

## Um estudo sobre as potencialidades da utilização do GeoGebra Discovery no contexto da Geometria Plana

Daniel Mendes Inácio de Souza<sup>1</sup>  
Celina Aparecida Almeida Pereira Abar<sup>2</sup>

**Resumo:** O presente texto visa apresentar resultados preliminares de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento, e aborda os resultados observados em um minicurso ministrado durante o XV Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM), em 2023, sobre as potencialidades da utilização do GeoGebra Discovery no estudo de Geometria Plana. Como referencial teórico, foi empregado a Difusão da Inovação, de Everett Rogers, um modelo com cinco etapas que esquematiza o processo de adoção ou rejeição de uma inovação. Para este estudo, adotou-se a metodologia do *Design Research*. Neste trabalho, são expostas duas atividades desenvolvidas com os participantes do minicurso e, com base na teoria de Rogers, observou-se que eles tiveram uma atitude positiva, ou seja, de aceitação da referida ferramenta digital, e que identificaram potencialidades de utilização e da adoção da inovação – GeoGebra Discovery – no ensino de Geometria Plana.

**Palavras-chave:** Educação Matemática e Tecnologias. GeoGebra Discovery. Geometria Plana.

### A study on the potentialities of using GeoGebra Discovery in the context of Plane Geometry

**Abstract:** This text aims to present preliminary results of a master's research in development, and addresses the results observed in the minicourse taught during the XV Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM), in 2023, about the potentialities of using GeoGebra Discovery in the study of Plane Geometry. As a theoretical framework, Everett Rogers' Diffusion of Innovation was used, a five-step model that schematizes the process of adoption or rejection of an innovation. For this study, the *Design Research* methodology was adopted. Also, in this paper, two activities developed with the participants of the minicourse are exposed and, based on Rogers' theory, it was observed that they had a positive attitude, that is, acceptance of the digital tool under issue, and that they identified potential use and adoption of innovation – GeoGebra Discovery – in the teaching of Plane Geometry.

**Keywords:** Mathematics Education and Technologies. GeoGebra Discovery. Plane Geometry.

### Un estudio sobre las potencialidades del uso de GeoGebra Discovery en el contexto de la Geometría Plana

**Resumen:** Este trabajo pretende presentar los resultados preliminares de una investigación de Máster en desarrollo y aborda los resultados observados en un taller impartido durante el XV Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM), en 2023, sobre las potencialidades del uso de GeoGebra Discovery en el estudio de la Geometría Plana. Como referencia teórica se utilizó la Difusión de la Innovación de Everett Rogers, un modelo con cinco etapas que esquematiza el proceso de adopción o rechazo de una innovación. Para este estudio, se adoptó la metodología de *Design Research*. En este trabajo se exponen dos actividades dos actividades desarrolladas con los participantes del taller y basado en la teoría de Rogers se observó que tenían una actitud positiva, es decir, aceptación de dicha herramienta digital y identificó el uso potencial y la adopción de la innovación – GeoGebra Discovery – en la enseñanza de la Geometría Plana.

**Palabras clave:** Educación Matemática y Tecnologías. GeoGebra Discovery. Geometría Plana.

<sup>1</sup> Mestrando em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC-SP. São Paulo, SP, Brasil. E-mail: [danielmisouza@outlook.com.br](mailto:danielmisouza@outlook.com.br) - Orcid: <https://orcid.org/0009-0008-5504-5245>.

<sup>2</sup> Doutora em Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC-SP. São Paulo, SP, Brasil. E-mail: [abarcaap@puccsp.br](mailto:abarcaap@puccsp.br) - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6685-9956>.

## 1 Introdução

A digitalização da educação é um processo que tem acelerado nos últimos anos, impulsionado pela crescente disponibilidade e avanços de tecnologias digitais, e pela necessidade de adaptação às mudanças e às novas demandas da sociedade. A digitalização traz à Educação Matemática novas ferramentas que requerem modificações e adequações curriculares, um novo *design* de tarefas, e uma maior interação com outras disciplinas, permitindo o protagonismo do aluno, importante para o seu próprio aprendizado (PEREIRA, 2012).

Sabe-se que os Sistemas de Geometria Dinâmica (DGS) são considerados ferramentas apropriadas e de considerável utilidade, pois oferecem, a partir de sua concepção, possibilidades para fomentar a capacidade dos alunos sobre visualização geométrica e experimentação (LÓPEZ, 2001). Atualmente, os DGS mais modernos passaram a incluir recursos para raciocínio automatizado que permitem a descoberta e a verificação automática e matematicamente rigorosa de teoremas geométricos (KOVÁCS; RECIO; VÉLEZ, 2022).

O presente artigo explora os pontos relevantes observados durante um minicurso ministrado no XV Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM), em 2023, na perspectiva de investigar as potencialidades da utilização do GeoGebra Discovery no estudo de algumas propriedades da Geometria Plana. Neste texto, destacam-se um recorte referente ao minicurso e as discussões acerca da manipulação do *software* promovidas pelos participantes.

Espera-se que a experiência vivenciada pelos participantes possibilite uma possível inclusão curricular dessas mudanças metodológicas, na prática escolar, com a utilização dos recursos de raciocínio automatizado disponibilizados no GeoGebra Discovery.

