

A Resolução de Problemas nos anos iniciais: possibilidades a partir das demandas cognitivas

Felipe Aparecido Baldim Barros¹
Andresa Maria Justulin²

Resumo: Este artigo tem como objetivo apresentar resultados de uma pesquisa que investigou os níveis de demandas cognitivas de um problema sobre Números Decimais proposto a alunos de quinto ano do Ensino Fundamental. A pesquisa, do tipo qualitativa, teve como participantes 18 alunos de uma escola municipal, localizada no norte do Paraná. Os dados foram obtidos por meio da resolução de um problema, cuja produção escrita e os áudios dos grupos, após sua transcrição, foram analisados. A aula baseou-se no roteiro da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. A análise dos dados pautou-se nas demandas cognitivas do problema, que previamente foram elencadas pelo pesquisador e, após a implementação do problema, verificou-se que níveis (se alto ou baixo) foram atingidos pelos grupos. Os resultados mostram que a maior parte das demandas cognitivas do problema foram de alto nível cognitivo e destacam o papel do professor para que os grupos possam estabelecer relações entre o conhecimento novo e aquilo que já sabem, na direção do “fazer matemática”.

Palavras-chave: Demandas Cognitivas. Resolução de Problemas. Ensino de Matemática.

Problem Solving in the early years: possibilities based on the cognitive demands

Abstract: This article aims to present results of a research that investigated the levels of cognitive demands of a problem about Decimal Numbers proposed to fifth grade students of Elementary School. The research, of a qualitative type, had as participants 18 students from a municipal school, located in the north of Paraná State. The data were obtained through from the resolution of a problem, whose written production and the audios of the groups, after their transcription, were analyzed. The class was based on the Teaching-Learning-Evaluation Methodology of Mathematics through Problem Solving. Data analysis was based on the cognitive demands of the problem, which were previously listed by the researcher and, after the implementation of the problem, it was verified which levels (whether high or low) were reached by the groups. The results show that most of the cognitive demands of the problem were of a high cognitive level and highlight the role of the teacher so that the groups can establish relationships between new knowledge and what they already know, in the direction of “doing mathematics”.

Keywords: Cognitive Demands. Problem solving. Mathematics Teaching.

Resolución de problemas en los primeros años: posibilidades en función de las demandas cognitivas

Resumen: Este artículo tiene como objetivo presentar los resultados de una investigación que investigó los niveles de demandas cognitivas de un problema sobre Números Decimales propuesto a estudiantes de quinto grado de la Enseñanza Fundamental. La investigación, de tipo cualitativo, tuvo como participantes 18 alumnos de una escuela municipal, ubicada en el norte de Paraná. Los datos se obtuvieron a través de la resolución de un problema, cuya producción escrita y los audios de los grupos, luego de su transcripción, fueron analizados. La clase se basó en la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de las Matemáticas a través de la Resolución de Problemas. El análisis de los datos se basó en las demandas cognitivas del problema, las cuales fueron enumeradas previamente por

¹ Mestre em Ensino de Matemática. Professor da Educação Básica. Abatiá, PR, Brasil. E-mail: lpebaldim@hotmail.com - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6828-7760>

² Doutora em Educação Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, PR, Brasil. E-mail: ajustulin@utfpr.edu.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4107-8464>.

el investigador y, luego de la implementación del problema, se verificó qué niveles (altos o bajos) alcanzaron los grupos. Los resultados muestran que la mayoría de las demandas cognitivas del problema fueron de un nivel cognitivo alto y destacan el papel del docente para que los grupos puedan establecer relaciones entre los nuevos conocimientos y los que ya saben, en la dirección de “haciendo matemáticas”.

Palabras clave: Demandas Cognitivas. Solución de problemas. Enseñanza de las Matemáticas.

Introdução

Os anos iniciais do Ensino Fundamental apresentam objetos de conhecimento relevantes e que constituem a base para aprendizagens ao longo dos Ensinos Fundamental e Médio. Em Matemática, devido à sua organização, são aprendizagens essenciais e os professores que atuam nessa etapa de escolaridade, os professores polivalentes, precisam estar atentos e promover meios para que os alunos aprendam.

Em relação aos números racionais, os alunos de quarto ano já começam a ter algumas noções de sua representação na forma decimal, conforme aponta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em seu objetivo (EF04MA10)³. No entanto, Muniz, Batista e Silva (2008) destacam que:

Historicamente podemos perceber que há uma ênfase muito grande no ensino de frações, enquanto que o ensino de decimais e medidas quase sempre fica relegado a um segundo plano, de tal forma que chegamos a destinar dois ou três meses do ano letivo para frações e quando chega lá, no finalzinho do ano, destinamos algumas poucas semanas para decimais e medidas (Muniz; Batista; Silva; 2008, p. 16).

