

## **Geometria Espacial nas Questões do Enem: uma análise a partir dos níveis de van Hiele**

**Spatial Geometry in Enem Questions: an analysis from the van Hiele's levels**

<https://doi.org/10.37001/emr.v27i74.2731>

Wellington Fabiano Santos de Oliveira<sup>1</sup>  
Eliane Matesco Cristovão<sup>2</sup>

### **Resumo**

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa que investigou o perfil das questões sobre Geometria Espacial do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), afim de obter informações sobre o Nível de Pensamento Geométrico exigido e repensar práticas para o ensino desse conteúdo. O corpus desta pesquisa, de natureza documental, é constituído pelos cadernos de questões do Enem de 2009 a 2019. Estas questões foram identificadas, analisadas e classificadas à luz da Teoria dos Níveis de Pensamento Geométrico de van Hiele. Um levantamento de pesquisas, relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Geometria Espacial, realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, possibilitou sugerir recursos e abordagens para o ensino da Geometria Espacial a partir dos perfis e níveis das questões analisadas.

**Palavras-chave:** Geometria Espacial. Enem. Teoria de Van Hiele. Educação Matemática. Ensino.

### **Abstract**

This article presents the results of a research that investigated the profile of questions about Spatial Geometry from the Brazilian National High School Exam (Enem), in order to get informations about the Levels of Geometric Thinking required and rethink teaching practices for this content. The corpus of this research, documentary in nature, consists of Enem's issue notebooks from 2009 to 2019. These questions were identified, analyzed and classified in the light of van Hiele's Theory of Levels of Geometric Thinking. A survey of research, related to the teaching and learning of Spatial Geometry, carried out in the Catalog of Theses and Dissertations of the Coordination for the Improvement of Personnel of Higher Level, made it possible to suggest resources and approaches for the teaching of Spatial Geometry from the profiles and levels of the analyzed questions.

**Keywords:** Spatial Geometry. Enem. Van Hiele's Theory. Mathematical Education. Teaching.

### **Introdução**

O ensino do conteúdo de Geometria passou, historicamente, por um processo de desvalorização. Diversos acontecimentos históricos corroboraram para essa realidade, mas conforme destaca Pavanello (2004), a Matemática Moderna, na década de 1960, constituiu-se como um fator marcante na história da educação matemática para essa desvalorização.

---

<sup>1</sup> Licenciado em Matemática; Universidade Federal de Itajubá/Unifei, Itajubá, Minas Gerais, Brasil. E-mail: wellingtonoliveira0305@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Educação pela Universidade Estadual de Campinas; Universidade Federal de Itajubá/Unifei, Itajubá, Minas Gerais, Brasil. E-mail: limatesco@unifei.edu.br

Nesse momento a Geometria foi excluída do conteúdo ou, em alguns casos, abordada com excesso de formalidade, o que fez com que o conteúdo deixasse de ser ensinado por muitos professores ou fosse relegado à segundo plano. Os reflexos dessa fase no ensino da Geometria na Educação Básica podem ter sido mais duradouros que o movimento em si, pois boa parte dos professores de Matemática que lecionam nas escolas são oriundos desse contexto escolar.

Diante do exposto, buscando valorizar o ensino desse conteúdo, em especial da Geometria Espacial, o primeiro autor (OLIVEIRA, 2020), orientado pela segunda autora, buscou analisar a forma como esse conteúdo tem sido abordado em questões do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), tendo como referencial teórico a Teoria dos Níveis de Pensamento Geométrico de van Hiele.

É importante destacar que, apesar de o Enem não ser uma base curricular, ele se constitui como um importante indicativo para o ensino escolar. Segundo o INEP (2019), o Enem é o maior exame do Brasil e, nos últimos anos, tem registrado milhões de inscrições, sendo a maior porta de acesso para instituições de ensino superior.

Além disso, autores como Santos (2011) apontam que, mesmo o Enem tendo surgido como um instrumento de avaliação diferenciado dos vestibulares da época, passou a ser entendido como outra forma de ingresso ao ensino superior, o que influenciou na organização curricular das escolas com vistas a atender as exigências desse novo modelo de exame. Lopes e López (2010) ainda destacam o fato de que as notas dos alunos, quando compiladas, mesmo de forma equivocada, geram rankings entre escolas e são vistas como indicativos de qualidade das instituições.

