

## Oficina de Resolução do Cubo de Rubik no Ensino Remoto

Adriana da Costa Barbosa<sup>1</sup>  
Brayan William de Sousa Bautz<sup>2</sup>  
João Pedro Barreri Kill<sup>3</sup>

**Resumo:** O cubo mágico é um quebra-cabeça envolvente e intuitivo. Ele pode trazer novas possibilidades para o ensino-aprendizagem de matemática, especialmente, em geometria, análise combinatória e probabilidade. O cubo mágico ainda é pouco explorado nas aulas de matemática. Este relato explora as dinâmicas de oficinas de resolução do cubo mágico realizadas com estudantes e professores do Ensino Médio de uma escola pública da Grande Vitória – ES. As oficinas foram realizadas de forma virtual por meio de encontros síncronos. A experiência mostrou que é possível trabalhar a resolução do cubo mágico à distância, os participantes das oficinas mantem o foco e interesse durante todo o processo pelas interações, no entanto é preciso considerar alguns desafios como a necessidade de um tempo maior para sanar as dúvidas devido as especificidades da comunicação virtual e da projeção da câmera. Concluiu-se que a realização virtual de oficinas de resolução de cubo mágica é potente para alcançar um número maior de participantes, os participantes conseguiram compreender o método de resolução do cubo mágico e refletir sobre alguns conceitos geométricos relacionados ao cubo como face e aresta. Além disso, os participantes também refletiram sobre o conceito de combinação, na etapa de fechamento da terceira camada do cubo. Importante destacar que a experiência resultou em um material didático que está disponível, gratuitamente, no YouTube, podendo ser acessado por outros profissionais que desejam realizar experiência similar.

**Palavras-chave:** Cubo Mágico. Matemática. Oficinas. Ensino Médio.

### Rubik's Cube Solving Workshops in Remote Learning

**Abstract:** The Rubik's cube is an engaging and intuitive puzzle. It can bring new possibilities to the teaching and learning of mathematics, especially in geometry, combinatorial analysis, and probability. The Rubik's cube still needs to be explored in mathematics classes. This report examines the dynamics of Rubik's Cube solving workshops conducted with high school students and teachers from a public school in the Metropolitan Region of Vitória, Espírito Santo, Brazil. The workshops were held virtually through synchronous meetings. The experience showed that it is possible to work on solving the Rubik's cube remotely, and the workshop participants maintained focus and interest throughout the interaction process. However, it is necessary to consider some challenges, such as more time to clarify doubts due to the specificities of virtual communication and camera projection. It was concluded that holding Rubik's cube-solving workshops virtually is powerful for reaching more participants. The participants understood the method for solving the Rubik's cube and reflected on some geometric concepts related to the cube, such as face and edge. In addition, participants also reflected on the idea of combination in the stage of closing the third layer of the cube. It is essential to highlight that the experience resulted in teaching material available for free on YouTube. It can be accessed by other professionals who wish to carry out a similar experiment.

**Keywords:** Rubik's Cube. Mathematics. Workshops. High school.

### Taller de resolución del cubo de Rubik en aprendizaje remoto

**Resumen:** El Cubo de Rubik es un rompecabezas atractivo e intuitivo. Puede aportar nuevas posibilidades a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, especialmente en geometría, análisis

<sup>1</sup> Mestre em Informática. Instituto Federal do Espírito Santo/Ifes, campus Viana. Viana, ES, Brasil. E-mail: [acbifes@gmail.com](mailto:acbifes@gmail.com) - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-9982-0839>

<sup>2</sup> Estudante de Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio. Instituto Federal do Espírito Santo/Ifes, campus Viana. Viana, ES, Brasil. E-mail: [brayanbautz1@gmail.com](mailto:brayanbautz1@gmail.com) - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8196-1393>

<sup>3</sup> Estudante de Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio. Instituto Federal do Espírito Santo/Ifes, campus Viana. Viana, ES, Brasil. E-mail: [jpedrin94@gmail.com](mailto:jpedrin94@gmail.com) - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6578-203X>.

combinatorio y probabilidad. El Cubo de Rubik todavía se explora poco en las clases de matemáticas. Este informe explora la dinámica de los talleres de resolución del Cubo de Rubik realizados con estudiantes y profesores de secundaria de una escuela pública de la Región Metropolitana de Vitória, Espírito Santo, Brasil. Los talleres se realizaron de manera virtual a través de reuniones sincrónicas. La experiencia ha demostrado que es posible trabajar en la resolución del Cubo de Rubik de forma remota, los participantes del taller mantienen el enfoque e interés durante todo el proceso a través de interacciones, sin embargo es necesario considerar algunos desafíos como la necesidad de más tiempo para resolver dudas debido a las especificidades de comunicación virtual y proyección de cámara. Se concluyó que los talleres virtuales de resolución del Cubo de Rubik son poderosos para llegar a un mayor número de participantes. Los participantes pudieron comprender el método de resolución del Cubo de Rubik y reflexionar sobre algunos conceptos geométricos relacionados con el cubo, como cara y arista. Además, los participantes también reflexionaron sobre el concepto de combinación, en la etapa de cierre de la tercera capa del cubo. Es importante resaltar que la experiencia resultó en material didáctico que se encuentra disponible gratuitamente en YouTube y al que pueden acceder otros profesionales que deseen realizar una experiencia similar.

