

Registros mobilizados por estudantes pedagogos(as) no estudo introdutório de probabilidade

Reinaldo Feio Lima¹
Lori Viali²
Marlúbia Corrêa de Paula³

Resumo: Este texto tem o objetivo de identificar as dificuldades e eventuais incompreensões de conteúdos probabilísticos de estudantes de Pedagogia, por meio de diferentes registros obtidos a partir da resolução de três atividades envolvendo problemas probabilísticos. Metodologicamente, adotou-se a descrição qualitativa interpretativa, analisando as respostas e as reflexões de professores em formação inicial expressas durante o desenvolvimento das atividades propostas. Esse estudo de caso foi realizado com uma turma composta por 14 acadêmicos cursando Licenciatura em Pedagogia em uma universidade pública do Estado do Pará. Os resultados indicam que o ensino de probabilidade depende da familiaridade do professor com as particularidades desse conteúdo e com o reconhecimento, por parte do aluno, do assunto tratado, bem como dos objetos mobilizados no estudo. A análise dos protocolos, com a observação das discussões feitas pelos sujeitos da pesquisa durante a resolução dos problemas probabilísticos, permitiu constatar que os estudantes apresentaram dificuldades em fazer a conversão do registro da forma fracionária para a decimal ou da forma decimal para a percentual. Nesse sentido, constatou-se que os alunos discutem sobre os procedimentos estudados quando podem sugerir outras formas de organização da situação apresentada. Portanto, o contexto em que se estrutura a atividade precisa estar apto a receber intervenções do aluno e só após terem início as tratativas sobre procedimentos e cálculos a serem desenvolvidos.

Palavras-chave: Ensino de probabilidade. Formação de professores polivalentes. Registros de representação semiótica.

Records Mobilized by Pedagogical Students in the Introductory Study of Probability

Abstract: This text aims to identify the difficulties and possible misunderstandings of probabilistic content among Pedagogy students, through different records obtained from the resolution of three activities involving probabilistic problems. Methodologically, an interpretative qualitative description was adopted, analyzing the responses and reflections of teachers in initial training expressed during the development of the proposed activities. This case study was carried out with a class composed of 14 academics studying the Degree in Pedagogy at a public university in the State of Pará, Brazil. The results indicate that the teaching of probability depends on the teacher's familiarity with the particularities of this content and recognition, by part of the student, of the subject covered, as well as the objects mobilized in the study. The analysis of the protocols, with the observation of the discussions carried out by the research subjects during the resolution of the probabilistic problems, allowed us to verify that the students had difficulties in converting the record from the fractional form to the decimal form or from the decimal form to the percentage. In this sense, it was found that students discuss the procedures studied when they can suggest other ways of organizing the situation presented. Therefore, the context in which the activity is structured needs to be able to receive interventions from the student and only after starting discussions on procedures and calculations to be developed.

Keywords: Teaching probability. Training multipurpose teachers. Registers of semiotic representations.

¹ Doutor em Educação. Universidade Federal do Pará/UFPA, Abaetetuba, Pará, Brasil. E-mail: reinaldo.lima@ufpa.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2038-7997>.

² Doutor em Engenharia. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: viali@puers - Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9944-3845>.

³ Doutora em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, Bahia, Brasil. E-mail: mcpaula@uesc.br - Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3646-8700>.

Registros movilizados por estudiantes de pedagogía en el estudio introductorio de probabilidad

Resumen: Este texto tiene como objetivo identificar las dificultades y posibles incomprendiones de contenidos probabilísticos entre estudiantes de Pedagogía, a través de diferentes registros obtenidos a partir de la resolución de tres actividades que involucran problemas probabilísticos. Metodológicamente, se adoptó una descripción cualitativa interpretativa, analizando las respuestas y reflexiones de docentes en formación inicial expresadas durante el desarrollo de las actividades propuestas. Este estudio de caso fue realizado con una clase compuesta por 14 académicos de la Licenciatura en Pedagogía de una universidad pública del Estado de Pará. Los resultados indican que la enseñanza de la probabilidad depende del conocimiento del docente con las particularidades de ese contenido y del reconocimiento por parte del alumno de la materia tratada, así como de los objetos movilizados en el estudio. El análisis de los protocolos, con la observación de las discusiones realizadas por los sujetos de investigación durante la resolución de los problemas probabilísticos, permitió verificar que los estudiantes tuvieron dificultades para convertir el registro de la forma fraccionaria a la forma decimal o de la forma decimal al porcentaje. En este sentido, se encontró que los estudiantes discuten los procedimientos estudiados cuando pueden sugerir otras formas de organizar la situación presentada. Por lo tanto, el contexto en el que se estructura la actividad necesita poder recibir intervenciones del estudiante y sólo después de iniciar discusiones sobre los procedimientos y cálculos a desarrollar.

Palabras clave: Enseñanza de la probabilidad. Formación de docentes polivalentes. Registros de la representación semióticas.

1 Introdução

Este trabalho pretende contribuir para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental com relação ao pensamento probabilístico. O propósito é identificar quais as dificuldades e eventuais incompreensões de conteúdos probabilísticos desse público. Não é o objetivo aqui quantificar erros ou acertos dos professores polivalentes, mas identificar quais os registros mobilizados no estudo introdutório de probabilidade, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003, 2009).

O objetivo desta atividade introdutória foi explorar diferentes registros que foram mobilizados ao longo da resolução de problemas probabilísticos por estudantes de Pedagogia. Nesta investigação, analisaram-se as respostas e as reflexões dos professores em formação inicial expressas durante o desenvolvimento das atividades propostas. No decorrer das análises, são apresentados fragmentos das gravações em áudio e as respostas escritas dos futuros professores polivalentes, sendo destacados os fragmentos dos processos resolutivos para justificar as inferências realizadas. O uso da produção oral e escrita na análise, de acordo com Duval (2011, p. 105), “não tem os mesmos papéis na tomada de consciência [...] das unidades de sentido matematicamente pertinentes em uma representação”. Desse modo, as resoluções individuais dos estudantes participantes foram analisadas com base em seus pensamentos probabilísticos, na forma de registro discursivo, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Para tanto, o presente texto está estruturado do seguinte modo: após a introdução,

apresentam-se brevemente os construtos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica; logo após, a metodologia, e, na sequência, os resultados que encaminham as argumentações para as discussões.

