

Relato de Experiência



Dobras, Cortes e Fractais no Ensino Fundamental

*Antônio do Nascimento Gomes¹
José Antônio Salvador²*

Resumo

Este trabalho expõe parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado desenvolvida em uma escola estadual paulista. Trabalhamos com Folhas de Atividades que interligam conteúdos que fazem parte do currículo com a Geometria Fractal, dado o seu aspecto lúdico e investigativo para tratar dos conceitos de Semelhança de Figuras, entre outros, presentes no currículo da 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental. São realizadas atividades com dobradura de papel para a construção de figuras espaciais que tem presente a noção de Construção Fractal. A partir dessas atividades e dos registros dos estudantes, pudemos notar o grande empenho e interesse por parte destes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Geometria Fractal; Ensino Fundamental.

Introdução

Este relato apresenta algumas atividades desenvolvidas com os estudantes, no contexto de uma pesquisa de Mestrado. Procurávamos propostas de ensino e usos que poderiam ser feitos de atividades com conceitos de Geometria Fractal, interligados com outros conteúdos presentes no currículo do Ensino Fundamental. Para a pesquisa de Mestrado (GOMES, 2010), tratamos do estudo de Semelhança de Figuras Planas através de Geometria Fractal, trabalhando com o conceito de Professor Reflexivo e Pesquisa na própria prática profissional (PONTE, 2002).

A atividade aqui relatada trata da construção e exploração do que denominamos *Balão Fractal*, e foi desenvolvida em turmas de 5ª e 8ª séries (6º e 9º anos) do Ensino Fundamental.

A atividade se baseia em dobraduras e cortes, além de estudos de regularidades que levam à questão da auto semelhança presente nos fractais. Destacamos também o cunho motivador e integrador entre professor, turmas e comunidade, visto que os balões construídos foram utilizados na decoração da Festa Junina promovida pela escola.

¹Doutorando em Ensino de Matemática pelo PECIM/UNICAMP. Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais/IFSULDEMINAS, Campus Inconfidentes. E-mail: antonio.gomes@ifs.ifsulde Minas.edu.br

²Doutor em Matemática pelo IMUFRJ. Docente do Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos/ UFSCar, Campus São Carlos. E-mail: salvador@dm.ufscar.br

O balão fractal

A construção do Balão Fractal foi planejada e adaptada a partir das atividades de construções de Cartões Fractais, que são conhecidas e estão presentes em outros trabalhos (SALVADOR, 2009; ALMEIDA, 2006). A figura a seguir traz exemplos de cartões confeccionados pelos estudantes destas mesmas turmas em outro momento da pesquisa.

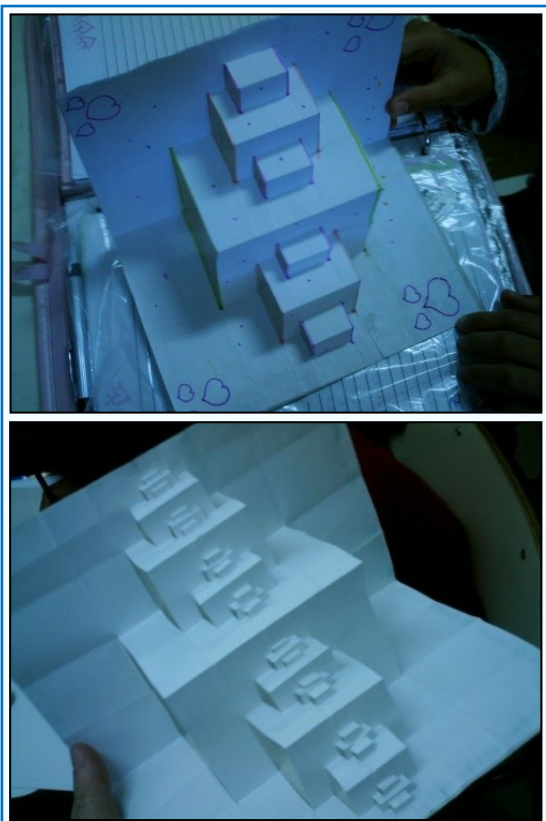


Figura 1: Cartões confeccionados pelos estudantes.
Fonte: arquivo pessoal dos autores.

Consideramos como objetivos para esta atividade a exploração do lado lúdico/criativo dos estudantes através da construção e o estudo de conteúdos matemáticos presentes.