Utilizou-se, como metodologia para conduzir os estudos, o *Design Research*, pois como sustentam Collins, Joseph e Bielaczyc (2004), essa abordagem permite, ao longo das etapas do percurso, realizar modificações e aprimoramentos nas investigações.

As análises das observações e das discussões desenvolvidas pelos participantes consideram a teoria da Difusão da Inovação de Everett Rogers (2003), visto que o GeoGebra Discovery é uma ferramenta digital experimental, e, assim, os indivíduos tinham que tomar conhecimento dessa inovação, explorá-la e passar pelo processo de tomar a decisão de adotar ou rejeitar esse *software* como uma ferramenta para sua prática docente, compreendendo suas potencialidades no estudo de Geometria Plana.

## 2 Sobre o GeoGebra e o GeoGebra Discovery

O GeoGebra é um *software* gratuito e de código aberto, que permite a exploração da Matemática de modo dinâmico e para todos os níveis de ensino, pois combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação. Markus Hohenwarter, em 2001, com sua tese, criou o GeoGebra, que, desde então, ganhou popularidade, vários prêmios na Europa e EUA, e tem sido objeto de pesquisas acadêmicas, além de ferramenta digital de ensino e aprendizagem.

Mais recentemente, foi incorporada ao GeoGebra, em uma versão experimental denominada GeoGebra Discovery, uma coleção de recursos e comandos, as chamadas Ferramentas de Raciocínio Automático (ART, em inglês), que permitem uma verificação matemática (ou seja, a Prova Automática de Teorema (ATP, em inglês)) e a descoberta automática de proposições gerais sobre figuras da geometria euclidiana construídas pelo usuário. Essas ferramentas (dadas por um botão no Menu) e comandos (a serem introduzidos no Campo de Entrada) permitem que o usuário automaticamente conjecture, descubra e verifique declarações exibidas pelo *software* sobre diferentes elementos de uma determinada construção geométrica.

O conjunto ART do GeoGebra Discovery, até o momento, é composto de algumas ferramentas e comandos denominados *Relation*, *LocusEquation*, *Prove* e *ProveDetails*, *Discover* e *Compare* (KOVÁCS, 2021; KOVÁCS; RECIO; VÉLEZ, 2022).

A ferramenta *Relation*, existente na versão oficial do GeoGebra, retorna com respostas numéricas, afirmando ou não a possibilidade de as relações ocorrerem.

O comando *LocusEquation* permite obter uma equação implícita de um ponto, dada uma propriedade a ser validada.

Os comandos *Prove* e *ProveDetails*, disponíveis na versão 6 do GeoGebra, funcionam de maneira semelhante, ou seja, o usuário digita um comando e insere a conjectura, obtendo como resposta verdadeiro ou falso.

O comando *Discover*, ainda exclusivo da versão experimental do GeoGebra Discovery, aplicado a um determinado ponto, busca, de forma automática, possíveis relações geométricas envolvendo os objetos da construção realizada.

O comando *Compare*, também ainda exclusivo do GeoGebra Discovery, permite comparar duas grandezas geométricas, procurando uma relação entre elas.

Alguns recursos básicos de raciocínio automatizado estão disponíveis no GeoGebra Clássico; no entanto, outros comandos das ART podem ser encontrados no GeoGebra

Discovery, acessível em <http://autgeo.online/geogebra-discovery/>, o qual foi utilizado neste estudo.

Construções que envolvem medidas de ângulos ainda requerem atualizações a serem incorporadas ao GeoGebra Discovery, e, por se tratarem de grandezas não algébricas, há necessidade de aprimoramentos a serem introduzidos ao *software*, pois “ao combinar observações algébricas e geométricas puras, teoremas simples sobre a igualdade de ângulos poderão ser facilmente detectados” (KOVÁCS; YU, 2020, p. 19).

A teoria da Difusão da Inovação (ROGERS, 2003) permite analisar o desenvolvimento do trabalho com professores e compreender sua situação ao se deparar com uma nova ideia.

### 3 A inovação sob o olhar de Rogers

O desenvolvimento do trabalho dos professores, relativo à escolha e preparação de atividades com as ART, para atender novas demandas pedagógicas e tecnológicas, permitirá compreender sua situação ao se deparar com esse momento (ROGERS, 2003).

A compreensão sobre a situação pela qual o professor passa ao se deparar com o momento de criação de uma atividade para atender novas demandas pedagógicas e tecnológicas pode ser sustentada pelo modelo teórico de difusão da inovação desenvolvido por Rogers (ABAR, 2016).

Rogers (2003) apresenta um modelo em que esquematiza o processo pelo qual o indivíduo passa do conhecimento mais geral sobre a inovação, aprofundando-o, formando uma opinião ou uma atitude a seu respeito, até chegar à decisão de adotá-la ou rejeitá-la, para, enfim, no caso de adoção, trabalhar com a implementação e confirmar essa decisão.