Esses argumentos mostram o quanto o Enem influencia a prática escolar, tanto na forma de pensar o conteúdo a ser estudado quanto no currículo organizado para o ensino. Dessa forma, olhar para as questões que envolvem o conteúdo de Geometria Espacial no Enem é uma forma de buscar indicativos sobre como esse conteúdo pode ser abordado na escola.

Assim, este artigo configura-se como um recorte aprofundado da pesquisa, ao apresentar os principais resultados encontrados em relação aos níveis de conhecimento geométrico exigidos pelas questões do referido exame, além de indicações de recursos e abordagens para o ensino da Geometria Espacial, agrupadas também de acordo com estes níveis.

A pesquisa, de abordagem qualitativa, foi caracterizada como documental, descrita por Silva et al. (2009, p. 4555) como uma pesquisa na qual se busca compreender a realidade “de forma indireta por meio da análise dos inúmeros tipos de documentos produzidos pelo homem”. O *corpus* de documentos investigados é constituído pelas provas do Enem de 2009 à 2019, totalizando 22 exames, já que em alguns anos foram realizadas mais de uma aplicação.

Após identificadas, as questões que envolvem conceitos de Geometria Espacial, da área de Matemática e suas Tecnologias, foram analisadas e classificadas de acordo com os Níveis de Pensamento Geométrico exigidos, segundo a Teoria de van Hiele. Analisando os agrupamentos formados foi possível observar as características básicas das questões de Geometria Espacial de cada Nível.

Buscando contribuir para o ensino da Geometria Espacial na Educação Básica, um levantamento foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com os termos “ensino de geometria” AND “formação de professores”, considerando pesquisas de 2009 à 2018. Após leituras e refinamentos foram identificados 10 trabalhos que investigam o ensino de Geometria Espacial (ANDRADE, 2018; CRUZ, 2016; MORAES, 2018; MOREIRA, 2018; SOUZA, 2018; FARIAS, 2017; MACHADO, 2011; SANTANA, 2018; NADALON, 2018; MURACA, 2011). Esse levantamento serviu como base para, ao observar os padrões de questões em cada nível, indicar recursos e abordagens úteis para o ensino dos conceitos abordados nessas questões.

Desta forma, no próximo tópico é apresentada a Teoria de van Hiele, além de outros referenciais utilizados na análise. Em seguida são apresentadas as análises das questões, acompanhadas de indicações de recursos e abordagens, baseadas no levantamento bibliográfico realizado. O artigo é finalizado com algumas considerações sobre a pesquisa, seus limites e contribuições.

## **A Teoria de van Hiele e sua relação com a Geometria Espacial**

A Teoria dos Níveis de Pensamento Geométrico de van Hiele foi criada pelo casal holandês Dina van Hiele-Geldof e Pierre Marie van Hele, um casal de professores que abordaram o ensino e a aprendizagem de Geometria em suas teses de doutorado. Em sua tese Dina trazia uma experiência de ensino de Geometria em sala de aula, enquanto Pierre

elaborou um modelo que tentava explicar as dificuldades dos alunos no aprendizado desse conteúdo. Infelizmente, Dina morreu pouco tempo após seu doutorado e o marido foi quem seguiu formulando a teoria.

O Modelo de van Hiele, como também é chamado, ao buscar identificar os passos no aprendizado de Geometria delimita cinco níveis de pensamento geométrico, que segundo De Villiers (2010) e Silva e Cândido (2007) podem ser entendidos como:

*Nível 1: Visualização ou Reconhecimento* – A percepção do objeto geométrico vem pelos sentidos, o aluno reconhece os objetos através de suas formas, mas não consegue estabelecer relações entre as figuras e/ou suas propriedades. Além disso, destaca-se que o aluno costuma descrever objetos comparando sua forma a figuras geométricas e usando um vocabulário básico e, muitas das vezes, errôneo do ponto de vista matemático.

