Sociedade Brasileira de Educação Matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em *Revista*
ISSN 2317-904X

A DIALÉTICA DOS OBJETOS OSTENSIVOS E NÃO OSTENSIVOS NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA: CONSEQUÊNCIAS PARA O CASO DE UMA ESTUDANTE CEGA[1]

THE DIALECTIC OF OSTENSIBLE AND NON-OSTENSIBLE OBJECTS IN MATHEMATICAL LEARNING: CONSEQUENCES FOR THE CASE OF A BLIND STUDENT

Daiana Zanelato dos Anjos[2]
Méricles Thadeu Moretti[3]

Resumo

Neste trabalho, procurou-se discutir a relação entre os objetos ostensivos e não ostensivos. Tal discussão ganha contornos ainda mais marcantes por se tratar de uma aluna cega no contexto de ensino e aprendizagem matemática que se ocupa de objetos de natureza ideal, objetos esses que só podem ser acessados por meio de representações. Percebeu-se que tanto Bosch e Chevallard quanto Duval concordam com o papel indissociável dos objetos ostensivos e não ostensivos no ensino e na aprendizagem matemática, mas esses autores possuem posições diferentes em sua abordagem em sala de aula. Esta pesquisa, que é parte de uma tese de doutorado, aponta alguns elementos semio-cognitivos que precisam ser levados em consideração na relação entre os objetos ostensivos e não ostensivos que são percebidos na aprendizagem de matemática para estudantes cegos.

Palavras-chave: Educação Inclusiva. Matemática. Semiótica. Aprendizagem.

Abstract

In this work we tried to discuss the relation between the ostensible and non-ostensible objects. This discussion earns outlines even more important because it's about a blind student in the context of mathematical teaching and learning that deals with objects of an ideal nature, objects that can only be accessed through representations. It was noticed that, both Chevallard and Bosch as well as Duval agree with the indissociable role of ostensible and non-ostensible objects in mathematical teaching and learning, but they have different perspectives in their classroom approach. This research, which is part of a doctoral dissertation, points out some semi-cognitive elements that need to be taken into account in the relationship between ostensive and non-ostensive objects that are perceived in the learning of mathematics for blind students.

Keywords: Inclusive Education. Mathematics. Semiotics. Learning.

---

[1] Cnpq e SED/SC.

[2] Doutora em Educação Científica e Tecnológica (UFSC). UFSC/Florianópolis/Santa Catarina. Brasil. E-mail: daizanelato@gmail.com.

[3] Doutor em Educação Matemática (Estrasburgo). UFSC/Florianópolis/Santa Catarina. Brasil. E-mail: mthmoretti@gmail.com.

Introdução

Tomemos a palavra deficiência e a forma como a sociedade a tem utilizado para compreendê-la. Atualmente, temos pelo menos dois entendimentos: o modelo biomédico e o modelo social da deficiência. No modelo biomédico, a deficiência é vista como uma desvantagem natural e, sendo assim, os impedimentos corporais que pertencem a pessoa com deficiência precisam passar por uma metamorfose, levando-a normalizar-se (DINIZ; BARBOSA; SANTOS, 2009, p. 65). No modelo social, a deficiência é entendida como parte da diversidade humana e cabe a sociedade adaptar-se para impedir a experiência da desigualdade (DINIZ; BARBOSA; SANTOS, 2009, p. 65). No sentido de um entendimento bastante semelhante a esse apresentado pelo modelo social da deficiência, encontramos no trabalho de Marcone (2015, p. 69) um aporte interessante em que a deficiência "não anula nem inviabiliza nada na pessoa", é algo criado pela normalidade.

Concordamos com Diniz, Barbosa e Santos quando afirmam que a deficiência é "um conceito que denuncia a relação de desigualdade imposta por ambientes com barreiras a um corpo com impedimentos" (DINIZ; BARBOSA; SANTOS, 2009, p. 65). Pensando assim como esses autores e no sentido daquele trazido por Marcone (2015), anteriormente referido, não se busca "normalizar" a pessoa com deficiência, mas permitir que ela possa aprender efetivamente por meio de "mudanças pensadas levando em consideração as suas especificidades". Desse modo, resolvemos lançar olhares sobre a deficiência visual na aprendizagem matemática considerando aspectos semióticos e cognitivos (semio-cognitivos) e centrando a atenção no indivíduo que aprende. Isto é particularmente importante tendo em vista o número crescente de matrículas de estudantes cegos em classes de ensino regular e a possibilidade de poder contribuir para a formação de professores que precisam lidar com esses alunos em sala de aula.

O número de matrículas em classes de ensino regulares, no caso de estudantes com deficiência visual (incluindo pessoas cegas e de baixa visão), chegou a 80.397 em 2018 (BRASIL, 2019a) e novos aumentos são previstos a partir deste ano. O número de pessoas cegas no mundo pode chegar à casa dos 36 milhões (ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE, 2018). No Brasil, o número de pessoas com deficiência visual chega a 6,5 milhões, sendo que dessas, 528.624 são cegas e 6.056.654 com baixa visão (BRASIL, 2019b).