De acordo com Rogers (2003):

[...] uma inovação é uma ideia, prática, ou objeto que é percebido como novo pelo indivíduo ou por outra unidade de adoção. Pouco importa, no que diz respeito ao comportamento humano, se a ideia é ou não “objetivamente” nova, medida pelo período que vai de sua primeira utilização ou descoberta. [...] A novidade percebida da ideia, para o indivíduo, é uma inovação (ROGERS, 2003, p. 11, tradução nossa).

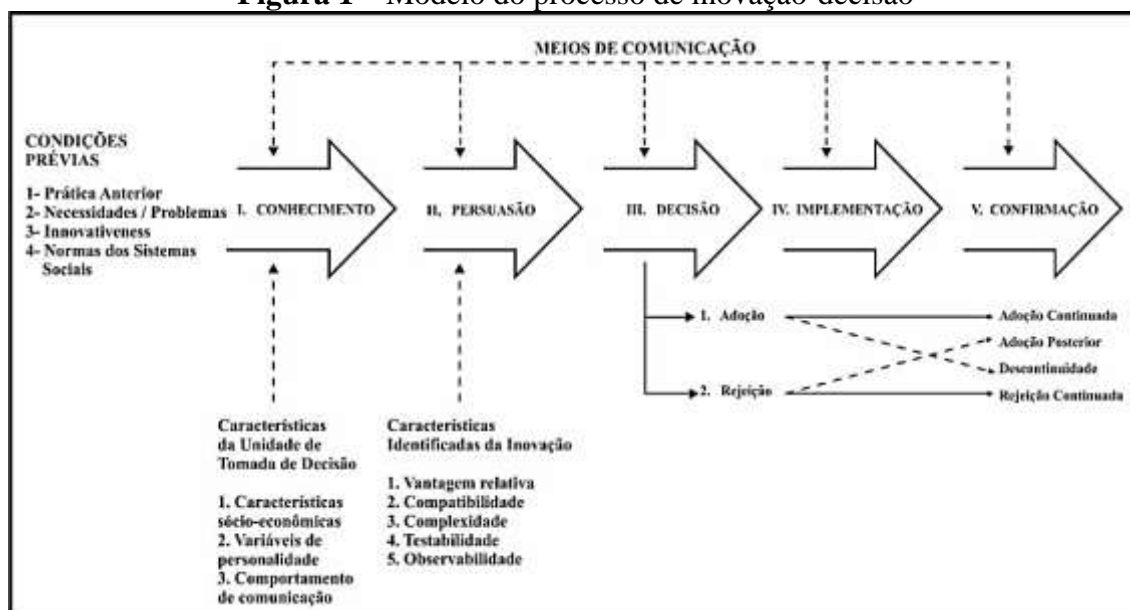
Ainda para esse autor:

[...] o processo de inovação-decisão é o processo pelo qual um indivíduo (ou outra unidade de tomada de decisão) passa do conhecimento inicial obtido sobre uma inovação à formação de uma atitude para com ela, para tomar a decisão de aceitar ou rejeitar a implementação da nova ideia, assim como a confirmação desta decisão (ROGERS, 2003, p. 163, tradução nossa).

Assim, o processo de inovação-decisão é "essencialmente uma busca de informações e de processamento de informações, quando um indivíduo está motivado a reduzir a incerteza sobre as vantagens e desvantagens de uma inovação" (ROGERS, 2003, p. 13, tradução nossa).

O modelo do processo de inovação-decisão de Rogers envolve cinco estágios: *conhecimento*, *persuasão*, *decisão*, *implementação* e *confirmação*, os quais são representados na Figura 1.

**Figura 1** – Modelo do processo de inovação-decisão



Fonte: Adaptado de Rogers (2003, p. 165).

O estágio de conhecimento é marcado pelo contato com uma inovação e não ocorre de maneira fortuita. Normalmente, esse encontro é ocasionado por um motivo inicial, determinado por experiências anteriores que geram a busca por novas possibilidades, por aquilo que responda melhor às necessidades do que a situação atual, ou, ainda, pelo próprio sentimento de lidar com algo inovador.

Ao entrar em contato com a inovação, o professor procura obter novos conhecimentos, estabelecendo associações com a sua bagagem anterior e efetuando trocas de informações com seus pares, a fim de afirmar as suas opiniões, esclarecer suas dúvidas e efetivar suas atividades de trabalho (ABAR, 2016). Desse modo, o professor irá, gradualmente, adequando seu desempenho e aperfeiçoando suas condições de trabalho ao longo do caminho, a partir das estratégias que estabelece, pessoal e coletivamente, com a inovação, ou seja, com o GeoGebra Discovery.

O estágio de persuasão ocorre quando o indivíduo tem uma atitude de aderência ou

rejeição em relação à inovação, embora "a formação de uma atitude favorável ou desfavorável com relação à inovação nem sempre leve, direta ou indiretamente, a uma decisão de aceitação ou rejeição" (ROGERS, 2003, p. 171, tradução nossa).

Para Rogers, “na fase da persuasão, o indivíduo se torna psicologicamente mais envolvido com a inovação. Busca ativamente informações sobre a nova ideia, decide quais mensagens considera dignas de confiança e decide como interpretar a informação recebida” (ROGERS, 2003, p. 170, tradução nossa).

