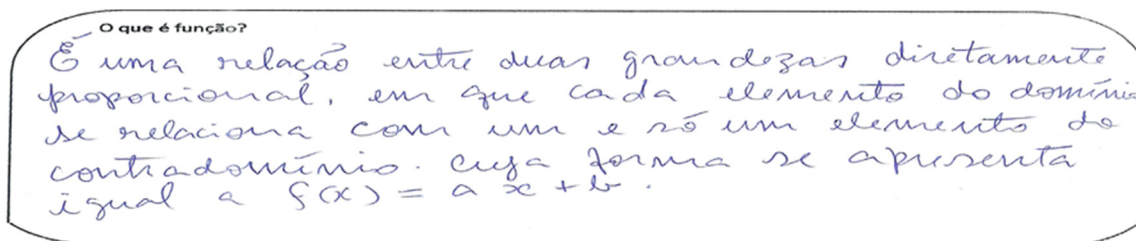


Figura 2 – Resposta dada pelo professor 5 (P5) no momento I, classificada como concepção pseudoestrutural
Fonte: Arquivo dos autores

Dentre cinco respostas, quatro foram classificadas como concepção estrutural e uma como pseudoestrutural, como mostra a Figura 2, em que o professor associa a noção de função a uma representação específica desse objeto matemático, a representação algébrica $f(x) = ax + b$. Nessa resposta, destacamos dois aspectos: o primeiro diz respeito ao fato de o professor afirmar que função é *uma relação entre duas grandezas*, fato que mostra uma limitação no entendimento do objeto matemático, pois função não pode ser vista apenas como uma relação entre grandezas; na sequência, ele comete um equívoco ao sustentar que essa relação é *diretamente proporcional*, o que só é verdade na função linear. E o segundo refere-se à visão limitada que ele expressa em sua resposta, restringindo a relação a uma representação algébrica de um tipo específico de função, qual seja a função afim.

Ainda no tocante às respostas dadas no momento I, gostaríamos, por fim, de pontuar a presença de uma que enquadramos na categoria de *concepção operacional*, cujo protocolo está representado na figura 3 a seguir.

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

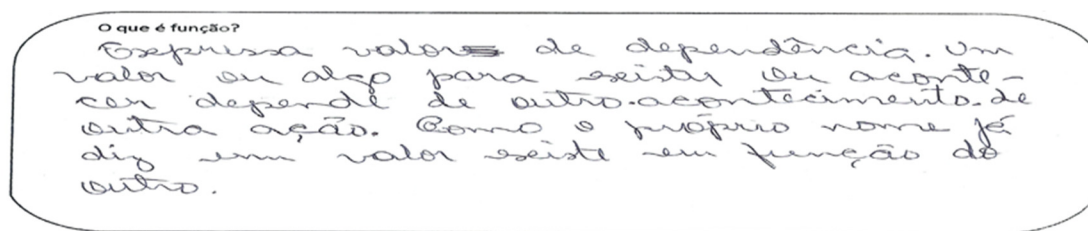


Figura 3 – Resposta dada pelo professor 12 (P12) no momento I classificada como concepção operacional
Fonte: Arquivo dos autores

O protocolo mostra que o professor concebe função como uma relação de dependência em um processo dinâmico, no qual ocorrem transformações, e, para que estas aconteçam, são necessárias ações causadoras. Salientamos também que o uso do termo valor pode indicar que para ele essa relação é estritamente numérica, na qual dado um número e sobre ele aplicada uma ação, é possível fazer uma transformação. No entanto, destacamos que o entendimento explicitado pelo P12 em termos de valores, que parece indicar uma relação numérica, pode ser um empecilho para a compreensão do conceito de função, uma vez que os dizeres do professor parecem convergir para uma percepção de relação entre termos discretos, não deixando evidente que essa relação também se estabelece e é bastante comum com as grandezas contínuas.

No momento II, conforme apresenta o Quadro 1, a única resposta que foi classificada como operacional no momento I, aquela apresentada na Figura 3, deixa de existir. De fato, esse sujeito no momento II, após a realização das atividades referentes ao encontro de formação, passa a entender função como uma relação entre elementos de dois conjuntos. Além dessa mudança no entendimento de função, pudemos notar algumas alterações nas respostas dos demais professores, e muitas delas passaram a ser mais consistentes. Um exemplo disso está ilustrado na figura seguinte que apresenta o protocolo do mesmo professor cuja resposta está contida na Figura 3.

