

Aspectos do desenvolvimento algébrico na seleção e resolução de questões de álgebra: um relato de experiência

Ana Paula Francisca Pires da Rocha¹

Érika Helena Assis²

Nayara Thaís Santana Miranda³

Paula Silveira Alves de Paula⁴

Resumo: Este relato objetiva apresentar a experiência em selecionar e aplicar questões de álgebra e expor as reflexões sobre as respostas dos alunos na resolução dessas questões, fazendo uma relação entre teoria e prática, para entender como aspectos do desenvolvimento algébrico, como a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica; as observações e a generalização de padrões; os diferentes significados das letras podem interferir nos possíveis erros cometidos pelos alunos. Para tanto, selecionamos, aplicamos e analisamos uma atividade de Matemática, realizada em duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma Escola situada, no município de Belo Horizonte, Minas Gerais. Essa experiência permitiu observar que os erros estão relacionados à natureza e ao significado dos símbolos e das letras; ao objetivo da atividade e à natureza das respostas em álgebra e à compreensão da aritmética por parte dos estudantes.

Palavras-chave: Álgebra. Educação Matemática. Educação Básica. Erros.

Aspects of algebraic development in the selection and resolution of algebra questions: an experience report

Abstract: The aim of this report is to present the experience of selecting and applying algebra questions and to reflect on the students' answers when solving these questions, making a connection between theory and practice in order to understand how aspects of algebraic development, such as the transition from natural language to algebraic language, the observations and generalization of patterns, and the different meanings of letters, can interfere with the possible errors made by the students. To this end, we selected, applied and analyzed a mathematics activity carried out in two 7th grade classes at a school in Belo Horizonte, Minas Gerais. This experience allowed us to observe that the errors are related to the nature and meaning of the symbols and letters; the objective of the activity and the nature of the answers in algebra and the students' understanding of arithmetic.

Keywords: Algebra. Mathematics Education. Basic Education. Errors.

Aspectos del desarrollo algebraico en la selección y resolución de cuestiones de álgebra: informe de una experiencia

Resumen: El objetivo de este informe es presentar la experiencia de selección y aplicación de preguntas de álgebra y reflexionar sobre las respuestas de los alumnos al resolver estas preguntas, estableciendo una conexión entre la teoría y la práctica para comprender cómo aspectos del desarrollo algebraico, como la transición del lenguaje natural al algebraico, las observaciones y la generalización de patrones, y los diferentes significados de las letras, pueden interferir en los posibles errores cometidos por los alumnos. Para ello, seleccionamos, aplicamos y analizamos una actividad matemática realizada en dos

¹ Mestre em Educação (Linha Educação Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais/IFMG. Formiga, MG, Brasil. E-mail: ana.rocha@ifmg.edu.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7111-8060>.

² Mestre em Matemática. Instituto Educacional Apogeu (Losango). Oliveira, MG, Brasil. E-mail: erikahelenaassis@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6461-9916>.

³ Especialista em Neuroaprendizagem e Práticas Pedagógicas. Escola Estadual Professora Francisca Malheiros. Belo Horizonte, MG, Brasil. E-mail: nayarat54@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-6243-3800>.

⁴ Especialista em Docência em Matemática e Práticas Pedagógicas. Escola Estadual Geraldina Soares. Belo Horizonte, MG, Brasil. E-mail: aluapi2017@gmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0009-0006-8176-6615>.

clases de 7º grado de una escuela de Belo Horizonte, Minas Gerais. Esta experiencia nos permitió observar que los errores están relacionados con la naturaleza y el significado de los símbolos y las letras; el objetivo de la actividad y la naturaleza de las respuestas en álgebra y la comprensión de los alumnos de la aritmética.

Palabras clave: Álgebra. Educación Matemática. Educación básica. Errores.

1 Introdução

A álgebra pode ser entendida como um ramo que estuda generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens formais (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Esse processo de generalização pode ocorrer com base na aritmética, na geometria e em conceitos matemáticos. Além disso, segundo Lins e Gimenez (1997), a atividade algébrica consiste no processo de produção de significados para a álgebra.

