

Transformações semióticas no estudo de prismas: uma análise em exercícios resolvidos presentes em livros didáticos de Matemática

Mariana Moran¹
Júlio César Marques²
Veridiana Rezende³
Raquel Polizeli⁴

Resumo: Este artigo apresenta parte de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo analisar as transformações, tratamentos e conversões entre representações semióticas relacionadas ao estudo de prismas em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. As análises focaram nos exercícios resolvidos em três obras aprovadas pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático de 2021. Utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como base, os resultados mostraram que os exercícios propostos exploraram registros nas formas de língua natural, figural e simbólica. Infere-se, portanto, que há possibilidade de diversificação e articulação entre diferentes registros. No que se refere às transformações, destacaram-se os tratamentos nos registros figural e simbólico, com uma predominância do registro simbólico, que inclui tratamentos algébricos e numéricos. Quanto às conversões, observou-se uma maior frequência de conversões da língua natural para a figural e da língua natural para a simbólica, seguidas da conversão do registro figural para o simbólico.

Palavras-chave: Educação Matemática. Registros de Representação Semiótica. Prismas. Livro Didático.

Semiotic transformations in the study of prisms: an analysis based on mathematics textbooks

Abstract: This article presents part of a master's research that aimed to analyze the transformations, treatments, and conversions between semiotic representations related to the study of prisms in High School Mathematics textbooks. The analyses focused on the solved exercises in three works approved by the National Textbook and Educational Material Plan of 2021. Using the Theory of Semiotic Representation Registers as a framework, the results showed that the proposed exercises explored registers in the forms of natural language, figural, and symbolic. From this, it is inferred that there is potential for diversification and articulation among different registers. Regarding transformations, treatments in the figural and symbolic registers were prominent, with a predominance of the symbolic register, which includes algebraic and numerical treatments. In the context of conversions, there was a higher frequency of conversions from natural language to figural, and from natural language to symbolic, followed by conversions from the figural register to the symbolic.

Keywords: Mathematics Education. Semiotic Representation Registers. Prisms. Textbook.

Transformaciones semióticas en el estudio de los prismas: un análisis a partir de los libros de texto de matemáticas

Resumen: Este artículo reporta parte de una investigación de maestría que tuvo como objetivo analizar las transformaciones, tratamientos y conversiones entre representaciones semióticas relacionadas con el

¹ Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática. Universidade Estadual de Maringá/UEM, Maringá, PR, Brasil. E-mail: mbarroso@uem.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8887-8560>.

² Mestre em Educação Matemática. Universidade Estadual do Paraná/Unespar, Campo Mourão, PR, Brasil. E-mail: jcmprofmat@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1761-4629>.

³ Doutora em Educação Matemática. Universidade Estadual do Paraná/Unespar, Campo Mourão, PR, Brasil. E-mail: rezendeveridiana@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4158-2196>.

⁴ Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná /UTFPR – CM, Campo Mourão, PR, Brasil. E-mail: raquelpolizeli@utfpr.edu.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-0615-3716>.

estudio de prismas, presentes en libros de texto de Matemáticas de la Educación Secundaria. El análisis abarcó los ejercicios resueltos en tres obras aprobadas por el Plan Nacional del Libro y del Material Didáctico de 2021. Con la Teoría de los Registros de Representación Semiótica como marco teórico, los resultados mostraron que en los ejercicios propuestos se exploraron registros en las formas de lenguaje natural, figural y simbólico. De esto se infiere que existe la posibilidad de diversificación y articulación entre diferentes registros. En cuanto a las transformaciones, destacaron los tratamientos en los registros figural y simbólico, con predominio del registro simbólico, que incluye tratamientos algebraicos y numéricos. En el ámbito de las conversiones, hubo mayor frecuencia de la conversión del lenguaje natural al figural y del lenguaje natural al simbólico, seguida de la conversión del registro figural al simbólico.

Palabras clave: Educación Matemática. Registros de Representación Semiótica. Prismas. Libro de Texto.