2 Os registros de representação semiótica

Na teoria de Raymond Duval (2004) sobre registros de representações semióticas, elas são definidas como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (Duval, apud Damm, 2002, p.143). De acordo com Duval (2004, p. 43), “a formação de uma representação semiótica é o recurso a um signo para atualizar a visão de um objeto ou substituir a visão desse objeto”. Assim, compreendemos que, na aprendizagem do pensamento probabilístico, os estudantes do curso de Pedagogia são introduzidos em um mundo novo, conceitual, simbólico, e, sobretudo, representativo, na resolução de problemas e compreensão de textos probabilísticos, sendo que tais atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de representação diferentes da linguagem natural ou de imagens (Duval, 2003). Segundo Duval (2003), existem quatro tipos muito diferentes de registros de representações semióticas, conforme apresenta o Quadro 1:

Quadro 1 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

	Representação Discursiva	Representação não discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	<i>Língua natural</i> Associações verbais (conceituais) Formas de raciocinar: –Argumentação a partir de observações, de crenças; –Dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	<i>Figuras geométricas planas ou em perspectivas</i> (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). - Apreensão operatória e não somente perceptiva; - Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	<i>Sistemas de escritas</i> –Numéricos (binário, decimal, fracionário, entre outros); –Algébricos; –Simbólicos (línguas formais). Cálculo.	<i>Gráficos cartesianos.</i> - Mudanças de sistema de coordenadas; - Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14).

A partir do Quadro 1, depreende-se que os registros monofuncionais são os que possuem algoritmos próprios em sua estrutura, a exemplo de sistemas de escritas numéricas, algébricas e simbólicas; gráficos cartesianos; mudanças de sistema de coordenadas; interpolação e

extrapolação, que denominamos registros monofuncionais na representação discursiva. Já os registros multifuncionais são aqueles em que os tratamentos não são algoritmizáveis, isto é, têm como representação discursiva a língua natural. Apresentam-se também na forma não discursiva, como figuras geométricas planas ou em perspectiva (Duval, 2003).

Duval (2003) apresenta a hipótese de que a compreensão em Matemática, nesse caso, o pensamento probabilístico dos estudantes de Pedagogia, supõe a coordenação de, ao menos, dois registros de representação semiótica: o tratamento e a conversão. Com relação ao tratamento, Duval (2004) o define como a transformação de uma representação dentro de um mesmo registro, por exemplo, “efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria” (Duval, 2003, p. 16). Falando sobre a conversão, o pesquisador a tem pela transformação do registro, isto é, a conversão de uma representação do objeto em outro registro (ou sistema), conservando os mesmos objetos matemáticos. Como exemplo disso, tem-se a passagem de uma representação fracionária para uma decimal ou uma representação decimal para uma percentual (Duval, 2004).

Concorda-se com o argumento de Duval (2003, 2004) de que para haver a compreensão matemática são necessárias a mobilização e a coordenação de dois ou mais registros diferentes de representação semiótica (figura, língua natural, entre outros). Por isso, procura-se explorar, nesta pesquisa, a maior variedade possível de sistemas representacionais para o objeto matemático “probabilidade” (Duval, 2012). Logo, “esse reconhecimento é a condição fundamental para que um aluno transfira ou modifique formulações ou representações de informações durante uma resolução de problemas” (Santos; Bianchini, 2012, p. 39).

3 Metodologia

Esta pesquisa é orientada por uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo (Minayo, 2011). A opção metodológica se deu pelo estudo de caso (Yin, 2001), ou seja, o trabalho apresenta características de uma investigação de um fenômeno contemporâneo dentro de um contexto de vida real (Yin, 2010). Tal escolha se justificou por se tratar da análise de uma situação particular e única, utilizada especialmente quando os limites entre o fenômeno (ensino de probabilidade) e o contexto (turma de alunos de Pedagogia) são pouco evidentes. Nessa situação, o propósito é compreender, por meio de uma atividade no contexto do Plano

Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR)⁴, como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, contribui e se articula com a Formação Inicial e Continuada de professores, em um estudo introdutório sobre o conteúdo de probabilidade. Os sujeitos do estudo foram 14 acadêmicos de um curso de Licenciatura em Pedagogia de uma universidade pública do Estado do Pará. A seleção da turma e dos respectivos participantes foi facilitada pelo fato de que o professor/pesquisador estava ministrando a disciplina “Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática”, no segundo semestre de 2022, na referida universidade.

Para manter o anonimato dos participantes do estudo, eles foram numerados pelos valores de A1 a A14. A atividade de investigação é composta por quatro problemas simples de probabilidade. Os registros são obtidos por observação participante e por gravações em áudio e vídeo. Para o registro da resolução das atividades, solicitaram-se justificativas orais e escritas, pois, conforme Duval (2011, p. 99), “pensar em Matemática mobiliza sempre pelo menos dois registros”. A atividade envolveu conceitos introdutórios de probabilidade e, dessa forma, a resolução poderia ser efetuada sem a necessidade do conhecimento de algoritmos matemáticos. O Quadro 2 relaciona o conjunto de atividades que formam a sequência didática proposta aos licenciandos:

Quadro 2 – Relação das atividades propostas ao grupo de licenciandos

- Atividade 1: Se você apontar aleatoriamente para uma letra do alfabeto, qual a probabilidade de essa letra ser uma vogal?
- Atividade 2: Qual a probabilidade de você retirar, ao acaso, uma carta de um baralho e essa carta ser um ás?
- Atividade 3: Um dado não viciado é lançado. Determine a probabilidade de que a face voltada para cima seja:
- a) Um número par.
 - b) Um número maior que 4.
 - c) Um múltiplo de 3.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A implementação dessa sequência ocorreu nos meses de julho e agosto de 2022, e contou com a participação dos 14 estudantes. As atividades foram desenvolvidas individualmente, no período regular de aula da disciplina “Fundamentos Teóricos e Metodológicos de Matemática”. Todos os estudantes presentes declararam aceitar participar da