**Palabras clave:** Cubo mágico. Matemáticas. Talleres de trabajo. Escuela secundaria.

## 1 Introdução

A Matemática Recreativa é um campo da matemática que enfatiza o lúdico e a diversão. Ela é potente para tornar a matemática mais interessante e motivadora. Esse campo de estudo refere-se ao ensino-aprendizagem da matemática de uma forma divertida, que engloba *puzzles* e jogos (SILVA; LOPES, 2021).

O desenvolvimento lúdico-matemático é fundamental para o processo de aprendizagem, pois permite novas descobertas e um novo olhar frente ao mundo. No mundo lúdico, a criança ou o jovem se distancia de seu cotidiano, com seus problemas e preocupações, e conecta-se a um novo universo, de jogos e brincadeiras, potencializando o desenvolvimento de conhecimento (DA SILVA *et al.* 2013).

A relação entre lúdico e jogo é antiga. A origem da palavra jogo deriva do latim *locu*, cujo significado refere-se a gracejo ou zombaria. Com o passar do tempo, *locu* foi utilizada no lugar de *ludu* que significa brinquedo, jogo, divertimento ou passatempo. No passado a palavra jogo era relacionada a um ambiente mais infantil, um passatempo ou coisas do tipo, com o tempo, o jogo assumiu um significado mais competitivo e passou a ser associado a um passatempo para pessoas mais velhas (GRANDO, 1996).

Nesse contexto, o cubo mágico é considerado um jogo por apresentar diversas aproximações com o conceito de jogo apresentado por Grandó (1996). Além disso, ele é um recurso capaz de conectar pessoas, de promover a interação social, de incentivar a competitividade e de aprimoramento de habilidades motoras e cognitivas.

Vicente e Huérlén (2017) consideram cubo mágico um elemento de interação social, de aprimoramento psíquico, ou simplesmente um passatempo, para ocupar o tempo do seu

praticante. Por ser um objeto tridimensional que demanda algoritmos para sua solução, sua relação com a matemática é imediata.

O cubo mágico apresenta diversos benefícios a seus praticantes, podendo ser tanto físicos: reflexo aprimorado, agilidade motora, como mental: raciocínio lógico-matemático e maior facilidade em resolver problemas (CONTIN; ALEX, 2010).

Em virtude da nossa experiência, nos últimos anos, com o ensino do cubo mágico percebemos que os estudantes com afinidade com a área de exatas, costumam ter facilidade no desenvolvimento dos métodos de resolução do cubo. No entanto, os estudantes que aprenderam a resolver o cubo tiveram a autoestima melhorada e demonstraram mais interesse pelos conceitos matemáticos, principalmente os diretamente relacionados ao cubo como geometria espacial e análise combinatória.

Diante disso, este artigo tem como objetivo refletir sobre os desafios e potencialidades das dinâmicas de oficinas *online* de resolução do cubo mágico realizadas com estudantes e professores do Ensino Médio de uma escola pública da Grande Vitória – ES. As oficinas foram realizadas por meio do Google Meet, com o uso de recursos audiovisuais (câmeras, microfones, simuladores de cubo 3D) e também de materiais concretos (cubo mágico). Os participantes eram estudantes com faixa etária entre dezesseis e dezessete anos, de uma escola pública da cidade de Vitória – ES. Também participaram da oficina professores de matemática e estudantes universitários bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) do curso de matemática da Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) que atuavam na escola.

Foi constatado no decorrer dos encontros que trabalhar a resolução do cubo mágico por meio de oficinas *online* é vantajoso para alcançar um número maior de estudantes e professores, para produzir materiais didáticos de resolução do cubo e para discutir conteúdos matemáticos relacionados a geometria do cubo e as diversas combinações relacionadas a resolução do cubo. Percebeu-se que, mesmo por meio de oficinas *online*, os participantes das oficinas mantêm o foco e interesse durante todo o processo pelas interações. Entretanto, é preciso considerar alguns desafios como a necessidade de um tempo maior para sanar as dúvidas devido as especificidades da comunicação a distância mesmo sendo síncrona.

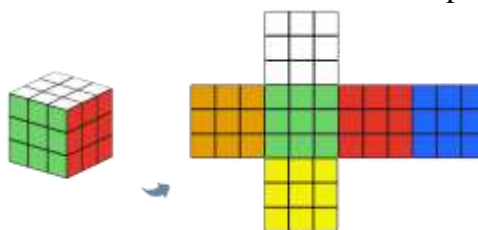
Este artigo contém mais cinco seções. A seção Cubo Mágico descreve o cubo mágico e alguns métodos de resolução do quebra-cabeça. A seção Percurso metodológico da pesquisa apresenta os caminhos seguidos para a realização da pesquisa que resultou neste texto. A seção Percurso metodológico da oficina apresenta de forma detalhada e ilustrada o método de

resolução de camadas, que foi discutido nas oficinas. A seção Resultados e discussões traz as vozes dos participantes das oficinas. E a seção Considerações Finais resume as discussões realizadas no trabalho.

### Cubo Mágico

O Cubo de Rubik, popularmente conhecido como cubo mágico, é um quebra-cabeça tridimensional. Ele auxilia em diversos aspectos cognitivos e físicos, seu manejo regular traz benefícios mentais aos praticantes, auxiliando, ainda, no aprendizado e aprimoramento de diversos conteúdos relacionados ao *puzzle*. Cumpre lembrar que o cubo é composto por seis faces, cada uma demarcada com uma cor (azul, verde, vermelho, laranja, amarelo e branco), sendo azul a cor oposta à verde, amarela a cor oposta à branca e vermelha a cor oposta à laranja, conforme ilustra a figura 1.