Além do mais, os números racionais integram muitas atividades do cotidiano, especialmente por meio de sua representação decimal. Atividades rotineiras, como medir, pesar e lidar com dinheiro, expõem os alunos a situações em que há a necessidade de compreensão de operações com números decimais. Antes mesmo de aprenderem formalmente a operar com os números decimais, os alunos, intuitivamente, já os envolvem em operações e a ação do professor é imprescindível para que passem a compreender verdadeiramente as operações com decimais (Ribeiro, 2011). Por esse motivo, a temática foi escolhida como pano de fundo para investigar os níveis de demandas cognitivas de um problema proposto a alunos de 5º ano do Ensino Fundamental.

A Resolução de Problemas, vista como uma metodologia de ensino, permite que os alunos melhorem a comunicação e a expressão de seus pensamentos, além de estabelecer

³ (EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro (Brasil, 2018, p. 291).

relações do que ele já conhece com o que vai aprender (Allevato; Onuchic, 2021). Ademais, a resolução de problemas como processo é considerada uma atividade cognitiva de alto nível (Henningesen; Stein, 1997). Nesta pesquisa, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP), conforme Allevato e Onuchic (2021), foi utilizada para o desenvolvimento das aulas, mas o objeto de estudo está centrado nas demandas cognitivas propiciadas pelo problema proposto. A escolha dessa abordagem da Resolução de Problemas se deve pelo fato de ela orientar as ações do professor em sala de aula e, também, por promover a autonomia e a participação dos alunos. Por meio da MEAAMaRP, o aluno aprende matemática enquanto resolve o problema.

Este trabalho trata-se de um recorte da dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, sob o título *Demandas cognitivas de problemas com Números Decimais: um estudo com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental*. (Barros, 2023). Ela produziu um Produto Educacional (PE) que poderá ser utilizado pelo professor e possui orientações e discussões acerca dos problemas trabalhados em relação às demandas cognitivas (Barros; Justulin, 2023).

1 Demandas Cognitivas

O nível de demanda cognitiva requerido para a resolução de um problema (ou de uma tarefa⁴) refere-se aos tipos de raciocínios matemáticos que serão exigidos para sua realização e de aprendizagem que proporcionará aos alunos. Ainda que os níveis de demanda cognitiva envolvam os raciocínios matemáticos da pessoa a quem se propõe a tarefa, também é possível pensar nas tarefas a partir de possíveis demandas cognitivas requeridas. Assim, Henningesen e Stein (1997) propõem uma classificação das tarefas matemáticas pelas demandas cognitivas, a saber: memorização, aplicação de procedimentos sem conexões, aplicação de procedimentos com conexões e o *fazer matemática*.

Nesta perspectiva, a *memorização* se resume à utilização das operações, em forma de algoritmos ou não, ordenadamente e no uso das fórmulas. A aplicação de *procedimentos sem conexões* se baseia nos procedimentos, por exemplo, da adição de frações e da multiplicação de números inteiros, entre outros algoritmos, sem conexões com conceitos ou significados que estão por trás dos procedimentos usados inicialmente e, geralmente, estão focados na produção

⁴ Entende-se nesse texto que um problema gerador pode ser entendido como uma tarefa. O problema gerador é aquele que visa “[...] à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula” (Allevato; Onuchic, 2014, p. 13).

de respostas corretas, sem uma exigência de explicação ou justificação. Os *procedimentos com conexão* exigem um esforço cognitivo e algoritmos podem ser utilizados, mas exigem a compreensão das ideias conceituais envolvidas. Já o *fazer matemática*, por sua vez, exige que tanto o questionamento quanto o procedimento utilizado pelo aluno não sejam reconhecidos de imediato, por exemplo,

[...] explicar por que qualquer número com 5 no valor posicional da unidade, quando elevado ao quadrado, resulta com o número 25 na dezena e na unidade. $25^2 = 625$; $35^2 = 1225$, etc. Para muitos alunos esse problema vai exigir que ele pense criativamente, como faria um matemático (D’Ambrósio, 2008, p. 5).

Stein *et al.* (2001) sistematiza as características matemáticas que os problemas ou tarefas matemáticas podem apresentar com relação às quatro demandas cognitivas de acordo com os Quadros 1, 2, 3 e 4:

Quadro 1 – Demanda cognitiva *memorização*

MEMORIZAÇÃO (BAIXO NÍVEL)

- Envolve a reprodução de fatos, regras, fórmulas ou definições previamente aprendidas ou a memorização de fatos, regras, fórmulas ou definições.
- Não pode ser resolvido usando procedimentos porque não existe um procedimento ou porque o período em que a tarefa está sendo concluída é muito curto para usar um procedimento.
- Não são ambíguos – tais tarefas envolvem a reprodução exata do material visto anteriormente e o que deve ser reproduzido é declarado de forma clara e direta.
- Não têm conexão com os conceitos ou significados que fundamentam os fatos, regras, fórmulas ou definições que estão sendo aprendidas ou reproduzidas.

Fonte: Stein *et al.* (2001, p. 18), tradução nossa.