1 Introdução

Na Matemática, as representações são essenciais, visto que não temos acesso direto aos objetos, pois estes são abstratos (Duval, 2003). A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida por Raymond Duval, parte do pressuposto de que “não se deve jamais confundir um objeto e sua representação” (Duval *apud* Machado, 2003, p. 21). Um dos modos de evitar essa confusão é permitir ao estudante conhecer e articular diferentes representações para um mesmo objeto matemático. De acordo com Duval (2009), a aprendizagem em Matemática requer o reconhecimento de que um mesmo objeto matemático pode ser representado de diversas maneiras e que é fundamental articular essas representações. Duval (*apud* Machado, 2003, p. 13) também menciona que “o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático”.

Segundo Duval (2011), são considerados registros de representação semiótica aqueles que são utilizados com fins didáticos e que cumprem duas condições básicas: a produção de representações que permitam o acesso a objetos perceptiva ou instrumentalmente inacessíveis e a provisão de operações específicas que possibilitem a transformação de representações em novas representações.

As diferentes representações semióticas estão presentes nos livros didáticos de Matemática. Contudo, como apontam Almouloud *et al.* (2004), embora esses livros explorem alguns registros de representação semiótica, é crucial que os professores estejam atentos às transformações entre esses registros, pois essa conscientização pode facilitar a compreensão do objeto matemático. Segundo Souza (2013, p. 19), “o livro didático se configura como um material indispensável a professores e alunos, se tornando, portanto, um dos mais importantes instrumentos na construção do saber”. Diante desse reconhecimento, entendemos que o livro

didático assume um papel relevante como auxiliar no planejamento do professor e no processo de aprendizagem dos alunos.

O livro didático deve ser encarado como um aliado no cotidiano da sala de aula, e, ao utilizá-lo, o professor deve definir prioridades, ajustar sequências propostas, ampliar ou reduzir a quantidade de atividades, entre outras ações, fazendo assim bom uso do material e evitando que ele se torne um obstáculo ao projeto pedagógico da escola (Centurión; Jakubovic, 2012, p. 5).

Considerando o papel do livro didático no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, bem como a importância das diferentes representações e suas transformações para a compreensão de objetos matemáticos, justifica-se o desenvolvimento desta investigação, que teve como objetivo analisar as transformações – tratamentos e conversões – entre as representações semióticas relativas ao estudo de prismas presentes em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.

2 Os Registros de Representação Semiótica e a Geometria Espacial

Na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), uma representação é considerada semiótica se possibilitar três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável como pertencente a um determinado registro; o tratamento, que consiste na transformação de uma representação dentro do mesmo registro em que foi formada; e a conversão, que se refere à transformação de uma representação em outro registro semiótico, de modo que a definição e as propriedades do objeto matemático sejam preservadas e expressas em outra forma de representação (Duval, 2012).

Os registros de representação semiótica são classificados por Duval (2003) em quatro grandes tipos: língua natural, simbólico (sistema de escrita), gráficos e figuras geométricas. Além disso, Duval (2011) distingue os registros em multifuncionais e monofuncionais. Moran (2015, p. 46) sintetiza essas informações em um quadro, destacando que esses registros podem ser discursivos (língua, oral ou escrita) ou não discursivos (figural e simbólico, como icônicos, geométricos e gráficos). Nos registros multifuncionais, os tratamentos não são algoritmizáveis, enquanto nos monofuncionais as transformações de expressões são algoritmizáveis.

Nesta pesquisa, focada em Geometria Espacial, destacamos principalmente três tipos de registros de representação semiótica: língua natural, figural e simbólico. Coutinho e Moran (2014) apontam que a oralidade, expressa por meio da língua natural, ocorre frequentemente durante explicações, definições, formalizações de propriedades e exemplos matemáticos nos

registros escritos em sala de aula, assim como nas explicações verbais. No contexto da Geometria Espacial, o registro em língua natural pode ser entendido como a descrição de conceitos, definições, propriedades, situações-problema, enunciados, entre outros.