⁴ O Programa Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR) é uma ação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que visa contribuir para a adequação da formação inicial dos professores em serviço na rede pública de educação básica por meio da oferta de cursos de licenciatura correspondentes à área em que atuam.

investigação; dessa forma, as produções e os diálogos dos estudantes foram analisados não apenas em função dos conhecimentos matemáticos que eles deveriam mobilizar para resolver as atividades de probabilidade, mas também em função das ações dialógicas dos registros que as resoluções probabilísticas sugeriam mobilizar de forma coordenada. Para tanto, foi necessário identificar, nas resoluções das atividades, os registros de conversões e de tratamentos, segundo os registros mobilizados pelos sujeitos participantes da pesquisa.

Assim, na identificação da compreensão, analisou-se a mobilização de registros, pois, de acordo com Duval (2011), o processo cognitivo realizado para compreender o objeto matemático mobiliza pelo menos dois registros de representação. Essa mobilização “requer uma atividade incessante de conversões, que ficam implícitas, mas que devem ser mais ou menos espontâneas” (Duval, 2011, p. 116). Diante desse reconhecimento, fez-se um recorte dos procedimentos e indagações mobilizadas no processo.

4 Resultados e Discussões

As análises foram realizadas à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 2009), tendo sido identificados quais processos do pensamento probabilístico estiveram presentes nos diálogos e protocolos dos estudantes. Tudo começou com apresentação da proposta de formação; em seguida, foi escrita no quadro a primeira atividade. Nesse momento, observou-se que a turma ficou em silêncio e, aos poucos, começaram os sussurros entre os estudantes e risadas ao fundo, como se pode observar na primeira ação dialógica, apresentada no Quadro 3:

Quadro 3 – Identificação de procedimentos e (in)compreensões dos estudantes

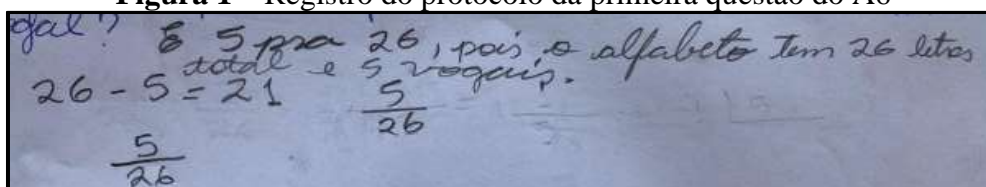
Estudante: Descrição da ação
Estudante A2: Copiei, mas não entendi (risos).
Estudante A5: Eu disse que esta disciplina iria acabar com nossos sonhos.
Estudante A12: Calma... gente.
Professor/pesquisador: Leiam atentamente e qualquer dúvida vai ser solucionada.
Estudante A9: Comprei um caderno novo para esta disciplina (risos).
Estudante A2: Quase todos nós (risos)
Estudante A7: Não entendi essa palavra aí.
Professor/pesquisador: Qual?
Estudante A7: Probabilidade. Tem a ver com aquele negócio de dar certo ou não?
Estudante A1: Talvez com a ideia de jogo ou acertar ou errar.
Estudante A6: Ganhar ou perder (risos).
Estudante A10: De sair isso ou aquilo.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

A discussão calorosa diante do objeto matemático até então desconhecido comprova as

dúvidas e receios dos estudantes com relação à disciplina, bem como a dificuldade em entender a questão, que apresenta um custo cognitivo para a realização dos procedimentos matemáticos (Moretti; Brandt; Franco, 2012). Mas, com pouca intervenção, por meio dos diálogos entre os estudantes, os primeiros registros foram sendo gradativamente construídos e relatados nas folhas A4. A Figura 1 ilustra uma destas situações:

Figura 1 – Registro do protocolo da primeira questão do A6



Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

O registro apresentado pelo estudante A6 revela indícios da identificação do evento e do espaço amostral, ou seja, existe uma informação implícita – tratamento –, já que foi identificado que o alfabeto possui 26 letras (espaço amostral ou casos possíveis) e cinco vogais (casos favoráveis). Percebem-se, nessa resposta, a mobilização do registro em linguagem natural escrita e a utilização de representações auxiliares, como o respeito às informações numéricas fracionárias.

Desse modo, a definição do espaço amostral de um determinado evento constitui etapa essencial para estabelecer a probabilidade de tal evento; em outras palavras, “em muitos casos é o mais importante, já que a solução é bastante óbvia para alguém que conheça todas as possibilidades” (Bryant; Nunes, 2012, p. 5).

Nesse sentido, Duval (1993, p. 47) afirma que “qualquer registro é sempre incompleto em relação ao objeto denotado”. Moretti, Brandt e Franco (2012) complementam que a articulação entre os diferentes registros de representação semiótica constitui uma condição de acesso à compreensão do objeto matemático. Na segunda atividade, apresentada no Quadro 4, ocorre a confirmação dessa assertiva:

Quadro 4 – Identificação de procedimentos e (in)compreensões dos estudantes

Estudante A13: Vamos pela lógica: o alfabeto tem 26 letras, sendo que cinco são vogais, e as demais, consoantes.
Estudante A6: Eu segui por essa lógica e já até coloquei aqui.
Estudante A12: Não pensei por esse lado.
Professor/pesquisador: Diga-nos como você pensou.
Estudante A12: Já fui pensando aqui ao escrever esse “troço” do quadro que era 26 para cinco vogais, mas não consegui escrever.
Professor/pesquisador: Muito bom o seu pensamento. Alguém mais?
Estudante A2: Fiz escrito parecido com o Estudante A13.