Se, por um lado, há muitas barreiras que precisam ser derrubadas na participação da pessoa cega no ensino regular, sendo uma delas histórica, pois ela é vista como indefesa ou, de maneira oposta, sobrenatural (NUNES; LOMÔNACO, 2010, p. 59), por outro lado a legislação referente à educação inclusiva no Brasil tem se movimentado e avançado de maneira abrangente. Não pretendemos fazer um levantamento sobre as leis que versam sobre a educação inclusiva, mas focalizamos em duas que consideramos as principais iniciativas: a Carta Magna Cidadã de 1988 (BRASIL, 1988) e a Lei Brasileira de Inclusão (LBI) de 2015 (BRASIL, 2015).

A Constituição Federal, promulgada em 5 de outubro de 1988 (BRASIL, 1988), está entre as leis que consideramos de especial relevância para o nosso país, principalmente por ser entendida por Crochík (2012, p. 93) como inaugural no tema da inclusão escolar. Na Constituição, a educação inclusiva é tratada no Artigo 208, com o intuito de responsabilizar o Estado pelo atendimento educacional especializado "preferencialmente nas escolas de ensino regular" (BRASIL, 1988).

A Lei Brasileira da Inclusão (BRASIL, 2015) entrou em vigor em 2 de janeiro de 2016 e está fundamentada na Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência da Organização das Nações Unidas (ONU), ratificada e incorporada em 2008 pelo Congresso Nacional à legislação brasileira, conforme o Inciso 3º do Artigo 5º da Constituição Federal (BRASIL, 1988). Essa Lei é profusa em aspectos que tratam da vida do deficiente e de seus direitos sobre a igualdade e discriminação, sobre o atendimento prioritário e alguns direitos fundamentais, como: vida, habilitação e reabilitação, saúde, entre outros (ROCHA, 2016, p. 42). No que diz respeito ao direito à educação, a LBI em seu Capítulo IV (BRASIL, 2015), não mostra uma tendência integradora, nem normatizadora, pois almeja o desenvolvimento das potencialidades individuais e das necessidades de aprendizagem específicas, o que parece caminhar na direção de uma perspectiva inclusiva.

Em uma pesquisa do tipo Estado da Arte de Anjos e Moretti (2017), foi levantada uma quantidade razoável de trabalhos que abordam o ensino e a aprendizagem de estudantes cegos em matemática. Dentre os 58 trabalhos apresentados por diversos autores, as discussões centraram-se nos "resultados obtidos com a investigação e proposta de criação de materiais voltados ao ensino e aprendizagem de matemática", e sobre a "elucidação do ensino de determinado conceito ou construção de propostas de ensino" (ANJOS; MORETTI, 2017, p. 17-18). De um modo bastante semelhante, o levantamento de Borges e Pereira (2017) também trata dessas questões e não aponta trabalhos que procuram compreender o processo de aprendizagem em matemática pelo estudante cego. Este foi, também, um outro fato que fez com que o nosso interesse se voltasse para a compreensão de como se dá a aprendizagem matemática para o caso do deficiente visual, interesse este que tomou como referência os estudos semio-cognitivos de Raymond Duval, principalmente. Com base nesse autor, o trabalho de Moretti e Anjos (2016) trouxe alguns pontos de discussão que já sinalizam especificidades semio-cognitivas, referentes ao acesso ao objeto de saber pelo aluno cego nesta disciplina.

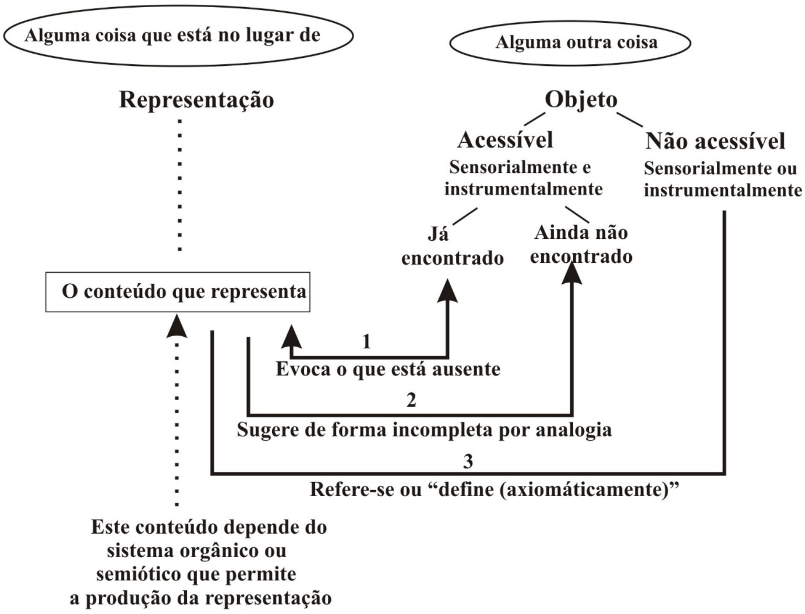
Outro aspecto, que vem sendo estudado por nós, diz respeito à *forma* das representações utilizadas no sistema Braille em relação à escrita em tinta: em Braille a escrita obedece a um padrão de linearidade, enquanto que na escrita em tinta, dependendo do caso, pode haver uma disposição espacial variada. Tratamos, nesse texto, do caso das expressões fracionárias em Braille em comparação à escrita em tinta, se bem que esta mesma situação pode ser observada em vários outros assuntos de matemática. Incluímos, também, ainda para o caso das expressões fracionárias, um estudo que analisa o aumento considerável de caracteres em Braille quando da transcrição da escrita em tinta. Um outro ponto de estudo que mereceu nossa atenção e que apresentaremos a seguir foi o uso de figuras em problemas de geometria. Estas particularidades nos indicam caminhos sobre a compreensão de matemática por estudantes cegos, assim como permitem a reflexão sobre a relação entre os objetos ostensivos e não ostensivos presentes na aprendizagem matemática destes estudantes.