No que diz respeito ao registro figural, Duval (2011) esclarece que, no processo de aquisição de conhecimento no ensino de Matemática, e mais especificamente na Geometria, as figuras geométricas constituem um registro de representação semiótica. Segundo Moran (2015), na geometria, a utilização de imagens auxilia na compreensão e na resolução de problemas. A pesquisadora afirma ainda que, quando se trata de enunciados de problemas, a imagem ou a figura podem modificar o significado do texto, oferecendo uma perspectiva específica sobre os aspectos a serem considerados para alcançar a conclusão necessária. A figura desempenha um papel importante na resolução de problemas matemáticos, contribuindo significativamente do ponto de vista cognitivo e na forma de conceber e compreender o problema.

Quanto ao registro simbólico, ele pode incluir representações numéricas, como a forma fracionária ou decimal, ou representações algébricas, que são utilizadas para apresentar generalizações. Esse registro é uma ferramenta importante para a resolução de problemas, entre outras aplicações.

Ao trabalhar com objetos da Geometria Espacial, também é possível explorar registros além do figural, como o registro simbólico. Os registros simbólicos abrangem aspectos numéricos e algébricos relacionados, por exemplo, aos valores numéricos das medidas dos lados, arestas ou segmentos. Além disso, o cálculo da área da superfície total, composta por todas as faces laterais e bases de uma figura tridimensional, assim como seu volume, pode ser representado por expressões ou equações algébricas.

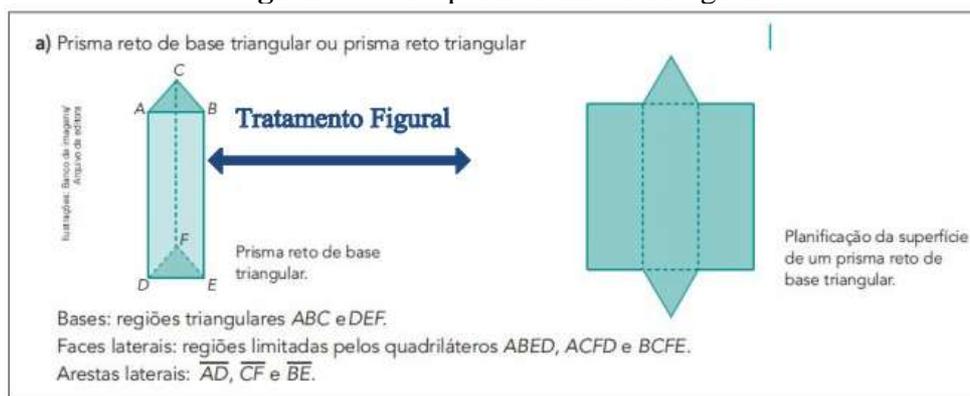
Com base na classificação dos tipos de registros de representação semiótica descritos por Duval (2003), consideramos possível a análise de objetos da Geometria Espacial, em particular prismas, para tentar compreendê-los em termos de seus conceitos e propriedades.

Para explorar e compreender os objetos de conhecimento estudados, utilizamos os dois tipos de transformações descritas por Duval (2003): tratamento e conversão. O tratamento é a transformação da representação no próprio registro em que foi formada. Trata-se de uma transformação interna que ocorre dentro de um registro, utilizando as regras de funcionamento desse registro. Assim, o tratamento mobiliza apenas um registro de representação. A conversão, por sua vez, é a transformação de uma representação em outra representação em um sistema semiótico diverso, conservando, total ou parcialmente, o que define o objeto em questão. A

conversão é uma transformação de um registro para outro e, portanto, requer a coordenação dos registros realizados pelo sujeito que a efetua.

A seguir, apresentamos exemplos de tratamento e conversão associados à Geometria Espacial em exercícios resolvidos no livro didático *Matemática em Contexto* (Dante; Viana, 2020).