O ensino da álgebra pode se manifestar de diferentes maneiras. Há momentos, por causa da formação tecnicista da maioria dos docentes, que ele se fundamenta na resolução sistemática de exercícios, baseando-se na transmissão e memorização de regras e fórmulas (XAVIER, 2021). Para Lins e Gimenez (1997), no Brasil, o ensino algébrico tem por domínio a visão letrista, que pode contribuir para a falta da produção de significados e para as dificuldades dos alunos com o ramo de estudo.

No ensino da álgebra, é possível dar ênfase aos significados que podem ser expressos por símbolos, levando os alunos a pensar genericamente, notando regularidades e explicitando-as, por meio de estruturas ou expressões matemáticas e a pensar funcionalmente, estabelecendo relações entre as variáveis. Essa última visão favorece uma iniciação ao pensamento algébrico por meio do estudo de sequências e regularidades, padrões geométricos e relações numéricas associadas a importantes propriedades dos números (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Segundo Gómez-Granel (1997),

[...] a linguagem matemática envolve a “tradução” da linguagem natural para uma linguagem universal formalizada, permitindo a abstração do essencial das relações matemáticas envolvidas, bem como o aumento do rigor gerado pelo estrito significado dos termos (1997, p.260).

Nesse ínterim, de diferentes formas e consequências de ensino da álgebra, na aquisição dessa nova linguagem, percebe-se que ensinar e aprender esse ramo da Matemática não é tarefa fácil. Uma observação das respostas é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes (CURY, 2007). Em função de expor possíveis apropriações do saber pelos estudantes e entender os desafios e as dificuldades que as cercam, propomos este relato que objetiva apresentar a

experiência em selecionar e aplicar questões de álgebra e expor as reflexões sobre as respostas dos alunos, na resolução de questões de álgebra, fazendo uma relação entre teoria e prática, para entender como aspectos do desenvolvimento algébrico, como a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica; as observações e a generalização de padrões; os diferentes significados das letras podem interferir nos possíveis erros cometidos pelos alunos.

Neste trabalho, apresentamos os dados de uma atividade de Matemática, realizada em duas turmas do 7º ano de uma escola localizada, no município de Belo Horizonte. O teste foi elaborado e aplicado, durante a realização de um estágio curricular de uma das autoras deste relato e levou em consideração o público-alvo e alguns aspectos da álgebra, trabalhados em uma disciplina de graduação⁵, como a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica; as observações e a generalização de padrões; e os diferentes significados das letras.

Na seção a seguir, apresentamos a fundamentação teórica que embasa este trabalho. Na seção de descrição dos procedimentos metodológicos, são apresentadas as questões do teste, assim como os critérios adotados para a sua escolha. Na parte da descrição da experiência, são apresentadas as respostas dos alunos, analisando-as à base do referencial, levantando-se explicações possíveis para os erros e hipóteses sobre fatores que podem ter dificultado a resolução da atividade. Nas considerações finais, retomamos o objetivo inicial deste trabalho e apontamos alguns direcionamentos que a experiência nos propiciou.

2 Marcos teóricos de referência: um guia teórico para a prática

Na escola básica, o ensino dos componentes algébricos se relaciona fundamentalmente à compreensão do significado das letras e das operações com elas. Dessa forma, é como se considerássemos que os alunos estão estudando álgebra quando lidam com variáveis pela primeira vez. Nesse ínterim da inserção das incógnitas, aparecem as dificuldades que os alunos têm na passagem da linguagem natural para a algébrica. Nessa transição, os alunos têm que transformar dados de um pequeno texto contido em um problema, em uma sentença matemática com números e letras. Tais dificuldades apresentadas se relacionam com a falta de compreensão dos enunciados em linguagem natural, o desconhecimento das regras da linguagem algébrica, o estabelecimento de relações incorretas entre as duas linguagens, entre outros (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Nesse sentido, procuramos dialogar sobre o uso de variáveis, associado às finalidades

⁵ Os dados deste trabalho são oriundos de uma atividade desenvolvida pelas autoras deste artigo, em uma disciplina no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal de Minas Gerais.

de se ensinar determinado conteúdo e às concepções que se tem sobre as atividades algébricas. Segundo Usiskin (1995), as concepções que temos sobre álgebra na escola básica, as finalidades do ensino desse ramo da Matemática e a utilização das variáveis estão diretamente relacionadas.