*Nível 2: Análise* – Neste nível os alunos passam a perceber algumas propriedades dos objetos geométricos e também apresentam um melhor vocabulário para designá-los. Porém, ainda assim são incapazes de estabelecer relações entre essas propriedades ou entre os objetos.

*Nível 3: Ordenação* – Neste nível os alunos apresentam a capacidade de dedução informal, conseguindo identificar propriedades, ordená-las logicamente e entender relações entre as figuras. Dado isso, desenvolvem-se as capacidades de entender demonstrações curtas e elaborar deduções informais, mas ainda assim não se pode elaborar demonstrações formais.

*Nível 4: Dedução* – Aqui caracteriza-se a capacidade de distinguir definições, teoremas e postulados, além de compreender seus significados. Assim, o aluno é capaz de entender e formular demonstrações formais e chegar a resultados por diferentes caminhos. É importante destacar também o desenvolvimento da linguagem, neste nível o vocabulário do aluno é mais preciso.

*Nível 5: Rigor* – Este nível caracteriza alunos que são capazes de compreender a geometria de diferentes sistemas axiomáticos, inclusive os que não são usualmente estudados, como por exemplo as geometrias não euclidianas. Além disso, desenvolve-se a habilidade de relacionar e comparar esses diferentes sistemas axiomáticos.

A divisão em níveis possibilita que reflexões mais importantes possam ser geradas em relação ao aprendizado de Geometria, dentre elas, destacam-se quatro propriedades da Teoria de Van Hiele (SILVA; CÂNDIDO, 2007; GUTIÉRREZ, 1992).

A primeira propriedade afirma que os níveis são *ordenados*, ou seja, para um aluno atingir um nível, deve ter primeiro que compreender o nível anterior. Em segundo, cada nível apresenta sua própria *linguagem*, ou seja, pessoas em diferentes níveis usam uma linguagem matemática diferente e é importante que o professor reconheça o nível que seus alunos dominam para adequar sua linguagem e também promover o aprimoramento. A terceira propriedade é a *localidade*, o que mostra que em diferentes conteúdos os alunos podem apresentar diferentes níveis, mas que uma vez que o aluno atinge um nível em um conteúdo, é mais fácil alcançá-lo nos outros. Por fim, os níveis apresentam *continuidade*, ou seja, existe um campo de transição entre cada nível, com um processo de aquisição do conhecimento gradual e contínuo (SILVA; CÂNDIDO, 2007; GUTIÉRREZ, 1992).

É importante ressaltar que, em geral, as pesquisas que se apoiam na Teoria de van Hiele estão amplamente voltadas para conteúdos de Geometria Plana. Assim sendo, é necessário se apoiar em outros teóricos para poder realizar esse paralelo da Teoria de van Hiele com a Geometria Espacial. O autor francês Parzysz apresenta uma teoria, inspirada nos estudos de van Hiele, na qual classifica as questões de Geometria em quatro grupos, conforme descrito em Parzysz (2006) e em Oliveira (2016):

(G0) Geometria Concreta – Tecnicamente não se constitui como uma geometria. Aqui ainda é dada importância às características dos objetos, como cor, material e textura;

(G1) Geometria Espaço-gráfica – Objetos físicos são representados por desenhos a partir de procedimentos geométricos. As resoluções são feitas com objetos como régua ou compasso e as validações vêm por meio da percepção visual;

(G2) Geometria Protoaxiomática – São considerados aspectos teóricos como teoremas e conceitos primitivos (ponto, reta, segmento, etc.) são bem compreendidos. Porém pode-se usar de representações para apoiar a compreensão, mas as validações são teóricas;

(G3) Geometria axiomática – Objetos são de natureza teórica e se distanciam da realidade. Validações baseiam-se em processos dedutivos usando de axiomas, teoremas, etc.

Essas classificações ajudam a reconhecer o tipo de questão e sua forma de validação, porém para entender em qual Nível de van Hiele essa questão pode ser classificada é utilizado o Quadro 1, a seguir, em que é estabelecido um paralelo entre ambas as teorias.