Estudante A7: Eu também, mas parecido com uma fração (risos).
Professor/pesquisador: Deixa aí registrado seu pensamento, na folha A4.
Estudante A7: Acho que estou começando a entender.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Esse trecho dialógico, em complemento ao registro do estudante A6, indica que um mesmo objeto matemático pode ser representado por diferentes registros semióticos. A hipótese era de que os alunos teriam uma dificuldade menor para a resolução dessa tarefa, uma vez que se esperava encontrar como resultado a forma fracionária $5/26$; entretanto, ficou evidente a dificuldade que eles tiveram em utilizar a representação mais adequada. Assim, pode-se inferir que a dificuldade em resolver a primeira questão nada mais é do que a dificuldade de transformar o registro da língua natural escrita em um registro numérico – a mobilização do registro da linguagem natural escrita em numérica fracionária. Portanto, é necessário que se mobilizem diferentes registros, para que o estudante compreenda que não existe uma única representação de um dado objeto matemático (Moretti; Brandt; Franco, 2012).

Campos e Pietropaolo (2013) ponderam sobre a necessidade de que cursos de formação inicial e/ou continuada trabalhem o eixo temático “Probabilidade e Estatística”, preconizado na BNCC, com destaque para situações-problema que envolvam o conceito de probabilidade e a identificação das dificuldades dos estudantes ao iniciarem a construção do pensamento probabilístico.

A esse respeito, Fernandes, Serrano e Correia (2016, p. 84), argumentam que “a formação do professor dos primeiros anos de escolaridade é determinante e crucial para garantir uma adequada formação do aluno”. Logo, torna-se necessário apresentar aos professores em formação inicial o contato com experimentos aleatórios em que façam uso do pensamento probabilístico, para que tais experiências possam ser potencializadas na sala de aula e na sua prática pedagógica (Pinheiro; Silva; Pietropaolo, 2018).

Como se pode observar na Figura 2, nos registros de tratamento e/ou conversão, na atividade de retirar um ás de um baralho, verificou-se que a representação fracionária determinada pelos estudantes foi processada de forma adequada, isto é, eles compreenderam o que estava sendo solicitado na questão. Um exemplo de tal registro é apresentado na Figura 2’:

Figura 2 – Registro do protocolo da segunda questão do A12

$$\frac{4}{5} \div 4 = \frac{1}{13}$$

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Tendo em vista a Figura 2, o estudante A12 também recorreu à atividade cognitiva de tratamento no nível de processamento da informação implícita para determinar a fração equivalente, ou seja, $1/13$. O registro apresentado pelo estudante A12 instiga reflexões matemáticas implícitas e que podem passar despercebidas pelos alunos como conteúdo matemático, a exemplo de frações equivalentes. No momento da socialização, os estudantes expuseram suas respostas na lousa e, em seguida, foram indagados sobre os resultados. Ao longo da discussão, notou-se que 40% dos estudantes tentaram estabelecer uma transformação interna – tratamento na forma de representação fracionária –, ao afirmarem que as frações $4/52$, $2/26$ e $1/13$ são equivalentes. Por fim, ao serem questionados pelo pesquisador se havia outra maneira de representação, a princípio, alguns responderam afirmativamente, e, posteriormente, negaram. Nesse momento, percebeu-se certa falta de consistência em relação à compreensão de frações equivalentes. Após essa etapa, organizou-se a terceira ação dialógica, apresentada no Quadro 5:

Quadro 5 – Esquema representativo da identificação de procedimentos e (in)compreensões dos estudantes

Estudante A13: Dessa vez não foi difícil achar o resultado.
Estudante A9: Como eu conheço as cartas do baralho, não senti dificuldade.
Estudante A12: Eu fiz logo direto, porque jogo baralho e sei todas as cartas, e fui logo calculando e reduzindo as frações.
Professor/pesquisador: Como você fez essas reduções?
Estudante 12: Já trabalhei com esse conteúdo tempos atrás, aí me lembrei de reduzir até onde der.
Professor/pesquisador: Entendi...
Estudante A5: Eu também reduzi, porém coloquei o resultado $1/13$. Tá errado, professor?
Professor/pesquisador: Imagina, seu registro está muito bom.
Estudante A11: Só deixei até o resultado $2/26$
Professor/pesquisador: Muito bem.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

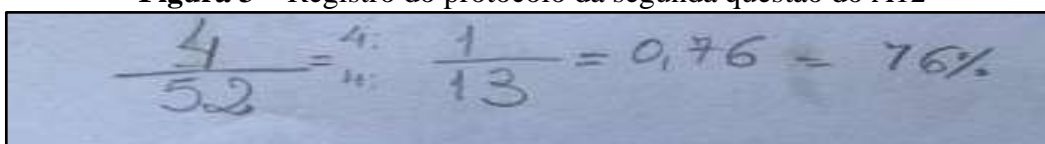
Constatou-se que 100% dos estudantes identificaram os dados pertinentes para a solução da segunda questão, enquanto 72% identificaram o registro na forma de representação fracionária, ao apresentarem em suas soluções as formas fracionárias equivalentes de tais dados. Quanto à conversão, verificou-se que 14% dos estudantes conseguiram efetuar-la; isto é, para a passagem da forma fracionária para a decimal ou da forma decimal para a percentual, 29% fizeram parcialmente, e 57% não conseguiram realizar.

Convém ressaltar que, embora tenha ocorrido a apresentação da resposta com 100% de aderência à forma de representação fracionária, o pesquisador, no caso, o professor da disciplina, aproveitou a atividade para solicitar que fizessem a conversão. Desse modo,

esclareceu-se a necessidade de descrever a atitude do professor, pois essa conversão foi buscada, ou seja, não ocorreria se a atividade tivesse sido concluída apenas com a exposição do resultado fracionário. Com esse interesse é que, nesse momento, descreveu-se a ação do professor, uma vez que ele precisa planejar atividades que contenham espaços para acolher outras formas de apresentação de resoluções, tornando possível a apresentação de outras ideias que, eventualmente, surjam a partir das opções de resoluções dos estudantes.