As finalidades da álgebra são determinadas por, ou relacionam-se com concepções diferentes da álgebra que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis (USISKIN, 1995, p.13).

O autor aponta quatro diferentes concepções de álgebra:

- C.1) Aritmética generalizada;
- C.2) Estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas;
- C.3) Estudo de relações entre grandezas;
- C.4) Como estudo das estruturas.

Na primeira concepção apresentada, as ações importantes para o estudante da escola básica são as de traduzir e generalizar. As variáveis são pensadas como generalizadoras de modelos. Na concepção, como um estudo de procedimentos para resolver problemas, C.2), as variáveis são ou incógnitas ou constantes. O aluno, nessa concepção, precisa dominar não apenas a capacidade de equacionar os problemas (isto é, traduzi-los para a linguagem algébrica em equações), como também precisa ter habilidades em manejar matematicamente essas equações até obter a solução. A letra aparece não como algo que varia, mas como uma incógnita, isto é, um valor a ser encontrado. Dentro da terceira concepção, C.3), a álgebra se ocupa de modelos e leis funcionais que descrevem ou representam as relações entre duas ou mais grandezas variáveis. Na concepção como estudo de estruturas, o que caracteriza a variável é o fato de não ir muito além de um símbolo arbitrário.

Além das diferentes concepções expressas, a literatura também explora os diferentes significados das letras em álgebra. Em Küchemann (1981), o autor distingue seis significados ou usos das letras, a partir de um trabalho realizado na Inglaterra:

- S.1) Calculadas (ou avaliadas): as letras têm valor específico. São inicialmente desconhecidas, mas calculáveis.
- S.2) Ignoradas ou *não usadas*: são *não usadas* ou ignoradas; não lhes é associado qualquer significado.
- S.3) Objetos: são vistas como objetos concretos (frutas, lados de um polígono etc.), trocando-se o seu significado abstrato por algo mais concreto e real.
- S.4) Incógnitas específicas: a incógnita é considerada como um número desconhecido,

porém específico, com o qual se pode operar diretamente.

S.5) Generalizando números: são percebidas mais como uma representação de vários valores numéricos que de exatamente um valor.

S.6) Variáveis: são consideradas como uma representação de um conjunto de valores não especificados e observa-se uma relação sistemática entre dois conjuntos de valores. Esse significado é mais complexo que os anteriores.

Sendo assim, o professor, ao lidar com atividades algébricas, pode lidar com as dificuldades dos alunos em transitar da linguagem natural para a linguagem algébrica, abordar as diferentes concepções algébricas e explorar os diferentes significados das letras. Além disso, entendemos que precisamos fundamentar nossa observação, procurando entender os erros comumente cometidos na realização de atividades envolvendo tópicos de álgebra.

Gomes (2003, pg. 51) elenca que muitos dos erros comuns, observados em álgebra, podem ser atribuídos a aspectos como:

- E.1) A natureza e o significado dos símbolos e das letras;
- E.2) O objetivo da atividade e a natureza das respostas em álgebra;
- E.3) A compreensão da aritmética por parte dos estudantes;
- E.4) O uso inapropriado de fórmulas ou de regras de procedimentos.

No primeiro erro, a falta do entendimento sobre o significado dos símbolos por levar os alunos a escrever $7x$ como resposta de $3x + 4$ e, no caso do significado das letras, costumam associar o uso da variável a representações como m para metros. Ao cometer o erro E.2), o aluno tende a considerar que sempre precisa achar soluções concretas e nem sempre as questões de álgebra exigem soluções numéricas. Em relação ao terceiro erro, a autora aborda que algumas dificuldades que os alunos apresentam em problemas algébricos se originam da Aritmética, como, por exemplo, o domínio de operações e a generalização de propriedades. No erro E.4), os alunos costumam fazer erros de cancelamento; realizar falsas generalizações sobre números; utilizar métodos informais que têm êxito em um grupo de questões; entre outros.

