

Estratégias de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na abordagem de problemas de modelagem matemática

Karina Alessandra Pessoa da Silva¹
Susane Cristina Pasa Pelaquim²

Resumo: Neste artigo fazemos uma análise qualitativa das estratégias de alunos de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental para resolver um problema de modelagem matemática. Com essa intenção nos fundamentamos na Modelagem Matemática entendida como uma alternativa pedagógica e na semiótica peirceana que possibilita inferir sobre a produção e a utilização de signos para se referir a um objeto. Os dados que subsidiaram nossas análises são os relatórios escritos e as transcrições de áudios e vídeos produzidos no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que teve como temática a distância percorrida de casa até a escola utilizando uma bicicleta. Partindo de uma situação da realidade, os alunos estabeleceram estratégias para chegar a uma solução para um problema de modelagem em que signos gesticulados, falados e escritos se articularam com os objetos relativos ao problema, às hipóteses e à matemática empregada sob questionamentos e orientações da professora.

Palavras-chave: Educação Matemática. Problema de modelagem. Semiótica. Ensino Fundamental. Comprimento de circunferência.

Strategies of students in the early years of Elementary School in approaching mathematical modeling problems

Abstract: In this paper we produce a qualitative analysis of the strategies of students in a class of the 5th year of Elementary School to solve a modeling problem. With this intention, we base ourselves on Mathematical Modeling understood as a pedagogical alternative and on Peirce's semiotics that makes it possible to infer about the production and use of signs to refer to an object. The data that supported our analyzes are the written reports and transcriptions of audios and videos produced in the development of a modeling activity that had as its theme the distance traveled from home to school using a bike. Starting from a real situation, the students established strategies to arrive at a solution to a modeling problem in which gesticulated, spoken and written signs were articulated with the objects related to the problem, the hypotheses and the mathematics used under questioning and guidance from the teacher.

Keywords: Mathematics Education. Modeling problem. Semiotics. Elementary School. circumference length.

Estrategias de los estudiantes en la Educación Primaria en el abordaje de problemas de modelación matemática

Resumen: En este artículo hacemos un análisis cualitativo de las estrategias de los estudiantes de una clase de 5º grado de la Educación Primaria para resolver un problema de modelación. Con esta intención, nos basamos en la Modelación Matemática entendida como alternativa pedagógica y en la semiótica peirceana que permite inferir sobre la producción y uso de signos para referirse a un objeto. Los datos que sustentaron nuestros análisis son los informes escritos y las transcripciones de audios y videos en el desarrollo de una actividad de modelación que tuvo como tema la distancia recorrida de la casa a la escuela en bicicleta. A partir de una situación real, los estudiantes establecieron estrategias para llegar a la solución de un problema de modelación en el que se articularon signos gestuales, hablados y escritos con los objetos relacionados con el problema, las hipótesis y las matemáticas utilizadas bajo cuestionamiento y orientación docentes.

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR, Londrina, PR, Brasil. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br - Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-1766-137X>.

² Mestre em Ensino de Matemática. Rede Municipal de Ensino de Londrina, Londrina, PR, Brasil. E-mail: susipasa@gmail.com - Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-8265-5291>.

Palabras clave: Educación Matemática. Problema de modelación. Semiótica. Educación Primaria. Longitud de la circunferencia.

1 Introdução

Na Educação Matemática, a modelagem matemática refere-se, em termos gerais, à investigação de uma situação da realidade por meio da matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; NISS; BLUM, 2020). Trata-se de uma observação do mundo ao nosso redor de modo a apresentar soluções para um problema formulado.

Formular um problema de modelagem pode se configurar como um desafio, pois é preciso identificar ao nosso redor uma situação possível de ser analisada matematicamente. Documentos oficiais do Ensino Fundamental, no Brasil, asseveram que os procedimentos matemáticos suscitados por meio da modelagem, por exemplo, “são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação)” (BRASIL, 2018, p. 266).

Todavia, além da análise matemática, “um problema de modelagem também deve fornecer espaço para que os alunos interpretem o problema e tenham escolhas no processo de solução” (BLISS; LIBERTINI, 2016, p. 12). Essas escolhas podem estar subsidiadas em estratégias dos alunos ao levantar hipóteses sobre a situação em estudo, buscar informações por meio da coleta de dados, identificar e selecionar variáveis, realizar simplificações, representar matematicamente a situação, validar essa representação e comunicar os resultados para os pares (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011).