Quadro 2 – Demanda cognitiva *procedimentos sem conexões*

PROCEDIMENTOS SEM CONEXÕES (BAIXO NÍVEL)

- São algorítmicos. O uso do procedimento é especificamente solicitado ou seu uso é evidente com base em instrução prévia, experiência ou colocação da tarefa.
- Exige demanda cognitiva limitada para conclusão bem-sucedida. Há pouca ambiguidade sobre o que precisa ser feito e como fazê-lo.
- Não tem conexão com os conceitos ou significados que fundamentam o procedimento que está sendo usado.
- Estão focados em produzir respostas corretas em vez de desenvolver compreensão matemática.
- Não requerem explicações, ou explicações que se concentram apenas na descrição do procedimento que foi usado.

Fonte: Stein *et al.* (2001, p. 18), tradução nossa.

Quadro 3 – Demanda cognitiva *procedimentos com conexões*

PROCEDIMENTOS COM CONEXÕES (ALTO NÍVEL)

- Concentra a atenção dos alunos no uso de procedimentos com o propósito de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas.
- Sugere caminhos a serem seguidos (explícita ou implicitamente) que sejam procedimentos gerais amplos e tenham conexões estreitas com ideias subjacentes, em oposição a algoritmos estreitos que são opacos em relação aos conceitos subjacentes.
- Geralmente são representados de várias maneiras (por exemplo, diagramas visuais, situações-problema manipuláveis).
- Requer algum grau de esforço cognitivo. Embora os procedimentos gerais possam ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem pensar. Os alunos precisam se envolver com as ideias conceituais que fundamentam os procedimentos para completar com sucesso a tarefa e desenvolver a compreensão.

Fonte: Stein *et al.* (2001, p. 18), tradução nossa.

Quadro 4 – Demanda cognitiva *fazer matemática*

FAZER MATEMÁTICA (ALTO NÍVEL)

- Requer pensamento complexo e não-algorítmico (ou seja, não há uma abordagem ou caminho previsível e bem ensaiado explicitamente sugerido pela tarefa, instruções da tarefa ou um exemplo elaborado).
- Exige que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos, processos ou relacionamentos matemáticos.
- Exige automonitoramento ou autorregulação dos próprios processos cognitivos.
- Exige que os alunos acessem conhecimentos e experiências relevantes e façam uso adequado deles ao trabalharem na tarefa.
- Exige que os alunos analisem a tarefa e examinem ativamente as restrições da tarefa que podem limitar possíveis estratégias e soluções.
- Requer um esforço cognitivo considerável e pode envolver algum nível de ansiedade para o aluno devido à natureza imprevisível do processo de solução exigido.

Fonte: Stein *et al.* (2001, p. 18), tradução nossa.

Stein e Smith (1998, 2009) ressaltam que, diante da classificação das tarefas matemáticas propostas por Henningsen e Stein (1997), as duas primeiras demandas cognitivas (*memorização e procedimentos sem conexões*) são consideradas de baixo nível cognitivo, enquanto as outras duas (*procedimentos com conexões e fazer matemática*) são de alto nível cognitivo.

Hsu (2013) aponta que, para situações matemáticas de baixa demanda cognitiva, a apresentação do conteúdo, geralmente, é feita pelo professor e o foco da aprendizagem está no desenvolvimento de técnicas de resolução de problemas, em uma ideia parecida com ensinar *para* resolver problemas. As tarefas que possuem demandas cognitivas de alto nível se baseiam, principalmente, na discussão e na resolução cooperativa de problemas pelos alunos.

Nunes *et al.* (2022) destacam alguns motivos para utilizar a Resolução de Problemas em sala de aula, que estão fortemente alinhados a problemas (tarefas) de alto nível:

- (i) a Resolução de Problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e em dar sentido às mesmas;
- (ii) a Resolução de Problemas pode desenvolver nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido;
- (iii) a Resolução de Problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos e;
- (iv) a Resolução de Problemas desenvolve o potencial matemático (Nunes *et al.*, 2022, p. 58).

Após compreender as demandas cognitivas possibilitadas a partir dos problemas e a influência que eles têm sobre a aprendizagem dos alunos, o professor pode optar, com mais frequência, por tarefas ou problemas de alto nível. No entanto, não é suficiente apenas propor este tipo de problema para que ocorra o engajamento dos alunos, mas a forma de explorá-lo também deve ser considerada.

2 A Resolução de Problemas e o Ensino de Matemática

A Resolução de Problemas começa a ser vista como possibilidade no ensino de Matemática em trabalhos como o de George Polya, em seu livro *A Arte de Resolver Problemas*⁵ (1944), mas é somente na década de 1980, com o documento *Uma agenda para a ação: Recomendações para a Matemática escolar dos anos 1980*⁶, do NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), que o cenário da Resolução de Problemas começa a ser alterado nos Estados Unidos. No entanto, em sala de aula, os usos da resolução de problemas foram distintos, o que levou autores como Hatfield (1978) e Schroeder e Lester (1989) a discutirem três maneiras de abordar a resolução de problemas:

(1) Ensinar sobre resolução de problemas, que se baseia no ensino dos passos de Polya (1944), com enfoque no modo de resolver problemas.