**Quadro 1** – Paralelo entre as teorias de van Hiele e Parzysz  
Adaptado de Oliveira (2016, p. 46)

<i>Van Hiele</i>	<i>Parzysz</i>
Nível 1 – Visualização Nível 2 - Análise	Geometria concreta (G0) Geometria espaço-gráfica (G1)

Nível 3 - Ordenação	Geometria protoaxiomática (G2)
Nível 4 - Dedução	Geometria Axiomática (G3)

Dessa forma, analisando o que cada questão trata, é possível entender a qual nível de pensamento geométrico ela se refere. Além disso, Gutiérrez (1992) realiza uma pesquisa que relaciona diretamente a Teoria de van Hiele com o conteúdo de Geometria Espacial, especificamente a visualização espacial. Em uma experiência em sala de aula utilizando três contextos (objeto real, papel e lápis e programa de computador) ele consegue coordenar os Níveis de van Hiele na Geometria Espacial da seguinte forma

*Nível 1 (Reconhecimento).* A comparação dos sólidos é baseada numa percepção global das formas dos sólidos ou um elemento particular (face, aresta, vértice) sem dar atenção a propriedades como medida de ângulos, comprimento de arestas, paralelismo, etc. Quando algumas dessas características matemáticas aparecem na resposta de um aluno, isso tem um papel visual.

*Nível 2 (Análise).* A comparação dos sólidos é baseada numa percepção global dos sólidos ou seus elementos, levando à verificação de diferenças em propriedades matemáticas isoladas (como medidas de ângulos, comprimento de arestas, paralelismo, etc.), percebidas pela observação dos sólidos ou conhecidas pelo nome do sólido. A observação é a base principal para as explicações dos alunos.

*Nível 3 (Dedução informal).* A fim de decidir se dois sólidos são ou não congruentes, é feita uma análise matemática dos sólidos e seus elementos antes de qualquer movimento (físico ou mental). As respostas dos alunos incluem justificativas informais baseadas em propriedades matemáticas isoladas do sólido; essas propriedades podem ser observadas nas representações dos sólidos ou conhecidas de sua estrutura matemática.

*Nível 4 (Dedução formal).* Também nesse nível alunos analisam os sólidos antes de qualquer manipulação. O raciocínio dos alunos é baseado na estrutura matemática dos sólidos ou seus elementos, incluindo propriedades não vistas, mas deduzidas formalmente de definições ou outras propriedades (GUTIÉRREZ, 1992, p. 36-38, tradução nossa).

Dessa forma, com o apoio da teoria criada por Parzys e da relação entre os Níveis de van Hiele e a visualização espacial feita por Gutiérrez, foi possível identificar e analisar cada questão, distinguindo suas características, levando em conta sua resolução, para assim classificá-las e agrupá-las quanto ao nível de pensamento geométrico exigido.

### **O que os agrupamentos revelam**

Investigando as 22 provas do Enem, aplicadas de 2009 a 2019, na seção de Matemática e suas Tecnologias, foi possível destacar 106 questões que tratam de temas da Geometria Espacial, chegando a uma média de pouco mais de 10% da prova. Devido à limitação de espaço do artigo, apenas um exemplo de questão de Nível 2 e Nível 3 será

discutido, mas um arquivo<sup>3</sup> com a reprodução e a classificação de todas as questões pode ser acessado pelo leitor.

As questões classificadas no Nível 1 (Reconhecimento) de pensamento geométrico têm como principais características a referência a objetos físicos ou a representações por imagens, com ênfase na percepção visual de conceitos básicos como, por exemplo, faces, vértices e arestas. As validações para as respostas vêm por meio da percepção visual (PARZYSZ, 2003; 2006; GUTIÉRREZ, 1992).

### *Questões do Nível 1*

No Nível 1, dentre todas as edições do Enem analisadas, foi possível destacar 13 questões, o que revela que este nível é pouco abordado nas provas, provavelmente por estarem relacionadas a temas mais básicos da Geometria Espacial, como o reconhecimento de sólidos geométricos e suas planificações, geralmente abordados numa fase mais inicial da escolarização. Algumas versões do exame chegam a não apresentar questões de Geometria Espacial de Nível 1.

