

O que é modelagem matemática?

DALE BEAN

FACULDADE DE EDUCAÇÃO - UNICAMP, GRUPO DE PESQUISA PRAPEM - PRÁTICA
PEDAGÓGICA EM MATEMÁTICA - DALEBEAN@YAHOO.COM

O propósito deste artigo consiste em esclarecer quais são as características que distinguem a modelagem matemática de outras aplicações no ambiente do ensino de Matemática.

Uma análise de modelagem matemática é feita tanto no contexto das propostas para o ensino, "Modelagem" e "Modelação", quanto nas contraposições com as propostas *Metodologia de Problematização e Aprendizagem Baseada em Problemas* e, mais especificamente, com outros tipos de *resoluções de problemas* comumente encontradas no ensino de Matemática.

A análise mostra que a modelagem, concebida como um processo matemático que envolve formulação de *hipóteses e aproximações simplificadoras* na criação de modelos matemáticos, se distingue das propostas "Modelagem" e "Modelação". Neste sentido, modelagem exige habilidades de raciocínio importantes e distintas das mobilizadas nas resoluções de problemas típicos, e portanto é recomendável que ela seja incorporada no ensino e na aprendizagem de Matemática.

Palavras-chaves:

Modelagem matemática, "Modelagem", "Modelação", resoluções de problemas, Metodologia de Problematização, Aprendizagem Baseada em Problemas.

Introdução

Este artigo resulta de uma indagação relativa a um conflito entre a minha prática na sala de aula empregando modelagem matemática e as descrições de "Modelagem" que encontrei em teses e dissertações em Educação Matemática. Minha experiência com modelagem tem um enfoque no qual os alunos criam modelos matemáticos para representar situações dadas. Ou seja, é semelhante aos procedimentos para as resoluções de problemas. Em contraste, a análise de FIORENTINI (1996), as dissertações e teses referentes à modelagem matemática na Educação abordam-na como uma proposta, ou uma metodologia, para o ensino dos conteúdos da Matemática.

Eu comecei a entender o significado de modelagem matemática por meio de uma atividade que conduzi na sala de aula. Dados obtidos em um experimento de cinemática foram modelados pelos alunos por escolha de uma função e por lidar com os

coeficientes para ajustar a função aos dados. Esta experiência, chave para o desenvolvimento da minha concepção de modelagem, aconteceu em 1997. Meus alunos dos 2º e 3º anos do Ensino Médio utilizaram a calculadora gráfica, CBL (Calculator Based Laboratory) e um detetor de movimento para obter dados (a distância do corpo do aluno ao detetor, em relação ao tempo) dos seus movimentos andando em frente ao detetor. A partir dos dados, eles construíram modelos matemáticos (funções) para representar seus movimentos.

Nesta experiência, os alunos, fizeram movimentos diversos para frente e para atrás. Portanto, os dados, coletados nem sempre permitiram uma representação (uma função) óbvia. Às vezes os dados exigiram que o aluno fizesse um modelo por partes (usando duas funções) para representar seu movimento. Esta incerteza nos dados abriu um campo de trabalho no qual os alunos e eu estávamos trabalhando juntos para obter soluções que não admitiam exatidão. As incertezas que encontramos eram um desafio profissional estimulante para mim. Eu tinha que orientar o trabalho dos alunos sem saber quais problemas seriam encontrados.

Esta experiência positiva me incentivou a conhecer mais sobre a modelagem matemática no contexto do ensino de Matemática. Queria saber o que os outros professores faziam em sala de aula: os tipos de problemas e abordagens foram trabalhadas. Comecei a ler artigos relativos ao assunto. Encontrei, na Unicamp e na UNESP – Rio Claro, uma série de dissertações e teses sobre a modelagem em Educação Matemática. Neste momento percebi que minha experiência não correspondia às experi-

ências vividas por outros professores.