(2) Ensinar para resolver problemas, ficando subentendido que o professor ensina o conteúdo matemático e, depois, apresenta os problemas. Allevato e Onuchic (2021) consideram que a Resolução de Problemas não é o eixo de sustentação da abordagem, mas a Matemática, uma vez que a resolução de problemas se torna um apêndice, um acessório.

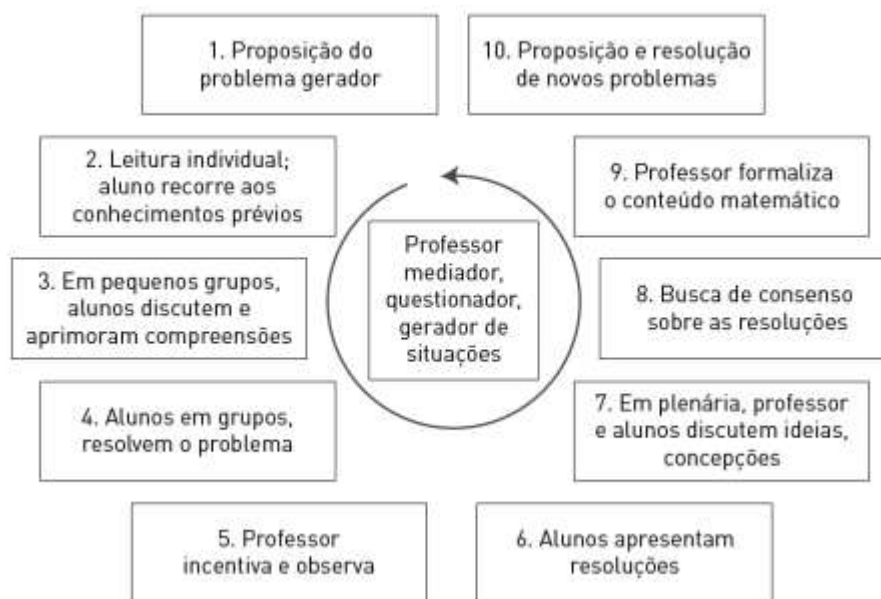
(3) Ensinar Matemática, através da Resolução de Problemas, pauta-se na construção do conhecimento matemático que ocorre durante o processo de resolução, e a aula tem como ponto de partida o problema gerador. Allevato e Onuchic (2009, p. 139) discorrem que, através da Resolução de Problemas, o “problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução”.

Na MEAAMaRP, o problema “[...] é ponto de partida para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos” (Allevato; Onuchic, 2021, p. 47). Nesta perspectiva, a Resolução de Problemas é vista como uma metodologia de ensino-aprendizagem que possibilita o desenvolvimento de novos conhecimentos por meio da exploração de problemas. À medida que o aluno resolve o problema, ele possibilita a construção própria de seu conhecimento. Tornar o aluno protagonista de sua aprendizagem, tendo o professor como mediador, eleva sua autonomia, raciocínio e criatividade. Esta prática caracteriza a MEAAMaRP (Allevato; Onuchic, 2021).

Para colocá-la em prática foi organizado um roteiro de atividades a fim de orientar os professores conforme Figura 1.

⁵ Título em inglês “*How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method*”.

⁶ Título original: “*An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s*”.

Figura 1 - Esquema da Metodologia

Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

Na proposição do problema, o professor seleciona o chamado problema gerador de um conteúdo ainda não estudado pelos alunos. A leitura individual é feita para que os alunos estabeleçam uma compreensão sobre o assunto, seguida de leitura em grupo, com apontamentos de outros alunos e do professor, caso necessário. A resolução do problema parte dos conhecimentos prévios dos alunos, sem critérios e em grupos, estabelecendo a colaboração entre os colegas.

No momento de observar e incentivar, o professor mediador incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto, bem como a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem.

Em seguida, é feito o registro na lousa das possíveis respostas encontradas para o problema (painel de soluções) e, então, uma plenária, em que os alunos são convidados a compartilharem suas ideias na busca pelo consenso, através do qual há uma discussão em relação à resolução mais apropriada, se houver. Ao final, o professor formaliza o conteúdo, apresentando e sistematizando os conceitos e, então, propõe aos alunos a realização de novos problemas para aplicar conhecimentos construídos.

3 Percurso metodológico da pesquisa

Esta pesquisa teve seu cadastro realizado na Plataforma Brasil, na Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), sob número de protocolo 56180122.1.0000.5547 e sob parecer

favorável de número 5.285.143, emitido em 10/03/2022.

Considerando a pergunta da pesquisa “Quais níveis de demandas cognitivas de um problema envolvendo números decimais são apresentadas por alunos de um quinto ano do Ensino Fundamental ao resolvê-lo?”, buscou-se uma abordagem que possibilitasse essa compreensão. Assim, utilizou-se a pesquisa qualitativa em que “[...] o próprio pesquisador é um instrumento ao observar ações e contextos e, com frequência, ao desempenhar intencionalmente uma função subjetiva no estudo, utilizando sua experiência pessoal em fazer interpretações” (Stake, 2011, p. 30).