Para Duval (2004, p. 14), “não há apreensão conceitual de um objeto sem a produção de uma representação semiótica” e, neste caso em especial, a produção semiótica passa por representações produzidas em Braille e há nisso uma particularidade a ser levada em consideração para a aprendizagem em matemática pelo estudante cego. Este é o sentido da discussão na sessão seguinte que trata dos objetos ostensivos e não ostensivos visando preparar as discussões das situações de ensino apresentadas nas outras sessões mais adiante.

Objetos ostensivos e não ostensivos: seus papéis na aprendizagem matemática

O termo objeto ostensivo refere-se mais apropriadamente àquele objeto que a visão alcança. Aqui pensamos nos objetos que podem ser sentidos pela audição, visão, olfato e pelo tato. De certa forma, é um objeto que pode possuir materialidade como uma maçã ou possui certa materialidade como os sons da palavra ou do desenho de um cubo em uma folha de papel. A natureza dos objetos pode ser dividida em duas classes, os objetos ideais e os não ideais. A partir do esquema da Figura 1 podemos destacar a natureza dos objetos matemáticos:

Figura 1 – As três elações cognitivas possíveis entre o conteúdo apresentado por uma representação e o objeto no lugar do qual se dá a representação



Fonte: Duval (2004, p. 36).

Destacamos na Figura 1 o seguinte: a relação 1 (caminho com orientação nos dois sentidos) marca os objetos que já foram vistos antes mesmo das suas representações; a relação 2 tem sentido único, os objetos acessíveis sensorialmente ou instrumentalmente são descobertos por meio de suas representações e; a relação 3 não possui orientação, o sujeito não possui acesso direto aos objetos, são os chamados objetos ideais e "é a relação cognitiva aceitável para o conhecimento matemático" (DUVAL, 2004, p. 37).

Os objetos matemáticos configuram-se como objetos não acessíveis e que se referem ou são definidos axiomaticamente, são ideais e só são acessados por meio de suas representações: "um ponto" que algum professor diz ter desenhado no quadro em sala de aula não é propriamente um ponto, uma vez que o ponto geométrico não possui dimensão, mas é uma de suas representações possíveis. Uma outra representação poderia ser o ponto de intersecção de duas retas, por exemplo.

Bosch e Chevallard (1999), ao definir os objetos não ostensivos, recorrem aos objetos ostensivos ao afirmarem que:

> Os objetos *não ostensivos* são, deste modo, todos esses "objetos" que, como as ideias, as intuições ou os conceitos, existem institucionalmente – no sentido onde a ele é atribuído uma existência – sem, no entanto serem vistos, ditos, entendidos, percebidos ou mostrados por eles mesmos: eles só podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos associados (uma palavra,

> uma frase, um grafismo, uma escrita, um gesto ou todo um longo discurso). (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 88)

Esta relação dialética entre esses objetos aprofunda-se na afirmação seguinte desses mesmos autores:

> [...] não existe ostensivos sem os não ostensivos, tanto é que os objetos ostensivos que nossa relação a eles (em particular nossa capacidade de identificar, antes mesmo de manipular) são o produto de uma construção institucional – e, deste modo, o fruto de uma aprendizagem. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 92)

Para esclarecer melhor o que querem dizer com a relação entre os objetos ostensivos e não ostensivos, eles propõem o exemplo seguinte:

> Leva-se a pronunciar a palavra logaritmo e escreve-se $2^x = 10$ ("toma-se os logaritmos") $x\ log\ 2 = log\ 10 \Rightarrow x = log\ 10/log\ 2$. Ao menos que no lugar de dizer e escrever, nos limitamos a "pensar" a palavra e a escrita precedente o que olharemos como uma outra forma de manipulação – interiorizada – de objetos ostensivos. (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 91-92)

Para chegar a solução da questão, duas propriedades são utilizadas: uma operatória dos logaritmos ($log\ (2^x) = x\ log\ 2$), aplicada em uma equação, e outra relativa à manipulação de equações. Nesse ponto, surge uma questão fundamental: tratar primeiro os objetos ostensivos ou os não ostensivos? A resposta a essa questão nos leva à compreensão de abordagens distintas na concepção de ensino de matemática: (1ª) uma prática que consiste em tratar dos objetos ostensivos crendo que por si só os estudantes poderiam chegar aos não ostensivos relacionados e; (2ª) outra que segue uma tendência em priorizar a compreensão em detrimento de atividades (BOSCH; CHEVALLARD, 1999).

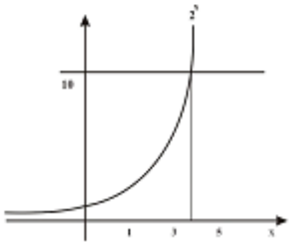
Parece bastante claro que há uma "conversa" entre esses dois tipos de objetos, os ostensivos e não ostensivos no ensino e aprendizagem da matemática. A questão agora que se coloca é como isso ocorre? Como tratar isso no ensino de matemática de modo a promover a aprendizagem? A seguir, acompanharemos uma posição que pode nos levar a um caminho para a resposta a essas questões. Duval (1995) chama de "[...] **semiose** a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e **noesis** os atos cognitivos como a apreensão conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência [...]" (DUVAL, 1995, p. 2-3). O autor afirma, ainda, de forma categórica de que "não existe possibilidade da *noesis* sem a *semiose*" e vai mais longe ao dizer que "é a *semiose* que determina as condições de possibilidade e de exercício da *noesis*" (DUVAL, 1995, p. 4).