Desse modo, a etapa da persuasão se apresenta nas interpretações referentes aos conhecimentos prévios, quando os professores procuram estabelecer relações entre os seus conhecimentos e aqueles requisitados para o trabalho. A percepção e o desenvolvimento de opinião por meio de uma aproximação subjetiva da inovação são importantes, principalmente para que os docentes tomem uma atitude positiva diante da inovação, uma vez que alcançar os objetivos propostos depende da adesão deles à utilização e exploração do GeoGebra Discovery.

O estágio de decisão é a fase na qual o indivíduo “se engaja em atividades que levam à escolha para adotar ou rejeitar uma inovação. Adoção é uma decisão de fazer pleno uso de uma inovação como o melhor curso de ação disponível. Rejeição é uma decisão em não adotar uma inovação” (ROGERS, 2003, p. 172, tradução nossa). O autor pondera que a etapa de decisão não ocorre somente no final do processo de inovação-decisão, mas de forma contínua, pois, a cada momento, a adoção da inovação é questionada por alguma situação ou acontecimento.

A partir da formação de uma equipe, seus membros podem ser levados a procurar consensos e ponderar decisões com vistas à melhor forma de lidar com o desenvolvimento das atividades, em meio a outras que desenvolvem. Ou seja, a decisão passa a ser assumida, ainda que implicitamente, desde a disponibilidade em participar da equipe, e, conseqüentemente, das atividades necessárias.

O estágio de implementação do processo de inovação-decisão “envolve uma evidente mudança de comportamento de como a nova ideia é realmente colocada em prática” (ROGERS, 2003, p. 174, tradução nossa). Nesse estágio, o indivíduo vai se defrontar com a realidade da inovação, e, assim, pode haver certo grau de incerteza sobre as conseqüências esperadas.

Como a etapa de implementação do modelo do processo de inovação-decisão está relacionada diretamente ao fato de colocar a inovação em uso, a partir do momento em que os professores dão início ao desenvolvimento das atividades, passa-se para essa fase do processo descrito por Rogers, e, ao se confrontarem com a prática, os educadores percebem que a etapa representa, concretamente, uma atenção para as especificidades do GeoGebra Discovery ainda



não percebidas.

No estágio de confirmação, de acordo com Rogers (2003), o indivíduo busca reforços para a sua tomada de decisão sobre a inovação e pode reverter a decisão se esta for exposta a mensagens conflituosas. Dependendo do suporte para a adoção da inovação e da atitude anterior, a adoção individual ou a interrupção acontecem durante essa fase.

Na visão de Rogers (2003), os aspectos relacionados à inovação envolvem processos mentais; dessa maneira, os professores conseguem perceber as características da inovação de duas maneiras: no indivíduo isolado, quando cada membro forma suas próprias opiniões sobre a inovação; e no coletivo, quando a equipe negocia suas ideias para alcançar consonância e seguir um caminho comum. Mesmo que um membro não esteja totalmente convencido do que será feito, ele sabe que pode contar com o apoio dos outros alunos (ABAR, 2016).

O desenvolvimento das tarefas propostas possibilitará verificar se os participantes estão vivenciando tal momento; ademais, a preparação de outras atividades que envolvam as ART, a serem compartilhadas com os demais membros, contribuirá para o atendimento das demandas pedagógicas e tecnológicas de cada sujeito (ROGERS, 2003).

#### **4 Metodologia**

A sustentação metodológica para esta pesquisa é o *Design Research* ou *Design Experiments*, introduzida no início da década de 1990 por Ann Brown e Allan Collins. Os autores Collins, Joseph e Bielaczyc (2004) argumentam que tal metodologia tinha a finalidade de colaborar e aprimorar estudos e ações educacionais, tendo como base processos e análises de pesquisas realizadas anteriormente.

Uma das vantagens de se utilizar tal metodologia é que ela permite ao pesquisador, ao longo do percurso investigativo, observar pontos positivos e negativos do processo de formação, e, dessa forma, realizar adequações e refinamentos com as ideias oriundas dos *feedbacks* de todos os participantes envolvidos e dos aprendizados provenientes das análises contínuas do processo, visto que tal aporte metodológico caracteriza-se por uma busca da compreensão das diferentes informações que podem emergir da implementação e acompanhamento de um projeto, observando as devolutivas dos participantes, na perspectiva de aprimorar o trabalho desenvolvido com o conjunto das ART do GeoGebra Discovery.

Na organização e desenvolvimento do minicurso, descrito a seguir, tal metodologia sustentou as propostas oferecidas.

## 5 Minicurso sobre GeoGebra Discovery

O minicurso foi desenvolvido em 29 de abril de 2023, durante o XV EPEM, na UNESP, no campus de Guaratinguetá (SP), com a presença de onze participantes e duração de duas horas. Teve como objetivo trabalhar as possibilidades na exploração de conceitos e propriedades da Geometria Plana com o *software* GeoGebra Discovery.

Em relação à sua organização, houve conversas, por meio de aplicativos de mensagens e reuniões virtuais na plataforma Teams, entre os envolvidos, para a estruturação do minicurso e o delineamento dos aspectos que seriam abordados na sua aplicação, por exemplo, resumo rápido sobre o *software* GeoGebra, comentário sobre o GeoGebra Discovery e ênfase em seu caráter experimental.