A observação, no que se refere ao procedimento de pesquisa qualitativa, implica em uma atividade na qual o pesquisador observa pessoalmente e de maneira prolongada situações e comportamentos pelos quais se interessa, sem se limitar a conhecer o contexto somente por meio da indicação daqueles que vivenciam essas situações. Flick (2009) retrata que a pesquisa qualitativa busca entender, descrever e até mesmo explicar fenômenos sociais de diversas maneiras diferentes.

Posto isso, os participantes da pesquisa foram 18 alunos de 5º ano de uma escola pública municipal do estado do Paraná, de um total de 27 alunos, com idades que variam de 9 a 12 anos. Nove alunos da turma não apresentaram os termos para participar da pesquisa, mas assistiram normalmente à aula, sem o uso de seus dados. Foram formados quatro grupos com os alunos participantes da pesquisa (dois grupos com quatro integrantes e dois grupos com cinco integrantes), nos quais foram coletados os áudios dos grupos e registros escritos, sob prévia autorização.

Neste recorte, considerou-se como instrumento de pesquisa um problema gerador para trabalhar as habilidades EF05MA07 (“Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos”) e EF05MA08 (“Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com Números Naturais e com números racionais, cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos”) da BNCC (Brasil, 2018). Nesta ocasião, o roteiro da MEAAMaRP (Allevato; Onuchic, 2021) foi utilizado pelo pesquisador.

Figura 2 - Problema gerador e o que era esperado pelo pesquisador como demanda cognitiva do problema

<p>Problema: Compras na loja Vista Bonita Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>Blusa</td> <td>R\$17,90</td> </tr> <tr> <td>Calça</td> <td>R\$35,80</td> </tr> <tr> <td>Short</td> <td>R\$23,60</td> </tr> <tr> <td>Meia⁷</td> <td>R\$2,20</td> </tr> </table> <p>a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short? PROCEDIMENTO COM CONEXÃO</p> <p>b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R\$224,20 comprando quatro blusas, seis shorts e algumas meias⁸. Quantas meias ela comprou? FAZER MATEMÁTICA</p> <p>Fonte: Adaptado de ATIVEATABUADA. (Disponível em https://www.ativeatabuada.com.br/menu-das-atividades-de-matematica/6-02-operacoes-com-numeros-decimais/). Acesso em 15 jun 22).</p>	Blusa	R\$17,90	Calça	R\$35,80	Short	R\$23,60	Meia ⁷	R\$2,20	<ul style="list-style-type: none"> • No problema a letra “a” possibilita o desenvolvimento de “PROCEDIMENTOS COM CONEXÃO”, envolvendo a adição ou a multiplicação de Números Decimais. • A letra “b” permite que seja mobilizado o “FAZER MATEMÁTICA”, visto que o aluno pode utilizar diferentes procedimentos ou caminhos para obter o total de meias compradas.
Blusa	R\$17,90								
Calça	R\$35,80								
Short	R\$23,60								
Meia ⁷	R\$2,20								

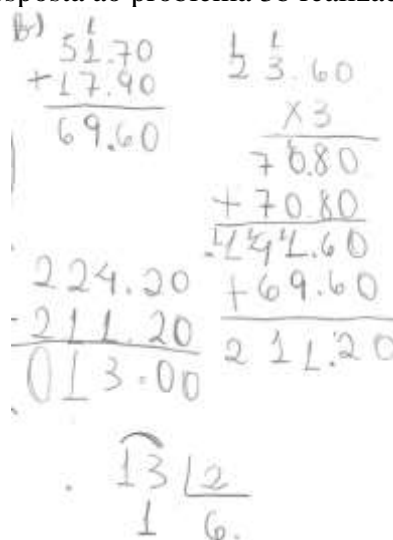
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

4 Descrição e análise dos dados

Neste recorte, será apresentada a análise do item b do problema, proposto como possibilitador da demanda *fazer matemática*, considerada de alto nível cognitivo. Todos os grupos interagiram com o pesquisador durante a etapa 5 da MEAAMaRP, em que o professor observa e incentiva. No entanto, optou-se por apresentar os diálogos dos grupos 4 e 5 como exemplos dessas interações.

O grupo 1 apresentou o resultado “6 meias” (Figura 3) como resposta ao problema 3b:

Figura 3 - Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 1



Handwritten work for problem 3b:

$$\begin{array}{r}
 51.70 \\
 + 17.90 \\
 \hline
 69.60
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 23.60 \\
 \times 3 \\
 \hline
 70.80 \\
 + 70.80 \\
 \hline
 140.40 \\
 + 69.60 \\
 \hline
 210.00 \\
 - 224.20 \\
 \hline
 13.80
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 13.80} \\
 \underline{13} \\
 0 \\
 \underline{0} \\
 0 \\
 \underline{0} \\
 0 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

⁷O problema se refere aos pares de meia e não à quantidade individualmente.