**Figura 1** – Planificação demonstrando as faces e cores opostas do cubo de Rubik.



Fonte: Elaborado pelos autores no portal <https://rubikscu.be/>

Este quebra-cabeça é composto por 26 cubos menores, classificados em: peças de centros (seis peças); peças de meio (doze peças); e peças de quina (oito peças). Essas peças seguem representadas na figura 2, sendo a primeira ilustração referente às peças de centro, a segunda as peças de meio e a terceira as peças de quina.

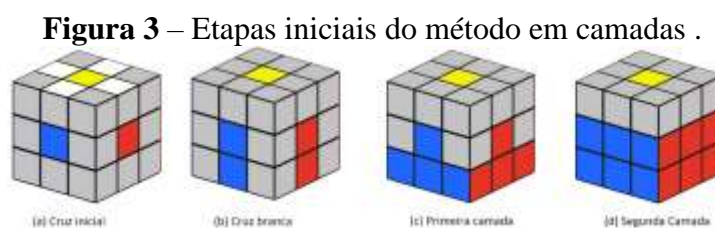
**Figura 2** – Tipos de peças do cubo mágico



Fonte: Elaborado pelos autores no portal <https://rubikscu.be/>

Existem vários métodos e estratégias destinadas à resolução do cubo mágico. Alguns mais simples e outros mais complexos. Dentre as estratégias mais simples, indicadas para iniciantes, temos o método em camadas, que como o próprio nome do método diz, monta-se o cubo por etapas, chamadas de camadas, vistas como “linhas ou fileiras” no sentido vertical.

O método em camadas pode ser sintetizado em 8 etapas. A figura 3 ilustra as 4 primeiras etapas e a figura 4 apresenta as demais. Na figura 3, a primeira ilustração indica a montagem da cruz inicial que é uma cruz incompleta, com centro amarelo, se assemelhando a uma flor. A criação da flor normalmente é feita na face amarela. A segunda ilustração alude à montagem da cruz branca. A flor amarela foi transposta para o lado de centro branco formando cruz branca que, na imagem, não está visível, pois se encontra na base do cubo. Já a terceira ilustração corresponde ao encaixe da primeira camada, que é a primeira linha a ser montada do cubo, ela está localizada na parte inferior do cubo. Por fim, a quarta imagem é a montagem da camada intermediária, que consiste em inserir as peças da segunda camada do cubo (SPEEDSOLVING, 2020).



Fonte: Cerpe (2020)

Na figura 4, a primeira ilustração apresenta a cruz amarela. O cubo vai ficando cada vez mais perto de se tornar completo. A segunda ilustração mostra o encaixe da face amarela, a montagem da face superior do cubo vai exigir o uso da estratégia OLL (*Orientation of the Last Layer*) que significa orientação da última camada. A terceira ilustração enfatiza o encaixe das quinas e a quarta mostra a finalização do cubo com o encaixe das peças de meio. Esses alinhamentos, em que as peças são desmembradas e finalizadas, são realizados com a estratégia de PLL (*Permutation of the Last Layer*) que significa permutação da última camada (SPEEDSOLVING, 2020).



Fonte: Cerpe (2020)

O método de camadas foi criado por David Singmaster, em meados dos anos 80. O procedimento consiste em completar cada camada, uma após a outra, usando poucos passos, que em média resultam em cem movimentos. Este é um dos métodos mais populares para

iniciantes. De acordo com a Speedsolving (2020), que é uma plataforma colaborativa que reúne milhares de pessoas interessadas em cubo mágico no mundo, o método de camadas é o mais indicado para novatos e entusiastas com o cubo mágico, pois ele combina eficiência e rapidez na aprendizagem.

## **2 Percurso Metodológico da pesquisa**

O presente trabalho assumiu um viés qualitativo buscando evidenciar o potencial do cubo mágico como um recurso didático nas aulas de matemática. A pesquisa foi realizada considerando dois momentos. Inicialmente, realizou-se um levantamento bibliográfico por meio da busca de artigos, monografias e dissertações assumindo o período de 2015 a 2020 como recorte temporal. Foram selecionados 15 trabalhos para leitura e análise. O levantamento bibliográfico ajudou a selecionar o método de resolução do cubo e motivou discussões sobre alguns conteúdos geométricos relacionados ao cubo e alguns conteúdos de análise combinatória. No segundo momento ocorreram três oficinas, cada uma com duração de 1 hora e 30 minutos, realizadas por meio do Google Meet.

A primeira oficina teve como foco fechar a cruz e a primeira camada. A segunda oficina focou no fechamento da segunda camada e a orientação da última camada, isto é, as estratégias OLL. Na terceira oficina foram discutidas as estratégias de permutação da última camada também chamadas de PLL. Para auxiliar na prática após as oficinas, foram disponibilizados vídeos explicativos para que os participantes pudessem assistir em caso de dúvida. Esse acervo ficou acessível tanto no grupo no aplicativo WhatsApp quanto no *site* criado no Google Sites para acomodar materiais diversos, como vídeos, livros, instruções e dicas extras.