Além disso, haveria a apresentação de ferramentas e comandos, evidenciando uma comparação entre os que já estão disponíveis na versão do GeoGebra Clássico 5, GeoGebra Clássico 6, e os que, até o momento, são exclusivos do GeoGebra Discovery. Outro ponto discutido seriam as tarefas propostas aos participantes, sendo elencado um conjunto com seis atividades que contemplavam a utilização dos referidos comandos e ferramentas e a preparação do material (slides no Power Point) para auxiliar na exposição das ideias e apresentação das atividades.

No trabalho submetido ao evento para a realização do minicurso, foi mencionada a necessidade de que os participantes tivessem seu próprio computador e acesso à internet. Entretanto, no dia da aplicação, alguns deles não tinham computador, e, dessa forma, formaram duplas ou trios para o trabalho. Alguns participantes optaram por tentar realizar pelo celular, o que gerou um pouco de dificuldade, mas não foi um empecilho para participar e contribuir com as discussões.

Os integrantes se apresentaram e comentaram as razões para terem decidido acompanhar tal minicurso. De modo geral, foi relatado sobre o fato de eles nunca terem ouvido falar sobre o GeoGebra Discovery, bem como seu interesse pelo *software* GeoGebra como uma ferramenta digital importante para a prática docente no ensino de Matemática.

Em virtude do tempo e das discussões motivadas durante a exploração do *software* não houve a aplicação de todas as tarefas selecionadas, sendo possível a realização de quatro delas, duas das quais com a utilização da ferramenta *Relation*, e as outras duas com o comando *Discover*.



## 6 Atividades envolvendo o GeoGebra Discovery e Análise

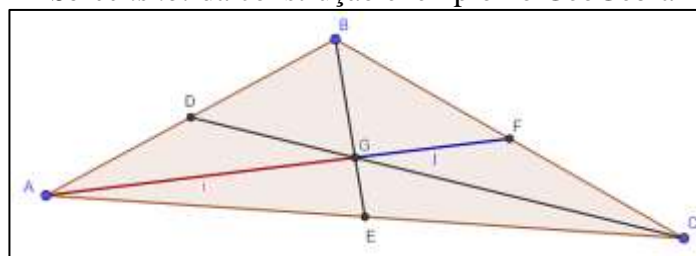
As duas atividades desenvolvidas procuram apresentar alguns passos no desenvolvimento das tarefas, como prosseguiu a interação com os participantes (e entre eles), e a articulação teórica com a teoria da Difusão da Inovação, de Rogers (2003). Cabe salientar que, no caso desse grupo, o conhecimento dos recursos do GeoGebra usual é considerado importante para a exploração das ART.

Como já mencionado, os participantes tinham interesse e conhecimentos prévios acerca da ferramenta GeoGebra, então, não escolheram, arbitrariamente, participar do minicurso. Percebe-se, assim, que a etapa de conhecimento prevista no modelo de inovação-decisão, criado por Rogers (2003), estava em vigor, visto que os integrantes desejavam conhecer, entender e explorar como utilizar aquela inovação – GeoGebra Discovery – em especial, na sala de aula.

A primeira tarefa explorada solicitava que se construísse um triângulo qualquer e as medianas dos respectivos lados. Também questionava o que se poderia afirmar sobre as propriedades entre os vértices do triângulo, o ponto de intersecção das medianas (ponto G) e o ponto médio dos lados. Por fim, demandava saber que informações do GeoGebra Discovery, na janela aberta, permitiram comprovar alguma afirmação.

Os participantes, após acesso online ao GeoGebra Discovery, deram início à construção da figura, semelhante à Figura 2, e, rapidamente, um dos integrantes verbalizou em voz alta que a relação de um segmento era dois terços do outro. Entretanto, ele ainda não tinha finalizado a construção ou solicitado ao *software* que encontrasse a relação que a atividade questionava; não havia, tampouco, indicado quais eram os segmentos a que ele estava se referindo. Nesse sentido, observa-se a ansiedade em obter as respostas, o que, todavia, não impediu que, na sequência, tal membro tenha dado continuidade à tarefa.

**Figura 2** – Screenshot da construção exemplo no GeoGebra Discovery



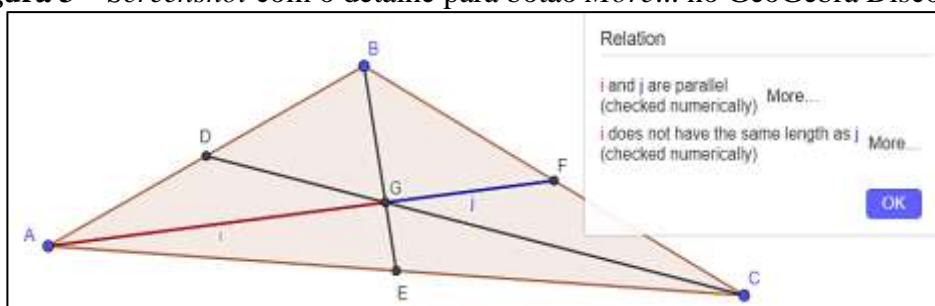
Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Os participantes conversavam entre si, conjecturando e discutindo como a ferramenta iria fornecer tal informação. Aqueles que não tinham computador próprio e foram trabalhar em

duplas ou trios desenvolveram mais interações com os outros membros. Vale ressaltar que alguns integrantes rapidamente perceberam que podiam utilizar o comando *Relation*, direto no Campo de Entrada, ou utilizar a ferramenta que está disponível no Menu do *software*, ao passo que outros tiveram dificuldade em compreender qual era a solicitação da atividade. Depois das dúvidas sanadas, deu-se prosseguimento à realização da tarefa.