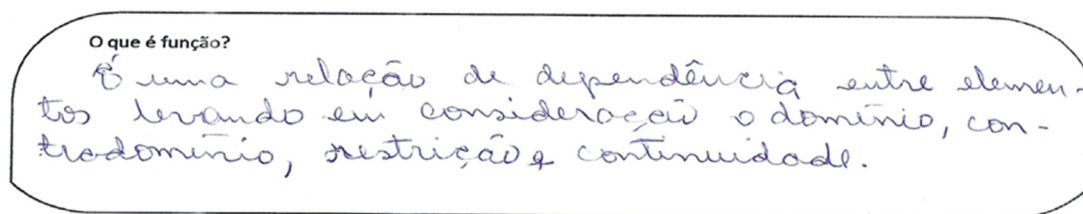


Figura 4 – Entendimento de função expressada pelo Professor 12 (P12) no momento II
Fonte: Arquivo dos autores

Comparando as Figuras 3 e 4, é possível notar que esse professor explicita no momento II um entendimento de função que aparenta estar em uma transição da concepção operacional para a concepção estrutural, cujos indícios são os termos utilizados por ele no segundo momento, como domínio e contradomínio, que mostram que a concepção operacional apresentada vai dando lugar a construções mais estáticas que são características

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

da concepção estrutural. Segundo Sfard (1992), essa transição entre uma concepção e outra é algo natural no processo cognitivo, uma vez que a compreensão não segue uma única direção.

4 Considerações finais

A realização desse estudo permitiu, ao final da análise do material coletado, realizar uma reflexão acerca das concepções manifestadas pelos professores. Esse processo reflexivo nos permitiu compreender um pouco mais a respeito da ação de conceber um objeto matemático, e que nele não estão envolvidos apenas os conhecimentos do indivíduo referentes ao objeto em questão, mas também o contexto em que o sujeito está inserido e suas crenças.

Nessa perspectiva, destacamos que as concepções evidenciadas nas respostas dos professores, de certa forma, estão diretamente relacionadas com a sua atuação em sala de aula, pois compreendemos que os entendimentos manifestados por eles, além de estarem assentados no conhecimento matemático de cada um, podem ser fruto de suas experiências enquanto professor. Desse modo, o contato com o objeto matemático, as diferentes situações de ensino e a aprendizagem dos estudantes são elementos que contribuem para a composição de determinadas crenças que, de maneira implícita ou explícita, estão presentes em suas concepções.

Identificar e classificar uma concepção não se constituiu numa tarefa simples, pois muitos indivíduos, principalmente no momento II, mostraram que a compreensão de função estava num processo de construção. Tal fato evidenciou maior incidência de uma fase de transição entre as concepções de acordo com as categorias propostas por Sfard (1992), e, como em toda transição cognitiva, os encadeamentos não seguem uma única direção.

A realização do encontro de formação pode não ter acarretado grandes alterações nas concepções que os professores traziam consigo. Contudo, julgamos que houve contribuição para que eles, no segundo momento, incorporassem em suas respostas termos ou expressões que possibilitaram evidenciar a maior incidência de um estágio de transição entre as categorias de concepções. Eles apresentaram respostas mais concisas, as quais traziam elementos que apontaram para mais de um tipo de concepção.

Desse modo, salientamos que a alteração da concepção de um indivíduo sobre um objeto matemático não acontece em um curto espaço de tempo, como foi o caso do encontro de formação oferecido aos participantes do estudo. Acrescenta-se ainda que uma

FUNÇÃO: CONCEPÇÕES MANIFESTADAS POR UM GRUPO DE PROFESSORES

formação, por si só, não garante que as concepções dos participantes sejam modificadas; ela pode, sim, potencializar essa mutação. Portanto, proporcionar aos participantes a possibilidade de incorporar em suas respostas, no momento II, termos e expressões que as deixaram mais consistentes foi, a nosso ver, uma contribuição significava aos docentes.

Por fim, destacamos que os apontamentos aqui presentes se constituem em interpretações possíveis nos limites desta pesquisa. Logo, mesmo acreditando nos argumentos e achados que explicitamos, existe a necessidade de vislumbrar os resultados alcançados com certa criticidade em razão do caráter desta pesquisa, uma vez que outros estudos podem ser realizados e trazer elementos que ampliem ou até mesmo consolidem as ideias aqui defendidas.

5 Referências Bibliográficas

BELTRÃO, M. E. P.; IGLIORI, S. B. Modelagem matemática e aplicações: uma abordagem para o ensino de funções. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 1, 2010. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/issue/archive>>. Acesso em: 8 nov. 2010.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Tradução de Magda Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2010.

PIRES, R. F. **Função: concepções de professores e estudantes dos Ensinos Médio e Superior**. 2013. 439 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

PONTE, J. P. **Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Educação Matemática: temas de investigação**. Lisboa: IIE, 1992.

ROSSINI, R. **Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

SFARD, A. Operational Origins of Mathematical Objects and the quandary of reification – The case of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). **The concept of function – Aspects of epistemology and pedagogy**, MAA Notes 25, p. 59-84, 1992.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. (Ed.). **The concept of function – Aspects of epistemology and pedagogy**, MAA Notes 25, p. 25-58, 1992.

TOGNI, A. C.; CARVALHO, M. J. S. Estudando funções no Ensino Médio noturno utilizando objetos de aprendizagem. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 16, n. 29, p. 170-209, 2008.

*Submetido em
11 de novembro
Aceito em 02
de maio*



Veja mais em www.sbemrasil.org.br