Ainda assim, analisando essas 13 questões foi possível notar dois padrões, o primeiro e mais recorrente exige o reconhecimento de formas de sólidos geométricos em objetos reais e o segundo diz respeito ao reconhecimento de planificações de objetos geométricos simples, buscando relacionar a planificação relacionada ao objeto e vice-versa.

É importante ressaltar que algumas questões, em menor quantidade, podem fugir a esses padrões, como é o caso de questões que abordam o truncamento<sup>4</sup> de sólidos geométricos e o conteúdo de sólidos de revolução<sup>5</sup> que, mesmo sendo um conteúdo considerado mais avançado, foi abordado numa perspectiva introdutória, focando-se no reconhecimento dos sólidos gerados.

Com base na análise desses padrões das questões de Geometria Espacial do Enem, classificadas no Nível 1 (Reconhecimento), e a partir do levantamento de teses e dissertações, foi possível destacar recursos e abordagens que podem proporcionar, ao aluno da educação básica, aprendizados com mais significado nesse nível.

Destaca-se a atividade realizada por Andrade (2018) ao abordar a construção de uma planta baixa da escola e, em seguida, solicitar aos alunos que identificassem a forma dos

---

<sup>3</sup> <https://drive.google.com/file/d/1BqDxqoYPKml0n36tIgxF5uRsLSScPkDy/view?usp=sharing>

<sup>4</sup> Corte realizado em sólidos geométricos.

<sup>5</sup> Sólidos obtidos a partir da rotação de uma superfície plana em torno de uma reta, denominada eixo de revolução.

sólidos geométricos na construção da escola. Além disso, o pesquisador propôs a reprodução destes sólidos no *software Calques 3D*.

Outra proposta interessante (CRUZ, 2016), utiliza o *software Uma pletera de poliedros* para o estudo dos Sólidos de Platão. Em especial, destaca-se o material de apoio criado pela autora, uma espécie de apostila tratando de temas como a definição de poliedros convexos, elementos dos poliedros, relação de Euler, truncamento e planificações. Esse material pode ser encontrado nos apêndices da dissertação da autora e constitui-se como um recurso muito útil para o trabalho em sala de aula.

Outro recurso aconselhável é o aplicativo *Cube Challenge*, utilizado por Souza (2018). Trata-se de uma aplicação criada no *GeoGebra* para estudar a planificação do cubo. Nadalon (2018) também se utiliza do *GeoGebra*, nesse caso para o estudo de sólidos e superfícies de revolução, coordenando as janelas de visualização 2D e 3D.

No geral, o que se observa é que nesse nível de pensamento é importante privilegiar o ato de observar e experimentar. É recomendável que essas ações aconteçam com o uso de objetos físicos como ressaltam Silva e Cândido (2007, p. 3), ao destacar que “para esse nível a utilização de material concreto é de extrema importância” ou também, como revela o levantamento, o uso de softwares que permitam a experiência de visualizar tais objetos.

### *Questões do Nível 2*

O Nível 2 (Análise) está permeado pelos conceitos do Nível 1 (Reconhecimento), mas inclui o conhecimento sobre as propriedades como medidas de ângulo, comprimento de arestas e paralelismo (PARZYSZ, 2003; 2006; GUTIÉRREZ, 1992).

Nesse nível foram identificadas mais questões em comparação ao Nível 1, atingindo um total de 30 questões. Ao analisá-las, revelam-se três padrões mais recorrentes: o primeiro envolve a planificação de sólidos geométricos mais elaborados, com ênfase em paralelismos, o segundo está relacionado ao uso de vistas laterais ou projeções de “caminhos” sobre a superfície de sólidos geométricos e o terceiro envolve questões que exigem do aluno grande habilidade de visualização espacial.

Como exemplo, a Figura 1 apresenta uma questão do Enem 2015, com foco na planificação, que mostra a necessidade de se atentar a propriedades como comprimento e paralelismo, características do Nível 2.