A participação das oficinas envolveu 21 estudantes, três professores de matemática e 12 bolsistas do Pibid. Importante mencionar que as oficinas foram avaliadas por meio de um formulário semiestruturado criado no Google Formulários, contendo oito questões relacionadas à adequação do tempo das oficinas, à organização do conteúdo, às estratégias de ensino usadas nas oficinas, à qualidade do material complementar disponibilizado no *site*, às expectativas e às sugestões de melhoria. Foram realizadas 11 avaliações de um total de 33 participantes. Um fato curioso foi que 10 participantes eram bolsistas e apenas um era estudante do ensino médio.

## **3 Percurso Metodológico das oficinas**

Iniciamos com uma introdução ao manuseio do cubo, enfatizando sua simplicidade, funcionamento, estratégias e curiosidades relacionados a ele. Na sequência, apresentamos o



método de camadas, que consiste em montar o cubo camada por camada até fechá-lo.

Nessa oficina, indicamos como montar a cruz branca<sup>4</sup>, que é a base para a primeira camada. Primeiro se localiza o centro amarelo. Em seguida, se buscam as peças de meio que são brancas e a posicionamos ao redor do centro amarelo, criando uma flor. Esse processo exige raciocínio lógico e pensamento geométrico. É importante que a peça de meio que forma a flor coincida com a peça de centro. Por fim, é preciso movimentar a face duas vezes no sentido horário, de forma a enviar para trás a peça de meio. É essencial fazer com as quatro peças de meio. A figura 5 ilustra o posicionamento de duas peças na cruz branca.

**Figura 5** – Montagem da cruz branca



Fonte: Elaboração própria

Finalizada esta etapa, os estudantes aprenderam a estratégia de pesca<sup>5</sup>. Pedimos que eles colocassem a cruz branca na base do cubo, localizando cada peça de quina que contenha a cor branca. A peça que contém a cor branca tem mais duas cores. É preciso alinhar a cor que não está no topo com o seu respectivo centro. Em seguida, realiza-se a pesca dessa peça, que consiste em colocá-la no seu respectivo lugar. A figura 6 ilustra a pesca da peça de quina vermelha e branca.

**Figura 6** – Movimento de pesca



Fonte: Elaboração própria

A montagem da primeira camada é realizada com a pesca das 4 peças de quina que contém a cor branca.

No segundo encontro, o foco foi a montagem da segunda camada<sup>6</sup>. Para montar a segunda camada, temos que encontrar as peças de meio que estão na face superior do cubo e escolher uma que não contenha a cor amarela. Em seguida, é preciso alinhar essa peça com o

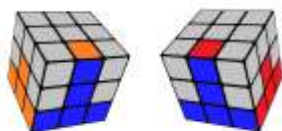
<sup>4</sup> Montagem da cruz: <https://www.youtube.com/embed/14GZ3cwVgjo>

<sup>5</sup> Montagem da primeira camada: <https://www.youtube.com/embed/VA6A2riR1-c>

<sup>6</sup> Montagem da segunda camada: <https://www.youtube.com/embed/fm8bfkivymI>

seu centro correspondente formando assim uma reta vertical. Há duas opções a considerar: esta peça que acabamos de alinhar precisa ser posicionada à esquerda ou à direita da reta vertical. A figura 7 ilustra as duas situações, de modo que a peça laranja deve ser posicionada à esquerda e a peça vermelha deve ser deslocada à direita.

**Figura 7** – Primeiro passo na montagem da segunda camada



Fonte: Elaboração própria

Para posicionar a peça laranja na sua posição correta, primeiramente, devemos realizar o algoritmo da figura 8. O algoritmo oposto deve ser usado para a peça vermelha. Ao realizar o algoritmo da figura 8, a primeira camada ficará desfalcada, será necessário realizar a pesca da peça laranja, azul e branca para posicioná-la novamente na primeira camada, ao fazer isso, a peça laranja e azul será enviada para a segunda camada.

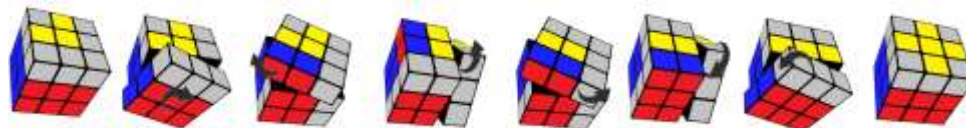
**Figura 8** – Procedimento de organização da segunda camada



Fonte: Elaboração própria

No terceiro encontro, iniciamos a apresentação das OLLs, que são as combinações que orientam a última camada. Essa etapa é a responsável por orientar todas as peças amarelas do topo do cubo sem alterar as camadas já prontas. Há 57 configurações possíveis e, portanto, mais de um procedimento para organizar as peças amarelas. Uma estratégia é montar uma cruz amarela no topo do cubo. Em seguida, fechar o topo com a cor amarela. Para a montagem da cruz amarela, podemos usar dois procedimentos, a depender da configuração do cubo. A figura 9 ilustra a condição de ter um L com peças amarelas e os procedimentos que devem ser realizados. Esses procedimentos foram associados ao contexto de um fogão para facilitar a aprendizagem.