Minha concepção de modelagem matemática, embora ainda em construção, focalizou situações não bem definidas, como a atividade com o detetor de movimento. Em contraste, as teses e dissertações consultadas destacaram modelagem como uma proposta para o ensino da Matemática. Nesses casos, os interesses dos alunos forneceram os pontos de partida para as aplicações que levaram em consideração tanto o conteúdo curricular de matemática como assuntos sociopolíticos. Essa diferença de concepção, juntamente com minha experiência positiva com modelagem me levou a aprofundar o estudo para compreender melhor o que distingue modelagem de outros tipos de aplicações de Matemática.

Iniciei a pesquisa retomando o caminho percorrido por ANASTACIO (1990) que analisou a escrita, a fala e a prática em modelagem matemática na Educação. Estudei dissertações, teses e artigos, conversei com vários professores que trabalham com modelagem e examinei monografias de professores em programas de especialização (PEDROSO, 1997 e TELES, et al., 1999) que têm modelagem matemática como linha de estudo. Este caminho me forneceu um campo rico para analisar e contrapor as convergências e as divergências na concepção da própria modelagem matemática.

Adicionalmente, com igual importância para chegar à essência da modelagem matemática, contrapus modelagem matemática com outros tipos de resoluções de problemas e propostas para o ensino. Entendo que esta contraposição, junto com o olhar na própria modelagem, esclarece e a distingue de outros tipos de resolução de problemas e, se relaciona com

a “Modelagem”, a metodologia de ensino encontrada nas teses e dissertações.

Em essência, o objetivo deste artigo consiste em discutir e elucidar o que é modelagem matemática tanto no contexto da proposta metodológica para o ensino, como no contexto de resoluções de problemas e, paralelamente, apontar algumas implicações para o professor e o aluno no ensino e aprendizagem da Matemática.

A Aplicação da Matemática

Para melhor entender o atual papel da modelagem matemática na Educação é importante examinar suas raízes nas aplicações de matemática praticadas por matemáticos, engenheiros, biólogos, etc. As situações-problema encontradas na indústria, no setor de saúde e meio ambiente, entre outras, exigem que o profissional crie ou, pelo menos, modifique modelos matemáticos com a finalidade de descrever, entender e resolver os problemas enfrentados.

A resolução de um problema geralmente começa com situações complexas, não bem definidas, que envolvem objetos e/ou sistemas: construção de um edifício (estabilidade da estrutura), estudo de uma molécula (propriedades), sistema vascular humano (entendimento do corpo), sistema de trânsito de uma cidade (melhoria do fluxo), crescimento da população humana (saúde, saneamento, educação, emprego, ...) etc.

A interpretação de problemas, em termos matemáticos mantém um papel significativo em várias áreas: Mecânica, Agricultura, Biologia, Demografia, ... Em 1789, Thomas Robert Malthus, economista e demógrafo inglês, propôs o primeiro modelo matemático para represen-

tar o crescimento da população do mundo. Em seu trabalho, *An Essay on the Principle of Population as it Affects the Future Improvement of Society*, predisse que o população humana teria um crescimento em progressão geométrica, caso não houvesse fatores de controle como epidemias ou períodos de falta de alimentos.

BASSANEZI e FERREIRA JR. (1988) apresentam o modelo malthusiano expresso por:

$$\frac{d}{dt}P(t) = nP(t),$$

onde $P(t)$ é uma função que representa a população P , em relação ao tempo t , e onde n , constante é um coeficiente de proporcionalidade que representa a diferença entre as taxas de natalidade e mortalidade da população. A hipótese principal deste modelo é que a variação do cresci-

mento da população $\frac{d}{dt}P(t)$, a qualquer tempo t dado, é proporcional à população no mesmo tempo t , isto é $nP(t)$.

Em suma, o modelo malthusiano contribui para prever o crescimento de uma população num curto período de tempo, sem interferência de fatores de calamidade. Mas, para melhor representar o crescimento de população de longo prazo, o modelo tem sido aperfeiçoado por meio de modelagem, tomando em consideração fatores adicionais, como o fato que a diferença entre as taxas de natalidade e mortalidade ser melhor representada por uma função do tempo, em vez de uma constante.