Figura 1 - Exemplo de tratamento figural

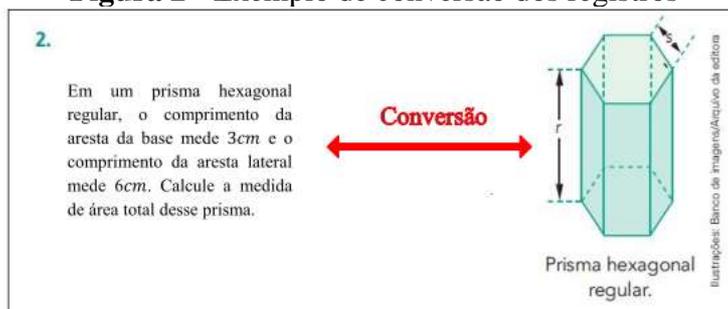


Fonte: Dante e Viana (2020, p. 84).

Na representação da Figura 1, a imagem do prisma reto de base triangular foi planificada, passando de uma representação tridimensional para bidimensional, o que caracteriza uma reconfiguração. De acordo com Kluppel (2012, p. 51), a reconfiguração é a operação que consiste em reorganizar uma ou várias subfiguras diferentes de uma figura dada em outra figura. “A reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas: é uma das numerosas operações que dá ao registro das figuras o seu papel heurístico” (Duval, 2012, p. 272).

A Figura 2 exemplifica uma conversão, que são transformações que ocorrem entre diferentes representações, mas que se referem ao mesmo objeto. Nesse caso, há a conversão de uma representação no registro da língua natural (o enunciado da atividade) para sua representação na forma figural (a representação do prisma hexagonal desenhada).

Figura 2 - Exemplo de conversão dos registros



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 86).

Assim, um objeto, ao contar com diferentes representações, apresenta características diferentes; no entanto, Damm (*apud* Machado *et al.*, 1999, p. 147) explica que “o que garante a apreensão do objeto matemático, a sua conceitualização, não é a determinação de representações ou as várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim a coordenação entre esses registros de representação”. Duval (*apud* Machado, 2003, p. 15) também destaca que “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica”. Coordenar envolve a ação de “transitar” entre pelo menos duas representações, identificando o objeto matemático e estabelecendo relações com suas diferentes representações semióticas, realizando a transição de forma espontânea.

Desse modo, podemos inferir que, em Matemática, boa parte da comunicação se estabelece com base nas representações de seus objetos, e sua compreensão resulta na habilidade de alternar entre registros e efetuar tratamentos para explorar seus resultados e propriedades.

3 Caminhos metodológicos e análises da pesquisa

Tal pesquisa tem natureza documental, na qual o pesquisador interpreta informações e tendências das fontes primárias com um olhar crítico, promovendo uma reflexão sobre o tema específico a ser analisado (Ludke; André, 1986). As fontes primárias selecionadas para esta investigação foram três coleções de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio, aprovadas pelo Plano Nacional do Livro e do Material Didático de 2021 (PNLD 2021), adotadas pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná (SEED) para o ano letivo de 2022. São elas:

1. Matemática em Contextos: Geometria Plana e Geometria Espacial, de Dante e Viana (2020), designado aqui como Livro Didático 1 (LD1);
2. Quadrante Matemática e suas Tecnologias: Geometria Plana e Espacial, de Chavante e Prestes (2020), referido pela sigla LD2;
3. Prisma Matemática: Geometria, de Bonjorno, Giovanni Junior e Souza (2020), designado como LD3.

Os volumes 2 de cada uma dessas coleções foram analisados, pois contêm o conteúdo sobre “Prismas”. Consideramos a “parte curso” do capítulo, ou seja, a seção da obra que inclui explicações, exercícios resolvidos e definições relacionadas aos Prismas. Neste artigo, apresentamos a análise de três exercícios resolvidos, um de cada livro analisado.

4 Análise dos Exercícios

A seguir está a descrição das análises dos três exercícios resolvidos.

4.1 Análise do Exercício 1 – Livro Didático 1

A análise do LD1 foi feita a partir do Capítulo 2, “Geometria Espacial”, da subseção intitulada “Prisma e Cilindro”. O conteúdo sobre Prismas é desenvolvido em 16 páginas, nas quais se encontram definições dos elementos referentes ao Prisma, exercícios resolvidos e propostos aos estudantes.