Entre os conteúdos que podem ser explorados, destacamos o processo iterativo que gerou a construção, unidades e processos de medida, fórmulas algébricas e investigação de padrões e auto similaridade existentes na construção, múltiplos e divisores, frações, perímetro e área. No texto, veremos alguns exemplos.

Outro aspecto que julgamos relevante nestas atividades é propô-las aos estudantes de forma que todos possam realizá-las com materiais de fácil acesso. Neste caso, utilizamos somente folhas de papel cartão colorido com medidas 32 x 48 cm, tesoura, régua, lápis e grampeador.

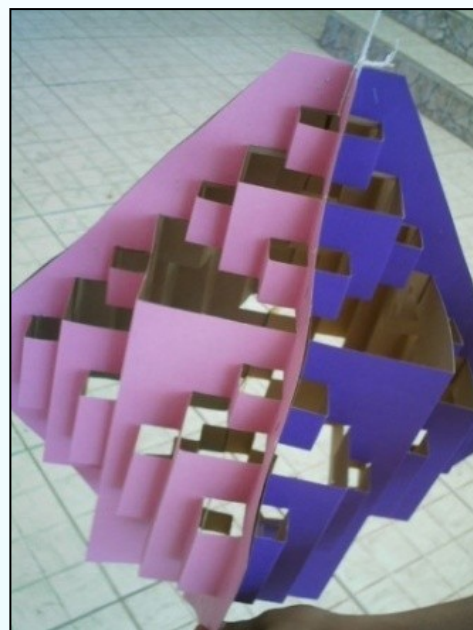


Figura 2: O Balão Fractal montado.
Fonte: relatório da pesquisa.

A seguir, detalhamos a construção de cada face do Balão (que é construído com 4 faces):

DOBRAS, CORTES E FRACTAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL

- 1- Dobre ao meio os lados menores de um pedaço de papel cartão de medidas 32 x 48 cm de forma a obter um retângulo de medidas 16 x 48 cm. A partir de agora trabalhe com esse retângulo dobrado.

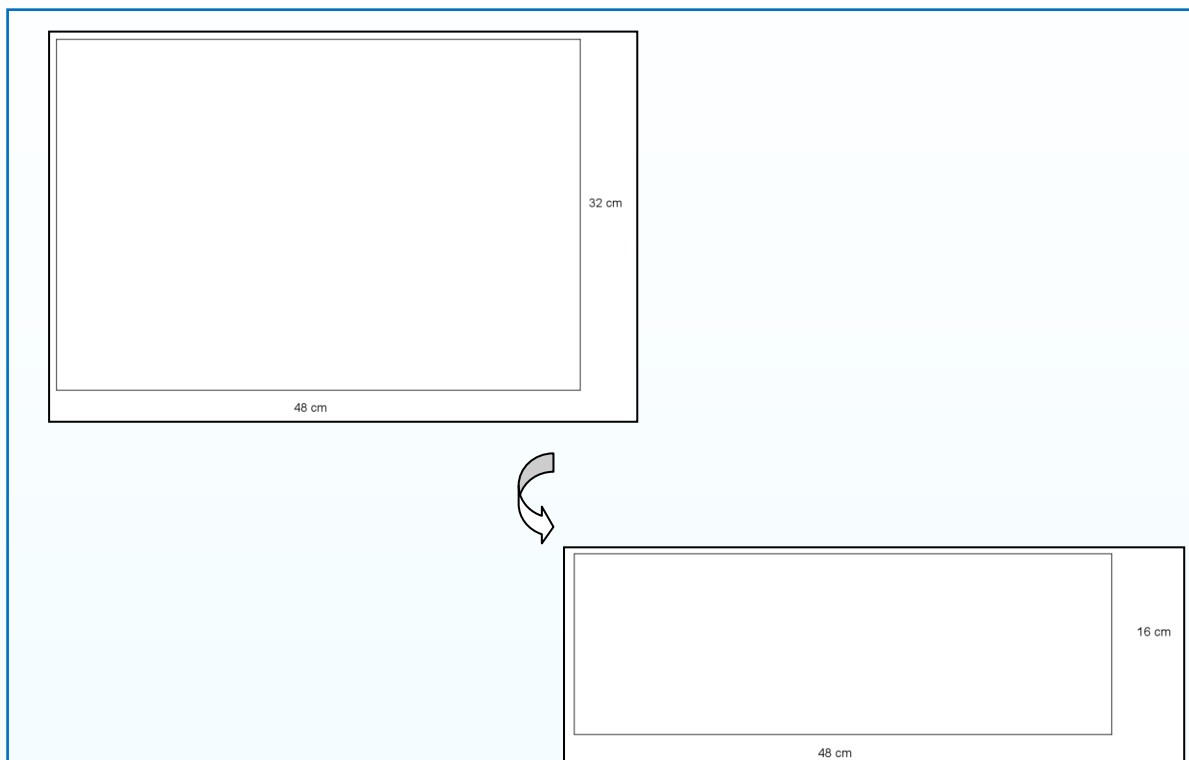


Figura 3 – A primeira dobra na folha, fundamental para a construção.
Fonte: relatório da pesquisa.