3 Descrição dos procedimentos metodológicos

Com o propósito de expor as reflexões sobre as respostas dos alunos na resolução de questões de álgebra, para entendermos como alguns aspectos do pensamento algébrico podem interferir nos possíveis erros cometidos pelos alunos, aplicamos questões envolvendo tópicos algébricos, em duas turmas do 7º ano de uma escola situada, no município de Belo Horizonte. No total, 47 alunos realizaram o teste.

A aplicação da atividade foi realizada com o consentimento da professora das turmas e com a manifestação de interesse dos alunos em realizar o teste. No momento da aplicação da atividade, a unidade temática de álgebra daquele ano de ensino já tinha sido trabalhada nas turmas. Os alunos desenvolveram a resolução das questões, em um período de aproximadamente 40 minutos, porém dispunham de um período de 1(uma) hora para realizar as questões.

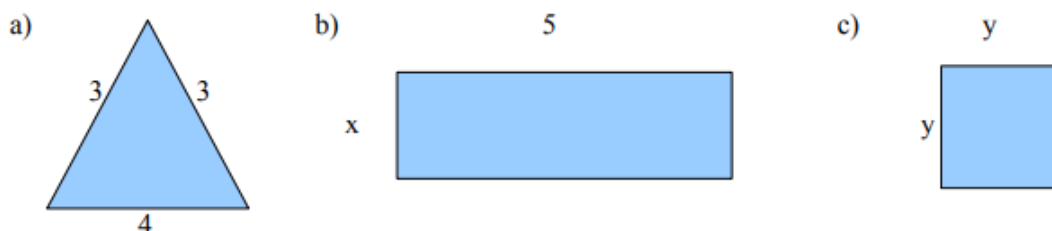
As questões foram escolhidas, considerando-se alguns aspectos da álgebra que haviam sido trabalhados durante as aulas da disciplina de graduação e o público-alvo.

De acordo com a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), os alunos, durante o ensino de álgebra, devem ser levados a desenvolver:

[...] um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2017, p. 270).

Na questão de número 1(um), proposta no teste, foi solicitado o cálculo do perímetro de figuras planas, conforme mostra a Figura 1. Entendemos que essa questão objetiva verificar se o aluno é capaz de traduzir informações contidas em tabelas e gráficos, em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras.

Figura 1 – Polígonos da questão 1



Fonte: Acervo das autoras.

Na questão de número 2, foi pedido para completar uma tabela. a partir de determinadas informações, conforme exposto na Figura 2.

Figura 2 – Tabela da questão 2

$p+5=8$		$p=$
$u=v+3$	$v=1$	$u=$
$m=3n+1$	$n=4$	$m=$
$r=s+t$	$r+s+t=30$	$r=$

Fonte: Acervo das autoras.

A propor tal questão, conjecturamos que nela os alunos deveriam utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.

Na questão 3, foi solicitado que se expressassem, na forma algébrica, algumas sentenças, conforme indica a Figura 3.

Figura 3 – Dados da questão 3

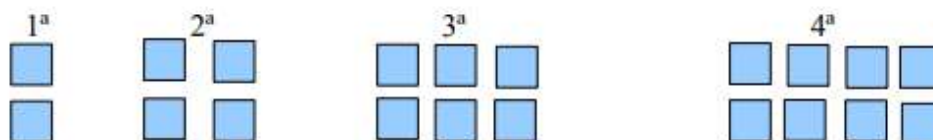
a)um número mais cinco	
b)o dobro de um número	
c)cinco menos um número	
d)o quociente de cinco por um número	

Fonte: Acervo das autoras.

Nessa questão, objetivamos verificar se o aluno consegue traduzir informações dadas em textos ou verbalmente para a linguagem algébrica.

A questão de número 4, Figura 4, fez perguntas, a partir da análise de uma sequência. Nessa pergunta, procuramos identificar se o aluno consegue reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções.

Figura 4 – Sequência e perguntas da questão 4



a)Quantos quadradinhos tem a 5^a figura da sequência?E a 10^a?

