

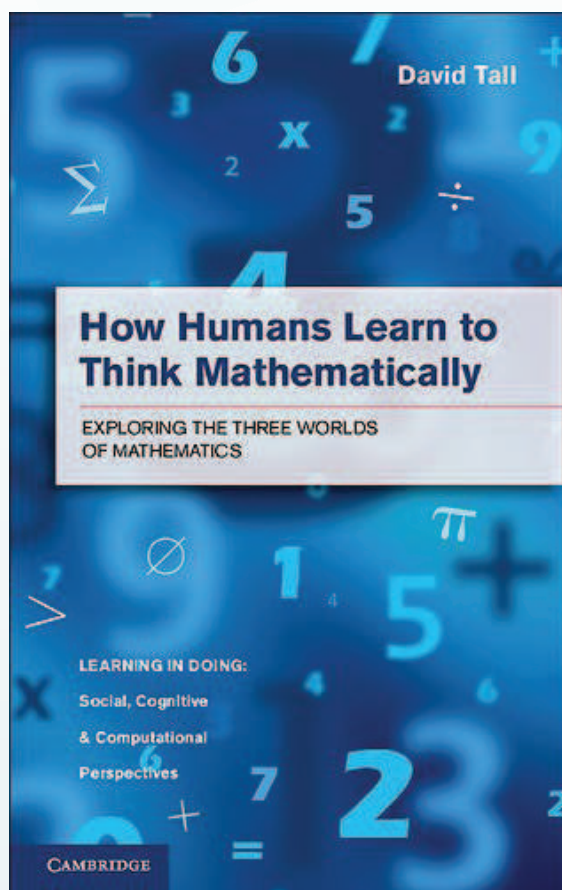
Lendo e Comentando



How Humans Learn to Think Mathematically

Exploring The Three Worlds Of Mathematics

Rosana Nogueira de Lima¹²



O livro *How Humans Learn to Think Mathematically: exploring the Three Worlds of Mathematics* é de autoria de David Tall, professor emérito da Universidade de Warwick (Reino Unido). O autor apresenta, nesta obra, uma

teoria cognitiva, o quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, resultado do trabalho de toda uma vida de dedicação à pesquisa em Educação Matemática.

A pretensão do autor é buscar descrever, com esta teoria, o desenvolvimento do pensamento matemático desde o recém-nascido, até o matemático profissional. Sendo assim, no livro, Tall apresenta os fundamentos do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, fazendo uso, em diversos momentos, de conteúdos matemáticos da escola básica, conceitos usualmente estudados no ensino superior, e resultados de pesquisas em Educação Matemática que foram desenvolvidas em torno de tais conceitos. Para desenvolver estas ideias, o autor bebe na fonte de diversos teóricos e pesquisadores, tais como Piaget, Skemp, Dubinsky, Sfard, Lakoff e Núñez; bem como em seus próprios trabalhos, sejam

¹²Universidade Bandeirante Anhaguera, São Paulo-SP, Brasil. E-mail: rosananlima@gmail.com

eles individuais ou em conjunto com orientandos e outros pesquisadores.

Na primeira parte do livro, *Prelúdio*, Tall apresenta os princípios dos Três Mundos da Matemática, uma teoria que nasce de questionamentos do autor sobre como explicar as diferenças de desenvolvimento cognitivo relacionado à Matemática, por exemplo, em alunos de uma mesma escola, com a mesma idade, mas com comportamentos diferentes em relação à Matemática; e sobre como formular uma teoria para melhorar o ensino e a aprendizagem dessa disciplina. A partir desses questionamentos, Tall entende a existência de três diferentes maneiras de desenvolvimento do pensamento matemático, a corporificação conceitual, o simbolismo operacional e o formalismo axiomático, o que nos leva aos Três Mundos da Matemática: o *Mundo Conceitual Corporificado*, o *Mundo Operacional Simbólico* e o *Mundo Formal Axiomático*.

O Mundo Conceitual Corporificado, ou *Mundo Corporificado*, se desenvolve a partir de percepções e ações em objetos físicos ou mentais, que ficam cada vez mais sofisticados, tornando-se entidades mentais. O Mundo Operacional Simbólico, ou *Mundo*

Simbólico, é o mundo das ações físicas que são representadas por procedimentos matemáticos. Chamado em publicações anteriores de Tall como Mundo Proceitual Simbólico, referência ao termo *proceito*, um amálgama de processo e conceito, cunhado por Gray e Tall (1994), este mundo torna-se agora *operacional* simbólico para englobar não somente pensamento proceitual, isto é, aquele em que os símbolos matemáticos são tratados de maneira flexível como processos e conceitos, mas também pensamento operacional, no qual os símbolos ainda são vistos pelo indivíduo como procedimentos a serem efetuados para se chegar a uma resposta. Finalmente, o Mundo Formal Axiomático, ou *Mundo Formal*, é aquele que engloba definições, teoremas e demonstrações, a fim de construir axiomáticamente um sistema matemático.

