Sociedade Brasileira de Educação Matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em *Revista*
ISSN 2317-904X

Uma Discussão sobre a Regra de Sinal na Multiplicação de Números Inteiros com Estudantes do Ensino Fundamental

A Discussion on the Rule of Signs for Multiplying Integer Numbers with Middle School Students

Rodolfo Masaichi Shintani [1]

Fernanda Morano de Jesus[2]

Fabiane Mondini[3]

Rosa Monteiro Paulo[4]

Resumo

Este texto apresenta um relato de experiência vivido no PIBID, em seu subprojeto Matemática, na UNESP-Câmpus de Guaratinguetá, desenvolvido entre os anos 2014-2017. Tem por objetivo analisar as potencialidades do ábaco dos inteiros na produção do conhecimento matemático no decorrer do estudo da regra de sinal aplicada à multiplicação. Para tanto, a partir de tarefas que realizamos com estudantes da Educação Básica, apresentamos uma análise sobre o sentido do fazer matemático na postura investigativa, pautados, principalmente, nas ideias de Ponte (2000). Nessa perspectiva metodológica, o professor é desafiado a provocar a postura investigativa no aluno propondo-lhe tarefas que abram oportunidade de exploração e diálogo. Espera-se que, por meio da discussão, seja possível contribuir com a prática de ensino de Matemática de professores do Ensino Fundamental que desejem explorar com seus alunos tarefas investigativas, indo além do fazer repetitivo.

Palavras-chave: Educação matemática; Regra de sinais; Ábaco dos inteiros.

Abstract

This paper presents an experience report on PIBID developed among 2014-2017, in its Mathematical subproject, at São Paulo State University (Unesp) – Campus Guaratinguetá. The text aims to analyze the potentialities of the “Integer Abacus” for the production of mathematical knowledge in the study of the signs rule for multiplication. To do so, we developed activities with students of middle school which allow an analysis of the meaning of the mathematical doing in the investigative stance, mainly based on the work of Ponte (2000). In this methodological perspective, the teacher is encouraged to propose open-end tasks that seeking to provide collective discussion and an exploratory approach. We expect to contribute through this discussion to the practice of teaching mathematics of middle school teachers who seek to propose exploratory approach tasks and avoiding application of procedures.

[1] Mestrando em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Câmpus de Rio Claro, São Paulo, Brasil. E-mail: rodolfo.shintani@gmail.com

[2] Graduanda em Matemática; Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Câmpus de Guaratinguetá, São Paulo, Brasil. E-mail: fernandamorano04@gmail.com

[3] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Câmpus de Rio Claro, Professora da Universidade Estadual (UNESP), Instituto de Ciência e Tecnologia (ICT), Câmpus de Sorocaba, São Paulo, Brasil. E-mail: fabiane.mondini@unesp.br.

[4] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Câmpus de Rio Claro. Professora da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Câmpus de Guaratinguetá, e do programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Câmpus de Rio Claro, São Paulo, Brasil. E-mail: rosa.paulo@unesp.br .

Keywords: Mathematics education; rule of signs; Integer Abacus.

A investigação em aulas de Matemática

O fazer matemático é, por natureza, investigativo (PONTE, 2000). Mas, o que isso significa? Abrantes, Leal e Ponte (1995, p. 243) esclarecem que o fazer matemático é uma prática que tem por objetivo "desenvolver e usar um conjunto de processos característicos da atividade Matemática" que envolve o reconhecimento da situação, a exploração e a formulação de questões, a elaboração de hipóteses, a realização de testes, o refinamento das conjecturas levantadas e da argumentação construída. Esses são, portanto, aspectos que fazem parte do processo de produção de conhecimento e, na literatura que trata da Investigação Matemática, tornou-se tão relevante que passaram a ser considerados como fases do trabalho investigativo: *reconhecer a situação, explorar e formular questões, conjecturar, realizar testes de hipóteses, construir argumentos e validá-los*.