**Figura 1** – Questão de Nível 2 com foco em planificação  
Fonte: INEP (2015)



#### QUESTÃO 166

Uma empresa necessita colorir parte de suas embalagens, com formato de caixas cúbicas, para que possa colocar produtos diferentes em caixas distintas pela cor, utilizando para isso um recipiente com tinta, conforme Figura 1. Nesse recipiente, mergulhou-se um cubo branco, tal como se ilustra na Figura 2. Desta forma, a parte do cubo que ficou submersa adquiriu a cor da tinta.

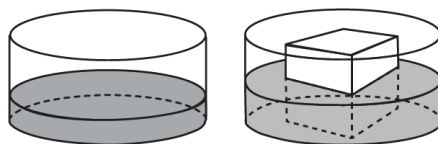


Figura 1

Figura 2

Qual é a planificação desse cubo após submerso?

Entre os trabalhos destacados no levantamento, nenhum investiga temas parecidos com os das questões agrupadas nesse nível, o que revela uma escassez de pesquisas que abordam, em suas intervenções práticas, questões do Nível 2 (Análise).

Ainda assim, na tese de Souza (2018) pode-se destacar uma atividade que trata do tema secção transversal de um sólido geométrico, a qual exibe uma imagem do objeto e pede que o aluno represente a secção transversal através de um desenho. Esta atividade parece bastante adequada ao Nível 2 (Análise) por abordar validações visuais, mas com atenção a propriedades como paralelismo e medidas. Assim, destaca-se que nesse nível, por ainda abordar bastante a percepção visual, é importante manter o uso de recursos que permitam observar os sólidos geométricos, tanto por meio de objetos físicos quanto de softwares de geometria 3D.

É necessário destacar, também, que a falta de um trabalho, em sala de aula, com as questões do Nível 2, pode acarretar dificuldades aos alunos para atingir o Nível 3. Isso é preocupante porque, como Silva e Candido (2007) e Gutiérrez (1992) apontam, os níveis são ordenados e para atingir um nível, é importante que o aluno tenha alcançado o anterior.

#### *Questões do Nível 3*

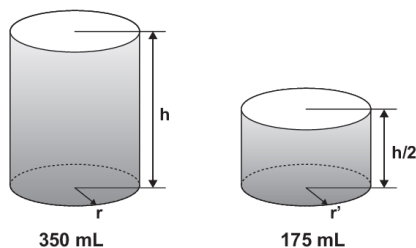
Diferentemente dos Níveis 1 e 2, nos quais as validações se dão por meio da percepção visual, no Nível 3 (Dedução Informal) as validações são de natureza teórica, mesmo que de caráter informal, exigindo conhecimento das propriedades observadas nas representações ou familiaridade com o sólido estudado (PARZYSZ, 2003; 2006; GUTIÉRREZ, 1992). É importante ressaltar que, no Enem, as questões desse nível estão bastante voltadas para os tópicos de medidas, dessa forma os cálculos foram considerados como validações teóricas. Nessas questões, a percepção visual não é suficiente para chegar às respostas desejadas.

Esse é o nível com maior quantidade de questões, totalizando 63, provavelmente por ser um nível de pensamento geométrico que exige conhecimentos bastante abordados no currículo do Ensino Médio. Ao analisar o agrupamento de questões, os principais padrões destacados foram a exigência de cálculos de volume de sólidos geométricos, de área de superfície e, por fim, a obtenção de medidas de diagonais ou segmentos construídos a partir de elementos de sólidos geométricos. Nesse tipo de questão o aluno precisa lançar mão de propriedades dos sólidos representados e de conhecimentos geométricos como o Teorema de Pitágoras. Na Figura 2 apresenta-se um exemplo de questão de Nível 3, cuja resolução exige a utilização de validações teóricas para a obtenção da resposta, além do conhecimento prévio de conceitos como a fórmula para o cálculo do volume de um cilindro.

**Figura 2** – Questão de Nível 3  
Fonte: INEP (2013)

**QUESTÃO 141** —————

Um fabricante de bebidas, numa jogada de *marketing*, quer lançar no mercado novas embalagens de latas de alumínio para os seus refrigerantes. As atuais latas de 350 mL devem ser substituídas por uma nova embalagem com metade desse volume, conforme mostra a figura:



De acordo com os dados anteriores, qual a relação entre o raio  $r'$  da embalagem de 175 mL e o raio  $r$  da embalagem de 350 mL?