Buscando identificar registros de conversão nos protocolos dos estudantes, a partir do conhecimento prévio, apresentam-se os registros dos estudantes A12 e A5. No primeiro registro, A12 mobilizou a conversão do registro fracionário para o decimal, e, em seguida, da forma decimal para o registro percentual; o estudante A5, por sua vez, registrou as conversões de forma detalhada. Os registros de conversão dos estudantes relativos a tal questão podem ser vistos, respectivamente, nas Figuras 3 e 4:

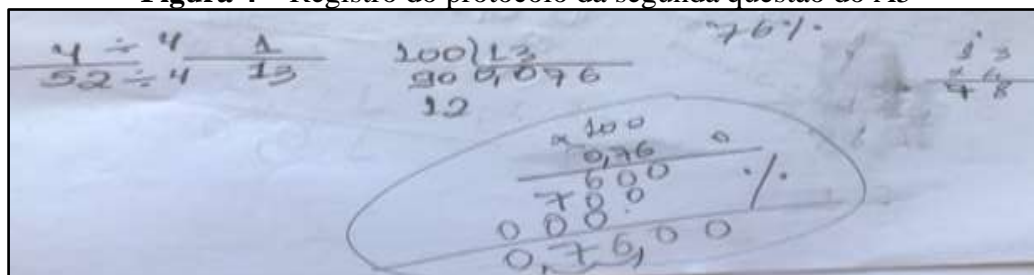
Figura 3 – Registro do protocolo da segunda questão do A12



$$\frac{4}{52} = \frac{4 \div 4}{52 \div 4} = \frac{1}{13} = 0,76 = 76\%$$

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Figura 4 – Registro do protocolo da segunda questão do A5



Handwritten work showing the conversion of $\frac{4}{52}$ to a decimal and then to a percentage. The student shows the fraction $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ and then performs a long division of 100 by 13 to get 7.6923, which is rounded to 7.69. The final result is 76.9%, which is rounded to 77%.

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Durante a socialização dessa questão, foi proposto aos estudantes que responderam corretamente que explicassem suas estratégias para aqueles que apresentaram dificuldades de compreensão; solicitou-se também, a esses, escolherem um novo registro que respondesse à questão. No entanto, identificaram-se poucas mudanças nos registros, o que permitiu inferir que tal comportamento mostra a importância dada pelos estudantes ao registro do valor numérico, bem como as dificuldades que têm com as operações que envolvam representações decimais e percentuais.

Pozo e Crespo (2009) argumentam que os estudantes buscam, de forma imediata, encontrar um valor numérico como resposta a uma determinada atividade, o que os leva a

aplicar cegamente um algoritmo, sem distinguir um objeto de sua representação. Nesse sentido, é necessário possibilitar aos estudantes, por meio do emprego de diferentes registros, reconhecer os objetos matemáticos em suas diversas representações semióticas possíveis (Duval, 2011), pois a mobilização por diferentes registros de representação semiótica permite conhecer o modo de pensar matematicamente do estudante, e não apenas os procedimentos próprios do conteúdo de probabilidade (Almouloud, 2007).

Além disso, observou-se que a segunda questão foi bem recebida pelos estudantes; a única queixa se deu em relação aos números decimais e percentuais, que, segundo eles, demandavam um pouco de tempo e atenção, uma vez que não foram solicitados na primeira atividade. Um exemplo desse fato é a declaração do estudante A2: “tenho muita dificuldade com valores envolvendo porcentagem”. Ou seja, a dificuldade em compreender o enunciado, mencionada pelos alunos, nada mais é do que a dificuldade de transformar o registro fracionário em registro decimal ou percentual. Em relação a isso, cabe ao professor decidir em que momento solicitar ambos os registros, pois, conforme o acima exposto, concorda-se com os estudantes de que tais acréscimos à apresentação das respostas poderão demandar maior tempo. Por esse motivo, com vistas a contribuir não para a quantidade de registros, mas para a compreensão da atividade realizada, optou-se apenas pela solicitação na segunda atividade.

Para Duval (2003, p. 24), “os fenômenos cognitivos reveladores da atividade matemática dizem respeito à mobilização de vários registros de representação semiótica e à conversão dessas representações”. Assim, após a socialização, mediante a intervenção realizada, que consistia em trabalhar com números decimais e percentuais, parte dos estudantes conseguiu chegar à conversão pretendida, apresentando os registros utilizados pelo professor/pesquisador durante a discussão. Aqui, retoma-se o argumento de Duval (2009) de que representações diferentes de um mesmo objeto matemático apresentam conteúdos diferentes, isto é, são situações diferentes de se trabalhar com uma representação fracionária e um número decimal ou percentual, embora representem o mesmo objeto matemático.

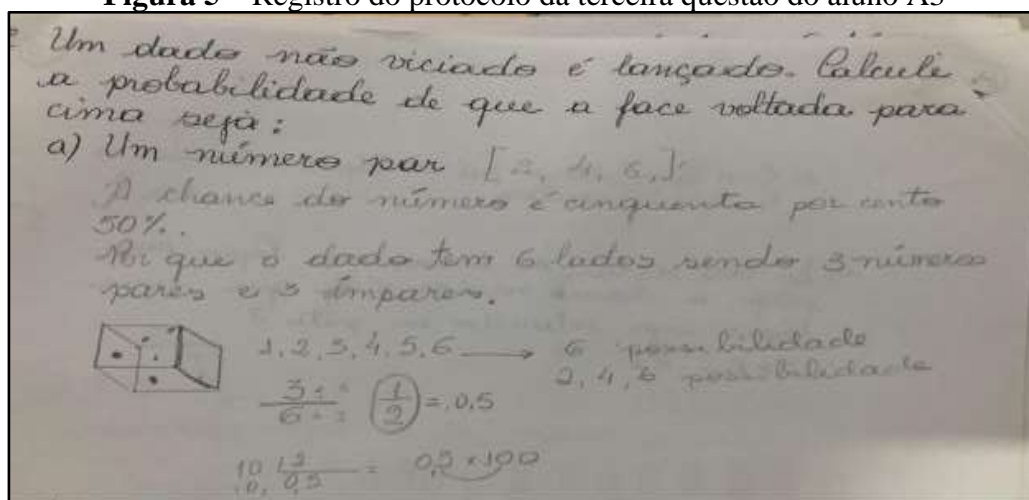
Em suma, os diálogos e os registros da segunda questão apresentam o mesmo conteúdo matemático da anterior; ela pode, todavia, apresentar custo cognitivo aos estudantes devido às diferentes estratégias para realizar a transformação dessa conversão. Isso porque, segundo Duval (2009), em uma transformação de conversão, o objeto probabilístico continua a ser o mesmo, mas seu conteúdo é diferente ao se considerar sua forma de representação. Sendo assim, fica evidente que a articulação de conteúdos nas aulas de Matemática ainda apresenta diversas fragilidades, principalmente quando não existe uma disciplina que explore a unidade temática “Probabilidade e Estatística” no curso de Licenciatura em Pedagogia.