Ponte (2000) afirma que o fazer investigativo na sala de aula torna-se uma possibilidade de produção de conhecimento matemático pelo aluno, abrindo caminho para a constituição de um cenário em que a ele (aluno) é dada a corresponsabilidade por sua aprendizagem. Ou seja, num ambiente investigativo, o aluno torna-se sujeito ativo que participa das tarefas[5] produzindo significados para as situações que lhes são propostas.

Já o professor é desafiado a provocar tal postura do aluno e, para tanto, deve propor tarefas que possibilitem a exploração, a investigação e abram espaço ao diálogo. Nesse sentido, a investigação deve ser "uma viagem até ao desconhecido [...] [em que] o objectivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação" (ABRANTES et al., 1999, p. 4).

Investigar em uma aula de Matemática trata-se, portanto, de um caminho escolhido para conduzir uma aula na qual o conteúdo é um meio para que o aluno atinja um fim: a aprendizagem, compreendida como produção de significado sobre o estudado. É importante destacar que no processo de investigação é papel do professor propor *boas tarefas*, que se caracterizam por valorizar a experimentação e os diferentes modos de investigar, de tentar,

[5] Neste texto, o termo tarefa é usado no sentido a ele atribuído por Ponte em seus diversos trabalhos que tratam da Investigação Matemática. Tarefa diz de toda proposta feita pelo professor, independente de ser um exercício, um problema, uma pesquisa, etc... Já o termo atividade é reservado à ação do aluno que se envolve com a tarefa proposta. Ou seja, o aluno entra em atividade ao iniciar e se manter no processo investigativo.

de buscar e de compreender, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia e para a capacidade de argumentação.

> O fato de as ideias matemáticas se desenvolverem como fruto das tentativas de compreensão, como resposta a problemas e necessidades experimentadas pelo próprio aluno, e não como simples assimilação de ideias pré-existentes, confere grande importância à formulação de boas questões (PONTE et al., 2000, p.13).

Ponte et al. (2000) enfatizam que, para o entendimento das tarefas propostas, a experimentação é o primeiro passo. O trabalho em grupo também é destacado com importância, uma vez que torna a argumentação necessária para defender uma postura assumida ou, caso a conjectura seja refutada, levar o aluno à busca por novas possibilidades, considerando os fatores que levaram sua hipótese a ser rejeitada. Nesse entremeio, das explorações investigativas dos alunos e do diálogo de argumentação e validação, o professor percorre os grupos para acompanhar o desenvolvimento da atividade, as compreensões expressas, as dúvidas que permeiam o fazer, os avanços. Caso perceba que não há evolução das ideias, o professor poderá sugerir um modo de organização mais direta — sugerir, por exemplo, uma possibilidade, um caminho — que oriente a tomada de posição dos alunos ou desencadeie o processo investigativo.

Descrição do proposto aos estudantes

A tarefa descrita e analisada nesse texto foi desenvolvida junto ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), em seu subprojeto Matemática, que foi desenvolvido no âmbito da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP) - Câmpus de Guaratinguetá, durante os anos de 2014-2017. O PIBID é um programa do governo brasileiro que

> Oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos presenciais que se dediquem ao estágio nas escolas públicas e que, quando graduados, se comprometam com o exercício do magistério na rede pública. O objetivo é antecipar o vínculo entre os futuros mestres e as salas de aula da rede pública. Com essa iniciativa, o PIBID faz uma articulação entre a educação superior (por meio das licenciaturas), a escola e os sistemas estaduais e municipais (BRASIL, 2014).

Durante o desenvolvimento do projeto mencionado, buscou-se o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para atuarem na Educação Básica, por meio da inserção de estudantes no contexto da escola pública, para realizar observações e intervenções, com o objetivo de contribuir com a aprendizagem matemática dos estudantes.

A atuação nas ações escolares possibilitou a vivência de situações de ensino nas aulas de Matemática, com o acompanhamento de um professor supervisor, sendo esse, docente da escola.