Quando Duval (1995, p. 5) fala que não existe *noesis* sem *semiose,* ele, em seguida, esclarece que por si só o acesso à *semiose* não é suficiente, mas será necessário recorrer a uma pluralidade de sistemas semióticos e esse recurso precisa se dar de forma coordenada pelo sujeito que aprende: é essa a base da sua ideia de aprendizagem intelectual que vamos precisar, a seguir, um pouco mais e ver como é que se pode aplicar ao caso de uma estudante cega.

Para Duval (1995, p. 20-21), os elementos desses sistemas devem preencher três atividades cognitivas: (1ª) que possua traços de tal modo que seja possível identificar algo como a representação de alguma coisa; (2ª) que possam sofrer modificações no interior do sistema semiótico que se encontra e, finalmente; (3ª) que possam ser convertidos de um sistema para outro sistema. Esses sistemas, com essas características, Duval (1995, p. 21) nomeou de *registros de representação semiótica*.

Para o exemplo tratado anteriormente, a resolução de $2^x = 10$, temos a Figura 2, apresentada a seguir:

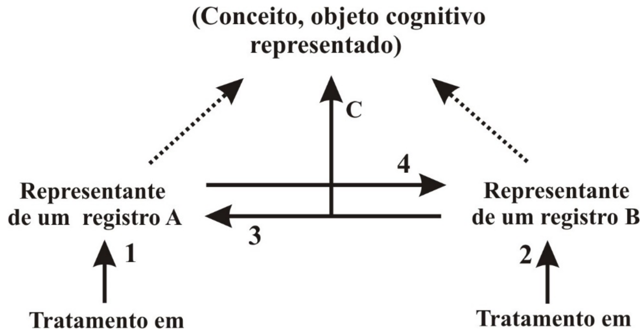
Figura 2 – Atividades cognitivas associadas à resolução da equação $2^x = 10$

$2^x = 10$	1ª atividade: identificação de uma *equação* que envolve função exponencial com o símbolo da igualdade e x como variável.
$x \log 2 = \log 10$ $x = \log 10/\log 2$ $x = 3,32193$	2ª atividade: modificações da equação original.
	3ª atividade: exemplo de conversão da equação original para o registro geométrico cartesiano.

Fonte: elaborado pelos autores.

Esses registros formam o conjunto dos objetos ostensivos na perspectiva durvalina de aprendizagem matemática, mas não basta que possuam as três operações cognitivas elencadas, será necessário que os sistemas que possam emergir da 3ª atividade cognitiva (Figura 2) sejam coordenados e judiciosamente escolhidos. A 3ª atividade cognitiva é primordial na aprendizagem matemática e marca os papéis decisivos dos objetos ostensivos e não ostensivos. De forma sintética, apresentamos, a seguir, a hipótese de aprendizagem matemática de Duval em que esses papéis ficam ainda mais claros:

Figura 3 – Hipótese fundamental de aprendizagem matemática



Fonte: Duval (1995, p. 67).

Podemos fazer as seguintes observações em relação ao esquema da Figura 3: as setas 1 e 2 indicam, respectivamente, os tratamentos nos registros A e B, os elementos desses registros são objetos ostensivos; as setas 3 e 4 sinalizam uma coordenação por meio da operação cognitiva de conversão entre os registros A e B; as setas pontilhadas, com duplo sentido, indicam a distinção clássica entre representante e representado; a seta C corresponde ao que Duval (1995, p. 67) denomina de "compreensão integrativa de uma representação" e que "ela supõe uma coordenação de dois registros". As operações cognitivas de conversões podem trazer à tona o fenômeno da não congruência semântica que, em breves palavras, marca o grau de opacidade que há entre dois registros de um mesmo objeto, o quanto um mesmo objeto pode ser reconhecido ou não em duas representações distintas.

Duval (1995, p. 67) alerta para o fato de que o esquema da Figura 3 mostra o caso mais simples que envolve dois registros, mas podem ocorrer situações de ensino e aprendizagem em que mais de dois registros precisam ser coordenados. A Figura 3 sinaliza uma perspectiva global na aprendizagem matemática que, para situações mais específicas, outros elementos teóricos podem surgir: é o caso da aprendizagem de geometria em que Duval (1995, p. 173-207) acrescenta outros elementos da sua teoria de aprendizagem matemática, como, por exemplo, as operações cognitivas chamadas por ele de *apreensões*. A abordagem desses elementos, em situações particulares, faremos à medida que os casos de ensino vão sendo discutidos. Será, portanto, a partir da configuração dos objetos ostensivos e não ostensivos que se desprendem da Figura 3 e de outros elementos da teoria de aprendizagem em Duval (1995, 1996, 2004, 2011, 2018) é que iremos tratar de diversas situações de ensino e aprendizagem de matemática envolvendo uma estudante cega. Essa escolha deve-se ao fato de que se trata de uma abordagem cognitiva na educação inclusiva: "A abordagem cognitiva se interessa, deste modo, ao funcionamento do conhecimento sob o ângulo dos mecanismos e dos processos que a permitem enquanto atividade de um ser individual" (DUVAL, 1996, p. 353, Grifo Nosso).