**Figura 9** – Configuração de L marcando 9 horas

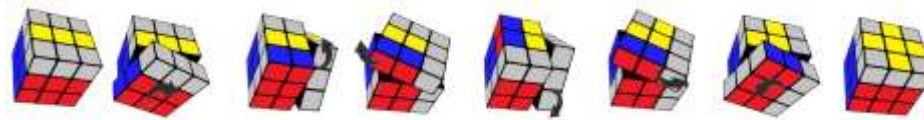


Fonte: Elaboração própria



A figura 10 ilustra a condição de ter uma reta com peças amarelas e os passos que devem ser realizados.

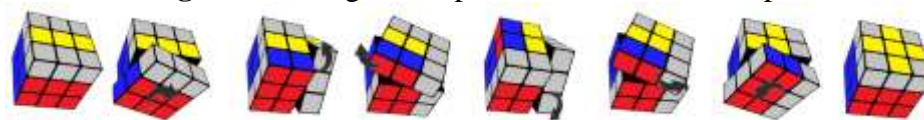
**Figura 10** – Configuração de linha



Fonte: Elaboração própria

Na configuração inicial das imagens 9 e 10, só destacamos as peças amarelas que precisam ser observadas. Todavia, podem haver outras peças amarelas no topo. Assim, para o fechamento do topo amarelo, associamos os movimentos a uma história de um menino que foge e a reação de sua mãe. É preciso posicionar a cruz amarela de forma que exista uma peça com lateral amarela à nossa esquerda. A figura 11 mostra a configuração inicial e o algoritmo. Esse algoritmo deve ser repetido até que todas as peças do topo sejam amarelas.

**Figura 11** – Algoritmo para o fechamento do topo



Fonte: Elaboração própria

No último encontro, trabalhamos as PLLs que são movimentos que permutam as peças da última camada. Os movimentos de PLLs fazem com que as peças sejam posicionadas em seus respectivos lugares de forma que o cubo fique com as cores uniformes em todas as faces. Há 21 maneiras distintas de as peças estarem posicionadas nessa fase do processo e, logo, diferentes estratégias para obter a forma mais rápida de organizar cada configuração. Na oficina trabalhamos com duas estratégias, denominadas L para permutar as quinas da terceira camada e Minerva para permutar as peças de meio. O procedimento L<sup>7</sup> recebe esse nome, pois durante sua execução é possível ver as peças brancas formando um L no topo.

No procedimento L, vamos encontrar duas peças de quina com a mesma cor e posicioná-las na parte de trás do cubo. Na figura 12, essas peças de quina são laranjas e vamos girar o cubo de forma que elas fiquem na parte de trás do sólido. Em seguida, realizamos o procedimento, ao final teremos os quatro cantos posicionados nos seus respectivos locais. Caso não haja duas peças de quina com a mesma cor, basta executar o algoritmo duas vezes. A

<sup>7</sup> Procedimento L: <https://www.youtube.com/watch?v=O9qp86oVwuw>

primeira para forçar essas 2 quinas e a segunda para fechar os quatro cantos.

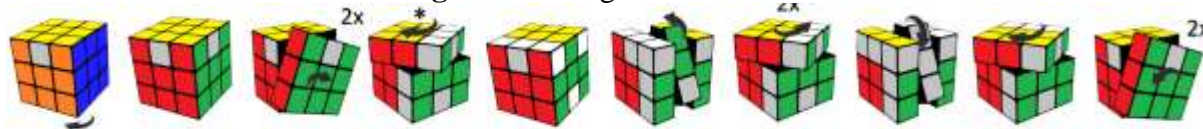
**Figura 12** – Algoritmo L para permutação das quinas



Fonte: Elaboração própria

No algoritmo Minerva, deve-se posicionar a face que esteja fechada na parte de trás. Caso não haja nenhuma face fechada, é preciso executar o algoritmo duas vezes. O Minerva é, normalmente, o último passo da montagem do cubo. Ele é utilizado para acertar os meios finais do cubo mágico. A figura 13 apresenta o algoritmo Minerva<sup>8</sup>. O passo enfatizado com o asterisco pode sofrer variação. É preciso posicionar a reta branca na vertical. Contudo, a peça de meio da terceira camada na face frontal precisa coincidir com a peça de centro da camada frontal. A quinta ilustração mostra que a reta branca está na vertical e que a peça de meio verde está alinhada com o centro verde da camada frontal. Pode ser que ocorra o contrário, nesse caso é preciso inverter os dois passos marcados com asterisco.

**Figura 13** – Algoritmo Minerva



Fonte: Elaboração própria

Existem muitos algoritmos e estratégias para resolver o cubo. No entanto, acreditamos que o método em camadas seja o mais adequado para as pessoas iniciantes. Nas oficinas, percebemos que o método em camadas foi compreendido de forma rápida pelos participantes.

Durante a apresentação e prática do método em camadas, os professores apresentaram e problematizaram alguns conteúdos de geometria espacial relacionados ao cubo e alguns conteúdos de análise combinatória.

#### 4 Resultados e discussões

Na primeira parte da pesquisa, que foi bibliográfica, percebeu-se que: 40% dos 15 trabalhos envolvendo o uso do cubo mágico no ensino e aprendizagem de matemática estavam no contexto do ensino superior e majoritariamente abordavam a teoria de grupos; 33% das

<sup>8</sup> Procedimento Minerva: <https://www.youtube.com/watch?v=oJj8HRfPgWQ>

publicações tinham como lócus de pesquisa o ensino fundamental e trabalhavam conceitos de geometria, as frações, divisão e raciocínio lógico; 27% dos trabalhos estavam no contexto no ensino médio e traziam propostas relacionadas a construção de mosaicos, conceitos de geometria, de análise combinatória e de álgebra. Em todos os trabalhos, os aspectos históricos e as características do cubo foram abordados.