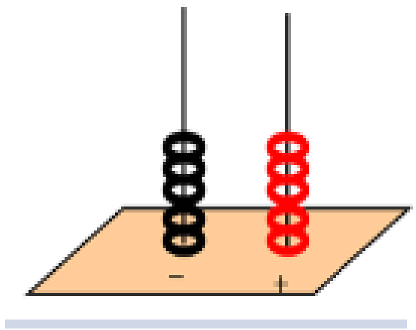
As atividades desenvolvidas pelos bolsistas com os estudantes do ensino fundamental e médio foram elaboradas na forma de projetos de ensino. Em cada projeto houve sempre o acompanhamento de um docente da Universidade, colaborador do PIBID, além da supervisão e orientação dos professores de matemática das escolas parceiras. Dentre os projetos desenvolvidos, trazemos a esse texto um, cujo título foi "*O ábaco dos inteiros e a multiplicação*". Esse projeto foi desenvolvido em uma escola parceira de zona rural, do munícipio de Guaratinguetá, com aproximadamente 28 alunos do 7° ano, do Ensino Fundamental II, em um período de duas aulas, com tempo de duração de 50 minutos cada aula. O projeto foi proposto a pedido da professora da turma, no momento em que ela estava apresentando aos estudantes a 'regra de sinais' da multiplicação de números inteiros. A professora percebeu certa dificuldade dos estudantes em compreender o sinal do resultado da multiplicação de dois números inteiros. Trazida a problemática para a discussão, propomos o projeto, cujo objetivo foi justificar a 'regra de sinais' da multiplicação de dois números inteiros, ou seja, explicitar por que a multiplicação de dois números inteiros com mesmo sinal é positiva, enquanto a multiplicação de dois números inteiros com sinal diferente é negativa.

A tarefa foi desenvolvida com os alunos organizados em duplas, em posse de um ábaco e argolas coloridas. Apresentamos o material manipulativo aos estudantes e demos uns minutos para que eles conhecessem o instrumento de cálculo e, após, deu-se início a atividade.

O ábaco dos inteiros é um recurso manipulativo favorável ao trabalho com as operações dos números inteiros adaptado do ábaco convencional. Esse ábaco caracteriza-se por fazer uso apenas de duas hastes: uma para as quantidades positivas e outra para as quantidades negativas. Com esse material é possível somar, subtrair ou multiplicar números inteiros.

Cada unidade no ábaco dos inteiros é representada por uma argola colocada na haste (ou no pino) correspondente (negativo ou positivo). Sugere-se, no início do trabalho, distinguir o pino positivo do negativo pelas cores das argolas ou pela posição (positivos a direita e negativos a esquerda, por exemplo, conforme indicado na figura 1), para que seja possível o desenvolvimento das tarefas com as operações.

Figura 01: Ábaco dos inteiros



Fonte: Coelho (2005, p. 80).

Em nossa tarefa combinamos com os alunos que usaríamos apenas duas hastes, uma somente para argolas azuis e outra somente para argolas vermelhas, sendo que as argolas azuis representariam quantidades positivas e as argolas vermelhas, quantidades negativas. Cada ábaco possuía vinte argolas, dez azuis e dez vermelhas, como mostra a Figura 02.

Figura 02: Ábaco do números inteiros.

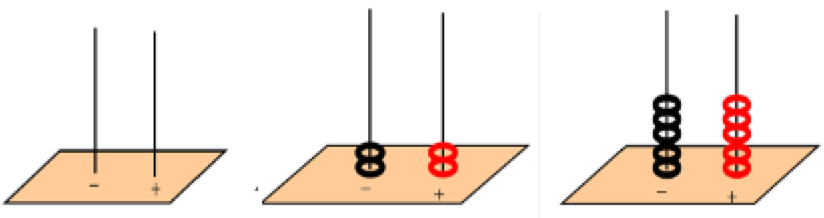
Fonte: Os autores.