Este tipo de abordagem, portanto, centra-se no sujeito que aprende. Situação diferente da abordagem epistemológica (é o caso, por exemplo, de Bosch e Chevallard (1999)) que se interessa pelo conhecimento de um domínio particular de objetos, desenvolvimento histórico e procedimentos de validação (DUVAL, 1996, p. 353).

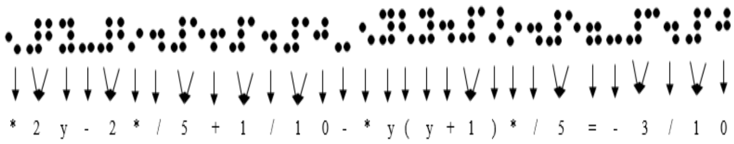
Os objetos semiostensivos são o caso para o estudante cego em algumas situações?

Esta pesquisa trata de um recorte de uma tese de doutoramento que fez uso da metodologia de cunho qualitativo do tipo "Estudo de Caso". Tal metodologia deu-se porque buscamos "transcender ao nível puramente descritivo proporcionado pelo levantamento" (GIL, 2007, p. 138) em aspectos relacionados à aprendizagem de uma estudante em uma abordagem que leva em conta a semiose e a cognição. Isso ocorreu em um levantamento de dificuldades relacionados ao Ensino Médio na aprendizagem em matemática e na investigação com o material didático de matemática em Braille. No caso deste trabalho, discutimos o recorte voltado às dificuldades percebidas no levantamento realizado em encontros extraclasse durante os anos de 2015 e 2016 com a estudante cega, que ocorreram nas dependências da biblioteca da Universidade Federal de Santa Catarina. No total, passamos três semestres (2015/2, 2016/1 e 2016/2) realizando encontros de acompanhamento extraclasse com a estudante. Munidos do que chamamos de Ficha de Acompanhamento Estudantil, anotamos diversos pontos que se mostraram recorrentes e que consideramos relevantes para a discussão de aprendizagem matemática por uma estudante cega numa perspectiva semiótica e cognitiva. Dentre esses pontos, elencamos duas situações às quais discutiremos nas linhas que seguem.

O aumento no número de caracteres e a escrita linear em Braille

A escrita linear do Sistema Braille e o aumento de caracteres na escrita de expressões matemáticas em Braille em relação à escrita em tinta são aspectos relevantes que não podem ser negligenciados em uma abordagem que visa compreender a aprendizagem matemática pelo estudante cego. No caso das expressões fracionárias, além do aumento de caracteres na escrita em Braille, precisamos considerar a mudança de forma: a escrita em tinta tem uma forma praticamente icônica em que os elementos que compõem a fração são facilmente destacados. O mesmo não se pode dizer da escrita em Braille, que segue um padrão linear como podemos perceber o exemplo apresentado no Quadro 1.

Quadro 1 – Forma de escrita das expressões fracionárias

Expressão em tinta e em Braille	**Número de caracteres**
$\frac{2y-2}{5}+\frac{1}{10}-\frac{y(y+1)}{5}=-\frac{3}{10}$	25 em tinta
	39 em Braille

Fonte: elaborado pelos autores.

Nesse Quadro 1, percebemos de imediato uma mudança drástica na forma da apresentação da fração, além do número a mais de caracteres na escrita Braille: para cada algarismo apresentado em tinta, um caractere, dois caracteres são utilizados na escrita Braille e para cada fração que compõe a expressão fracionária em tinta são utilizados dois parênteses auxiliares[4] em Braille (mais dois caracteres para cada fração). Usamos o caractere "*" na escrita em tinta para representar o parêntese auxiliar na delimitação dos numeradores de cada fração. Vale lembrar que os 10 algarismos da escrita indo-arábica são transcritos para o Braille com os mesmos caracteres das letras de a à j. Por este motivo, em Braille, um caractere a mais aparece para diferenciar os números das letras (BRASIL, 2006, p. 33).

As expressões fracionárias, objetos ostensivos de ensino em tinta, são escritas de forma bidimensional, o que permite a visualização imediata dos numeradores e dos denominadores. As pessoas que enxergam têm uma visão global da expressão fracionária, o que não ocorre na escrita em Braille em que a apreensão é tátil e linear. Além da escrita em tinta ser transcrita em Braille na forma linear (em uma única linha quando não a ultrapassa e passa para a linha seguinte), o que rompe com a bidimensionalidade da forma em tinta, para o traço ou barra da fração é utilizado um mesmo símbolo que é o símbolo da operação de divisão em Braille. Como a leitura do estudante cego se dá de forma tátil e sequencial, há uma lenta diferenciação dos elementos que compõem a fração e isso tem implicações nos cálculos a serem efetuados na sequência: as representações semióticas possuem significação que são

[4] Segundo Brasil (2006, p. 15) os parênteses auxiliares são "uma alternativa de recurso de representação em Braille nos casos em que a escrita linear dificulta o entendimento das expressões matemáticas".

comandadas pela *forma* da representação e da sua relação com o seu objeto de referência. Assim, mudar a forma de uma representação implica em uma mudança de conteúdo da própria representação sem, no entanto, mudar a referência ao objeto representado (DUVAL, 1996, p. 359).