Constatou-se que a maioria dos trabalhos acadêmicos envolviam o ensino superior ou o ensino fundamental. Verificou-se um movimento de se planejar ações com o cubo mágico no ensino médio. Portanto, há uma escassez de trabalhos que abordem o cubo mágico na educação básica. Na verdade, este trabalho é uma importante contribuição para que professores possam difundir a resolução do cubo em suas salas de aula para ampliar o uso do cubo mágico como um recurso pedagógico para o ensino médio.

Nesse cenário, existem 43.252.003.274.489.856.000 combinações para se movimentar o cubo mágico, de sorte que encontrar uma solução sem um método ou estratégia pode ser algo muito trabalhoso. Em vista disso, durante todo o processo de resolução do cubo, foram realizadas provocações para que os participantes pensassem no número de combinações possíveis em cada etapa de resolução do cubo.

No primeiro dia de oficina, um dos participantes indicou que já havia resolvido o cubo por “tentativa e erro”. A fala do participante nos ajudou a mostrar que existem métodos e estratégias que podem ser seguidas para resolver o cubo mágico, fazendo com que o esforço de se encontrar a solução seja minimizado. Isso pode evitar que eles desanimem ou desistam, frente às dificuldades ou tempo de solução. Também ajudou os participantes a refletir sobre a importância de algoritmos e métodos de resolução sistematizados.

É oportuno lembrar que as principais dúvidas que repercutiram entre os alunos na primeira oficina era de como montar a cruz inicial ou flor, já que não existe um algoritmo específico para tanto. Foi sugerido que os participantes se familiarizassem com o cubo, manipulando-o, tentando entender como as peças se movimentam para, por meio do manuseio e da prática, conseguirem dar os primeiros passos.

Na montagem do cubo, é importante reconhecer padrões para assim seguir os procedimentos mais adequados. Na primeira oficina, os participantes tiveram que montar uma cruz branca. Na maioria das vezes, não é possível isolar uma configuração específica, mas perceber que ela está ali mesmo havendo outros elementos que possam interferir. No diálogo a seguir, os participantes demonstram que reconhecem o padrão desejado.

- Participante 1: você falou da cruz mas se tiver branco no cantinho em cima tem problema?  
 Pesquisador 1: Não tem problema, o que interessa pra gente agora é só a cruz, as outras peças não importam.  
 Participante 2: O meu também ficou no canto superior esquerdo com uma pecinha branca a mais.  
 Pesquisador 2: Vocês podem relevar, desde que esteja uma cruz branca está certo.  
 Pesquisador 3: Você só deve se importar com a peça de centro e as peças que ficam no meio, o resto pode simplesmente ignorar.

Um dos pesquisadores que estava conduzindo a oficina estava na câmera para mostrar os movimentos e precisou do suporte de outro pesquisador. Houve, como consequência, um trabalho colaborativo, um explicava e o outro ilustrava as explicações seguindo as instruções, assim como os demais participantes. Essa tarefa demandou uma capacidade de abstração do pesquisador que dava as orientações, pois ele precisava imaginar os movimentos e dar instruções claras de como executá-los. O pesquisador que estava executando os movimentos percebia o cubo de forma ligeiramente diversa do que estava sendo projetado. E o pesquisador que estava conduzindo a oficina explicava a resolução do cubo segundo a imagem projetada. Essa especificidade na projeção demandou um poder de abstração maior do pesquisador que explicava os movimentos.

No segundo dia de oficinas mostramos como encaixar a segunda camada. Um estudante teve uma dúvida em relação aos tipos de peças. Na montagem da segunda camada orientamos as *edges* (peças de meio), que nada mais são do que são as peças de meio localizadas na lateral do cubo, cada uma contendo duas cores.

- Participante: Eu tenho uma dúvida, vocês falaram que a gente não trabalharia com a amarela nessa segunda etapa, só que chegou um momento em que nem na frente e nem em cima, tinham amarelo, só que as que não tinham amarelo, tinham amarelo do lado, tem problema?

Pesquisador: Não tem nenhum problema, a gente vai olhar só para as *edges* em si.

O participante demonstrou que não compreendeu qual era a peça de meio. Ele foi orientado a pegar uma peça de meio (ou *edges*) que não tivesse amarelo e que estivesse na terceira camada do cubo. Por outro lado, ele alegou que todas as peças têm pelo menos um lado amarelo. Ao nos mostrar a configuração de seu cubo percebemos que ele estava se referindo às peças de quina.

Um dos participantes reconheceu o potencial das OLL's em agilizar a resolução do cubo mágico. Quem não usa os algoritmos das OLL's consegue resolver o cubo mágico, porém, demora mais tempo, pois é preciso repetir o movimento várias e várias vezes, até resultar em uma configuração que se consiga resolver com aqueles passos.

Participante: Aí eu repito esse processo e dá certo, eu não preciso ficar mudando e fazendo mais do que um método, não sei o porquê." Pesquisador: É porque você usa o mesmo algoritmo, então alguma hora vai acabar aparecendo a posição ideal para você realizar o passo, então você não precisa necessariamente saber todos que estamos ensinando, mas é bom você lembrar para entender a diferença entre eles, sabe? Participante: Entendi, beleza!