A primeira parte da tarefa foi uma discussão sobre as possibilidades de representar o zero com o ábaco dos inteiros. Os alunos, quase que por impulso retiraram todos as argolas do ábaco, e apresentaram o ábaco vazio, dessa maneira cumpriram a tarefa. Em seguida os estudantes foram questionados sobre se haveria outras possibilidades de representar o zero. Alguns grupos, após alguns minutos de discussão, zeraram o ábaco com uma argola vermelha, na haste dos negativos e uma argola azul na haste dos positivos. Na sequência, os estudantes começaram a expor diferentes maneiras de representar o número zero.

Diante das diferentes maneiras de representar o zero, foi iniciado um questionamento aos estudantes sobre se a segunda maneira de zerar o ábaco (feita apenas por alguns alunos) estaria correta e a justificativa para validar o feito. Alguns grupos responderam imediatamente que não estaria correto, pois o ábaco possuía argolas então não estaria zerado. Já os grupos que consideravam aquela forma de representação correta responderam que as argolas azuis contavam com um valor positivo, enquanto as argolas vermelhas contavam com valores negativos, e que como tinha apenas uma argola cada uma das hastes, essas argolas se anulariam.

Diferentemente do trabalho com o ábaco convencional usado para explorar as operações com números naturais, a representação da quantidade zero no ábaco dos inteiros pode ser feita de diferentes maneiras, conforme mostra-se na Figura 03.

Figura 03: diferentes maneiras de representar a quantidade zero no ábaco dos inteiros.



Fonte: Coelho (2005, p. 80).

Destacamos a importância da compreensão dos estudantes de que no ábaco dos inteiros, para representar a quantidade zero, basta registrarmos números simétricos ou opostos. Ou seja, pode-se expressar o zero por meio dos pinos vazios (sem nenhuma argola) ou por duas argolas no pino negativo e duas argolas no pino positivo, ou ainda por cinco argolas no pino negativo e cinco no pino positivo, dentre várias outras possibilidades (Figura 03).

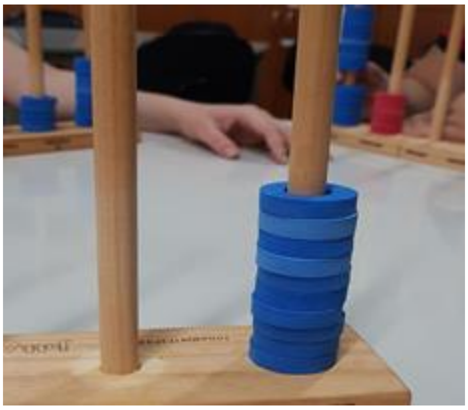
Todas as demais representações de números inteiros, sejam positivos ou negativos, partem do ábaco "zerado". Ou seja, para que se opere com o ábaco é importante que esteja representada a quantidade zero (que não necessariamente é expressa pelos pinos vazios). Logo, é a partir da compreensão da representação do zero que passamos a explorar a representação dos demais números.

Depois de exploradas as diferentes maneiras de zerar o ábaco, para continuar a atividade, entregamos uma folha para cada grupo contendo um conjunto de operações que deveriam ser resolvidas por meio de representações no ábaco. A primeira tarefa era sobre as possibilidades de representar a multiplicação de dois números (fatores) que fossem positivos, logo (+) x (+). Nesse momento fizemos uma breve discussão com os estudantes sobre o que seria a multiplicação (a ideia associada a essa operação), assunto já conhecido dos estudantes.

"*Multiplicação é fazer um número vezes o outro"* (Fala uma estudante). Pedimos para que a estudante explicitasse essa ideia, ou seja, que ela esclarecesse o sentido de *fazer um número vezes o outro*. Após alguns minutos de discussão com o grupo, chegamos ao consenso de que a multiplicação, tal qual ela é feita no ábaco, nada mais é do que uma soma de parcelas iguais, no caso de 2 x 3, essa operação representa somar a quantidade três, duas vezes, ou seja, (3+3).