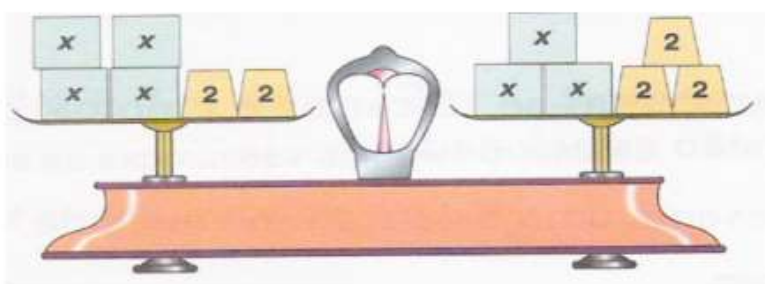
b)Quantos quadradinhos tem uma figura numa posição qualquer x ?

Fonte: Acervo das autoras.

Na questão seguinte, a quinta, foi apresentada uma situação problema: “Um esquilo encontrou 48 nozes num período de três dias. Em cada dia, o esquilo encontrou duas nozes a mais que no dia anterior. Quantas nozes ele encontrou em cada dia?”. O propósito era verificar se os alunos conseguem traduzir informações dadas em textos para a linguagem algébrica e utilizar a linguagem algébrica para a resolução de problemas.

Na última questão do teste, a de número seis, foram feitas duas perguntas, a partir da observação de uma balança em equilíbrio, de acordo com o indicado na Figura 5.

Figura 5 – Balança e perguntas da questão 6



a) Retirando-se as mesmas coisas dos dois pratos da balança, ela mostrará diretamente o valor de x . Para isso acontecer, o que deve ser retirado de cada prato da balança?

b) Escreva uma equação que represente a balança na situação inicial (figura dada) e uma equação que represente a balança depois dos itens que foram retirados na letra a).

Fonte: Acervo das autoras.

Nessa questão, buscamos explorar se o aluno consegue traduzir informações contidas em representações, em linguagem algébrica, generalizando regularidades e identificando os significados das letras.

Observando as questões à luz da teoria, utilizamos questões que abordavam os diferentes significados das letras: calculadas ou avaliadas [S.1], objetos [S.3], incógnitas específicas [S.4] (KÜCHEMANN, 1981). Também foram utilizados problemas que envolviam a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica; observação e generalização de padrões (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Na questão 1 (um), o aspecto abordado é o significado das letras em álgebra. A questão pede o cálculo do perímetro das figuras, as letras podem ser vistas como objetos ou como incógnitas específicas, no caso das letras b) e c). Para verificar se a dificuldade do aluno era

apenas, quando existia a utilização de incógnitas, foi inserida uma pergunta numérica [letra a)].

Na questão 2, o aspecto abordado também é o significado das letras, nesse caso, com significado de incógnitas calculadas ou avaliadas. A questão foi proposta com a finalidade de verificar se o aluno tem dificuldade em calcular o valor das variáveis, quando inicialmente elas são desconhecidas. A questão também visa perceber a dificuldade do aluno, em resolver questões, em que a incógnita não seja o x , letra mais comumente utilizada na representação algébrica.

Na questão 3, foi explorada a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica. A questão foi escolhida com o intuito de perceber se o aluno tem dificuldade em escrever na forma de uma expressão algébrica.

Na questão 4, o tema abordado foi observação e generalização de padrões. A questão foi proposta, com o intuito de se saber se o aluno é capaz de generalizar determinadas situações propostas [letra b)].

Na questão 5, foi abordada novamente a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica. A questão foi colocada com o intuito de verificar se o aluno é capaz de transcrever a questão na forma de expressão algébrica e, assim, resolvê-la.

A questão 6 foi selecionada, pensando nos significados das letras utilizados como objetos e das letras calculadas. Ademais, foi escolhida com a finalidade de perceber se o aluno é capaz de relacionar recursos visuais com expressões algébricas, para a resolução de exercícios.

Sinalizamos que também identificamos que três das diferentes concepções de álgebra exploradas nesse relato (USISKIN, 1995) se alinham com as questões selecionadas, sendo elas C.1, C.2 e C.3.