Para finalizar, propôs-se uma terceira atividade, na tentativa de dar início a uma generalização e fixar a compreensão do objeto matemático. A atividade trazia o seguinte enunciado: “um dado não viciado é lançado; determine a probabilidade de que a face voltada para cima seja: a) um número par; b) um número maior que 4; e c) um número múltiplo de 3”.

A ideia, nesse momento, era de que os estudantes fariam cálculos semelhantes aos realizados nas duas questões anteriores, apenas utilizando valores diferentes. Dessa forma, diferentes registros poderiam ser identificados, o que os levaria a uma generalização da relação entre a representação fracionária, decimal e percentual e, futuramente, a uma mobilização de registros envolvendo tratamento e conversão.

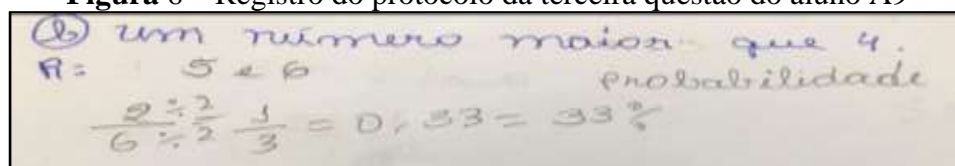
Nas respostas a essa questão, diferentemente do que ocorreu nas anteriores, os estudantes não apresentaram maiores dificuldades; eles partiram para a resolução imediata, ou seja, mobilizaram pelo menos um registro semiótico e chegaram ao resultado. A maioria resolveu com êxito os itens “a”, “b” e “c”; alguns alunos, no entanto, erraram a resposta dos itens ao realizarem as conversões. Tais ocorrências estão ilustradas nas Figuras 5, 6 e 7:

Figura 5 – Registro do protocolo da terceira questão do aluno A3



Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Figura 6 – Registro do protocolo da terceira questão do aluno A9



Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Figura 7 – Registro do protocolo da terceira questão do aluno A8

$c) \text{ um múltiplo de 3.}$
 $2 \text{ possibilidades } = 3 \text{ e } 6.$
 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,33 = 33\%$

Fonte: Arquivo dos pesquisadores.

Notou-se que os protocolos 5, 6 e 7 continham uma solução satisfatória, mobilizando, assim, diferentes registros semióticos. Os estudantes A8 e A9 mobilizaram os registros de conversão de uma fração para decimal e do registro decimal para o percentual. Entretanto, o aluno A3 mobilizou, além destes, também o registro em língua natural, figural e da apreensão discursiva, ao justificar que o resultado seria 50%, uma vez que o dado possui seis faces, isto é, três números ímpares e três pares. Nos protocolos dos estudantes, fica claro que a atividade cognitiva de tratamento está na representação fracionária, isto é, a construção de tal estrutura reporta-se às ações relativas para encontrar frações equivalentes, o que foi mobilizado de forma adequada pelos estudantes. Para Duval (2004), “tratamento” é a atividade cognitiva cuja transformação da representação ocorre dentro do próprio sistema.

Pela análise das ações responsáveis pela conversão para outras representações no nível de processamento da questão, pode-se verificar que os estudantes A3, A8 e A9 realizaram de forma adequada a atividade de conversão. Isso ficou evidente quando os estudantes foram capazes de realizar as transformações do registro fracionário para decimal e do decimal para o percentual, “registros diferentes, mas que representam o mesmo conceito, porém, apresentam facilidades cognitivas relativas distintas” (Camargo Filho; Laburú, 2013, p. 55). Ao se analisar os registros apresentados, notou-se que 20% dos estudantes continuaram tendo dificuldades na conversão dos registros; os demais, contudo, utilizaram representações auxiliares e executaram as conversões corretamente.

De acordo com Duval (2009), a mobilização de registro de representação semiótica por meio da conversão não é algo tão simples, podendo se tornar ainda mais difícil quando o estudante tem pouco conhecimento sobre o objeto matemático. Acredita-se que o grau de dificuldade da terceira atividade fosse similar aos anteriores, e que a questão deveria ser desenvolvida com mais habilidade pelo fato de os possíveis erros já terem sido corrigidos anteriormente. Para Duval (2009), os estudantes apresentam pouca dificuldade nas questões que tratam da transformação por meio do tratamento, mas muita nas questões que envolvem conversão.

Vizolli (2001, 2006) argumenta que os estudantes conseguem representar os registros

decimais e/ou fracionários, no entanto têm dificuldade em perceber que 0,1 e $1/10$ são representações de um mesmo número ou objeto matemático (número racional). Essa dificuldade se acentua “quando o ensino do conceito de fração converge para o significado da relação parte-todo, o que impede que os estudantes reconheçam o mesmo objeto matemático em representações diferentes” (Barros; Vizolli, 2021, p. 7).

Além disso, também se identificou que os estudantes, ao serem solicitados a se envolver na resolução da terceira questão em sala de aula, mostraram-se favoráveis a esse novo desafio. Um exemplo disso é o seguinte registro no diário de campo do pesquisador, relativo à fala do estudante A12: “Realmente compreendi esse assunto, gostei, professor, da forma que você ensinou a gente, sem necessidade de decorar fórmulas matemáticas”. Tal observação feita pelo estudante foi proferida logo após o término da resolução dessa questão.