Apresentamos à estudante cega uma fração escrita em Braille na forma espacial como se fosse escrita em tinta. A reação dela foi de preferir esta forma, pois consegue identificar "o que é embaixo ou é em cima" referindo-se aos numeradores e denominadores. Comenta ainda *"Eu acho que já poderia começar direto com a não linear. Ficaria mais simples para entender também, desde o começo já".* Há significância por traz dos signos que compõem uma representação e, dependendo do acesso ao significante, pode haver prejuízos ao significado pretendido: a escrita fracionária em Braille é um desses casos em consequência da forma como o Sistema Braille foi concebido. Chamamos estes objetos de semiostensivos por conta das dificuldades inerentes ao meio utilizado em seu acesso.

Há ainda muitas outras situações em que a mudança de forma e o aumento de caracteres são significativos. Citamos os casos, por exemplo, da escrita de sistemas lineares, matrizes, números binomiais etc. O número aumentado de caracteres e a forma disponibilizada na escrita em Braille aliados ao fato de que a leitura pelo estudante cego é mais lenta e mais cansativa do que a leitura em tinta (OCHAITA; ROSA, 1995, p. 190) resultam em uma maior opacidade na identificação do objeto ostensivo. A consequência disso, alcançar o objeto não ostensivo, o objeto conceitual, torna-se uma tarefa mais complexa, pois uma das condições de aprendizagem matemática é que esses objetos ostensivos possam ser manipulados em situações de ensino adequadas aos objetivos pretendidos.

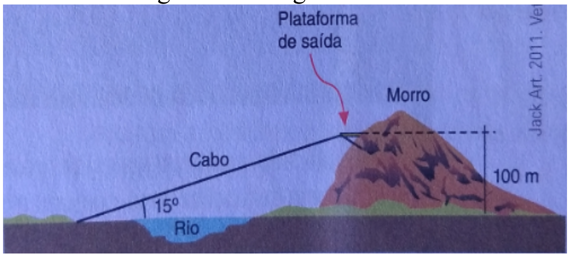
A apreensão perceptiva tátil de figuras geométricas

A matemática é uma disciplina que trata de objetos do saber de natureza ideal (DUVAL, 1995, 2011, 2012) e, deste modo, a sua apreensão só pode se dar por meio de representações. Conforme indicamos na Figura 1 - relação 3, a forma como o acesso se dá depende do sistema semiótico ou orgânico que permitiu a produção da representação (Duval, 2004, p. 36): para os níveis de Ensino Fundamental e Médio, as figuras geométricas têm um papel preponderante nas atividades de ensino, sendo o olhar privilegiado em sua forma de acesso. A questão que colocamos é: como o acesso às figuras em geometria pode acontecer pelo estudante cego? Compreender essa questão permitiria, por exemplo, formular situações de ensino que pudessem promover a aprendizagem da geometria pelo estudante cego.

No caso da geometria, Duval (2011, p. 85) afirma que "ver uma figura é reconhecer imediatamente as formas", sendo esta a primeira e imediata operação cognitiva a ser realizada diante de uma figura geométrica: a *apreensão perceptiva*[5]. Outra apreensão que, por sua vez, não é imediata é a *apreensão operatória*, que trata da possibilidade de realizar modificações em uma figura, permitindo ter "uma variedade de subfiguras possíveis que não são imediatamente perceptíveis ao primeiro golpe de olho" (DUVAL, 2004, p. 170). Uma figura geométrica pode ser associada a um texto que, de certa forma, enquadra os elementos que são visualizados e, portanto, presos ao discurso: nos referimos à *apreensão discursiva*. No entanto, há casos em que uma figura pode se apresentar como autossuficiente em uma questão em geometria: para os limites e propósitos deste texto, trataremos de dois aspectos fundamentais na aprendizagem da geometria, o acesso aos objetos ostensivos representados por uma figura (apreensão perceptiva) e as possibilidades de modificações desta mesma figura (apreensão operatória) para fins heurísticos de resolução.

A imagem transcrita compunha uma questão apresentada no livro didático em Braille e foi apresentada para resolução pela estudante cega. A questão solicitava que fosse encontrada a expressão trigonométrica que determinasse o comprimento do cabo de uma tirolesa, conforme mostrado nas imagens a seguir.

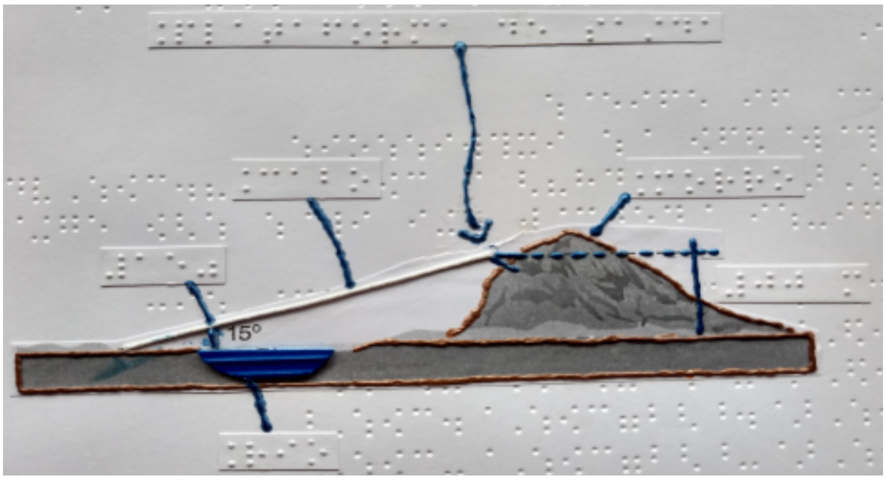
Figura 4 – Imagens em tinta



Fonte: Farago (2012, p. 47).