O exercício resolvido 1 é o primeiro exercício resolvido sobre Prismas no LD1 e demonstra como calcular a área total de um prisma hexagonal regular. Para a sua resolução, apresenta-se o desenho de um prisma hexagonal regular, identificando o comprimento da aresta da base e o comprimento da aresta lateral. É realizada a planificação da superfície do prisma hexagonal para calcular a área lateral. Como cada face do prisma é retangular, utiliza-se a fórmula $A_l = 6 (r \cdot s)$. Em seguida, calcula-se a área das faces das bases utilizando a fórmula do triângulo equilátero. Para finalizar o cálculo da área total do prisma hexagonal regular, soma-se a área lateral com a área das bases.

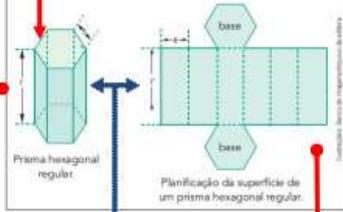
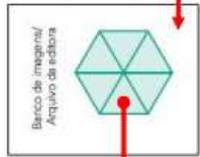
Nesse exercício, foram identificados os seguintes registros de representação semiótica: no enunciado, o registro multifuncional, uma vez que a representação discursiva apresenta o objeto matemático por meio do registro na língua natural. No entanto, no desenvolvimento da resolução, o registro multifuncional na representação não discursiva apresenta o objeto matemático por meio do registro figural, auxiliando o desenvolvimento da resolução. Como registro monofuncional, temos os registros simbólicos (numérico e algébrico) para a conclusão da resolução do exercício.

Em relação às transformações, ocorre a conversão do enunciado apresentado no registro da língua natural para a representação no registro figural, como um sólido geométrico prisma hexagonal regular. A partir daí, realiza-se um tratamento, uma reconfiguração da forma tridimensional para a planificada (bidimensional), identificando o comprimento da aresta lateral “r” e o comprimento da aresta da base “s” e seus respectivos valores. Em seguida, realiza-se outra conversão, do registro figural para o registro simbólico.

Na sequência, há um tratamento para o cálculo da área lateral. Para o cálculo das bases hexagonais, o autor utiliza o registro na língua natural e faz a conversão para o registro figural. Em seguida, faz a conversão do registro figural para o registro simbólico, efetuando o tratamento interno com o objetivo de calcular as áreas das bases. Assim, a área total do prisma

hexagonal regular é a soma da área lateral com a área das bases. A Figura 3 ilustra a análise.

Figura 3 - Registros e Transformações do exercício resolvido 1 do LD1

ENUNCIADO		
	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUN- CIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	Registro na Língua Natural Em um prisma hexagonal regular, o comprimento da aresta da base mede 3 cm e o comprimento da aresta lateral mede 6 cm. Calcule a medida de área total desse prisma.	Conversão RLN → RF
RESOLUÇÃO		
	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUN- CIONAIS: os tratamentos não são algori- mizáveis.		Registro Figural 
	Conversão RF → RS	
REGISTROS MONOFUN- CIONAIS: os tratamentos são principal- mente algoritmos.	Registro Simbólico Na figura, temos: r : medida de comprimento da aresta lateral, que é 6 cm. s : medida de comprimento da aresta da base, que é 3 cm. $A_l = 6(r \cdot s) =$ $= 6(6 \cdot 3) = 108$ $A_T = 108 \text{ cm}^2.$	Tratamento - Reconfiguração/ Planificação.
	Tratamento RS	Conversão RLN → RF
REGISTROS MULTIFUN- CIONAIS: os tratamentos não são algori- mizáveis.	Registro na Língua Natural Uma região limitada por um hexágono regular pode ser decomposta em 6 regiões limitadas por triângulos equiláteros.	Registro Figural 
		Conversão RF → RS
REGISTROS MONOFUN- CIONAIS: os tratamentos são principal- mente algoritmos.	Registro Simbólico $A_b = 6 \cdot \frac{s^2 \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4}$ $A_b = \frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2.$ Registro Simbólico $A_T = A_l + A_b =$ $= 108 + 2 \cdot \frac{27\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow A_T = (108 + 27\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ $A_T = 153,9 \text{ cm}^2$	Conversão RF → RS
	Tratamento RS	Conversão RF → RS
		Como, $\sqrt{3} \approx 1,7$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Pela análise, pode-se inferir que o Exercício 1 apresenta transformações entre os registros língua natural, figural e simbólico (algébrico e numérico). Esse fato é considerado positivo, visto que “[...] tendo mais registros, há um aumento potencial de possibilidades de trocas e, por conseguinte, há um aumento também na escolha mais econômica” (Moretti, 2002,