- 2- Divida os lados maiores desse retângulo em 4 segmentos iguais (no caso, cada um medirá 12cm) e una os pontos, de alto a baixo. Construa também nos lados menores o segmento medindo metade do lado (no caso, terá 8 cm) e una os pontos por uma linha horizontal. Você obterá 8 retângulos (linhas pontilhadas na figura). Faça um corte ao longo dos segmentos s_1 e s_2 pegando também a folha de trás.

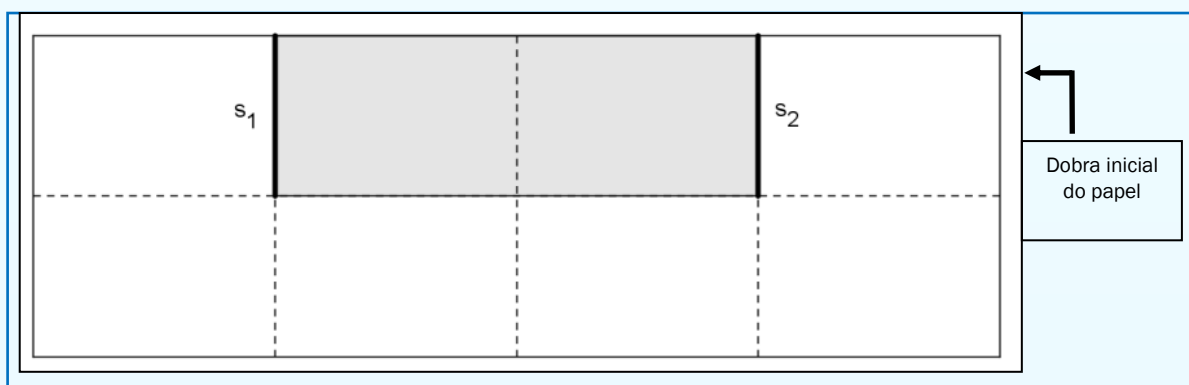


Figura 4: Ilustração do primeiro passo da construção.
Fonte: relatório da pesquisa.

DOBRAS, CORTES E FRACTAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL

O retângulo que eles delimitam (em destaque na Figura 4) está em papel duplo e tem uma dobra no lado superior. Os cortes feitos possibilitarão dobrar e encaixar o retângulo rosa entre as metades dobradas do papel maior, do seguinte modo: as bases do retângulo rosa (do papel da frente e do papel de trás) serão dobradas

para dentro, entre as duas folhas. O vinco feito na base superior será dobrado no outro sentido, para ajustar-se.

Repare que, na Figura 5, nenhum pedaço de papel foi retirado. Apenas uma parte dela ficou escondida entre as duas metades iniciais do papel.

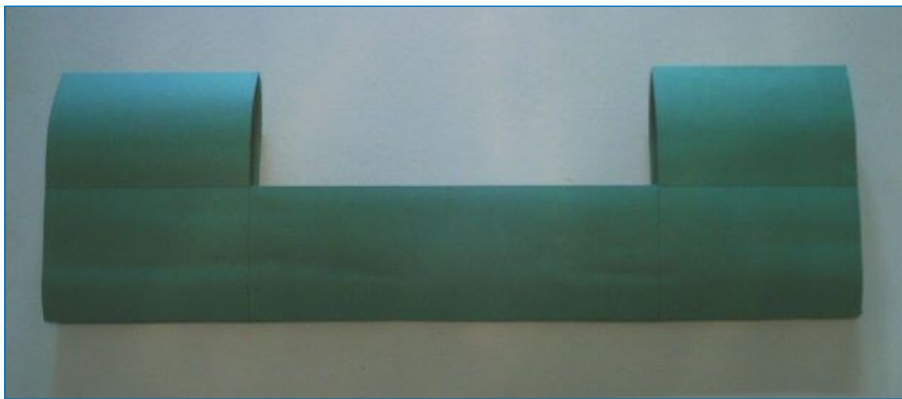


Figura 5: Primeiro passo da construção.
Fonte: relatório da pesquisa

3.1 - Observe que o retângulo central inferior corresponde a 4 folhas superpostas – as duas da frente ligadas por uma dobra superior, assim como as duas de trás. Repita para os dois da frente e para os dois de trás o mesmo processo anterior – isto é, divida os lados horizontais de cada um em 4 segmentos iguais e os lados verticais em 2 (linhas pontilhadas na

figura), obtendo 8 retângulos.