O profissional modela uma situação, onde há um problema, para melhor entendê-la. Ele define os parâmetros, as características e as re-

lações entre as características que são pertinentes à resolução do problema. As características e relações, extraídas de hipóteses e aproximações simplificadoras, são traduzidas em termos matemáticos (o modelo), nos quais a matemática reflete a situação do problema. Durante e depois da criação do modelo, o profissional verifica a coerência da matemática e a validade do modelo no contexto do problema original. Os ajustes, modificações ou novos modelos serão realizados ao longo do processo, até que um modelo aceitável dê conta do enfrentamento do problema.

Os procedimentos gerais do trabalho de um modelador têm sido esquematizados de várias maneiras. Uma síntese dos esquemas apresentados por MEYER (1998), PENROSE (1978; citado em CLEMENTS, 1989, p. 15) e BIEMBENGUT (1999) é intitulada "Resolução de Problema Aplicada" (Figura 1). Embora o esquema seja representado linearmente, o processo de resoluções de problemas, de acordo com os autores, não segue uma forma linear e nem um padrão cíclico. Existe uma interação contínua entre as várias etapas e suas combinações. De acordo com BLUM e

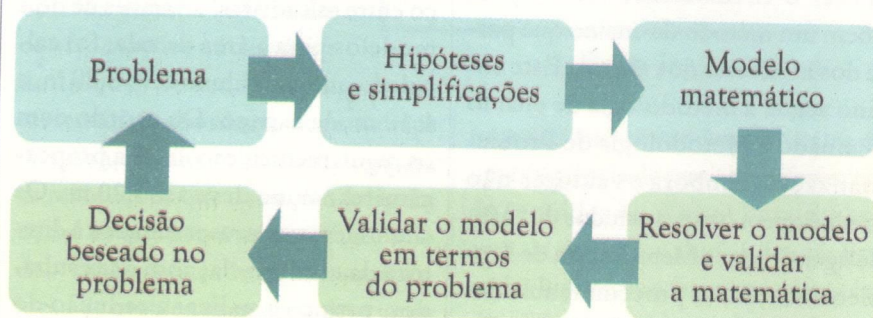
NISS (1991), as etapas sombreadas na Figura 1 indicam onde se processa a modelagem matemática.

A Transferência da Matemática Aplicada para a Sala de Aula

De acordo com ANDREWS e MCLONE (1976), os procedimentos, seguidos pelo profissional na aplicação da matemática, foram transferidos ao ambiente matemático universitário como uma resposta ao baixo desempenho dos matemáticos recém formados em aplicar conceitos matemáticos aos problemas das empresas em que trabalham. Uma transferência dos procedimentos da matemática aplicada também está sendo feita na matemática escolar em resposta às preocupações socioculturais e ao baixo desempenho de alunos na própria Matemática. Essa transferência vem na forma de propostas metodológicas nomeadas "Modelagem" e provoca alguma mudança ou ajuste nas etapas da Figura 1, para se adaptar ao ambiente da sala de aula, tratando questões como motivação e relevância.

BASSANEZI (em preparação), ao promover modelagem matemática para a licenciatura e cursos de aper-

Resolução de Problema Aplicada (envolvendo modelagem matemática)



feiçãoamento para professores, aponta a necessidade de “procurar um equilíbrio harmonioso entre teoria e a prática, mostrando o valor intrínseco da matemática, assim como sua plasticidade e beleza, enquanto ferramenta para o entendimento de outras áreas do conhecimento”. Neste sentido “Modelagem”, como uma proposta, oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da matemática no currículo escolar em conjunto com o tratamento “formal” que é predominante no ensino.

Para se chegar à “Modelagem” é preciso aproximar a matemática escolar e universitária dos interesses dos alunos e dos aspectos da vida fora da sala de aula, sejam eles do cotidiano, da cidadania ou do meio profissional. Os estudos de mestrado e doutorado sobre “Modelagem” enfatizam este aspecto e alguns fazem distinção entre a “Modelagem”, como proposta, principalmente para Ensino Fundamental e Médio, e a “Modelação”, que é mais comum no Ensino Superior.