p. 346).

4.2 Análise do Exercício 2 – Livro Didático 2

O LD2 tem como título *Geometria Plana e Espacial*. A análise foi realizada no Capítulo 3, “Poliedros”, que contém a subseção intitulada “Prisma”. O conteúdo sobre Prismas é desenvolvido em 13 páginas, divididas em definições dos elementos referentes ao Prisma, além de exercícios resolvidos e propostos.

No conteúdo de Prismas, as explicações das definições e os exercícios resolvidos são organizados em tópicos ao longo do material: Prisma, Área da superfície de um prisma, Volume de um prisma e Valores em ação.

O exercício resolvido analisado propõe o cálculo do volume de um prisma cuja base é um triângulo retângulo. Um desenho complementa o enunciado, mostrando que as arestas AB e AE , bem como DC e DF , estão em uma posição perpendicular. Para iniciar a resolução, o autor propõe uma rotação do desenho para que as bases ABE e CDF fiquem na posição horizontal.

Com a medida da área $ABCD = 6 \text{ cm}^2$ e a aresta $BC = 2 \text{ cm}$, foi possível calcular a medida da aresta $AB = 3 \text{ cm}$. Usando a medida da área da face $BCFE = 10 \text{ cm}^2$ e o lado $BC = 2 \text{ cm}$, obteve-se a medida do lado $BE = 5 \text{ cm}$. Com as medidas dos lados AB (cateto adjacente ao ângulo reto) e BE (hipotenusa), aplicando o teorema de Pitágoras, calculou-se a medida do lado AE . Com as medidas das arestas AB e AE , foi possível calcular a área da face ABE e, assim, o volume do prisma.

Verifica-se que, para a resolução do exercício, é necessário identificar os elementos do prisma, como vértices, arestas e faces. O cálculo de áreas e o teorema de Pitágoras são utilizados para determinar as medidas necessárias ao cálculo do volume do prisma mencionado.

Na Figura 4, apresentamos a análise dos diferentes tipos de registros e suas transformações.

Figura 4 - Registros e Transformações do exercício resolvido 2 do LD2

ENUNCIADO		
	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	<p>Registro na Língua Natural</p> <p>No sólido representado abaixo, sabe-se que as faces $ABCD$ e $BCFE$ são retângulos de áreas 6 cm^2 e 10 cm^2, respectivamente. O volume desse sólido é de:</p> <p>a) 8 cm^3 b) 10 cm^3 c) 12 cm^3 d) 16 cm^3 e) 24 cm^3</p>	<p>Registro Figural</p>
RESOLUÇÃO		
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	<p>REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA</p> <p>Tratamento RF</p>	<p>REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA</p> <p>Registro Figural</p>
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	<p>Registro Simbólico</p> <p>área A_1 da face $ABCD$ é igual a 6 cm^2 e \overline{BC} mede 2 cm</p>	<p>Conversão RF → RS</p>
	<p>Registro Simbólico</p> <p>$A_1 = 6 \Rightarrow BC \cdot AB = 6 \Rightarrow 2 \cdot AB = 6 \Rightarrow AB = 3$</p>	<p>Conversão RF → RS</p>
	<p>Registro Simbólico</p> <p>área A_2 da face $BCFE$, temos: $A_2 = 10 \Rightarrow BE \cdot 2 = 10 \Rightarrow BE = 5$</p>	<p>Conversão RF → RS</p>
	<p>Registro Simbólico</p> <p>Como ABE é um triângulo retângulo em A, temos: $BE^2 = AB^2 + AE^2 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + AE^2 \Rightarrow AE = 4$</p>	<p>Conversão RF → RS</p>
	<p>Registro Simbólico</p> <p>Calculando o volume desse prisma, temos: $V = A_b \cdot h = \left(\frac{AE \cdot AB}{2}\right) \cdot EF = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 2 = 12\text{ cm}^3$</p>	<p>Conversão RF → RS</p>

Fonte: Elaborado pelos autores.