4 Descrição da experiência: resultados observados e discussão

Esta seção é uma descrição da experiência e apresentação das respostas dos alunos, refletindo sobre elas à luz do referencial teórico abordado, focando questão por questão presente no teste. Este exame dos resultados relata o nível de dificuldade dos itens de cada questão e conjectura as explicações possíveis para os erros cometidos pelos alunos. Finalmente retrata hipóteses sobre fatores que podem ter facilitado ou dificultado a resolução da atividade.

Questão 1:

A maior parte dos estudantes fez a questão, e alguns a deixaram em branco. Durante a aplicação da atividade, foi possível ouvir os alunos questionarem a respeito do conceito de

perímetro. Inicialmente o conceito de perímetro se confunde com o de área para certos alunos. Pode-se encontrar resoluções que apresentam o perímetro como a multiplicação de todos os lados da figura. As propriedades dos polígonos (retângulo, quadrado e triângulo) também não são dominadas por todos, determinados estudantes, por exemplo, não utilizam que os lados opostos do retângulo são de mesma medida ou só consideraram o que estava explicitado na representação das figuras.

O ponto de destaque a ser debatido, consiste na análise dos itens b) e c) que colocam em discussão a percepção que os pesquisados possuem dos significados das letras. O item b) considera o x com um número desconhecido, porém específico, com o qual se pode operar diretamente, porém a maioria dos alunos ainda não possui esta visão específica da incógnita x . Estes estudantes procuram encontrar o valor da incógnita, ou seja, associar o x a um número e além disso resolver uma equação. Observe a solução apresentada por um dos alunos que realizou o teste:

$$x + 5 + x + 5 = 0$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$\textit{perímetro} = 20$$

A necessidade de atribuir valores para a incógnita e só assim encontrar o perímetro é tão consistente para eles que a partir do lado 5 já dado, esse aluno procurou estimar o valor de x para efetuar os cálculos. Observando sobre a ótica dos erros cometidos em atividades algébricas, entendemos se a solução se adequa ao erro relacionado ao aspecto do objetivo da atividade e a natureza das respostas em álgebra, E.2, visto que o aluno espera encontrar uma solução numérica na questão.

O item c) que trata o y como objeto concreto (lado de um polígono) e por ser a figura um quadrado, logo não existia associação com outro número ou incógnita a ser feita, as dificuldades foram menores que a do item b). Todos os estudantes que dominavam o conceito de perímetro e a propriedade do quadrado, medida de todos os lados iguais, obtiveram sucesso na solução do item em questão.

Questão 2:

Tanto a questão 1 quanto a questão 2 pretendiam explorar o entendimento do significado das letras por parte dos alunos. A questão 2 solicitava concepções mais elaboradas das relações entre diferentes incógnitas à medida em que se avançava em linhas na tabela. Ao visualizar

outras letras do alfabeto como incógnitas, isso se tornou um obstáculo para alguns alunos, tanto é que solicitaram auxílio da professora já na primeira linha, $p + 5 = 8$, que propôs a seguinte interpretação: “*e se fosse com x ? Vocês conseguiriam resolver?*”. Após esses questionamentos, os alunos voltaram a resolver a questão.

Boa parte dos alunos tentou resolver, porém ressalta-se a presença de um número considerável de questões em branco. Os itens da questão apresentam letras que possuem valor específico, inicialmente são desconhecidas, mas calculáveis. O primeiro item, com apenas uma equação, dos que fizeram, pouquíssimos erraram. As maiores dificuldades surgiram nos itens subsequentes. Percebe-se que os alunos não associam bem a primeira equação com a segunda equação a fim de estabelecer uma relação entre elas e encontrar um valor que satisfaça as duas equações. Do segundo item em diante, como os itens são compostos por duas equações, o nível de acerto encontrado começa a diminuir. O segundo item ainda tem um bom resultado, contudo o terceiro item, que difere do segundo por uma multiplicação, obteve um resultado muito inferior ao segundo. Há, por parte dos alunos, dificuldades na interpretação algébrica de que se $n = 4$ então $3n$ é igual 3 multiplicado por 4.