Para apoiar o desenvolvimento desse nível de pensamento geométrico, destacam-se do levantamento alguns trabalhos que podem inspirar a prática em sala de aula como o de Moraes (2018), cuja autora aborda, na perspectiva do ensino por investigação, as fórmulas de cálculo de volume de sólidos como cubo, paralelepípedo, prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Para cada tipo de sólido são dados vários exemplos com medidas diferentes, em seguida os alunos devem tabelar valores como comprimento, altura, área da base e volume e assim observar relações entre as medidas observadas e o volume, deduzindo a fórmula para seu cálculo.

Moreira (2018) também aborda o cálculo de volume, nesse caso, utilizando a ferramenta *AppInventor* para criar aplicativos para o cálculo de volume de alguns sólidos, permitindo o envolvimento tanto com o cálculo de volume e suas fórmulas quanto com discussões sobre lógica de programação e operações aritméticas.

Além dessas indicações, vale ressaltar ainda o trabalho de Machado (2011), que utiliza o software *Wingon 3D* para estudar elementos de sólidos geométricos e para construir segmentos a partir deles, possibilitando o cálculo de suas medidas. O planejamento criado pela autora pode inspirar atividades de Geometria Espacial envolvendo investigação.

Para que o aluno utilize as fórmulas com significado, é importante que elas não sejam o ponto de partida e que a abordagem do conteúdo não se resuma à aplicação de fórmulas prontas. Assim, no trato de atividades de Geometria Espacial que envolvem o cálculo de medidas é importante que o professor adote uma perspectiva investigativa.

### **Considerações Finais**

Estas considerações se iniciam com um apontamento importante para o leitor que ficou se perguntando: E as questões de Nível 4 (Dedução Formal) ou Nível 5 (Rigor)? Em relação a estes níveis, pode-se afirmar que não foram identificadas questões, em nenhuma das aplicações do Enem, tendo em vista os conteúdos de Geometria Espacial abordados na educação básica. Os conceitos da Geometria Espacial que exigem esses níveis de pensamento geométrico são abordados apenas no ensino superior.

De forma geral, essa pesquisa possibilitou reflexões sobre a importância de valorizar o ensino da Geometria Espacial e também entender como a teoria desenvolvida pelo casal van Hiele, inicialmente para a Geometria Plana, pode favorecer o professor no direcionamento de sua prática, ao possibilitar análises importantes acerca do nível de pensamento geométrico exigido dos alunos.

Mesmo com as indicações e análises de uma grande quantidade de questões, é necessário destacar que esta pesquisa apresenta suas limitações, tanto em relação à discussão dos conceitos de Geometria Espacial, por estarem limitados aos conteúdos abordados no Enem, quanto às indicações de recursos e abordagens, já que os trabalhos do levantamento são limitados às pesquisas analisadas, que não representam, de forma ampla, as práticas que podem ser desenvolvidas em sala de aula.

Porém, mesmo com essas limitações, ao olhar para um exame de relevância na perspectiva de ensino atual, esta pesquisa cumpre um importante papel ao (1) instigar o professor a repensar sua prática, (2) apresentar um referencial teórico que pode contribuir muito para esse repensar e (3) indicar recursos e abordagens que podem favorecer a aprendizagem dos alunos.

Entende-se que ainda há muitos questionamentos, com relação ao papel de avaliações nacionais, ou sobre quais conteúdos de Geometria Espacial devem ser abordados em sala de aula, entretanto este artigo é finalizado com a esperança de contribuir para a reflexão dos professores de matemática sobre sua própria prática e de abrir caminho para novas investigações sobre o tema.