No exercício resolvido 2, o enunciado no registro da língua natural e o registro figural se complementam. Na resolução proposta pelo livro didático, é possível identificar a integração

entre o registro na língua natural e a representação não discursiva, que é o registro figural. Durante a resolução, nos registros multifuncionais, utiliza-se do registro figural; no entanto, o desenho foi rotacionado para que as bases do prisma fiquem na posição horizontal. No desenvolvimento da resolução, os registros monofuncionais incluem a representação discursiva nos registros simbólicos numérico e algébrico.

Em relação às transformações, elas começam com um tratamento no registro figural, que é a rotação de 90° que coloca as bases do prisma na horizontal. A seguir, ocorre uma conversão intermediária, na qual o registro figural A_1 , que é a face $ABCD$, é convertido para o registro simbólico correspondente a 6 cm^2 , assim como o registro figural A_2 , que é a face $BCFE$, convertido para o registro simbólico 10 cm^2 .

Além disso, há uma conversão envolvendo a base ABE , na qual é aplicado o teorema de Pitágoras para calcular a medida do lado AE . Com a área da base $\frac{AE \cdot AB}{2}$ e a altura EF , realiza-se a conversão do registro figural prisma, cuja base é um triângulo retângulo, para o seu volume representado no registro simbólico, o que envolve um tratamento adicional.

Nota-se que o contexto é interno à própria matemática, e o enunciado em língua natural traz consigo a representação do Prisma no registro figural. Esse fato indica uma complementariedade entre os registros, conforme mencionado por Moretti (2002):

[...] a linguagem discursiva não oferece as mesmas possibilidades que podem oferecer uma figura ou um diagrama. Isto quer dizer que, de um ponto de vista cognitivo, uma representação é parcial em relação àquilo que ela quer representar, e que de um registro a outro não são os mesmos conteúdos de uma situação que são representados (Moretti, 2002, p. 347).

A partir do enunciado, o Exercício 2 apresenta transformações dos registros em língua natural e figural para os registros simbólicos algébrico e numérico, nos quais ocorrem os tratamentos, apresentando a solução do exercício.

4.3 Análise do Exercício 3 – Livro Didático 3

O LD3 é intitulado “Geometria”. Nesta obra, o Prisma é abordado na subseção do Capítulo 3, “Poliedros”. A subseção Prisma é organizada em 11 páginas, que incluem definições dos elementos referentes ao Prisma, além de exercícios resolvidos e propostos. O conteúdo de Prisma está estruturado em: Prisma, Seção transversal de um prisma, Volume, Volume de um paralelepípedo, Volume de um cubo, Princípio de Cavalieri e Volume de um prisma.

O exercício resolvido analisado propõe a resolução de um problema do Enem, que é uma questão contextualizada fora do âmbito matemático, sobre o cálculo do volume de petróleo derramado. O autor sugere calcular o volume das regiões acima das placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, bem como o volume do compartimento C , com dimensões 20 m ($\frac{60}{3}\text{ m}$) de comprimento, 10 m de largura e 7 m de altura. Também é apresentado um segundo método de resolução, no qual se calcula o volume total do reservatório e se subtrai o volume dos compartimentos A e B .

Os tipos de registros e as transformações que ocorrem no exercício resolvido estão apresentados na Figura 5. No enunciado do exercício resolvido 3, foram identificados os seguintes registros de representação semiótica: registros multifuncionais, onde a representação discursiva apresenta o objeto matemático por meio do registro na língua natural, e a representação não discursiva complementa o enunciado utilizando o registro figural. Na resolução, os registros monofuncionais são representados pelos registros simbólicos (numérico e algébrico).