Embora seja reconhecido o interesse na implementação da Modelagem Matemática no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental (TORTOLA, 2016; TEODORO; KATO, 2021; NUNOMURA, 2021; FERNANDES; TORTOLA, 2021; TRIGUERO; KATO, 2022), Villa-Ochoa, Soares e Alencar (2019, p. 63) afirmam “que há produções científicas mínimas [...] indicando a necessidade de novos estudos ou pesquisas”. Levando em consideração a matriz curricular e a formação do professor nesse nível de escolaridade, Silva e Klüber (2014, p. 14) sinalizam cinco aspectos favoráveis à presença da Modelagem Matemática nos anos iniciais: “1) o aluno como sujeito da aprendizagem, 2) o professor como mediador do processo, 3) o ensino problematizador, 4) o ensino dialógico e investigativo e, ainda, 5) o ensino interdisciplinar”.

Ponderando as assertivas supracitadas, neste artigo, analisamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, temos como objetivo trazer reflexões para a questão de pesquisa: *Que estratégias*

alunos do 5º ano do Ensino Fundamental familiarizados com modelagem matemática manifestam quando resolvem um problema de modelagem?

Considerando o ensino dialógico e investigativo potencializado por atividades de modelagem, entendemos que as estratégias podem ser manifestadas por uma multiplicidade de linguagens e representações presentes nas ações dos alunos ao resolverem um problema de modelagem. Neste contexto, nos pautamos na semiótica peirceana que investiga os signos escritos, falados e gesticulados que uma pessoa (intérprete) utiliza para se referir a algo (objeto) (PEIRCE, 1972). O objeto, em nossa investigação, é o problema de modelagem formulado com uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do interior do estado do Paraná e os signos que analisamos correspondem às estratégias que os alunos utilizaram para resolvê-lo.

De modo a amparar nossa investigação, as discussões e reflexões que realizamos neste artigo estão organizadas em cinco tópicos, além desta introdução. Primeiramente, nos segundo e terceiro tópicos, discorreremos sobre o quadro teórico que subsidia nossa pesquisa para, em seguida, abarcarmos os procedimentos metodológicos. No quinto tópico descrevemos e analisamos a atividade de modelagem que teve como temática a distância percorrida de casa até a escola utilizando uma bicicleta. Finalizamos tecendo algumas considerações.

2 Modelagem matemática nos anos iniciais

A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática que possibilita o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Isso porque, em uma atividade de modelagem matemática, parte-se de uma situação inicial (problemática) e, por meio de procedimentos matemáticos, chega-se à uma situação final, uma solução para o problema em estudo (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

De modo geral, um problema é entendido como uma situação em que o sujeito identifica qual é seu objetivo, mas não define imediatamente meios para atingir esse objetivo (DÖRNER, 1976). Segundo Elfringhoff e Schukajlow (2021, p. 10), “problemas de modelagem são centrados em uma situação real e requerem uma transferência exigente entre o mundo real e a matemática”.

Solicitar aos alunos que formulem um problema de modelagem e colem dados empíricos pode ser um desafio em sala de aula. Porém, pode ser uma ação que permite inseri-los na atividade de modelagem, promovendo estratégias de resolução. Hartman (2001) caracteriza estratégia como uma operação consciente e planejada e que, embora possa ser

aprendida e aplicada conscientemente, no decorrer do tempo pode ter um uso inconsciente.

De modo a enfrentar tal desafio, a literatura tem sugerido que os alunos sejam familiarizados com atividades de modelagem matemática. Segundo Silva, Almeida e Gerólomo (2011, p. 30),

[...] o aluno precisa viver experiências com atividades de Modelagem Matemática a fim de “aprender” a desenvolvê-las e fazer com que o desenvolvimento da atividade seja orientado pela busca de uma solução para a situação-problema e seja ele próprio o “resolvedor” principal. O aluno tem, portanto, papel central no que se refere à articulação entre definição, investigação e resolução, essencial em uma atividade de modelagem.

As autoras supracitadas organizaram três momentos de familiarização com atividades de modelagem, destacando ações que os alunos vão desenvolvendo de modo a se tornarem autônomos na definição e solução de um problema.

As estratégias para solucionar o problema de modelagem, culminam uma representação matemática, um modelo matemático que tem como objetivo “descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas [...] e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16). De modo geral, o modelo matemático é “uma representação de aspectos de um domínio extramatemático por meio de algumas entidades matemáticas e relações entre elas” (NISS; BLUM, 2020, p. 6).

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o modelo matemático apresenta especificidades quanto à simbologia matemática, sendo apresentado de diferentes formas, desde que esteja estruturado e baseado em conceitos matemáticos que o sustente e solucione a situação apresentada (TORTOLA, 2016). Neste sentido, um modelo matemático pode ser representado por meio de esquemas, gráficos, desenhos, materiais manipuláveis, colagens e língua natural.