“Modelagem”/Metodologia de Problematização

Com referência a “Modelagem” para o Ensino Fundamental e Médio, BIEMBENGUT (1999), BURAK (1992) e CALDEIRA (1998) propõem um método de ensino que parte dos interesses dos alunos. Este ensino segue a metodologia de ensino chamado a Metodologia de Problematização. Embora os autores não identifiquem os seus estudos de “Modelagem” com a Metodologia de Problematização, os procedimentos das duas propostas são equivalentes. De acordo com BERBEL (1998), ao trabalhar a Metodologia de Problematização,

os alunos a fazem em cinco etapas interrelacionadas: 1) escolhem um tema e identificam um problema de estudo com origem na sua realidade social; 2) conjeturam possíveis causas do problema e identificam “pontos-chaves” para investigação; 3) buscam e analisam informações a respeito dos “pontos-chaves” do problema; 4) elaboram possíveis soluções e 5) aplicam essas soluções à realidade. Este enfoque está em acordo com D’AMBROSIO (1986, p. 63) ao promover um ensino de matemática “num contexto sociocultural, procurando situar o aluno no ambiente de que ele é parte, dando-lhe instrumentos para ser um indivíduo atuante e guiado pelo momento sociocultural que ele está vivendo”.

Essa metodologia está exemplificada num trabalho feito por uma turma do 2º ano do Ensino Médio no estudo realizado por CALDEIRA (1998). A turma preocupou-se com as superlotações das salas de aulas na sua escola. Eles abordaram o problema em termos do espaço por aluno dentro da sala. CALDEIRA (p. 185), trabalhando com os alunos, relata o processo de fazer modelos para representar a área da sala de aula: “... usamos algumas aproximações e simplificamos algumas hipóteses, como por exemplo, a não inclusão do espaço entre as cadeiras”. Através de dois modelos para a área da sala, foi calculado que cada aluno teve 0,80 m² a 1,10 m² de espaço. De acordo com os regulamentos escolares a proporção área/aluno deve ser 1,20 m². Os alunos levaram seus resultados à diretora da escola e ela, com os resultados, propôs atualizar a redução do número de alunos matriculados na escola para o próximo ano.

“Modelação”/Aprendizagem Baseada em Problemas

Os estudos de “Modelagem” no Ensino Superior desenvolvidos por BIEMBENGUT (1997), GAMBA (1996) e FRANCHI (1993) propõem modificações no processo da Metodologia de Problematização para priorizar o conteúdo do curso e os objetivos profissionais dos alunos. A escolha de temas e/ou problemas é feita especificamente para levantar o conteúdo da disciplina e, ao mesmo tempo, abordar assuntos nos cursos de Engenharia, Contabilidade, etc. Este método de ensino é nomeado “Modelação”.

FRANCHI (1993) relata uma experiência com “Modelação” na disciplina de Cálculo para uma turma de Engenharia de Produção Mecânica. A turma visitou inicialmente uma companhia de freios. Com os dados coletados, a professora e os alunos formularam o problema do esfriamento em relação às peças fundidas. FRANCHI (1993, p. 61) relata, “Fixando nossa atenção para o resfriamento após o desmolde, julgamos que a Lei de Resfriamento de Newton poderia ser utilizada.” Neste caso, alguns fatores que influenciariam o resfriamento foram desprezados e a turma aplicou o modelo matemático para resfriamento ao trabalhar o Cálculo:

$$\frac{dT}{dt} = k(T(t) - T_a),$$

onde $T(t)$ é uma função que representa a temperatura em relação ao tempo t , e onde T é a temperatura do ambiente e k é um coeficiente de proporcionalidade.

Este problema serviu para trabalhar conteúdo previamente ensinado, como a derivada e a integral e, ao mesmo tem-

po, forneceu uma plataforma para introduzir equações diferenciais.

Os objetivos gerais de “Modelação” são os mesmos que fornecem o embasamento do método de ensino Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL – Problem Based Learning). De acordo com SAKAI e LIMA (1996), este método aborda problemas relacionados ao curso e aos conteúdos.