O enunciado é apresentado em língua natural, e o registro figural complementa o enunciado, auxiliando na resolução. Para a resolução, ocorre uma conversão do registro figural para o registro simbólico. No registro simbólico, é efetuado um tratamento interno para o cálculo do volume do petróleo derramado. Duval (2011) defende que a compreensão dos objetos matemáticos requer a articulação entre pelo menos dois registros de representação semiótica, o que é evidenciado nos exercícios resolvidos sobre Prismas apresentados neste artigo.

Nas obras analisadas, algumas conversões são priorizadas em detrimento de outras, como a conversão do registro figural para o registro simbólico. A conversão do registro figural para a língua natural foi identificada apenas uma vez, no exercício do LD1, não ocorrendo nos demais exercícios analisados.

Em relação aos tratamentos, o mais explorado foi o simbólico, por meio das representações numérica e algébrica, seguido do tratamento figural, identificado seis vezes nas análises realizadas. O tratamento em língua natural foi identificado uma vez em cada um dos exercícios do LD1 e do LD2.

As análises realizadas indicam que alguns exercícios permitem uma maior quantidade de conversões do que outros, tornando-os potencialmente mais ricos para a aprendizagem dos estudantes. Os exercícios resolvidos oferecem um parâmetro das abordagens utilizadas pelos autores dos livros didáticos e fornecem indícios sobre as prioridades dessas abordagens. Isso é relevante, pois o livro didático é considerado um apoio tanto para o conteúdo a ser ensinado quanto para as práticas metodológicas dos professores, especialmente na Educação Básica.

Estudos como este podem apoiar as ações do professor em sala de aula, mostrando possibilidades de diversificação e articulação entre diferentes registros de representação semiótica, particularmente no estudo de Prismas. Além disso, podem incentivar a produção de pesquisas futuras.

Agradecimentos

Agradecemos à CAPES/PROAP e ao PRPGEM pelo apoio financeiro para esta publicação.

Referências

ALMOULOU, Saddo Ag; MANRIQUE, Ana Lucia; SILVA, Maria José Ferreira da; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 94-108, 2004.

Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rbedu/a/xzRGKxDRJ6XS4ZXxLnBTkFL/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 22 ag. 2024.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JUNIOR, José Rui; SOUZA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma Matemática**: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. São Paulo: FTD, 2020.

BRASIL. **Guia de Livros Didáticos**: PNLD 2011. Matemática. Brasília: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica, 2010.

CENTURIÓN, Marília; JAKUBOVIC, José. **Matemática**: teoria e contexto. 6º ano. São Paulo: Saraiva, 2012.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática e suas tecnologias: geometria plana e espacial**. São Paulo: Edições SM, 2020.

COUTINHO, Dayane Moara; MORAN, Mariana. Ensinando polígonos por meio de várias representações: uma experiência com alunos do 6º ano. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPREM)*. 12, 2014. **Anais [...]**. Campo Mourão: EPREM, 2014. Disponível em: <http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/ARQUIVOS/RELATOS/autores/REA012.PDF>. Acesso em: nov. 2021.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. *In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. (org.). Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-153.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: geometria plana e geometria espacial**. São Paulo: Ática, 2020.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I)**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas**. *In: CAMPOS, Tânia M. M. (org.). São Paulo: PROEM, 2011.*

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

KLUPPEL, Gabriela Teixeira. **Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval**. 2012. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Linha de pesquisa: Ensino e Aprendizagem) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MORAN, Mariana. **As apreensões em geometria: um estudo com professores da Educação Básica acerca de Registros Figurais**. Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2015.

MORETTI, Mércles Thadeu. O papel dos Registros de Representação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos: Revista de Educação da Universidade do Vale do Itajaí**, Itajaí, n. 6, p. 343-362, set./dez., 2002.

SOUZA, Ângela. Abordagem do conceito de fração: uma análise de livros didáticos. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM)*. 11., 2013. **Anais [...]**. Curitiba: ENEM, 2013.