Tortola (2016, p. 270) afirma que os alunos, ao deduzirem modelos, constituem “uma diversidade de estruturas matemáticas que podem contribuir para a observação das regularidades e generalizações da situação”, subsidiando discussões para análise das diferentes situações. No entanto, é importante que o professor discuta com seus alunos sobre as variáveis e as hipóteses presentes na dedução do modelo matemático, de forma a registrarem essas informações e compreenderem que estão idealizando uma situação de forma que possa ser analisada.

Em síntese, uma atividade de modelagem é permeada por elementos que a caracterizam: “o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são pré-definidos e as

soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução” (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011).

Vivenciar a modelagem matemática nos anos iniciais com temáticas que são do interesse do aluno, tornam as aulas mais dinâmicas para este nível de escolaridade. Segundo Fernandes e Tortola (2021), desenvolver as atividades de uma forma lúdica, propicia um ambiente favorável à criatividade e à análise crítica do mundo em que vivem. Alunos interessados em resolver um problema de modelagem se envolvem na solução de problemas e “por meio do envolvimento, os alunos podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo” (ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021, p. 27).

Considerando que em um problema de modelagem há a necessidade de “fornecer espaço para que os alunos interpretem o problema e tenham escolhas no processo de solução” (BLISS; LIBERTINI, 2016, p. 12), entendemos que as estratégias utilizadas são subsidiadas por uma diversidade de representações, de signos que se relacionam a um objeto matemático ou de outra natureza. Desse modo, nos valem da semiótica, a ciência que estuda a função dos signos.

3 Semiótica peirceana

A semiótica é “uma teoria do pensamento como signo e uma teoria do conhecimento que só pode dar-se em signos” (SANTAELLA, 2008, p. 10). O signo representa o objeto, somente temos acesso aos objetos por meio dos signos. Dizer que um signo “representa seu objeto implica que ele afete uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente algo que é mediatamente devido ao objeto” (SANTAELLA, 2008, p. 58). Com isso, podemos entender que o signo somente se apresenta como signo se puder representar algo para alguém (intérprete). Esse “algo” corresponde a um signo – interpretante – criado na mente do intérprete.

Por exemplo, a ampulheta é um objeto físico, dependendo do seu fundamento, a ampulheta pode ser um signo interpretado como indicador de tempo, um artefato decorativo, um artesanato originado de um trabalho manual. O que devemos destacar, nesse exemplo, é que a ampulheta somente funciona como signo do tempo, da decoração ou do trabalho de um artesão se for interpretado como tal. Nesse caso, uma mesma coisa (ampulheta) pode ter diferentes signos. Segundo Santaella (2007, p. 45), “o signo não ocorre vazio. Ele está enraizado num vastíssimo mundo de relações com outros signos”.

Peirce (1972) organizou seus estudos por meio de uma arquitetura triádica na qual o

signo estabelece mediação entre objeto e interpretante. Segundo Santaella (2007, p. 7), “o signo é um primeiro (algo que se apresenta à mente), ligando um segundo (aquilo que o signo indica, se refere ou representa) a um terceiro (o efeito que o signo irá provocar em um possível intérprete)”.

Neste sentido, a ação própria do signo é determinar um interpretante, ou seja, a ação do signo é a ação de ser interpretado em outro signo.

Em Matemática, ao vermos a representação algébrica $f(x) = ax^2 + bx + c$, que é um signo externo, o efeito cognitivo que esse signo escrito pode nos causar depende das relações experienciais que temos com o objeto matemático. De imediato, em nossa mente, pode-se criar um interpretante, materializado por um signo auditivo – a palavra *função polinomial do segundo grau* –, outro signo visual – a representação gráfica da parábola de forma escrita ou gesticulada – ou qualquer outra sensação que o intérprete estabelece com o referido objeto matemático. Isso quer dizer que, ao atingir uma mente interpretadora, “uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou mero sentimento de alegria, raiva... uma ideia, ou seja lá o que for — porque esse seja lá o que for, que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro)” (SANTAELLA, 2008, p. 58-59).

Segundo Santaella (2012, p. 8), é a mente “que constrói o mundo, de acordo com um potencial que lhe é próprio, a partir de uma matéria bruta fornecida pelos sentidos”. Os sons, as palavras, as formas visuais e todos os seus híbridos são considerados como signos externos que não deixam de ser mediatizados pelo nosso sistema sensório-motor e pelo potencial e limites dos nossos esquemas cognitivos, mentais.