Assim, digitando  $Relation(i,j)$  na linha de Entrada, o GeoGebra Discovery fornece uma janela de informações, como é possível observar na Figura 3. De acordo com os pesquisadores Kovács, Recio e Vélez (2022), a ferramenta *Relation*, já integrada à versão oficial do GeoGebra, fornece respostas numéricas, afirmando ou negando a existência de relações entre os objetos escolhidos.

**Figura 3** – Screenshot com o detalhe para botão *More...* no GeoGebra Discovery

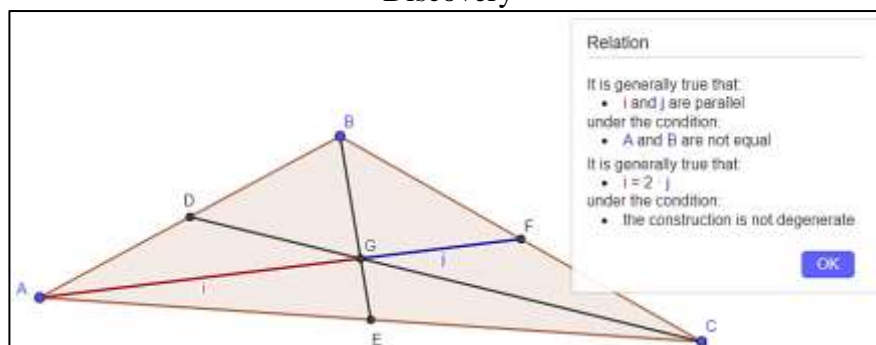


Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na atual versão do *software*, o comando *Relation* permite verificar, validar ou negar conjecturas geométricas, bem como descobrir a ocorrência de propriedades relacionadas a determinados objetos, pelo fato de carregar um botão adicional, chamado de “*More...*” na mensagem de verificação numérica, conforme a Figura 3. Kovács, Recio e Vélez (2022) afirmam que, ao clicá-lo, é acionado o sistema ART que interpreta o objeto geométrico selecionado em equações polinomiais.

Nota-se que os participantes, ao perceberem a importância da ferramenta *Relation*, indicam um envolvimento com a inovação e recorrem aos seus conhecimentos prévios. Para Rogers (2003), essa percepção caracteriza-se pela fase da persuasão, descrita pela busca de informações e pelo desenvolvimento de uma atitude, seja ela positiva ou não, sobre a referida inovação.

**Figura 4** – Screenshot dos resultados obtidos do exemplo do triângulo no GeoGebra Discovery



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

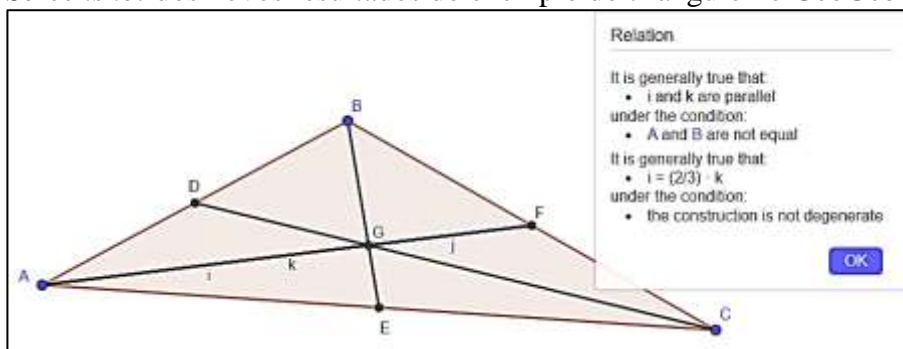
Os participantes, após clicar o botão “More...”, tiveram acesso a uma nova janela, que apresentava as seguintes informações, conforme a Figura 4: “é geralmente verdadeiro que  $i$  e  $j$  são paralelos, sob a condição: os pontos  $A$  e  $B$  não sejam iguais”. Além disso, apresenta que “é geralmente verdadeiro que  $i = 2 \cdot j$ , sob a condição: a construção não é degenerada”. A construção seria degenerada, por exemplo, se  $A$  e  $B$  fossem iguais, pois não existiria a construção do triângulo.

Foi dada a sugestão para explorar o comando *Relation* trocando a ordem dos segmentos, ou seja, utilizando a forma *Relation(j,i)*; feito isso, a resposta do *software* foi semelhante, tendo como característica principal a relação entre os segmentos, sendo  $j = \frac{i}{2}$ . Verificou-se, desse modo, a capacidade do GeoGebra Discovery de fornecer informações que comprovam a veracidade de propriedades da Geometria Plana.