## Referências

- ANDRADE, L. D. M. **O Processo de Ensino e Aprendizagem da Geometria Espacial, Utilizando Calques 3D Fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa**. 2018, 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Roraima, Boa vista, 2018. .
- CRUZ, R. M. **Uma Pletora de Poliedros: Explorando Poliedros Regulares com a Metodologia da Engenharia Didática**. 2016, 126 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Federal Fluminense, Santo Antônio de Pádua, 2016.
- De VILLIERS, M. **Some reflections on the Van Hiele Theory**. Invited plenary from 4th Congress of teachers of mathematics, Zagreb, 2010.
- FARIAS, A. P. **O Software de Programação Scratch na Formação Inicial do Professor de Matemática por Meio da Criação de Objetos de Aprendizagem**. 2017, 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017. .
- GUTIÉRREZ, A. Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. **Structural Topology**, n. 18, p. 31 – 48, 1992.
- INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio 2013**. 2º dia. Caderno 6 Cinza. 2ª aplicação 2013. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>>. Acesso em: 24 mar 2020.
- INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio 2015**. 2º dia. Caderno 15. 2ª aplicação 2015. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>>. Acesso em: 24 mar 2020.
- INEP. **Histórico Enem**. 2019. Disponível em: < <http://portal.inep.gov.br/enem/historico>>. Acesso em: 06 mai 2020.
- LOPES, A. C.; LÓPEZ, S. B. A Performatividade nas Políticas de Currículo: o caso do Enem. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 26, n. 01, p. 89-110. 2010.
- MACHADO, C. A. **A utilização do software Wingeom como ferramenta ao ensino de Geometria Espacial para os Cursos de Licenciatura em Matemática**. 2011, 160 f. Dissertação (Mestrado em Ensino Científico e Tecnológico) - Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, Santo Ângelo, 2011.
- MORAES, I. E. S. Q. **O ensino de volume de Sólidos Geométricos por atividades**. 2018, 279 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

MOREIRA, D. M. S. **Geometria Espacial** – Cálculo de Volume usando App Inventor. 2018, 177 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

MURACA, F. S. **Educação Continuada do Professor de Matemática: um contexto de problematização desenvolvido por meio de atividades exploratório-investigativas envolvendo Geometria Espacial de Posição.** 2011, 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

NADALON, D. O. **Sólidos e superfícies de revolução com auxílio do software Geogebra.** 2018, 103 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2018.

OLIVEIRA, S. C. **Reconstrução do pensamento geométrico de professores sobre Transformações Geométricas.** 2016, 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

OLIVEIRA, W. F. S. **Níveis de pensamento geométrico exigidos nas questões do Enem sobre Geometria Espacial: Um estudo apoiado na Teoria de van Hiele.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática Licenciatura) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2020.

PARZYSZ, B. La Géométrie dans l'Enseignement Secondaire et em Formation de Professeurs des Écoles: de Quois s'Agit-il? In: **Quaderni di Ricerca in Didattica: University of Palermo, Italy**, n. 17, p. 128-151, 2006.

PARZYSZ, B. **Pre-Service elementary teachers and the fundamental ambiguity of diagrams in Geometry Problem-Solving.** European Research in Mathematics Education III, Thematic Group 1, 2003.

PAVANELLO, R. M.. O abandono do ensino da geometria no Brasil, causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas: Editora UNICAMP, ano 1, v. 1, p. 7-17, 1993.

SANTANA, R. A. S. **Uma análise sobre a formação dos professores para o ensino da Geometria no Município de Santarém.** 2018, 58 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade do Oeste do Pará, Santarém, 2018.

SANTOS, J. M. C. T. Exame Nacional do Ensino Médio: entre a regulação da qualidade do Ensino Médio e o vestibular. **Educar em Revista**, Curitiba: Editora UFPR, n. 40, p. 195-205. 2011.

SILVA, L.; CANDIDO, C. C. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele.** Relatório de Iniciação Científica. São Paulo: Instituto de Matemática e estatística da Universidade de São Paulo, 2007.

SILVA, L. R. C.; DAMACENO, A. D.; MARTINS, M. C. R. SOBRAL, K. M. FARIAS, I. M S. **Pesquisa documental: alternativa investigativa na formação docente.** Congresso Nacional de Educação, vol. 9, p. 4554-4566. 2009.

SOUZA, R. N. S. **Desconstrução Dimensional das Formas: Gesto Intelectual Necessário à Aprendizagem de Geometria.** 2018, 269 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

Recebido em: 14 de março de 2021

Aprovado em: 14 de abril de 2022.