[5] Duval (1995, 2011, 2012) apresenta quatro apreensões em geometria, a saber: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial. Neste trabalho, iremos enfatizar apenas duas delas: perceptiva e operatória. A apreensão perceptiva é aquela imediata à percepção, já a operatória é aquela apreensão necessária quando realizamos modificações ou reorganizações sobre às figuras geométricas (DUVAL, 2004, p. 173-184).

Figura 5 – Imagem da Figura 4a transcrita para o Braille



Fonte: Farago (2016, p. 73).

Em relação ao tamanho das Figuras 4 e 5, as reproduzimos tentando conservar certa proporção quanto ao tamanho em tinta e em Braille. A imagem transcrita para o Braille foi produzida usando materiais como fio cordonê e cola colorida na cor azul e marrom. Vale lembrar que o papel no qual é produzido o livro em Braille tem uma gramatura diferenciada ($120g/m^2$) da folha convencional utilizada em livros em tinta devido à escrita em relevo.

A questão chave na resolução seria perceber que o lado oposto ao ângulo de 15º do triângulo retângulo, que se forma com a linha da tirolesa e a linha do solo, mede 100m e, deste modo, a expressão trigonométrica poderia ser formulada e os cálculos efetuados. Nesta tarefa de apreender um triângulo retângulo na figura fornecida à estudante cega, podemos observar o seguinte: (1) a linha que representa a tirolesa é contínua e parte do solo até chegar ao morro sem interrupções; (2) já não se pode dizer o mesmo da linha do solo, uma parte dela é interrompida por um pequeno lago com material diferente que pode confundir a continuidade da medida a ser considerada; (3) o lado do triângulo retângulo cuja medida é 100m encontra-se bastante afastado o que dificulta imaginá-lo como o lado do triângulo oposto ao ângulo de 15º. Com essas observações, veremos, a seguir, como foi o desenvolvimento da resolução do problema pela estudante cega.

A estudante aponta, inicialmente, que a imagem transcrita não favoreceu o entendimento sobre a questão formulada a ser respondida. Mesmo após ter sido sugerido que ela imaginasse a figura de um triângulo retângulo na imagem transcrita para encontrar a solução, ela ainda encontrou dificuldades conforme podemos perceber em seu comentário seguinte: "*Achar o triângulo retângulo, que já foi falado, que tá bem complicado de achar,* *tanto por causa do tamanho da figura, é difícil de achar na primeira vez que toca e, acho que é isso que mais complica. É a figura de novo, sempre a figura".*

No caso em tela, a estudante precisaria reconfigurar a figura em Braille (Figura 5), ou seja, transportar o segmento vertical para formar um triângulo retângulo. Mas essa possibilidade de reconfiguração depende do que ela percebe, primeiramente, na imagem em Braille. Além disso, essa operação deveria ser feita mentalmente por conta das limitações do Sistema Braille que não permite que traços sejam acrescentados à figura. Quando a imagem não permite a identificação da figura geométrica, a identificação do objeto ostensivo, as propriedades significativas para a resolução do problema ficam comprometidas. Nessa situação apresentada, a estudante mostrou que há dificuldades em reconhecer o triângulo retângulo (figura) pela imagem transcrita. Ela não conseguiu identificar uma das medidas transcritas na imagem (100m) e relacioná-la como cateto oposto da figura geométrica "mergulhada" na imagem.

Considerações finais

O acesso aos elementos significativos de um objeto ostensivo depende muito da forma de como ele é produzido. As atividades com objetos ostensivos que envolvem frações, devido à forma linear com são apresentadas em Braille, diminuem sobremaneira esta possibilidade de acesso, pois os numeradores e denominadores, por exemplo, não encontram o mesmo destaque que possuem na escrita em tinta. Além disso, conforme mostramos no exemplo tratado anteriormente, o aumento significativo de caracteres pode embaraçar ainda mais o reconhecimento dos elementos significativos do objeto ostensivo na escrita Braille.

O que constatamos aqui vale para muitas outras situações em matemática que observamos no curso da elaboração de uma tese de doutorado. Isto é um fato importante, pois repercute, até mesmo, nas dimensões aumentadas do livro em Braille, tornando mais difícil o seu manuseio. O livro em tinta utilizado tinha as dimensões 20cm por 27cm e 1cm de espessura enquanto que a transcrição em Braille tinha as dimensões 29,5cm por 30 cm e 5cm de espessura. Sobre o livro em Braille a estudante mostra a sua insatisfação dizendo que "*É como se um vidente fosse ler Braille*". Não sendo pela via do objeto ostensivo (representação), o acesso aos objetos se dariam de forma semiostensiva?