O algoritmo L é mais complexo comparado aos utilizados anteriormente, por envolver rotações do cubo e precisar ser executado sob certas condições. Percebemos que alguns estudantes se perderam pois não se atentaram em posicionar o cubo corretamente antes de realizar o algoritmo. Para superar as dificuldades promovidas pelo meio remoto, foi adotada a estratégia de repetição. Além da repetição buscamos explicar de diferentes maneiras e reproduzir as configurações dos cubos dos participantes para que eles conseguissem visualizar como usar o algoritmo em uma configuração similar à do seu cubo.

Da mesma forma, o algoritmo Minerva, assim como o algoritmo L, também exigiu um pouco mais dos participantes. Além de também demandar rotações no cubo, existem algumas condições que precisam ser atendidas para que ele seja executado corretamente. Nos algoritmos anteriores foram usadas estratégias para que os participantes pudessem se apropriar do algoritmo. Apesar disso, no algoritmo Minerva não há uma história que ajude a lembrar os movimentos. Vale lembrar que o algoritmo Minerva é considerado mais complexo pois envolve o eixo central do cubo que exige uma maior flexibilidade e rapidez por parte do cubista.

A fim de avaliar as oficinas, pedimos que os participantes respondessem um questionário semiaberto com 08 questões. As questões iniciais questionam a adequação do tempo das oficinas, a organização do conteúdo, as estratégias de ensino, a qualidade dos materiais complementares, se as expectativas foram atendidas durante as oficinas e se eles gostariam de sugerir melhorias.

Em relação ao tempo, a maioria achou o tempo adequado. Um estudante pontuou que haver um espaço-temporal de uma semana entre os encontros foi muito importante para que eles pudessem praticar. Outro participante sugeriu aumentar a duração das oficinas para sanar as dúvidas dos participantes. O participante aponta que "Como passamos um pouco do horário, acho que para as próximas oficinas eu sugiro um aumento. Visando que cada um tem suas dificuldades e alguns passos mesmo simples confundem muito". Concordamos que o tempo precisa ser maior na modalidade remota pois é preciso ter mais cuidado, pois na maioria das vezes não estamos vendo os estudantes e pode ser que ele se perca no processo e, por isso, é interessante fazer retomadas constantes, o que demanda mais tempo.

Quanto à organização dos conteúdos abordados nas oficinas, os participantes indicaram que a escolha do método de camadas foi assertiva para que eles pudessem montar o cubo, antes entendido como uma tarefa complexa. Eles indicaram que não tinham noção de como montar o cubo e que conhecer o método de camadas os ajudou a perceber que exige uma lógica que é simples e de fácil entendimento. Além disso, os instigou a buscar outros métodos e estratégias de resolução. Nas palavras de um participante “eu nunca havia montado o cubo antes e não conhecia nenhum método, então acredito que me mostrar dessa forma, me despertou curiosidade e me fez pesquisar mais, além de comprar um cubo semiprofissional”.

Em relação às estratégias didático-metodológicas usadas pelos pesquisadores, todas indicaram que os conteúdos foram trabalhados com clareza e segurança. Acerca do material complementar produzido para as oficinas, os participantes indicaram que os vídeos foram claros, objetivos e bem explicativos. Houve uma sugestão de fazer os movimentos de maneira mais lenta nos vídeos. De forma similar, outro participante indicou que assistiu os vídeos com velocidade reduzida para observar mais atentamente os movimentos. Por fim, um terceiro participante mostrou a importância dos vídeos no seu processo de aprendizagem. Ele indicou que sentiu dificuldade de acompanhar as oficinas e que os vídeos o ajudaram a compreender o conteúdo.

Dentre os aspectos apontados para melhorar as oficinas, os participantes indicaram que é interessante sugerir uma leitura prévia do conteúdo antes das oficinas; apresentar o algoritmo dos movimentos no início; reservar mais tempo para sanar dúvidas e assim evitar atrasos na finalização das oficinas; e reduzir a velocidade dos movimentos. Os participantes elogiaram a maneira com que os passos dos algoritmos foram apresentados e a facilidade de acessar vídeos que contenham o passo a passo da resolução do cubo produzido pelos professores.

## 5 Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo geral provocar reflexões sobre os desafios e potencialidades de realizar oficinas *online* de resolução do cubo mágico com estudantes e professores do Ensino Médio. As oficinas foram realizadas por meio do Google Meet, com o uso de recursos audiovisuais (câmeras, microfones, simuladores de cubo 3D) e também de materiais concretos (cubo mágico). Os participantes eram estudantes com faixa etária entre dezesseis e dezessete anos, de uma escola pública da cidade de Vitória – ES. Também participaram da oficina professores de matemática e estudantes universitários bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) do curso de matemática da



Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) que atuavam na escola.

Para alcançar esse objetivo, foram realizadas oficinas com estudantes e professores de matemática de uma escola pública de ensino médio de Vitória – ES.