De modo a se ter acesso aos esquemas cognitivos que se criam na mente do intérprete, no contexto educacional, atividades de modelagem matemática têm-se mostrado favoráveis (YOON; MISKELL, 2016; ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2021; SILVA; VERONEZ, 2021; SILVA; KOGA, 2022), principalmente por serem respaldadas em um ensino problematizador, investigativo e dialógico. Neste sentido, nos valem das estratégias manifestadas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

4 Procedimentos metodológicos

Neste artigo trazemos resultados parciais de uma pesquisa de mestrado (PELAQUIM, 2023) desenvolvida em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, formada por 18 alunos, na faixa etária de 10 a 12 anos de idade, de uma escola municipal localizada no interior do

estado do Paraná.

Na pesquisa de mestrado, cada aluno, desenvolveu seis atividades de modelagem matemática no primeiro semestre letivo de 2022, configuradas segundo os momentos de familiarização sugeridos por Silva, Almeida e Gerôlo (2011). A atividade analisada neste artigo foi a terceira implementada na turma e teve duração de 4 aulas, de 1 hora e 30 minutos cada uma, distribuídas entre os dias 10 e 16 de maio de 2022.

O problema – *Quantas pedaladas preciso dar para percorrer o caminho da escola até minha casa?* – foi formulado pela professora que se inspirou em uma das temáticas sugeridas pelos alunos – bicicleta – para serem estudadas, após o desenvolvimento da primeira atividade de modelagem. Essa atividade foi planejada para ser encaminhada conforme o segundo momento de familiarização em que “uma situação-problema é sugerida aos alunos que, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação, realizam a definição de variáveis e a formulação das hipóteses simplificadoras, e chegam a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação” (SILVA; ALMEIDA; GERÔLO, 2011, p. 33).

Neste sentido, na terceira atividade, os alunos já estavam familiarizados com os procedimentos da modelagem matemática. O desenvolvimento da atividade foi gravado em áudio e vídeo sob autorização da equipe diretiva e pedagógica da escola e mediante o consentimento dos pais ou responsáveis, a partir do preenchimento e assinatura de um termo livre e esclarecido, autorizando o uso dos dados coletados.

As discussões foram transcritas na íntegra e os relatórios escritos dos alunos foram considerados de modo a se constituírem os dados para a análise. De modo a preservar as identidades dos alunos, utilizamos nomes fictícios ao longo do texto.

A análise qualitativa de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994) é respaldada na articulação com o referencial teórico e tem como objetivo trazer reflexões para a questão de pesquisa: *Que estratégias alunos do 5º ano do Ensino Fundamental familiarizados com modelagem matemática manifestam quando resolvem um problema de modelagem?*

5 Estratégias evidenciadas no desenvolvimento da atividade de modelagem

A primeira ação para o desenvolvimento da atividade foi solicitada pela professora como tarefa: *anotar no caderno o endereço de casa*. No dia seguinte à solicitação da tarefa, com os registros escritos dos alunos, a distância da casa até a escola de cada um deles foi determinada com o auxílio do *Google Earth* (Disponível em <https://www.google.com.br/intl/pt->

BR/earth/, acesso em 10 de maio de 2022). Os alunos falavam o endereço da casa e todos observavam, por uma projeção utilizando o *Datashow*, o caminho e a distância a ser percorrida. Na Figura 1 apresentamos a projeção do caminho e a distância (232,14 m) da casa de Tati (uma das alunas do 5º ano).

Figura 1 – Caminho e distância da casa de Tati até a escola



Fonte: Arquivo da professora.

Ao conhecerem a distância e o caminho que cada colega percorria para chegar à escola, a professora questionou: *Se eu vier de bicicleta para a escola, quantas pedaladas tenho que dar para percorrer a distância da minha casa até na escola?* Tratava-se de um problema que correspondia a uma situação em que há um objetivo, porém ainda não estavam claros os meios para atingi-lo (DÖRNER, 1976).

Em busca de uma solução para essa situação, alguns alunos sugeriram como iriam medir o tamanho da pedalada, como podemos observar na transcrição a seguir:

João: Deixar um pedal aqui e o outro aqui, [coloca uma mão na frente do corpo e outra mão próxima ao corpo para definir a distância dos dois pedais] tem que medir daqui até chegar nesse daqui [apontando na régua – Figura 2a].

Professora: Tá, mas essa é a distância que você percorreu no chão?

João: Não, então tem que medir amanhã [se referindo a trazer a bicicleta no dia seguinte].

Professora: Tá, mas nós vamos medir no pedal?