Essa atividade foi ampliada, para verificar quais outras propriedades poderiam ser encontradas entre a mediana e o segmento que parte de um dos vértices do triângulo até o baricentro. A devolutiva do GeoGebra Discovery foi que  $i = \frac{2}{3}k$ , sendo  $k$  o segmento  $\overline{AF}$ , conforme a Figura 5. Essa era a relação à qual o integrante do grupo se referiu no início da tarefa.

Foi comentado com os participantes acerca de como se abordar com os estudantes, em sala de aula, as informações obtidas no GeoGebra Discovery, para estimulá-los a conjecturarem e utilizarem as ferramentas de ART e realizar verificações de outras propriedades.

**Figura 5** – Screenshot dos novos resultados do exemplo do triângulo no GeoGebra Discovery



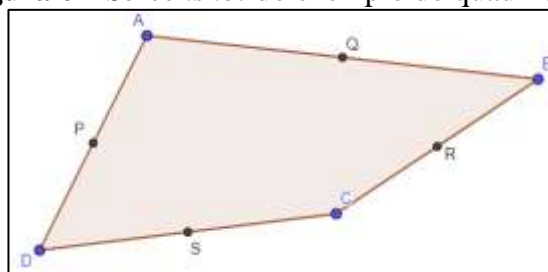
Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Verifica-se que, na visão do modelo de Rogers (2003), os participantes se encontravam no estágio da decisão, pelo fato de estarem se engajando e pensando em como eles poderiam utilizar o GeoGebra Discovery em sala de aula, pois já estavam demonstrando construir uma opinião sobre a inovação e ponderando acerca de sua utilização. Um ponto importante é que essa atividade foi a primeira aplicada, e, dessa forma, alguns participantes ainda tinham dúvidas, ou seja, necessitavam ter mais contato e exploração para desenvolver uma atitude de decisão sobre o *software*.

Outro exemplo de atividade desenvolvida com os integrantes envolvia a utilização do comando *Discover*. Desse modo, foi solicitado aos participantes que construíssem um quadrilátero qualquer ABCD e os pontos médios PQRS dos respectivos lados, como na Figura 6.

Uma primeira questão colocada aos participantes era se eles reconheciam a figura formada pelos pontos PQRS: O que se pode afirmar sobre o quadrilátero PQRS? Cabe ressaltar que, em outros contextos da aplicação dessa tarefa, alguns participantes não reconheceram o paralelogramo obtido.

**Figura 6** – Screenshot do exemplo do quadrilátero

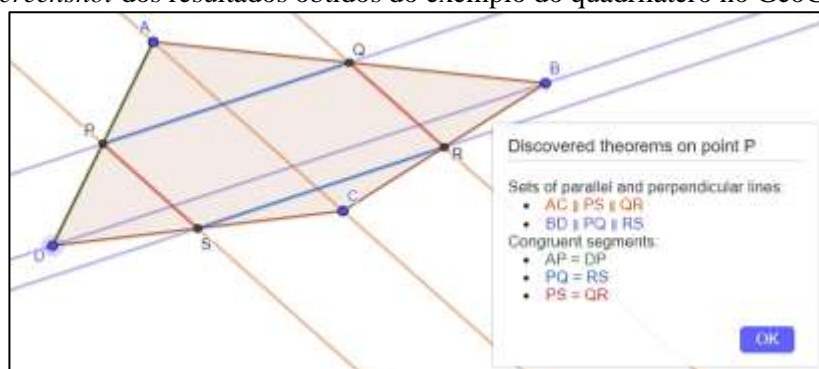


Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na sequência, foi dada a instrução para que todos digitassem no Campo de Entrada do GeoGebra Discovery: *Discover(P)*. Após alguns segundos da digitação, o *software* abre uma

janela e retorna com algumas construções e informações, como na Figura 7.

**Figura 7** – Screenshot dos resultados obtidos do exemplo do quadrilátero no GeoGebra Discovery



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Foi solicitado aos participantes que lessem as informações disponibilizadas na janela aberta e identificassem, por meio das propriedades disponibilizadas, a figura formada. Com agilidade, responderam que era um paralelogramo e, assim, foi colocada a questão: quais informações na janela aberta permitiam reconhecer a figura PQRS construída como um paralelogramo?

Esse questionamento é de suma importância para se pensar em como abordar as possibilidades de utilização dessa ferramenta digital como um recurso didático para exploração de propriedades da Geometria Plana. Depois de conversas entre as duplas e os trios, os participantes responderam que o paralelismo entre os segmentos  $\overline{PQ}$  e  $\overline{RS}$ ;  $\overline{PS}$  e  $\overline{QR}$ , bem como a congruência dos segmentos  $\overline{PS}$  e  $\overline{QR}$ ;  $\overline{PQ}$  e  $\overline{RS}$  garantiam que o quadrilátero em questão era, de fato, um paralelogramo.