O artigo é fruto de uma pesquisa de iniciação científica que foi dividida em dois momentos. Inicialmente foi realizada uma revisão de literatura para sistematizar trabalhos acadêmicos que se propuseram a usar o cubo mágico no ensino-aprendizagem de matemática. Esta pesquisa ajudou a identificar que existe uma escassez de trabalhos que abordem a resolução do cubo mágico no ensino médio. Também auxiliou na formulação de algumas discussões relacionadas à geometria espacial e análise combinatória. Além disso, a revisão de literatura nos fez refletir sobre a importância em realizar aulas que trabalhem com a matemática de um modo mais lúdico, divertido e interessante para os alunos, engajando-os de uma forma recreativa.

Para a realização das oficinas, produzimos um conjunto de vídeos sobre o método de resolução por camadas. Organizamos esse acervo em um *site* para que os participantes os acessem de forma rápida e organizada. Além dos vídeos, disponibilizamos apostilas, livros e tutoriais sobre o cubo mágico.

A realização das oficinas ocorreu em três encontros e contou com a participação de 21 estudantes do ensino médio, 03 professores de matemática e 12 bolsistas do Pibid. As oficinas ocorreram de forma remota por meio do Google Meet.

Discutir o manuseio de um recurso concreto de forma a distância se mostrou desafiador. Não estávamos perto dos alunos na hora de auxiliá-los e como o cubo é um objeto tridimensional, exemplificar o seu manuseio exige mais cuidado e atenção. Foi preciso realizar diversas repetições para que os participantes pudessem acompanhar a execução dos algoritmos. Também foram usados recursos associativos para tornar a execução dos algoritmos mais amigável.

Outra dificuldade foi a ausência de recursos materiais como câmeras e microfones. Nas oficinas, um pesquisador teve que ter o auxílio de outro para poder explicar, já que este não tinha câmera. Um falava para o outro os movimentos que ele deveria fazer para ilustrar as instruções à imagem. Vários participantes também não dispunham de câmeras. As câmeras foram importantes pois o participante exibiu o cubo, mostrando como compreendeu os algoritmos. Ademais, ao exibir a configuração do cubo, os pesquisadores puderam sanar as dúvidas de uma forma mais concreta.

Durante a avaliação das oficinas, os participantes explicitaram que tinham vontade de

montar o cubo e mostraram-se surpresos em como a montagem do cubo pode ser simples e interessante por meio de métodos.

As dificuldades e barreiras enfrentadas durante as oficinas não foram impeditivas para demonstrar o potencial do cubo em difundir a resolução do cubo e promover reflexões sobre o uso desse recurso nas aulas de matemática. Os participantes, por fim, conseguiram compreender e resolver o cubo mágico pelo método de camadas.

## Referências

AMARAL, Élia; DO CARMO, Basiliano. O lúdico no processo ensino-aprendizagem. **Educação em Revista**. Belo Horizonte, v. 26, n. 01, p. 11-28, jan./jun. 2010. Disponível em: [http://need.unemat.br/4\\_forum/artigos/elia.pdf](http://need.unemat.br/4_forum/artigos/elia.pdf). Acesso em: 2 ago. 2023.

CERPE, Renan. **Método básico**. Cubo Velocidade. [S.l.], 2020. Disponível em: <https://cubovelocidade.com.br/tutorial/cubo-magico-3x3x3-metodo-basico-resolver-montar>. Acesso em: 2 ago. 2023.

CONTIN, Alex. O cubo mágico pode ser um aliado nas aulas de matemática. **Geekie**. [S.l.], [s.d.]. Disponível em: <https://www.geekie.com.br/blog/cubo-magico>. Acesso em: 2 ago. 2023.

GRANDO, Regina Celia. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253786>. Acesso em: 2 ago. 2023.

SILVA, Arthur Henrique; LOPES, Gabriel Lucheze de Oliveira. Aspectos Históricos da Matemática Recreativa de Kaprekar. **Bocehm**. Fortaleza, v. 8, n. 23, p. 593-608, 2021. Disponível em: <https://www.revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/5081/4498>. Acesso em: 2 ago. 2021.

SILVA, Jonas Laranjeira Saraiva; EVANGELISTA, Joil Ramos; SANTOS, Rafael Batista; MENDES, Paulo Muniz. Matemática Lúdica ensino fundamental e médio. **Revista da Unifia**. [S.l.], n. 6, p. 26-36, 2013. Disponível em: [http://portal.unisepe.com.br/unifia/wp-content/uploads/sites/10001/2018/06/3matematica\\_ludica.pdf](http://portal.unisepe.com.br/unifia/wp-content/uploads/sites/10001/2018/06/3matematica_ludica.pdf). Acesso em: 3 ago. 2023.

SPEEDSOLVING. **Layer by layer**. Speedsolving Wiki. [S.l.], 2020. Disponível em: [https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Layer\\_by\\_layer](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Layer_by_layer). Acesso em: 2 ago. 2023

VICENTE, Huérllén. **O Uso do Cubo Mágico Para o Ensino da Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal do Piauí, Teresina. Disponível em: <https://repositorio.ufpi.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/638/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20Hu%c3%a9rllen%20Final.pdf?sequence=1>. Acesso em: 2 ago. 2023.

ZANELLA, Ana Claudia da Silva; ROCHA, Flavia Suheck Mateus. Dificuldades na aprendizagem Matemática. **Cadernos Intersaberes**. Curitiba, v. 9, n. 22, 2020. Disponível em: <https://cadernosuninter.com/index.php/intersaberes/article/view/1646>. Acesso em: 2 ago. 2023.