João: Sim.

Professora: No pedal?

José: Não!

Professora: Onde, José?

José: Assim, empresta a régua. [segura a régua e define a posição dos pedais no início e no fim da régua]. O pedal daqui até aqui você vai medir assim [régua na horizontal]. Ele vai ter que girar [gira a régua para a posição vertical – Figura 2b].

Professora: Tá, e quanto eu andei na rua está medindo aí?

José: [pensativo]

Professora: Quando o pedal faz esse movimento eu vou medir onde?

João: Mede contando, uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete... [fazendo o movimento com o corpo como se estivesse pedalando].

Professora: É?

José: [balança os ombros, expressando dúvida].

Professora: Amanhã, com a bicicleta a gente consegue ver melhor esta situação né?

Alunos: Sim.

Figura 2 – Primeiras estratégias dos alunos para a coleta de dados



Fonte: Arquivo da professora.

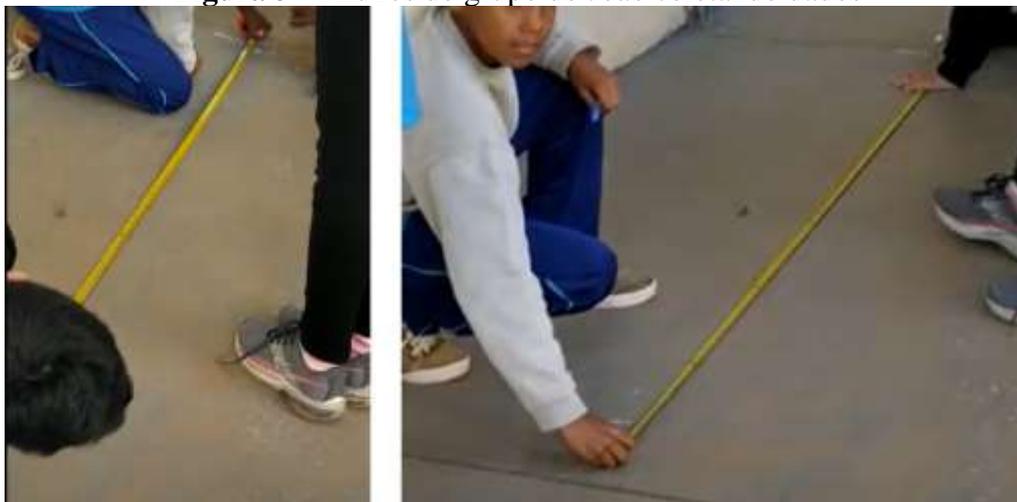
Podemos evidenciar que os alunos entenderam que, ao medir a distância dos pedais e contar quantas pedaladas dariam, estariam medindo a distância que estão percorrendo. O problema formulado pela professora promoveu espaço para interpretação e “escolhas no processo de solução” (BLISS; LIBERTINI, 2016, p. 12), ou seja, se configurou como um problema de modelagem.

Com o questionamento da professora *quanto eu andei na rua está medindo aí?*, o aluno José ficou com dúvidas se, de fato, suas estratégias encaminhavam para uma solução, havendo necessidade de vivenciar a experiência de andar de bicicleta para perceber como obter a distância percorrida. José produziu signos interpretantes relacionados à ação de manipular o objeto físico – bicicleta – para solucionar o problema de modelagem – objeto da atividade em estudo. Desse modo, “a partir de uma matéria bruta fornecida pelos sentidos” (SANTAELLA, 2012, p. 8), os alunos produziram signos relativos à estratégia para resolver a situação, via mediação da professora. Porém, ainda não estavam certos sobre o que mediriam.

Na aula seguinte, duas bicicletas de alunos foram levadas para a escola. Então, a turma foi dividida em dois grupos com nove alunos cada. Para a coleta de dados, a professora disponibilizou trenas e barbante para cada grupo. Com o objetivo de demarcar a distância de

uma pedalada, os alunos marcaram com giz a posição inicial do pneu, deram uma pedalada e marcaram a posição em que o pneu parou. Dessa forma, mediram a distância percorrida em uma pedalada (Figura 3).

Figura 3 – Alunos do grupo do João coletando dados



Fonte: Arquivo da professora.

Para entender as estratégias utilizadas pelos alunos para as medidas que estavam coletando, a professora fez questionamentos:

Professora: O que são essas medidas que vocês marcaram aí?

Mario: O tamanho de uma pedalada.

Professora: O que vocês mediram?

Mario: A roda.

Professora: A pedalada da roda dessa bicicleta e a mesma daquela outra lá?

Flavio: Não.