“O PBL é o eixo principal do aprendizado teórico do currículo de algumas escolas de Medicina, cuja filosofia pedagógica é o aprendizado centrado no aluno. É baseado no estudo de problemas propostos com finalidade de fazer com que o aluno estude determinados conteúdos. Embora não constitua a única prática pedagógica, predomina para o aprendizado de conteúdos cognitivos e integração de disciplinas. Esta metodologia é formativa à medida que estimula uma atitude ativa do aluno em busca do conhecimento e não meramente informativa como é o caso da pedagogia tradicional.” (SAKAI e LIMA, 1996; citado em BERBEL, 1998, p. 145).

O método de Aprendizagem Baseada em Problemas pode ser concebido como algo de curta duração feito em uma disciplina, tal como um estudo de caso, ou mesmo uma proposta curricular que reestruturasse por completo o currículo de um curso. O enfoque de “Modelação” e Aprendizagem Baseada em Problemas é o desenvolvimento de habilidades de trabalhar com problemas diretamente ligados aos temas do curso, usando os conteúdos das disciplinas tradicionais.

A Essência de Modelagem Matemática

As propostas de “Modelagem” e

“Modelação” enfatizam uma metodologia de ensino baseada na aplicação de matemática às situações e aos problemas de interesse dos alunos, como visto na Metodologia de Problematização e Aprendizagem Baseada em Problemas. Mas, as propostas “Modelagem” e “Modelação” não estão claras em relação a uma descrição das exigências e das habilidades requeridas nas resoluções de problemas pela modelagem matemática. Existe uma distinção significativa entre as resoluções de problemas que envolvem a modelagem e as que não empregam a modelagem. A seguir, apresento uma definição da essência de modelagem matemática para diferenciá-la das demais resoluções de problemas que envolvem o uso de matemática.

A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento.

Esta definição foi desenvolvida de uma análise de confrontações entre várias definições de modelagem matemática; abordagens e processos de resolução de problemas tanto para as resoluções que usam modelagem como as que não a usam; e habilidades “matemáticas” exigidas na resolução de problemas matemáticos tanto na sala de aula como no cotidiano.

Podemos ver que esta definição da

essência de modelagem matemática faz somente uma parte do processo de “Resolução de Problema Aplicada” esquematizado previamente na Figura 1. Os aspectos que distinguem modelagem matemática de outras aplicações de matemática são as exigências das hipóteses e das aproximações simplificadoras como requisitos na criação do modelo. As demais etapas – o problema, a resolução e a verificação da matemática, a validação da solução e a decisão – valem para qualquer tipo de resolução de problema envolvendo matemática.

Um objeto ou um sistema não tem que ser muito complexo para requerer modelagem. Por exemplo, a resolução do problema de área (Figura 2a), abordado por oito alunos trabalhando em pares, revela-se oportuna com o uso de modelagem:

Ao olhar cuidadosamente a figura, percebemos que ela não é bem definida. Será que os ângulos da base são retos? A parte ondulada da figura

Ache a área da figura.

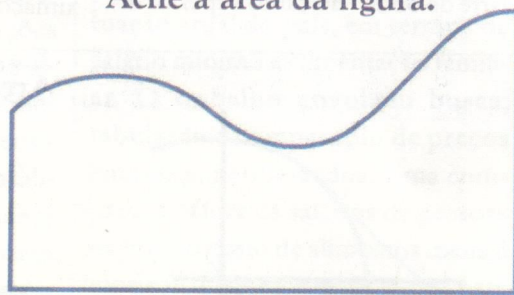


Figura 2a

provoca questões como: Trata-se de uma seqüência de semicircunferências, de senóides ou o que? Para achar a área da figura, os alunos devem formular hipóteses e fazer aproximações simplificadoras. Na resolução do problema (Figura 2b), os quatro pares de alunos fizeram as seguinte hipóteses e

to de Newton citado em FRANCHI (1993). Alguns fatores foram desprezados pelas hipóteses assumidas pela turma para simplificar a situação ao aplicar o modelo de resfriamento. A turma não criou um modelo, nem modificou o modelo de resfriamento para representar seus dados. Portanto, a modelagem matemática, que em princípio implica a criação de um modelo, não foi empregada. Entendemos que o processo de aplicar um modelo, comumente visto no ensino da Física, tem um importante valor no ensino de matemática. A aplicação de modelos tem, também, um papel relevante no ensino de modelagem.