Agora vem novamente o processo de corte de segmentos (s_3 e s_4), dobra e encaixe para dentro (ou seja, o retângulo em destaque na Figura 6 fará o mesmo papel do retângulo em destaque na Figura 4, mostrada anteriormente). Depois de fazer no retângulo da frente, faça no outro que está atrás dele.

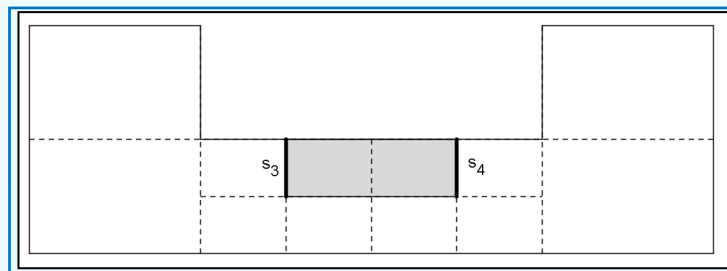


Figura 6: Ilustração da primeira etapa do segundo passo da construção.
Fonte: relatório da pesquisa.

DOBRAS, CORTES E FRACTAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL

3.2 - Os retângulos superiores laterais restantes devem ser divididos em 4 retângulos congruentes (suas medidas serão a metade de cada lado). Faça um

corte ao longo dos segmentos s_5 e s_6 . Dobre e encaixe para dentro os retângulos em destaque na Figura 7 (são os retângulos interiores da figura).

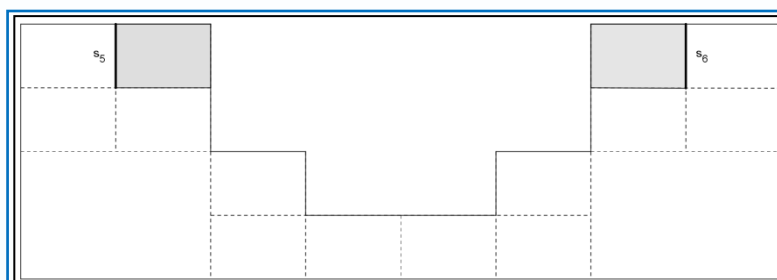


Figura 7: Ilustração da segunda etapa do segundo passo da construção.
Fonte: relatório da pesquisa.

Veja na foto como ficará:

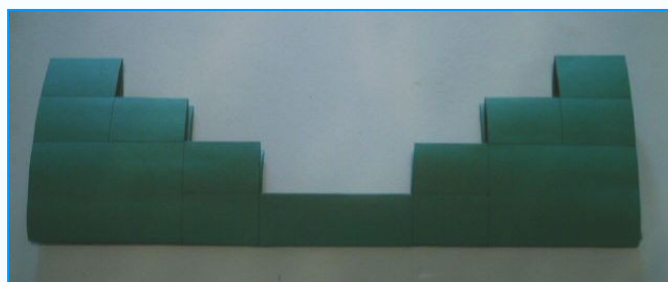


Figura 8 – Segundo passo da construção.
Fonte: relatório da pesquisa.

4 – Repita o processo 3.1 e 3.2 no retângulo central interior e nos laterais restantes, enquanto for possível.

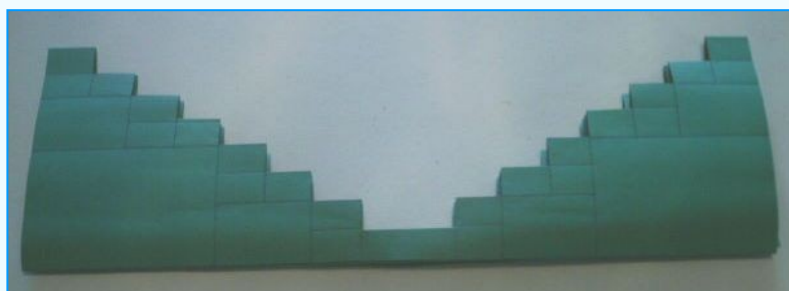


Figura 9: Terceiro passo da construção.
Fonte: relatório da pesquisa.