Professora: O tamanho da roda interfere na distância que vai andar?

Flavio: Sim.

Professora: E onde vai medir a roda? Como vai medir?

João: Pelo tamanho do aro.

Professora: E qual é o tamanho do aro?

João: Não sei. Ahhh... A gente tem que pegar o barbante e contornar em volta [da roda] e depois esticar o barbante e medir.

Professora: Então, mãos à obra.

Com a manipulação da bicicleta, os alunos perceberam que somente medir os pedais não se chegaria à distância percorrida. Então, os alunos manipularam os pedais e perceberam que teriam que medir a distância que o pneu da bicicleta percorria ao dar uma pedalada. Esta percepção só foi possível ao verem o movimento da pedalada. De acordo com Santaella (2012), a vivência de uma experiência, analisada com questionamentos, mudou o conceito de que a distância dos pedais mede a distância que a bicicleta percorre ao dar as pedaladas. Na mente do

intérprete houve uma ruptura de significado de como medimos a distância que percorremos ao dar pedaladas.

As estratégias que foram alteradas com a coleta de dados possibilitaram evidenciar relações com o problema de modelagem de modo que perceberam que pedalada e tamanho dos pneus apresentavam uma relação associada. O grupo do João coletou os dados (Figura 4) conforme a estratégia por ele indicada *A gente tem que pegar o barbante e contornar em volta [da roda] e depois esticar o barbante e medir.*

Figura 4 – Alunos do grupo do João coletando dados



Fonte: Arquivo da professora.

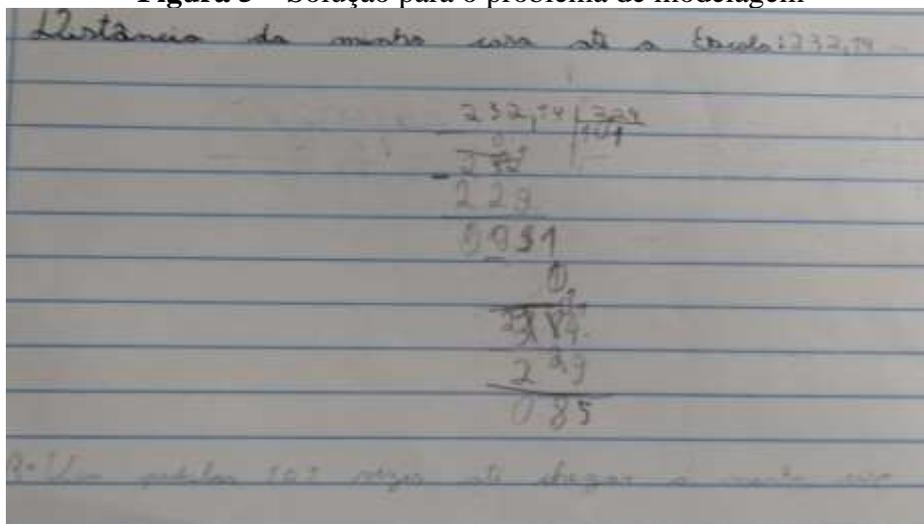
Com a medida da distância percorrida com uma pedalada (229 cm), os alunos definiram hipóteses para calcular a quantidade de pedaladas, além disso, consideraram um percurso plano, pedalar a todo momento e manter uma marcha na bicicleta.

Para responder o problema sobre a quantidade de pedaladas (P), os alunos fizeram transformações de medidas e realizaram a divisão da distância (d , em metros ou centímetros) de suas residências até a escola pela distância percorrida com uma pedalada (2,29 m ou 229 centímetros). Cada aluno obteve uma solução para o problema de modelagem, considerando as informações sobre a distância de casa até a escola.

No caso de Tati, cuja distância da casa até a escola é de 232,14 m, ela teria de dar cerca de 101 pedaladas (Figura 5). O modelo matemático foi revelado por meio da linguagem simbólica conhecida pelos alunos dos anos iniciais (TORTOLA, 2016), ou seja, a estrutura matemática que subsidiou a solução do problema de modelagem foi representada por meio do algoritmo da divisão. Com a hipótese de que cada pedalada tem 2,29 m, os alunos constituíram “uma diversidade de estruturas matemáticas que podem contribuir para a observação das

regularidades e generalizações da situação” (TORTOLA, 2016, p. 270). Na situação estudada, uma generalização em representação simbólica poderia ser apresentada como $P = \frac{d}{2,29}$.