No quarto item observamos o maior índice de dificuldade na questão, apenas dois alunos conseguiram resolvê-lo. Já cogitávamos a hipótese deste item ser o de maior dificuldade, pois ele apresenta três incógnitas e exige do aluno boa percepção para estabelecer relação com o valor de não apenas uma incógnita, mas da soma de duas incógnitas. Além disso, esse item não é comum nas atividades feitas pelos alunos em sala, talvez isso explique o alto número de erros e respostas em branco neste item. Quando se avança em nível de dificuldade, segundo Küchemann (1981), os alunos que fundamentalmente não tem uma maior familiaridade com a notação algébrica ainda não são capazes de trabalhar consistentemente com incógnitas específicas, números generalizados ou variáveis. Também associamos que a dificuldade em resolver tal questão se refere a natureza e o significado dos símbolos e das letras, E.1, pois existe uma tendência maior em considerar as letras como valores únicos, do que como números generalizados ou como variáveis (GOMES, 2003).

Questão 3:

Essa questão era um tipo de exercício bem presente no cotidiano das turmas, assim conjecturava-se que os estudantes resolveriam os itens sem maiores dificuldades. Uma considerável parcela dos alunos resolveu os itens a), b) e c) da questão e essa foi a questão que os alunos manifestaram ter maior facilidade para responder. Contudo, percebe-se que a

transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica ainda não é uma concepção adquirida por todos os alunos. Por exemplo, há dúvidas em entender se cinco menos um número, algebricamente, é escrito da forma $5 - b$ ou na forma $b - 5$. Outro erro frequente é a confusão em simbolizar matematicamente o dobro de um número, certos alunos entendem o dobro de a como $2 + a$. Esse erro, conforme Gomes (2003), é decorrente da falta do entendimento sobre o significado dos símbolos.

O item d) da questão 3 foi o de maior dificuldade entre os estudantes, raros foram os alunos que o executaram corretamente. O principal obstáculo foi o conceito de quociente. Especula-se que determinados alunos associam quociente com metade, pois como resposta do item d) dois alunos responderam $2,5x$.

Ainda nessa questão, um aluno atribuiu um valor para o número desconhecido em cada item e calculou o resultado.

Questão 4:

A noção de observação e generalização de padrões foi o aspecto a ser analisado na questão 4. Assim o item a) explora a observação e o item b) procura estimular a generalização. Alguns alunos deixaram a questão totalmente em branco. Os alunos que resolveram apresentaram bom desempenho no item a), obtendo a resposta correta sem dar sequência aos desenhos para descobrir a quantidade dos quadradinhos solicitada.

Já no item b) os alunos demonstraram dificuldade em generalizar. A maioria deixou a questão sem resposta e dos que tentaram solucionar observa-se que geralmente os estudantes compreenderam corretamente a lógica da generalização, isto é, eles entenderam o padrão estabelecido, contudo não conseguem expressar matematicamente o que eles perceberam. Dentre as resoluções foi recorrente os alunos denotarem uma posição para o x e a quantidade de quadradinhos correspondente. Encontra-se também explicações como “*números pares*” e “*se você sabe a posição antes poderá achar qualquer uma é só acrescentar de 2 em 2*”.

Destaca-se também a dificuldade já comentada na questão 3, os estudantes observaram o padrão e estabeleceram a generalização, mas apresentaram dificuldades na transposição da linguagem natural para a linguagem simbólica. Ou seja, respostas como $x + 2$, ao invés de $2x$, associam ao erro E.1. Também estipulamos que pode ter acontecido uma confusão na distinção entre números de quadradinhos e a posição que a figura se encontra no momento da generalização.

Questão 5:

Os alunos manifestaram que tiveram muitas dificuldades em realizar a quinta questão. Um erro comum apresentado foi desconsiderar as informações do enunciado da questão, muitas respostas contabilizam um número superior de nozes que o esquilo encontrou no período de 3 dias e os alunos não se atentaram para esse fato. Outro erro muito constante foi realizar apenas a divisão de 48 por 3 e desconsiderar que o esquilo encontrou 2 nozes a mais que no dia anterior. Respostas que contemplam um único dia apenas, também foram dadas. Ainda nesse sentido, identificamos que tais dificuldades apresentadas se relacionam com a falta de compreensão dos enunciados em linguagem natural (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Nessa questão encontramos resoluções que merecem destaque. Um aluno começou a resolução da questão pela divisão de 48 por 3, pelos rascunhos observa-se que ele fez uma verificação e percebeu a quantidade de nozes a mais e fez ajustes. Dois alunos montaram corretamente a equação, conseguindo transpor a linguagem natural para a linguagem algébrica de forma satisfatória, contudo um a resolveu incorretamente e o outro não terminou de solucionar a questão, erro relacionado à compreensão da aritmética, E.3.