O grupo utilizou as quatro operações para obtê-lo. Fez-se uso do resultado do item anterior (valor pago por três blusas), adicionando a ele o valor de mais uma blusa, a fim de encontrar o valor pago por quatro blusas. Foi realizada a multiplicação do valor de um short por três para encontrar o valor pago por três shorts (R\$70,80) e, posteriormente, tal valor foi adicionado para obter valor de seis shorts. Na sequência, os valores dos shorts e das blusas foram adicionados, e descontou-se do valor total gasto por Magali (R\$224,20). Encontrado o resultado dessa subtração, realizou-se a divisão por dois e, assim, foi obtida a resposta final de seis meias. O grupo utilizou o ponto para separar a parte inteira da decimal. Nota-se que, no algoritmo de divisão (Figura 3), nem o divisor nem o quociente estão com a parte decimal, logo se infere a possibilidade de que o grupo ainda não tivesse conhecimento o suficiente para continuar a divisão, que não soubesse lidar com um divisor decimal ou que não o reconhecesse ser necessário. Como o grupo tentou utilizar operações com números decimais, apesar de vários equívocos no momento da execução, considera-se que a demanda cognitiva atingida foi a de *procedimentos com conexões*.

O grupo 2 apresentou, conforme a Figura 4, sua resposta ao problema 3b utilizando uma adição dos valores de cada uma das peças de roupas. O grupo realizou uma adição com os valores de cada peça, inclusive o valor de R\$35,80 de uma calça trazida na tabela de preços, mas que não foi citada no enunciado do item b. Nesse caso, a demanda cognitiva possibilitada pela tarefa foi a de *memorização*, com a qual os alunos realizam a operação de adição com os valores das peças de roupa que constam na tabela, sem considerar o que se pede no problema.

Figura 4 - Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 2

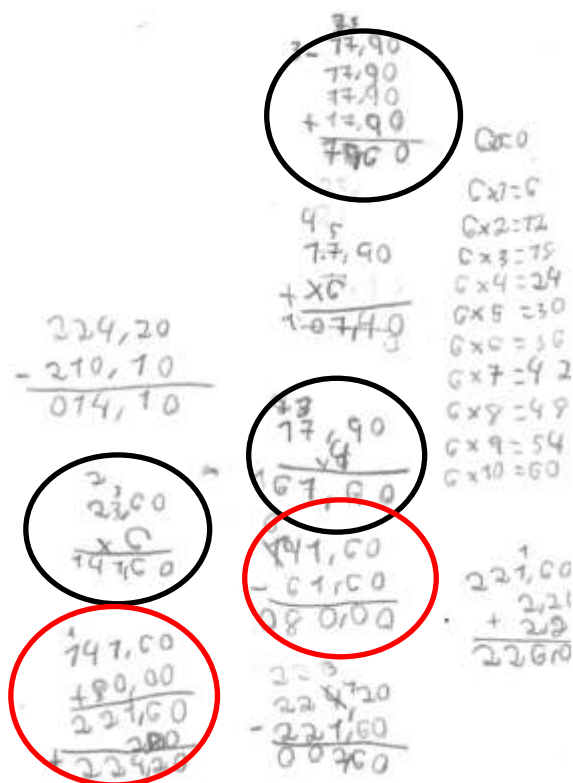
$$\begin{array}{r}
 22 \\
 47,90 \\
 + 35,80 \\
 23,60 \\
 - 2,20 \\
 \hline
 88,50
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Na resposta do grupo 3, exibida na Figura 5, é possível perceber que o grupo utilizou três operações diferentes (adição, subtração e multiplicação). Começou adicionando o valor da

blusa quatro vezes, mas realizou, na sequência, uma multiplicação por quatro (entretanto, não chegou ao mesmo resultado) e uma multiplicação do valor do short por seis (conforme destaque em preto).

Figura 5 - Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 3



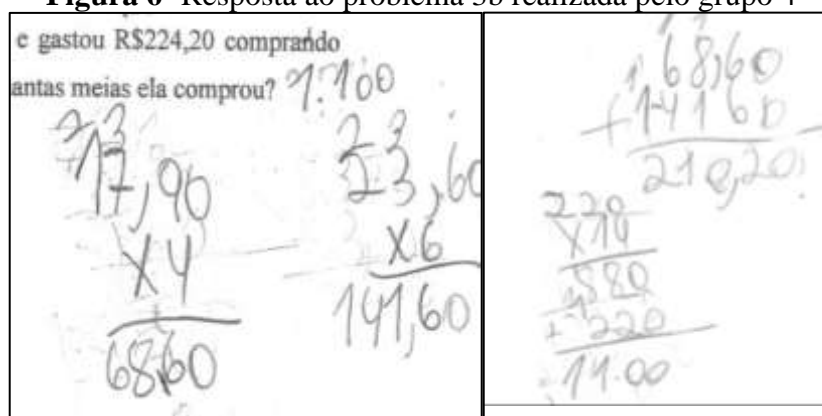
Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, o grupo subtraiu o valor encontrado na multiplicação de seis shorts (R\$141,60) por quatro blusas (considerou-se o valor R\$61,60, obtido na multiplicação), e encontrou o valor de R\$80,00. O valor das quatro blusas (R\$61,60) não está correto, pois o grupo se equivocou com a reserva que colocou na dezena da parte inteira do número que, de acordo com os cálculos, deveria ser três ao invés de dois, ou seja, o resultado deste algoritmo deveria ser R\$71,60. Conforme o destaque em vermelho na Figura 5, o valor de R\$61,60 foi subtraído pelo valor de seis shorts novamente (R\$141,60) e, posteriormente, o grupo voltou a adicionar o resultado do cálculo anterior (R\$80,00) ao valor de seis shorts (R\$141,60), além de adicionar o possível valor de uma meia, o que resultou em R\$224,20. Outros dois cálculos foram realizados: R\$224,20 menos R\$221,60 e R\$221,60 somado a duas vezes o valor de uma meia. O segundo cálculo ultrapassou o valor gasto por Magali, e o primeiro resultou em um valor aproximado do valor da meia, sugerindo assim a resposta final de apenas uma meia.