Em termos de mobilização de registros, pôde-se perceber o uso do registro figural e de língua natural nas três questões. Esses dois registros foram os mais mobilizados, ocorrendo simultaneamente, pois os estudantes tinham a necessidade de transformar o comando da questão em um registro figural, com a justificativa de que isso facilitaria sua compreensão; assim, conseqüentemente, mobilizavam diferentes registros de representação associados a um mesmo objeto (Moretti, 2002). Em referência à presença do registro figural, podemos ressaltar seu uso após considerarmos a questão da representação aliada à mobilização simultânea, pois conforme Duval e Moretti (2012, p. 3):

Há uma palavra importante e marginal em Matemática, é a palavra “representação”. Ela é, na maioria das vezes, empregada sob a forma verbal “representar”. Uma escrita, uma notação, um símbolo representam um objeto matemático: um número, uma função, um vetor... Do mesmo modo, os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo. Isto quer dizer que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele. De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos a longo termo, uma perda de compreensão, e os conhecimentos adquiridos tornam-se rapidamente inutilizáveis ao longo de seu contexto de aprendizagem: seja por não lembrar ou porque permanecem como representações “inertes” que não sugerem nenhum tratamento. A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da Matemática.

Em relação a isso, de acordo com Duval (2013, p. 14), “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. Com a realização das atividades relatadas neste trabalho, considera-se ter avançado no desenvolvimento do pensamento probabilístico de professores dos anos iniciais do Ensino

Fundamental e, principalmente, na construção da autonomia dos diferentes registros semióticos dos(as) futuros(as) pedagogos(as).

Para Duval (2013), é essencial, na atividade matemática, mobilizar e coordenar diferentes registros de representação semiótica, a exemplo de língua natural, gráfica, algébrica, entre outras. Por isso, procurou-se explorar, neste estudo, a maior variedade possível de registros representacionais para o objeto matemático “probabilidade”. Assim, considera-se relevante ponderar, ainda segundo o autor, a natureza de cada registro apresentado pelos estudantes, de forma a proporcionar sugestões de atividades envolvendo registros de tratamentos e conversões entre diferentes registros semióticos.

No geral, os sujeitos participantes da pesquisa perceberam a contribuição da disciplina e, principalmente, do conteúdo de probabilidade, conforme expressou o estudante A5: “meu caderno ainda tem folhas em branco, vamos continuar o conteúdo, professor”. A respeito dessa fala, Batanero, Contreras e Díaz (2011) argumentam acerca da fragilidade do conhecimento do conteúdo dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e, nesse caso, pedagogos(as) em formação inicial, considerando que a maioria não possui formação específica ou cursou uma disciplina para ensino de probabilidade.

5 Considerações finais

De início, gostaríamos de ressaltar que não podemos cair em uma confusão de afirmações ingênuas, pois “a inversão ideológica se torna evidente na equação redutora: professor malformado + escola de má qualidade + aluno mal preparado = pobreza nacional!” (Shiroma; Evangelista, 2014, p. 13). Advogam as autoras que, se essa situação fosse assim descrita, toda a resolução estaria contemplada na formação do professor; mantendo essa condução, deixaríamos de ver, sob a lente da referência acima, que, muitas vezes, as dificuldades dos estudantes chegam às salas de aula ocupando seu tempo e pensamento. Essa situação pode impedir a aprendizagem de determinado assunto, se este for apresentado não contemplando diferentes formas de representação.

Por isso, com certeza, a melhoria do ensino envolve, entre inúmeros aspectos, os investimentos na formação (inicial e continuada) de professores, mas vai além disso. É necessário investir em formação continuada, principalmente dos professores polivalentes, como condição necessária ao ensino dos conteúdos. Isso oferece ao professor o acesso a uma variada possibilidade de interpretações, representações e, ainda, instrumenta para a elaboração de planejamentos que contemplem a participação do estudante na apresentação das resoluções de atividades em sala de aula. Sabe-se que os currículos dos cursos de formação dos professores

polivalentes carecem de disciplinas da área de exatas, como Matemática, Física e Química. Contudo, é esse professor que vai trabalhar as noções básicas, científicas e matemáticas, nos alunos do Ensino Fundamental. Assim, é imprescindível o investimento em formação continuada dessa parcela de trabalhadores da educação.

A “probabilidade” tem suas peculiaridades, pois apresenta algumas particularidades que outras áreas da Matemática não possuem: o fato de ela lidar com o acaso é o que a torna diferenciada. Nosso pensamento é, via de regra, essencialmente determinístico – não se está preparado para lidar com a contingência. Assim, é essencial que tanto professores quanto alunos se familiarizem com a aleatoriedade, pois ela faz parte da vida.

Todavia, os professores de Matemática, geralmente, não possuem competências para ensinar probabilidade no Ensino Fundamental e Médio. Isso ocorre porque as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) dos cursos de Matemática não preveem o ensino de Estatística e Probabilidade nas Licenciaturas em Matemática. Desse modo, mesmo que um aluno do Ensino Fundamental seja acompanhado por um professor de Matemática, não significa que ele terá necessariamente um professor com conhecimentos suficientes para vencer as dificuldades do seu ensino.

O artigo 4 das DCN da Licenciatura em Pedagogia, em seu parágrafo único, inciso VI, institui que o professor polivalente deve: “ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano” (CNE, 2006). Não necessariamente um mesmo professor se ocupará do ensino de todas estas disciplinas, mas, em geral, ele se ocupará da maioria delas. Se um professor de Matemática, que cursa pelo menos três anos de disciplinas exclusivas da sua área, pode não ter tido contato com conteúdos de “probabilidade”, o que se pode inferir de um professor polivalente encarregado de todas as áreas mencionadas acima? Deve-se levar em conta, ainda, que conhecimentos didáticos e pedagógicos não são suficientes; é necessário haver conhecimento dos conteúdos e do seu contexto. O conhecimento do conteúdo pode ser obtido por autoconhecimento ou por alguma formação adicional, mas o conhecimento do contexto só é obtido com a experiência e com um conhecimento aprofundado do conteúdo que vai além do conteúdo escolar.