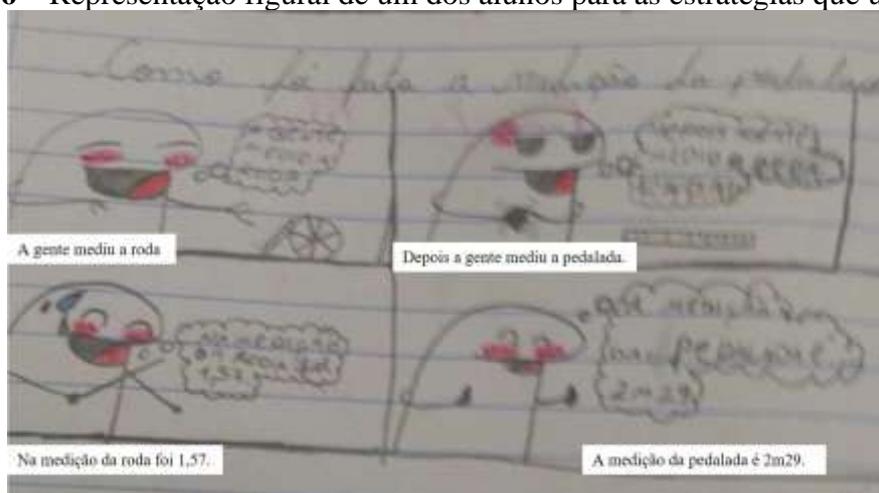
Figura 5 – Solução para o problema de modelagem



Fonte: Relatório dos alunos.

A comunicação dos resultados entre os grupos e para a professora aconteceu por meio da apresentação oral, em que detalharam as estratégias utilizadas. Para a apresentação oral, um dos representantes do grupo foi à frente da sala e fez a leitura do relatório produzido. Como já estavam habituados a desenvolver atividades de modelagem em que a professora solicitava um relatório ao final de cada uma delas, os alunos escolheram formas de representar as estratégias utilizadas, além do modelo matemático. Na Figura 6, apresentamos a representação em forma de quadrinhos escolhida por uma das integrantes do grupo de João.

Figura 6 – Representação figural de um dos alunos para as estratégias que utilizaram



Fonte: Relatório de um aluno do grupo de João.

A validação dos resultados que implica em uma avaliação “da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16), foi sugerida pela professora como uma tarefa extraclasse em que os alunos poderiam verificar se, de fato, a quantidade de pedaladas calculada seria a necessária para executarem o percurso.

6 Considerações finais

Neste artigo evidenciamos as estratégias para a solução de um problema de modelagem mediadas por signos produzidos por alunos de uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental já familiarizados com Modelagem Matemática e que tiveram orientação e supervisão da professora. As estratégias sob a qual lançamos nosso olhar estavam relacionadas ao problema, às hipóteses construídas para a dedução de um modelo matemático e para a matemática utilizada.

Ao propor um problema, a professora convidou os alunos a se envolverem com a atividade de modelagem e configurar um problema de modelagem em que estratégias para solucioná-lo foram requeridas. Inicialmente, para o levantamento de hipóteses, utilizaram signos que conheciam sobre pedaladas, em que estratégias sobre realizar medidas entre os pedais poderiam ser empreendidas com o uso de uma régua. Os alunos esquematizam de forma oral e por gestos a maneira de como a medição poderia ser efetuada, inclusive, um dos alunos – José – rotaciona a régua de maneira a simular o movimento do pedal.

No entanto, as primeiras estratégias foram refutadas visto que a distância percorrida estava associada à distância demarcada pelo pneu da bicicleta utilizada e não entre as posições dos pedais. A possibilidade de manipular uma bicicleta na aula de matemática, manteve o interesse dos alunos pelo problema de modelagem.

A dedução de um modelo matemático foi subsidiada pela coleta de dados em que os alunos, primeiramente demarcaram o comprimento do pneu com giz, para em seguida, sob questionamentos da professora, mudarem as estratégias em que um dos alunos – João – sugeriu contornarem o pneu com o barbante, esticá-lo e medi-lo com a trena. Para isso, os alunos tiveram de agir em grupo para que as medições fossem realizadas. Defronte dos dados coletados empiricamente, os alunos utilizaram estratégias para responder, matematicamente, o problema de modelagem – algoritmo da divisão – em que realizaram transformações nas unidades de medida, abarcando conhecimentos já construídos em outros momentos da disciplina, mas que

foram retomados pela professora, como círculo e circunferência.

Como já estavam familiarizados com atividades de modelagem em que a professora requeria relatório, os alunos esquematizaram por meio de desenhos as estratégias que utilizaram.