Considera-se que o grupo 3 atingiu a demanda cognitiva do *fazer matemática*, visto que o caminho percorrido pelos alunos envolveu as operações com números decimais realizadas de modo próprio. Por exemplo: o grupo realizou a adição do valor de quatro blusas ao invés de multiplicá-lo por quatro. Apesar de equívocos na execução das operações, houve um raciocínio matemático adequado para a resolução do problema.

Para resolver o problema 3b, o grupo 4 realizou as operações de adição e multiplicação. Inicialmente, o valor da blusa foi multiplicado por quatro, e o valor do short por seis, o que resultou nos respectivos valores para o conjunto de peças. No entanto, um erro foi cometido pelo grupo ao operar R\$17,90 por quatro, o que resultou no valor de R\$68,60 ao invés de R\$71,60. Na sequência, adicionou-se R\$68,60 a R\$141,60, a fim de encontrar o total gasto por Magali. Então, o grupo multiplicou R\$220,00 (e não R\$2,20), supostamente o valor da meia, por 14 (que surgiu no diálogo, porém sem justificativa de que operação foi realizada para obter esse valor), e encontrou, por meio de seus cálculos, R\$11,00, conforme a Figura 6.

Figura 6 -Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 4



Fonte: Dados da pesquisa.

O diálogo do grupo esclarece:

A13: Acho que essa é de vezes, né gente?

A14: É.

A13: A segunda você vai pôr 17,90 vezes 4... o meu deu 6.870. Professor, acho que o nosso tá errado, porque ela gastou 224 reais.

Professor: Mas e aí? O que será que aconteceu? O que dá para gente fazer?

A13: Ah! Eu já sei o que aconteceu, eu acho que é 68,70 reais. Agora vamos fazer o preço do short... vai ser 23,60 vezes 6.

A14: Deu 14.160.

A13: Não é isso, é 141,60 reais.

A14: Mas você não lembra que a tia (professora) disse que tem que olhar unidade, dezena e centena... (unidade de milhar)?

A13: Agora vamos somar 68,60 mais 141,60 para saber quantas meias... deu 210,20 centavos. E agora, como vamos saber quantas meias tem?

A13: Professor, não estamos conseguindo saber quantas meias tem?

Pesquisador: Mas é isso mesmo que precisam descobrir, o que daria para fazer?

Trecho do diálogo do grupo 4

A13: Vamos fazer uma conta de dividir. Sobra 14 reais. Será que nós dividimos 14 por 220? Ou 220 dividido por 14? Acho que dá pra comprar 13 meias.

A14: Tem que ser 2,20 reais 14 vezes (...)

A13: Verdade, vamos fazer 2,20 vezes 14...deu 1.100 meias.

Trecho do diálogo do grupo 4

Nos diálogos desse grupo, é possível perceber que o aluno A13 identifica a função da vírgula no número, corrigindo algumas vezes A14. Mesmo com a intervenção do pesquisador, o grupo acredita que ao multiplicar R\$2,20 por 14, teriam encontrado a resposta ao problema. Destaca-se que quando A14 relembra uma fala de sua professora com relação a unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar que, ao exigir que os alunos acessem conhecimentos e experiências relevantes e façam uso adequado deles ao trabalharem na tarefa, possibilita a demanda cognitiva *fazer matemática*.

O grupo 5 apresentou a resposta de quatro meias. Os alunos utilizaram a adição dos valores de quatro blusas e de seis shorts, e obtiveram o valor de R\$212,40. Na sequência, adicionaram ao resultado seis unidades, depois quatro unidades e mais duas unidades em sequência (infere-se como os alunos podem ter pensado: (1) somaram seis unidades referentes aos shorts do enunciado, quatro unidades pelas quatro blusas e duas unidades que representariam o valor da meia (ou o valor faltante para fechar a conta) ou (2) utilizaram a estratégia de adicionar parcelas consecutivas até conseguirem atingir o resultado do valor gasto por Magali), o que resultou no valor de R\$224,40. Diante a resolução apresentada pelo grupo, é possível concluir que a demanda cognitiva atingida foi a de *procedimentos com conexões*.

Com a intervenção do pesquisador que passou pelo grupo, A17 e A18 retomam os resultados da tabuada e a construção do algoritmo:

A17: O professor, não estou conseguindo encontrar quantas meias...