Solicitamos aos estudantes que efetuassem no ábaco a operação 5 x 2; diante disso, com o ábaco zerado, os alunos acrescentaram cinco vezes a quantidade dois no pino de argolas azuis. Alguns acrescentaram ao ábaco duas vezes a quantidade cinco no pino de argolas azuis. Então, aproveitamos a oportunidade para discutir com os alunos a leitura da sentença 5 x 2 que, no caso das operações com o ábaco dos inteiros é muito importante. Ou seja, a sentença 5 x 2, indica que deve-se colocar 5 vezes a quantidade 2 no pino positivo. Logo, o primeiro fator indica a quantidade de vezes (parcelas) que iremos colocar (ou retirar) certa quantidade de argolas. O segundo fator indica quantas e quais são as argolas, isto é, se elas são azuis ou vermelhas. Por isso a ordem dos fatores poderá resultar em ações distintas no ábaco.

Figura 04: representação do produto de 5x2



Fonte: os autores.

Para que os alunos pudessem compreender essa ideia, partimos para o caso em que a primeira parcela da multiplicação é positiva e a segunda parcela negativa, logo (+) x (-). Escrevemos a operação 5 x (-2) no quadro, enfatizamos a leitura da sentença com os alunos: acrescentar cinco vezes a quantidade dois na haste negativa, com argolas vermelhas. O que resulta em dez pinos vermelhos.

Figura 05: representação do produto de 5 x (-2)

Fonte: os autores

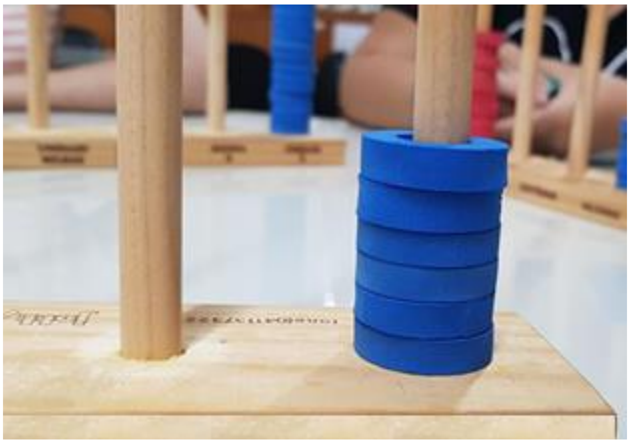
Compreendida a forma de trabalhar com o ábaco, continuamos com diversos exemplos, incluindo casos em que a primeira parcela é negativa, para que os alunos compreendessem a lógica de funcionamento do recurso. Nesse caso, ao invés de acrescentar, estaríamos retirando certa quantidade de argolas dos pinos positivos ou negativo (dependendo do sinal do outro fator). Desenvolvemos mais alguns exemplos como o explicitado acima, e percebemos que os alunos não tiveram dificuldade na operação multiplicação de dois números inteiros em que um dos fatores era positivo.

Quando consideramos compreendidos os casos descritos no parágrafo anterior, apresentamos a situação em que ambas as parcelas eram negativas. Começamos com o exemplo de (-2) x (-3). Nesse momento os alunos já eram capazes de efetuar a leitura da sentença, ou seja, já sabiam que a sentença indicava que eles deveriam retirar duas vezes a quantidade 3 do pino negativo, isto é, deveriam retirar duas vezes três argolas vermelhas. Para que isso fosse possível o ábaco deveria ter, pelo menos 6 argolas vermelhas logo de inicio. Voltamos a importância do zero no ábaco e eles representaram a quantidade zero usando 6 ou mais argolas azuis e vermelhas e procederam a operação que lhes foi solicitada.

Figura 06: representação do produto de (-2) x (-3),
Quando se inicia o ábaco com (+4 – 4)

Fonte: Os autores.

Figura 07: Outra representação do produto de (-2) x (-3)
Quando se inicia o ábaco com zero



Fonte: Os autores

Explorando vários exemplos, os alunos foram capazes de entender que, em virtude de ‘retirarmos argolas da haste negativa sobrava mais argolas na haste positiva’, ou seja, para eles a ideia de que *menos com menos dá mais* começava a fazer sentido: se retiramos argolas do pino negativo irá sobrar argolas no pino positivo. Essa exploração permitiu-lhes compreender o sentido da regra de sinais.