A figura acima está unida apenas pelas extremidades superiores. Abrindo pela parte inferior, como quem abre um cartão, veja o que surgirá:

DOBRAS, CORTES E FRACTAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL

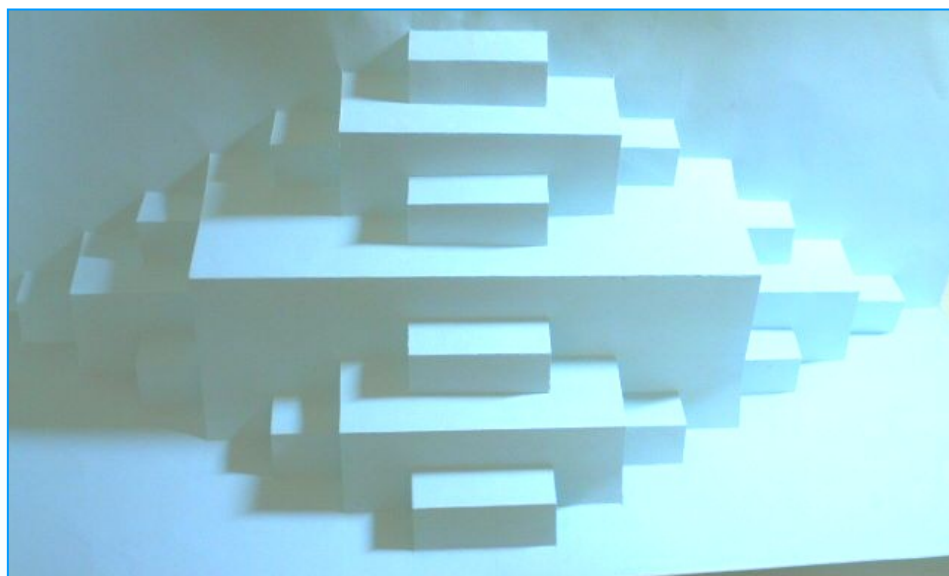


Figura 10: Face do Balão Fractal.
Fonte: relatório da pesquisa.

Temos nas figuras anteriores o terceiro passo da construção e uma face do balão pronta. Com mais três faces construídas da mesma forma e grampeadas, montamos o Balão Fractal da Figura 2. Observamos que as sobras do papel inicial podem ser recortadas, o que torna a construção mais semelhante com o formato de um balão.

Uma exploração matemática pode ser realizada a partir dos cálculos feitos

pelos estudantes no decorrer da construção, com indagações e intervenções do professor. Os segmentos que são dobrados ou cortados geram valores que podem ser organizados em tabelas a serem preenchidas pelos estudantes.

Aqui, ao tratar das medidas nos sucessivos passos da construção, os conteúdos relacionados anteriormente são explorados. A seguir, apresentamos um modelo de Quadro que deve ser preenchido pelos alunos, a partir dos dados sugeridos.

DADOS INICIAIS DA FOLHA			
Comprimento	Largura	Perímetro (cm)	Área (cm ²)
48	32	160	1536



DOBRAS, CORTES E FRACTAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Passo	Região	Comprimento	Largura	Perímetro	Área	Perímetro da parte restante	Área restante
1	Buraco Central	24	16	80	384	-	-
	Buracos Laterais	-	-	-	-		
2	Buraco Central	12	8	40	96	280	960
	Buracos Laterais	6	4	20	24		
3	Buraco Central	6	4	20	24	300	768
	Buracos Laterais	3	2	10	6		

Quadro 1: Cálculos com a face do balão fractal.
Fonte: relatório da pesquisa.

As investigações presentes no preenchimento do Quadro 1 consistem em colocar no papel os dados referentes às dobras e às medidas dos cortes feitos, além do cálculo de áreas e perímetros.

Também pode ser trabalhado por indução o comportamento da figura nos próximos passos da construção, que não foram feitos concretamente devido à dificuldade com as dobras e cortes cada vez menores. Afinal, espera-se que o estudante perceba as regularidades presentes, como as sucessivas divisões por 2 e 4, com relação às medidas de comprimento e área, respectivamente.

Em todo o processo da construção do Balão, os estudantes mostraram-se muito interessados na atividade, inclusive nos momentos de reflexão, medição e conclusões. Isto nos dá indícios de como uma atividade aparentemente desprezível-

osa do ponto de vista da Matemática, pode ser atrativa do ponto de vista artístico e transformar a aula num momento de aprendizado mais produtivo e divertido.