Pesquisador: O que você colocou aí? 4 valores da blusa e 6 valores de shorts, e quanto deu isso?

A17: 230 reais.

Pesquisador: Será isso mesmo? Ela gastou somente 224,20 reais...

A17: Realizando a conta novamente... Não estou conseguindo.

Pesquisador: Vamos lá, na realização do algoritmo (temos 4 números 9, então podemos pensar quanto é 4×9 ?)

A18: 4×9 é 36.

A17: Tá! e 6×6 é 36, então vai dar 73.

Professor: E então? Quanto deu?

A17: 213 reais

Professor: Ok, agora deu menor que o valor que ela gastou, e agora?

A17: Sobrou 12 reais.

Professor: E quantas meias ela comprou?

A17: 4 meias.

Professor: Tem certeza de que são 4 meias?

A17: Sim.

Ao obter o resto de 12 reais e indicar 4 meias como resposta ao problema, o grupo não trabalha com as casas decimais. Assim, se Magali gastou R\$224,20, usou-se R\$225,00; como o grupo obteve o gasto de R\$213,00 sem considerar as meias, a diferença (e não o resto) seria de R\$12,00. Arredondando o valor de uma meia de R\$2,20 para R\$3,00, seria possível comprar 4 meias.

Apenas G3 e G4 atingiram o *fazer matemática*, ou seja, apresentaram procedimentos não mecanizados ao buscar caminhos próprios para resolver o problema, ainda que a resposta final não esteja correta.

5 Considerações

De maneira geral, o problema 3b propiciou demandas cognitivas de alto nível que, de certa maneira, predizem uma aprendizagem eficiente e duradoura, como o esperado no ensino através da Resolução de Problemas, proposto por Allevato e Onuchic (2021). A utilização da Resolução de Problemas como metodologia enriqueceu a comunicação entre os alunos e o pesquisador.

Hsu (2013) destaca que para um problema proporcionar uma demanda cognitiva de alto nível, os alunos precisam se envolver na discussão entre os pares e na resolução cooperativa de problemas, que foi apresentada nesta pesquisa pela utilização da Resolução de Problemas. Apesar disso, nas respostas apresentadas também foi possível perceber a dificuldade dos alunos com relação aos procedimentos e aos cálculos, ao trabalharem com números decimais.

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, notou-se uma lacuna de referencial teórico sobre demandas cognitivas em relação ao ensino de matemática em âmbito nacional. Já em relação aos números racionais, seria de grande valia identificar como a Resolução de Problemas poderia ser trabalhada de modo a fazer com que os alunos dos anos iniciais compreendam esse tipo de número conceitualmente, e não somente os procedimentos envolvidos. Além disso, o uso de problemas elaborados com base na demanda cognitiva, principalmente as de alto nível, proporcionam uma aprendizagem mais eficaz, com a real compreensão de conceitos.

Referências

ALLEVATO, N. S. G., ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas: teoria e prática**. 2ª Ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

- BARROS, F. A. B. **Demandas cognitivas de problemas com Números Decimais**: um estudo com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental. 2023. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.
- BARROS, F. A. B.; JUSTULIN, A. M. J. **Demandas cognitivas e o ensino de Números Decimais**. 2023. 29f. Produto Educacional. (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.
- BRASIL. M. E. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF. MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em: 20 mar. 2023.
- D'AMBRÓSIO, B. S. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático. In: I Seminário de Resolução de Problemas. **Anais [...]**. Rio Claro: UNESP, 2008.
- FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3ª Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATFIELD, L. L.; BRADBARD, D. A. (org). **Mathematical Problem Solving**: papers from a research workshop. Columbus: ERIC, 1978.
- HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, 28, 524–549, 1997.
- HSU, W. Examining the Types of Mathematical Tasks Used to Explore the Mathematics Instruction by Elementary School Teachers. **Creative Education**, 4, 396-404, 2013.
- MUNIZ, C. A.; BATISTA, C. O.; SILVA, E. B. D. **Matemática e Cultura**: decimais, medidas e sistema monetário, mód. VI, 2008.
- NUNES, C. B.; ONUCHIC, L. R. PIRONEL, M.; ANDRADE, C. P. Resolução de Problemas em sala de aula. **Com a Palavra, o Professor**, v. 7, n. 18, p. 57-59, 2022.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- RIBEIRO, C. M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma eficaz navegação entre representações. **Educação e Pesquisa**, v. 37, p. 407-422, 2011.
- SCHROEDER, T.L., LESTER Jr., F.K. Developing Understanding in Mathematics via. Problem Solving. In: TRAFTON, P.R., SHULTE, A.P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989.
- STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa**: Como as coisas funcionam. Tradução: Karla Reis. Penso, 2011.
- STEIN, M. H.; SMITH, M. S. Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 3, n.05, 1998, p. 344 - 350.
- STEIN, M. H.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, 2009, p. 22 - 28.
- STEIN, M. K.; SMITH, M. S.; HENNINGSEN, M. A.; SILVER, E. S. **Implementing standards-**

based mathematics instruction: a casebook for professional development. New York: Teacher College. 2001.