O ponto reforçado aos participantes era que o GeoGebra Discovery, por meio do comando *Discover*, busca propriedades a partir do ponto escolhido (KOVÁCS; RECIO; VÉLEZ, 2022), cabendo ao usuário interpretar o conjunto de informações na caixa apresentada. Foi também discutido que, em um contexto de sala de aula, outras possibilidades de abordagens poderiam ser realizadas com as demais informações descritas.

Nesse momento, os membros já estavam visivelmente mais confortáveis com o *software*, verbalizando que tinham interesse em aplicá-lo com atividades em classe, e alguns relatavam que iam explorar outras tarefas, a fim de compreender melhor sobre o GeoGebra Discovery. Assim, de acordo com o modelo Rogers (2003), verifica-se o início do estágio de implementação, o qual se caracteriza pela mudança de postura do indivíduo que está envolvido com a inovação.

As incertezas e as inseguranças acerca da utilização prática da inovação são os aspectos ressaltados por Rogers (2003) nessa fase, traços consonantes com o recente início do contato dos usuários com o GeoGebra Discovery. A fase de confirmação, indicada por Rogers (2003), não pôde ser verificada, visto que ela envolve o emprego efetivo do *software* em sala de aula com os estudantes.

Ademais, os membros demonstraram que o GeoGebra Discovery pode ser uma significativa ferramenta de abordagem de propriedades da Geometria Plana. Entretanto, para se trabalhar em sala de aula com o emprego de ferramentas tecnológicas, os professores devem repensar e replanejar as propostas de atividades, bem como compreender as novas habilidades e atitudes cujo desenvolvimento é necessário (ABAR, 2016).

### **Considerações Finais**

Apresentaram-se, neste trabalho, dois exemplos de atividades desenvolvidas durante um minicurso aplicado no XV Encontro Paulista de Educação Matemática, realizado na UNESP de Guaratinguetá, com o intuito de explorar as possibilidades de verificação e descobertas de conceitos e propriedades da Geometria Plana com as ART da versão experimental do GeoGebra Discovery.

A Difusão da Inovação de Rogers foi o quadro teórico considerado para se compreender e analisar como se desenvolve o processo de aceitação e uma possível adoção do *software* com os alunos em sala de aula. Identificou-se que os participantes tiveram interesse pela inovação pelo fato de já terem algum conhecimento prévio do GeoGebra usual e, além disso, as discussões evidenciaram que eles construíram uma atitude positiva sobre a ideia nova, dando início ao processo de como incluir tal ferramenta no planejamento curricular.

Verificou-se que as competências dos professores que irão trabalhar com ferramentas tecnológicas precisam ser reconfiguradas para a inclusão da inovação na prática pedagógica. Todavia, essas habilidades não são adquiridas de imediato, ou seja, são oriundas do resultado de um esforço de construção e persuasão da identidade do docente (ABAR, 2016). Isso significa que envolve processos mentais, característica do processo de decisão de inovação de Rogers (2003), conforme já descrito.

Outros processos investigativos poderão ser conduzidos, a fim de explorar as potencialidades dessa ferramenta digital e como ela pode ser uma estratégia didática importante para o ensino de Geometria Plana.

## Agradecimentos

Agradecemos o apoio da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, por meio de projeto aprovado pelo Edital PIPEq 11918/2022, e à Capes, pela bolsa concedida para a realização do mestrado de um dos autores.

## Referências

- ABAR, C. A. A. P. Model of innovation: process of integrating technology in mathematics education. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 18, n. 3, p. 723-734, dez. 2016.
- COLLINS, A.; JOSEPH, D.; BIELACZYK, K. Design Research: Theoretical and Methodological Issues. **Journal of the Learning Sciences**, v. 13, n. 1, p. 15–42, jan. 2004.
- KOVÁCS, Z. Sobre um problema que não era interessante para Erdős. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 10, n. 1, p. 5–18, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/54107>. Acesso em: 16 maio 2023.
- KOVÁCS, Z.; RECIO, T.; VÉLEZ, M. P. Automated Reasoning Tools with GeoGebra: what are they? What are they good for? **Mathematics Education In The Age Of Artificial Intelligence**, [S. l.], p. 23-44, 2022. Springer International Publishing. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/188016037.pdf>. Acesso em: 12 maio 2023.
- KOVÁCS, Z.; YU, J. H. **Towards Automated Discovery of Geometrical Theorems in GeoGebra**. arxiv 2007.12447 [Cs.Ai], p. 1-21, 2020. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/2007.12447.pdf>. Acesso em: 25 maio 2023.
- LÓPEZ, M. J. G. Gestión de la Clase de Geometría Utilizando Sistemas de Geometría Dinámica. In: GÓMEZ, P.; RICO, L. **Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro**. Granada: Universidad de Granada, 2001. p. 277-290. Disponível em: <https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/archivos2/homenaje/19Gonzalez-LopezMJ.PDF>. Acesso em: 22 maio 2023.
- PEREIRA, T. L. M. **O uso do software GeoGebra em uma escola pública**: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/1790>. Acesso em: 01 ago. 2023.
- ROGERS, E. M. **Diffusion of Innovations**. 5th ed. New York: Free Press, 2003.