Na 5ª série, alguns estudantes apresentaram dificuldades com o uso da régua, a saber:

- a) posicionamento da régua para medir determinado segmento;
- b) desconhecimento do fato de que a medida de um segmento, em centímetros, é dada pelo número de espaços de 1 centímetro que a régua acusa de uma extremidade a outra do mesmo; e
- c) o posicionamento correto da régua para a construção de segmentos, dados dois pontos.

Podemos intuir que atividades de medição com régua requerem uma sistematização que talvez não tenha ocorrido. Além disso, observamos que alguns

estudantes não identificam o processo iterativo e, desatentos, recortam incorretamente alguma parte do papel, inutilizando-o. Apesar do momentâneo desânimo dos estudantes, quando isto acontece, verificamos que é possível reverter a situação, orientando-os a recomeçar.

Poucos estudantes apresentam problemas mais sérios com as construções que, quando são usadas de forma diagnóstica, levam o professor a conhecer e talvez classificar ou entender as dificuldades apresentadas pelos estudantes e propor outros trabalhos para saná-las. É importante destacar também a potencialidade de tais atividades como forma de revisão de conteúdos que são considerados pré-requisitos para determinada série e podem ser amplamente trabalhados.

Outro ponto relevante a considerar é que a construção é sempre concluída com êxito pela imensa maioria dos estudantes, inclusive pelos que geralmente não participam das atividades propostas no dia a dia das aulas mais tradicionais. Apesar da aparente distância entre os níveis de conhecimento dos estudantes de 5ª e 8ª séries, as dificuldades observadas e também o êxito na execução da atividade foram semelhantes.

No caso da 8ª série, além dos

conteúdos mencionados anteriormente, pode ser explorado o conceito de Semelhança de Figuras, onde se pode investigar:

- ◆ a razão de semelhança (propondo a divisão de determinada medida dos buracos de um passo pela medida do seguinte);
- ◆ as propriedades preservadas nas relações entre perímetros e áreas (se determinado lado é reduzido à metade, seu perímetro também é e a área correspondente é reduzida a $\frac{1}{4}$);
- ◆ para cálculos com perímetros e áreas, torna-se um momento propício para a revisão de tais conceitos.

Considerações finais

Esta atividade, como mencionada anteriormente, fez parte da pesquisa de Mestrado desenvolvida pelos autores. A partir desta e de outras atividades-piloto realizadas, se organizou o trabalho de pesquisa, que se constituiu de Folhas de Atividade que abordavam o conteúdo de Semelhança de Figuras Planas presente no currículo da 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental.

A partir da definição de fractal, com sua característica marcante de auto

DOBRAS, CORTES E FRACTAIS NO ENSINO FUNDAMENTAL

semelhança, ou seja, onde partes de uma figura/construção se assemelham ao todo, foram elaboradas atividades que pretendiam ser lúdicas e atraentes para os estudantes, tornando o aprendizado de Matemática mais concreto.

Destacamos, como resultado geral da pesquisa, o forte empenho por parte dos estudantes, o papel do professor enquanto construtor reflexivo de sua prática, através de atividades investigativas (PONTE, 2002; GOMES, 2010) e também indícios de aprendizagem que nos permitiram avançar nos pressupostos de aprendizagem a serem alcançados pela série.

Referências

ALMEIDA, Arlete Aparecida Oliveira. **Os fractais na formação docente e sua prática em sala de aula**. 2006. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/>. Acesso em: mar. 2009.

GOMES, Antônio do Nascimento. **Uma proposta de ensino envolvendo Geometria Fractal para o estudo de Semelhança de Figuras Planas**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas). Centro de Ciências Exatas e Tecnologias. Departamento de Matemática. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. Disponível em: <http://www.ppgece.ufscar.br/index.php/por/content/view/full/173>. Acesso em: maio 2013.

PONTE, João Pedro. Investigar a nossa própria prática. In: Grupo de Trabalho I (Org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002.p. 5-28.

SALVADOR, José Antônio. Dobras, Cortes, Padrões e Fractais. In: ENCONTRO DE MEDALHISTAS DA OBMEP, **Anais**, 3, Nova Friburgo – RJ. Nova Friburgo: 2009.

**Professor,
Envie suas experiências em sala de aula!
Teremos prazer em publicá-las!!**



Veja mais em www.sbemrasil.org.br