Análise da atividade

Planejamos as tarefas, preparamos o material necessário, conhecemos o contexto da escola e elaboramos uma proposta cujo objetivo foi justificar a 'regra de sinais'[6] da operação multiplicação de números inteiros com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental.

O objetivo de uma tarefa deve ser:

> Envolver os alunos em actividades matematicamente ricas e produtivas. As tarefas podem ser de muitos tipos, umas mais desafiantes outras mais acessíveis, umas mais abertas outras mais fechadas, umas referentes a contextos da realidade outras formuladas em termos puramente matemáticos (PONTE, 2005, p.25).

A tarefa proposta partia de uma discussão sobre as possibilidades de 'zerar o ábaco' quando trabalhamos com números inteiros, visto que para representar uma operação de multiplicação desse conjunto numérico é importante compreender que há inúmeras possibilidades de representar o zero, além da ausência de argolas (como fazemos no caso dos números naturais). E, além disso, é preciso compreender o que é expresso pela sentença matemática, pois é por meio da leitura atenta da sentença que é possível, por exemplo, justificar porque a multiplicação de dois números inteiros negativos resulta em um positivo. Analisando o feito, nota-se que o sinal do primeiro fator indica a ação a ser executada: retirar argolas se for negativo, ou acrescentar argolas, se for positivo. O sinal do segundo fator indica o pino no qual a ação será efetuada: se no pino negativo (caso o sinal seja negativo) ou no pino positivo (caso o sinal seja positivo) (COELHO, 2005). Logo, uma expressão que tenha os dois fatores negativos irá indicar que teremos de 'retirar' certa quantidade de argolas do pino 'negativo'. Portanto, irá 'sobrar' argolas no pino positivo. Esta justificativa para a regra de sinais auxiliou os estudantes a compreender suas ações matemáticas, sem a necessidade de artifícios de memorização sem sentido matemático.

O fazer matemático pautado na investigação perpassa pelo diálogo e pela confiança entre professor e estudantes, para que esses possam se pôr em atividade, que se caracteriza pelas suas ações e seu empenho na realização das tarefas sugeridas pelo professor. O objetivo de realizar o proposto pela tarefa, tendo em atenção o contexto de trabalho e os seus significados e intenções para professores e estudantes, é se dispor ao movimento de

[6] O objetivo da aula de Matemática que consideramos na descrição desta atividade não era proporcionar aos estudantes uma demonstração formal da regra de sinal da multiplicação, mas leva-los a compreender o sentido que ela tem na operação.

compreender. Nesse cenário, professor e estudantes “são fundamentais nessa construção, embora com papéis claramente distintos” (PONTE, 2014, p. 7).

Se por um lado temos os estudantes em atividade, dispostos a apreender, por outro, temos o professor da turma e os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, que nesse contexto atuam como professores em atividade de formação, pensando, planejando, refletindo sobre o feito, e planejando novamente, com o objetivo de motivar o aluno a aprender. Nesse sentido, destaca-se a tarefa proposta, como “propulsora [do] processo de transformação da prática profissional do professor” (PONTE, 2014). Nossa sociedade atual, em um

> contexto de uma sociedade em mudança, irá certamente definir novos rumos para o ensino, desenvolver novos recursos para a aprendizagem e para a formação, bem como novas formas de organização escolar. Os professores serão chamados a enfrentar novos desafios, de onde tanto pode resultar uma responsabilidade e uma competência acrescida, em termos do exercício da sua atividade, como pode resultar uma degradação do estatuto e da qualificação da profissão (PONTE, 2014, p. 24).

Nesse contexto, destaca-se o professor como investigador de sua própria prática, em uma vivência denominada por Cristóvão (2009) de ‘colaborativa’, atuando com outros atores (outros professores, gestores, estudantes, formadores), visando a transformação de suas ações pedagógicas e do contexto escolar.