Conforme Lopes (2008, p. 66), “o elemento central do conhecimento profissional do professor é, sem dúvida, a didática do conteúdo, porém não é o suficiente”, enfatizando a importância do “conhecimento pedagógico e didático de como ensiná-lo”. A autora acrescenta, ainda, que “faz-se necessária uma combinação adequada entre o conhecimento sobre o conteúdo matemático a ser ensinado e o conhecimento pedagógico e didático de como ensiná-

lo” (Lopes, 2008, p. 60). De acordo com a autora, atingir tais especificidades é o maior desafio, pois, para se chegar a tal conhecimento, é necessário um investimento em formação continuada que vai além de alguns meros encontros – é um conhecimento adquirido pela experimentação, reflexão e avaliação sobre o que funciona e o que não funciona. Nesse sentido, ao procurar descrever cada atividade e todos os comentários dos estudantes, foi possível observar as tentativas que motivaram as resoluções, e, ainda, o fato de que, quando o objeto manuseado é familiar, ocorre uma aproximação do estudante com a questão, afinal, ao conhecê-lo, a única dúvida é sobre como atingir o procedimento correto.

Quando o estudante consegue comentar sobre suas ideias é que se pode perceber que ocorrem tentativas de reunir o novo conteúdo a algo já conhecido. Por isso, situações como “o que se pode observar em lidar com o baralho de cartas” podem se tornar atrativas, ao invés de situações criadas a partir, por exemplo, do jogo de xadrez. Assim, o que se ensina tem relação próxima com a situação proposta, e isso poderá gerar trocas de ideias entre os estudantes. Tais trocas poderão, inclusive, ser a oportunidade para que os próprios estudantes criem outras situações e, dessa forma, examinem outros momentos do estudo sobre probabilidade.

Referências

- ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.
- BARROS, Marcos José Pereira; VIZOLLI, Idemar. Registros de representação semiótica presentes na solução de problemas envolvendo o significado parte-todo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 4, p. 1-24, jul./set. 2021.
- BATANERO, Carmen; CONTRERAS, J. Miguel; DÍAZ, Carmen. Experiencias y sugerencias para la formación probabilística de los profesores. **Paradigma**, v. 32, n. 2, p. 53-68, 2011.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação – Ministério de Educação e Cultura. Diretrizes Curriculares para o curso de Pedagogia. Resolução CNE/CP nº 1, de 15 de maio de 2006. Brasília, 2006.
- BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. **Children’s understanding of probability: A literature review**. London: Nuffield Foundation, 2012.
- CAMARGO FILHO, Paulo Sérgio; LABURÚ, Carlos Eduardo. Uma proposta de referencial analítico de gráficos cartesianos de cinemática a partir de tabelas. **Revista Ensaio**, Belo Horizonte, v. 15, n. 1, p. 49-65, 2013.
- CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; PIETROPAOLO, Ruy César. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. In: Borba, R.; Monteiro, C. (org.). **Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática**. Recife: EDUMATEC, 2013. p. 55-91.
- DALLEMOLE, Joseide Justin. **Registros de Representação Semiótica: uma experiência com o ambiente virtual SIENA**. Canoas: ULBRA, 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e

Matemática), Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2010.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática: uma introdução**. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002. p. 135-153.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 5, p. 37-65, 1993.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-34.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Machado, S.D.A. (org.). **Aprendizagem em matemática: registro de representação semiótica**. São Paulo: Papirus, 2013. p. 11–33.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. p.11-33.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales**. Tradução em casteliano de Myriam Veja Reestrepo. Universidade Del Valle: Peter Lang, 2004.

DUVAL, Raymond. **Semiósis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Cali (Colômbia): Merlín, 2004.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica**. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

FERNANDES, José Antônio; SERRANO, Maria Magdalena Gea; CORREIA, Paulo Ferreira. Definição de acontecimentos certos na extração de berlindes de um saco. **Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 18, n. 1, p. 83-100, 2016.

LOPES, Celi Espasandin. O ensino de estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento**. Pesquisa Qualitativa em Saúde. São Paulo: Hucitec-Abrasco, 2011.

MORETTI, Mércles Thadeu. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos**, v. 6, p. 23-37, set/dez. 2002.

MORETTI, Mércles Thadeu; BRANDT, Célia Finck; FRANCO, Patrícia Lanzini. Estudo das formas de negação no processo de ensino da matemática: ponto de encontro com os registros de representação semiótica. **Ciência & Educação**, v. 18, n. 2, p. 469-486, 2012.

PINHEIRO, Maria Gracilene Carvalho; SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; PIETROPAOLO, Ruy Cezar. Conhecimentos de professores sobre a probabilidade. **Jornal Internacional de Estudos em**

Educação Matemática, v. 11, n. 3, p. 236-244, 2018.

POZO, J.I.; CRESPO, M.A.G. **A aprendizagem e o ensino de ciências**: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SANTOS, Adriana Tiago.; BIANCHINI, B. L. Análise das estratégias utilizadas pelos estudantes no estudo de funções logarítmicas e exponenciais. **VIDYA**, v. 32, n. 1, p.35-49, jan./jun., 2012 - Santa Maria, 2012.

SHIROMA, Eneida Otto; EVANGELISTA, Olina. Estado, capital e educação: reflexões sobre hegemonia e redes de governança. **Educação e Fronteiras**, Dourados, v. 4, n. 11, p. 21–38, 2015.

VIZOLLI, Idemar. **Registros de alunos e professores de educação de jovens e adultos na solução de problemas de proporção-porcentagem**. 2006. 245f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

VIZOLLI, Idemar. **Registros de representação semiótica no estudo de porcentagem**. 2001. 245f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2001.

YIN, Robert K. **Estudo de caso, planejamento e métodos**. Rio de Janeiro: Bookman, 2001.

YIN, Robert. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4ª ed. Porto Alegre (RS): Bookman; 2010.