De acordo com Tall, esses meios de se pensar em Matemática não são estanques nem hierárquicos, mas podem se desenvolver com o tempo, e concomitantemente, tornando-se mais sofisticados a partir do uso da linguagem. Tal desenvolvimento depende de experiências de aprendizagem que o indivíduo tem pela vida, sejam elas escolares ou não. A essas experiências

anteriores, o autor chama de “já-encontrados”¹³, e tais experiências podem ser *auxiliares*¹⁴, que trarão sucesso para o indivíduo ao interferirem em aprendizado posterior, ou *problemáticas*, que poderão afetar negativamente experiências posteriores de aprendizado.

Além dos já-encontrados, o autor também menciona “atributos que todos temos”, os “já-estabelecidos”¹⁵. Tais atributos são o *reconhecimento* de semelhanças e classificação; a capacidade de *repetição*, que permite procedimentos automáticos; e a *linguagem*, com a qual nomeamos fenômenos, e esses nomes *comprimem* informações que permitem que os fenômenos tornem-se *conceitos pensáveis*, que se estruturam, desenvolvendo *conceitos cristalinos*, e se conectam para criar *estruturas de conhecimento*.

O livro é formado por outras três partes. Na segunda, *Matemática Escolar e suas Consequências*, Tall analisa o desenvolvimento do pensamento matemático relacionado a conteúdos da Matemática escolar, como frações, números negativos, equações, trigonometria, mostrando que, para ele, esse desenvolvimento tem raízes corporificadas, que ficam cada vez mais

sofisticadas ao serem relacionadas a características simbólicas e formais.

Na terceira parte, *Interlúdio*, Tall analisa a evolução histórica da Matemática pelas lentes dos Três Mundos da Matemática, considerando que conceitos matemáticos foram desenvolvidos com base em ideias corporificadas, que se desenvolveram a partir do simbolismo, para chegar a ideias formais.

Na quarta e última parte, *Matemática Universitária e Além*, o autor apresenta desafios enfrentados por alunos na transição do estudo da Matemática escolar, baseada principalmente em corporificações e simbolismos, para a Matemática do ensino superior, em que o foco deve ser em definições e demonstrações, isto é, no Mundo Formal. As ideias dos Três Mundos da Matemática são discutidas considerando-se conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, estruturas algébricas e infinitesimais. Demonstrações e resolução de problemas também são questões analisadas nesta parte.

Este livro é voltado para “qualquer um que tenha interesse em pensamento matemático em qualquer nível”, como pesquisadores em Educação Matemática,

¹³Do Inglês, met-before, traduzido em Lima (2007).

¹⁴Do Inglês, supportive.

¹⁵Do Inglês, set-before.

professores da Educação Básica, matemáticos, responsáveis pelo currículo de Matemática, alunos de cursos superiores, entre outros. Entretanto, é importante destacar que a quarta parte, *Matemática Universitária e Além*, faz uso de conteúdos que não são facilmente compreendidos por aqueles que não têm alguma formação em Matemática. Em particular, os fundamentos da teoria são descritos de maneira simples, pois, de acordo com Tall, uma teoria deve conter termos e elementos simples e acessíveis, que podem ser usados por pesquisadores, mas também compreendidos por professores e alunos, de forma a tornar a comunicação entre eles possível, sem que sejam necessárias explicações extensas de termos teóricos.

Este livro é importante para a Educação Matemática por trazer uma visão sobre o desenvolvimento da Matemática como um todo, considerando diferentes níveis de escolaridade e variadas percepções sobre o pensamento

matemático.

Referências Bibliográficas

GRAY, E.; TALL, D. O. Duality, Ambiguity and Flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. **The Journal for Research in Mathematics Education**, 26, n. 2, 1994. 115-141.

LIMA, R. N. D. **Equações Algébricas no Ensino Médio: uma jornada por diferentes mundos da matemática**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, p. 358p. 2007.

TALL, D. **How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics**. 1a. ed. New York: Cambridge University Press, 2013. 457 p.

Livro analisado: How Humans Learn to Think Mathematically Exploring The Three Worlds Of Mathematics.
Editora CAMBRIDGE

Autor:
David Tall



Biblioteca em Educação Matemática

Acesse já!!
Variados recursos que poderão
lhe ajudar em sala de aula!!



Veja mais em www.sbem.org.br