Questão 6:

Assim como a questão 3, a questão de número 6 também é muito presente nas aulas de Matemática das turmas de 7º ano, que foi o público-alvo do teste. O recurso analógico foi utilizado como sustentação teórica dessa questão, assim o item a) aborda a justificativa de certas passagens do transformismo algébrico por meio da utilização de materiais concretos como balanças e o item b) trata de simbolizar matematicamente a situação inicial, explorando o significado das letras como objetos, S.3.

Porém, poucos estudantes acertaram o item a). E observa-se, curiosamente, que os pesos que foram retirados representam as incógnitas, ou seja, retiram o peso x em cada lado da balança, mas não tem retiram o peso 2. No item b) o resultado também não foi satisfatório. Houve muitas dificuldades novamente na transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica e além disso na análise das respostas muitos alunos consideraram o peso com uma unidade, isto é, o peso de valor 2 foi interpretado como 1 e a equação ficou da seguinte maneira $4x + 2 = 3x + 3$ ao invés de $4x + 4 = 3x + 6$.

5 Considerações sobre a experiência e sobre os resultados observados

O interesse por observar como aspectos do pensamento algébrico como a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica; as observações e a generalização de padrões; os

diferentes significados das letras, podem interferir nos possíveis erros cometidos pelos alunos, culminou na apresentação deste relato, que expõe as reflexões sobre as respostas dos alunos na resolução de questões de álgebra. Observamos que não conseguir compreender tais aspectos leva a erros relacionados a natureza e o significado dos símbolos e das letras; ao objetivo da atividade e a natureza das respostas; a compreensão da aritmética por parte dos estudantes.

Ao elaborar o teste, nos deparamos com algumas dificuldades que acreditamos serem as mesmas enfrentadas por outros professores. Algumas delas foram: se o número e tamanho de questões estariam adequados para o tempo que teríamos para a aplicação do teste; estabelecer o que poderia ser cobrado levando-se em conta as noções matemáticas que os alunos já possuíam (ou não) e entender como os conteúdos escolhidos e as propostas lançadas seriam recebidos pelos alunos; e além associar questões ao que é parametrizado por diretrizes governamentais.

Essa experiência nos levou a mesma conclusão de Gómez- Granell (1997) em que ela afirma: “... *quando os professores ensinam matemática, pensam que à sua maneira tudo será mais fácil e compreensível para os alunos. Mas já vimos que não é bem assim.*”. Se faz necessário entender como os alunos compreendem, constroem, modificam o saber matemático, e como se desencadeiam os erros. Esperamos assim, contribuir para que demais professores reflitam sobre suas concepções, para que seus alunos produzam diferentes significados não só sobre as letras. Ponderamos que os educadores podem levantar as explicações possíveis para os erros cometidos pelos alunos, e assim definir estratégias para abordagens com os alunos a partir dos erros apresentados.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 16 mar. 2024.

CURY, Helena Noronha. **Análise de Erros**: o que podemos aprender com os erros dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2007.

GOMES, Maria Laura Magalhães. **Álgebra e funções na educação básica**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. 69 p.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (Orgs.). **Além da alfabetização**: aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Trad. Stela Oliveira. São Paulo: Ática, 1997. p. 257-282.

KÜCHEMANN, Dietmar. Álgebra. In: HART, Kathleen (ed.). **Children's understanding of mathematics**: 11-16. London: John Murray, 1981.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997. 176 p.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. Ministério da educação, Portugal: DGIDC, 2009.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.

XAVIER, Márcio Pizzete. Et al. Reflexão sobre a constituição do pensamento algébrico. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Ano 06, Ed. 06, Vol. 11, pp. 129-153. Junho de 2021. ISSN: 2448-0959.