De acordo com English (2010), a implementação da modelagem matemática na sala de aula, propicia aos alunos experiências valiosas, partindo de suas vivências que são discutidas e analisadas para a construção de novos conceitos. Os alunos do 5º ano, utilizando a bicicleta, vivenciaram analisar o que correspondia à distância de uma pedalada com o comprimento da circunferência do pneu obtido com a ajuda de barbante e trena, realizaram a operação de divisão e chegaram à uma solução para o problema. A validação da solução foi sugerida pela professora como uma possibilidade de análise empírica, considerando a contagem de pedaladas no trajeto da casa do aluno até à escola.

Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Alessandra Pessoa; VERONEZ, Michele Regiane Dias. **Elementos semióticos em atividades de modelagem matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BLISS, Karen; LIBERTINI, Jessica. What is Mathematical Modeling? In: GARFUNKEL, Sol; MONTGOMERY, Michelle. **GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education**. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia, 2016.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

DÖRNER, Dietrich. **Problemlösen als Informationsverarbeitung**. Kohlhammer: Stuttgart, 1976.

ENGLISH, Lyn D. Modeling with Complex Data in the Primary School. In: LESH, Richard; GALBRAITH, Peter L.; HAINES, Christopher R.; HURFORD, Andrew (Eds.). **Modeling students' mathematical modeling competencies**. London, New York: Springer, 2010. p. 287-300.

ELFRINGHOFF, Mareike Schulze; SCHUKAJLOW, Stanislaw. What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. **Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática**, Lisboa, v. 30, n. 1, p. 8-30, 2021.

FERNANDES, Antonella; TORTOLA, Emerson. Ludicidade em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, Uberlândia. **Anais do VIII SIPEM: Educação Matemática, pandemia, pós-pandemia e a atualidade: implicações na pesquisa e nas práticas de ensinar**

e aprender. Uberlândia: SBEM, 2021, p. 2075-2089.

HARTMAN, Hope. J. Developing students' metacognitive knowledge and skills. In: HARTMAN, Hope J. (Ed.). **Metacognition in learning and instruction: Theory, Research and Practice**. Dordrecht: Springer Neuropsychology and Cognition, 2001, p. 33-68.

NISS, Mogens; BLUM, Werner. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London, New York: Routledge, 2020.

NUNOMURA, Andréa Regina Teixeira. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os registros de representação semiótica**. 2021. 143f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina. 2021.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica e filosofia: textos escolhidos**. São Paulo: Cultrix, 1972.

PELAQUIM, Susane Cristina Pasa. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma interpretação dos diagramas semióticos**. 2023. 166f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

SANTAELLA, Lucia. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica**. 27. reimp. São Paulo: Brasiliense, 2008.

SANTAELLA, Lucia. **Percepção: fenomenologia, ecologia, semiótica**. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

SILVA, Karina Alessandra Pessoa; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; GERÔLOMO, Ângela Maria Lourenção. "Aprendendo" a Fazer Modelagem Matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática em Revista**, n. 32, p. 28-36, março, 2011.

SILVA, Karina Alessandra Pessoa; KOGA, Thais Maya. O fazer Modelagem Matemática por alunos de Licenciatura em Química: uma análise semiótica. **Educação Matemática em Revista**, v. 27, n. 76, p. 8-20, set. 2022.

SILVA, Liane Maria; VERONEZ, Michele Regiane Dias. Modelagem matemática: uma interpretação a partir de lentes semióticas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 10, n. 23, p. 263-282, 2021.

SILVA, Vantielen da Silva; KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. In. ALENCAR, Edvonete Souza; LAUTENSCHLAGER, Etiene (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, 2014, p. 7-24.

TEODORO, Flavia Pollyany; KATO, Lilian Akemi. A recontextualização pedagógica operada em uma prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-27, mar. 2021.

TORTOLA, Emerson. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). — Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina. Londrina. 2016.

TRIGUERO, Leticia Fagundes; KATO, Lilian Akemi. Articulações entre os significados denotativos e conotativos para o conceito de proporção: uma experiência com Modelagem Matemática nos anos

iniciais. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 13, n. 2, p. 1-25, abr/jun., 2022.

VILLA-OCHOA, Jhony Alexander; SOARES, Maria Rosana; ALENCAR, Edvonete Souza. A Modelagem Matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, v. 35, n. 78, p. 47-64, nov-dez., 2019.

YOON, Caroline; MISKELL, Tessa. Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modelling cycles. In: SÁENZ-LUDLOW, Adalira; KADUNZ, Gert (Org.). **Semiotics as a tool for learning mathematics**. Rotterdam: Sense, 2016, p. 89-109.