Trazer a investigação para as aulas de matemática é apresentar ao professor uma possibilidade de enfrentamento de suas angústias e fracassos com seus pares, para que em grupo, busquem-se alternativas e caminhos para os desafios oriundos da prática pedagógica.

Considerações finais

O ábaco dos inteiros apresenta-se como um recurso possível ao trabalho do professor de Matemática na Educação Básica que, ao ser explorado, contribui para que o aluno compreenda as ‘regras de sinais’ da multiplicação de números inteiros. A intenção na utilização desse recurso não foi a simples manipulação, mas a possibilidade de, pelo questionamento do que é feito, o aluno analisar a situação, problematizando as ações de modo investigativo.

Essa análise, problematização e investigação leva à interrogação ontológica do objeto matemático. Ou seja, pretende-se que seja questionado: o que é o algoritmo? O que são as regras de sinais? A intenção é, portanto, que o feito tenha sentido para quem faz; Que se investigue a natureza do objeto matemático considerado, tal qual ele é tratado por

D'Amore (2006) que, apoiado em Blumer (1969, p. 8), diz: "objeto matemático é tudo que é indicado, assinalado, nomeado quando se constrói, se comunica ou se aprende matemática". (D'AMORE, 2006, p. 181).

Para elucidar esse sentido, D'Amore (2006) distingue diferentes tipos de objetos matemáticos: *linguagem*, na forma oral ou escrita, que envolve expressões e notações diversas, gráficos, etc...; *situações*, que envolvem exercícios, problemas de natureza interna ou externa à matemática (aplicações), exercícios; *ações*, em que se consideraram os algoritmos, as operações, as técnicas e procedimentos de cálculo, etc.; *conceitos*, que são apresentados mediante definições ou descrições, como reta, ponto, etc.; *propriedade e atributo dos objetos*, envolvendo enunciados sobre os conceitos e argumentos usados para validar ou explicar enunciados (D'AMORE, 2006, p. 181).

Neste artigo focamos, portanto, o objeto matemático *multiplicação de números inteiros,* para o qual, mediante a investigação, pode-se chegar à compreensão das propriedades e dos atributos argumentando sobre o que é feito com clareza. Entende-se que, na conclusão do que é proposto, é importante destacar que se trata de uma possibilidade de ação do professor que ensina matemática visando à aprendizagem do aluno, a produção de sentido para o fazer matemática em sala de aula. Considerando mais uma vez as palavras de D'Amore (2006), pode-se dizer que é um modo de favorecer uma experiência na qual o sentido produzido pelos alunos possa ser dialogado enriquecendo o modo pelo qual o objeto matemático se apresenta.

Referências

ABRANTES, P., LEAL, L., C., PONTE, J. P. **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM, 1995, p. 165-172.

ABRANTES, P., PONTE, J. P., FONSECA, H., BRUNHEIRA, L.. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APM. 1999.

BLUMER, H. **Symbolic Interactionism**: perspective and method. New Jersey: Ed. Prentice-Hall, 1969.

BRASIL. Lei n. 13.005. **Aprova o Plano Nacional de Educação**. 2014.
Disponível em: <www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm>. Acesso em: 17 jan. 2016.

COELHO, M. P. F. **A Multiplicação de números inteiros relativos no 'ábaco dos inteiros'**: Uma investigação com alunos do 7º ano de escolaridade. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Minho, Braga. 2005.

D'AMORE, B. Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **RELIME**. v. 9 (Número Especial). 2006. p. 177-195.

PONTE, J. P. Tecnologias de Informação e Comunicação na Formação de Professores: Que Desafios? **Revista Iberoamericana de Educación**. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI), Madrid, España, n. 24, p. 63-90, set./dic.. 2000.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., BRUNHEIRA, L., VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, v.7, n. 2, 2000. p. 41-70.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. In: GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P. Apresentação. In: PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Projeto P3M, Lisboa, Instituto de Educação, 2014, p. 5-9.

Recebido em: 24 de janeiro de 2019.

Aprovado em: 30 de novembro de 2019.