A escrita linear de expressões que em tinta é bidimensional, como no caso das frações, o número aumentado de caracteres da tinta ao Braille, também exemplificado pelas expressões fracionárias, as limitações impostas pela escrita em Braille de algumas produções semióticas de objetos ostensivos e a apreensão perceptiva tátil de desenhos que devem se reconfigurar em figuras geométricas são alguns dos indicativos pelos quais precisamos nos atentar durante a aprendizagem de matemática para estudantes cegos. Habituada com a leitura linear tátil, a imagem com uma profusão de elementos táteis de diferentes texturas em uma estrutura bidimensional não favoreceu a identificação dos objetos ostensivos necessários à resolução do problema geométrico.

Sabemos que estes indicativos abrem caminhos, mas não esgotam a variedade de particularidades postas pela diversidade de estudantes que temos em nossas classes que pretendemos que sejam inclusivas. Afinal, os objetos ostensivos sendo transcritos para o Braille são alcançados por quem não possui visão? E, da tinta ao Braille, o que é capaz de alcançar o olhar que não vê? Utilizando este tipo de reflexão, levantamos, neste trabalho, elementos importantes que nos revelam algumas particularidades e que precisam ser considerados na relação entre os objetos ostensivos e não ostensivos na aprendizagem matemática pelo estudante cego.

Referências

ANJOS, Daiana Zanelato dos; MORETTI, Méricles Thadeu. Ensino e Aprendizagem em Matemática para Estudantes Cegos: Pesquisas, Resultados e Perspectivas. **Jornal Internacional de Estudos em Educação**, Londrina, v. 10, n. 1, p. 15-22, 2017.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil.** Brasília, DF (Senado Federa): Centro Gráfico, 1988.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Código Matemático Unificado para a Língua Portuguesa.** Elaboração: Jonir Bechara Cerqueira et al. Brasília: MEC/SEESP, 2006.

BRASIL. **Lei nº 13.146, de 6 jul. 2015**. Dispõe sobre a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência. Brasília, Diário Oficial: 7/7/2015. 2015.
BRASIL. INEP. **Censo Escolar da Educação Básica 2018**. Disponível em: http://download.inep.gov.br. Acesso em: mar. de 2019a.

BRASIL. IBGE. **Censo Demográfico**. Disponível em: http://www.ibge.gov.br. Acesso em: mar. de 2019b.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. La sensibilité de l´activité mathématique aux ostensives. **RDM**, v. 19, n. 1, 1999.

BORGES, Pedro Augusto Pereira; MORETTI, Méricles Thadeu. A relação com o saber de alunos ingressantes na universidade. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 485-510. 2016.

CROCHÍK, José Leon. Educação Inclusiva e Preconceito. *In:* MIRANDA, Theresinha Guimarães; GALVÃO FILHO, Teófilo Alves (Orgs.). **O professor e a educação inclusiva:** formação, práticas e lugares. Salvador: EDUFBA, 2012, p. 39-59.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ed. São Paulo: Atlas, 2007.

DINIZ, Debora; BARBOSA, Lívia; SANTOS, Wederson Rufino dos. Deficiência, Direitos Humanos e Justiça. **Revista Internacional de Direitos Humanos**: São Paulo, v. 6, n. 11, p. 64-77. 2009.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine:** registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang. 1995.

DUVAL, Raymond. Quel cognitif retenir em didactique des mathématiques?. **RDM**, v. 6, n. 3, 1996.

DUVAL, Raymond. **Les problemas fundamentales en el aprendizage de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo**. Trad. |M. V. Restrepo. Cali: Universidad del Valle, 2004.

DUVAL, Raymond. Ver e Ensinar Matemática de outra Forma. Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. de M. T. Moretti. **Revemat,** Florianópolis, v. 7, n. 2, 2012.

DUVAL, Raymond. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? Trad. Méricles T. Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 13, n. 3, 2018.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática:** ensino médio, 3ª série. V. 3. Curitiba: Positivo, 2012.

FARAGO, Jorge Luiz. **Matemática:** ensino médio, 3ª série. V. 3. Parte A. Transcrição em Braille: CAP/Florianópolis. Curitiba: Positivo, 2016.
MARCONE, Renato José de Souza. **Deficiencialismo:** a invenção da deficiência pela normalidade. 170fl. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São Paulo, 2015.

MORETTI, Méricles Thadeu; ANJOS, Daiana Zanelato dos. Transcrição da tinta ao Braille: apontamentos de algumas diferenças semio-cognitivas. **Zetetiké**, Campinas, v. 24, n. 3, p. 395-408. 2016.

NUNES, Sylvia; LOMÔNACO, José Fernandes Bitencourt. O aluno cego: preconceitos e potencialidades. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 55-64, 2010.

OCHAITA, Esperanza; ROSA, Alberto. Percepção, ação e conhecimento nas crianças cegas. *In:* COLL, César; PALACIOS, Jesús; MARCHESI, Álvaro. **Desenvolvimento psicológico e educação:** necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar. Porto Alegre: Artmed, 1995, p. 183-197.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. **12 de outubro de 2017: dia mundial da visão.** Disponível em: http://www.who.int/blindness/en/. Acesso em: 03 mar. 2018.

ROCHA, Monike Flavia B. B. Lima. **Elementos da teoria de conjuntos e a linguagem matemática em Braille:** uma investigação comparativa entre o CMU e o livro didático de matemática. Monografia (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

Recebido em: 30 de abril de 2019.

Aprovado em: 12 de agosto de 2019.