A importância da modelagem no currículo de matemática, enquanto processo reducionista e holístico de analisar e resolver problemas, está enfatizada por D'AMBROSIO (1986). O modelador, ao fazer modelagem, simplifica ou reduz o objeto ou o sistema (realidade) para facilitar a aplicação da matemática, na busca de um melhor entendimento. Neste passo de simplificação, o modelador perde parte da realidade. Portanto, ele tem que voltar para a situação inicial (realidade) para validar o modelo e suas interpretações. D'AMBROSIO (1986, p. 65) aponta que este processo "está na essência do método científico e desde os primeiros anos de escolarização deve ser um dos principais componentes do processo educacional".

Considerações Finais

Em Educação Matemática, nos trabalhos acadêmicos, o conceito de modelagem matemática não está bem definido. Tanto na fala de educadores, como na literatura nacional e internacional, esta falta de clareza, resi-

de em parte na complexidade de transferir ou adaptar a atividade do modelador (matemático, engenheiro, biólogo, etc.) ao campo do ensino de matemática onde atua o professor de matemática.

O modelador encontra problemas principalmente no mundo fora da Matemática. O professor de matemática encontra problemas principalmente nos livros didáticos ou nas apostilas que são, na maior parte, da própria Matemática. De um lado, o modelador pratica em trabalhar fora da academia com subjetividade, aproximação e múltiplas soluções, sem a necessidade de esperar a melhor solução. E, de outro, o professor de matemática tem uma história de prática em trabalhar na academia com objetividade, exatidão e soluções únicas, precisas.

Ensinar pela "Modelagem", uma proposta metodológica que encerra as atividades do modelador, exige mudança na postura do educador frente à Matemática e seu ensino. Podemos buscar caminhos para fazer essa mudança na análise das componentes do trabalho do modelador e o estudo do modo como correspondem ao ensino da Matemática. As informações da análise nos ajudariam a adaptar a modelagem ao ensino, em sua totalidade ou em parte.

A definição da essência de modelagem matemática nos permite se separa das propostas para o ensino, "Modelagem" e "Modelação" e distinguir modelagem de outros tipos de resoluções de problemas matemáticos.

Enquanto a "Modelagem" e a "Modelação", as propostas metodológicas de ensino, podemos analisar suas relações com a Metodologia de Problematização e a Aprendizagem

Baseada em Problemas para aproveitar as linhas de ensino e aprendizagem comuns, valorizar as divergências e buscar a melhoria do ensino e da aprendizagem. Seria bom abrir um diálogo com os colegas de outras disciplinas como Física, História, Biologia e Arte, que usam métodos semelhantes da Metodologia de Problematização e Aprendizagem Baseada em Problemas. Também é importante para nós, professores de matemática, conversarmos, compartilharmos e discutirmos o que estamos fazendo com "Modelagem" e, mais importante, o que os alunos estão fazendo e aprendendo.

A resolução de problemas no ensino da Matemática, por a maior parte, não envolve hipóteses e aproximações simplificadoras na criação de modelos. Essa atividade é subjacente no trabalho do modelador em sua interpretação e representação do mundo. É importante que os alunos aprendam esse processo porque a aplicação da Matemática para resolver problemas complexas não fornece soluções únicas. O modelo ou a representação feita pela uma pessoa ou uma equipe não é necessariamente o que seria feita pela outra.

Neste artigo, foi feita uma análise de "Modelagem" com o propósito de esclarecer o que é a modelagem matemática. Os trabalhos que têm uma ligação aos interesses e a vida do aluno, tais como "superlotações das salas de aulas" e "cesta básica/salário mínimo", mostram que a modelagem matemática pode (ou não) aparecer nos problemas tratados com matemática. O desenho geométrico (Figura 2), embora não tendo uma ligação com a "realidade", exemplifica o processo da essência de modelagem matemática.

Devemos procurar e combinar vários caminhos e, inclusive abrir novos, para em algum momento, possamos encontrar e planejar atividades onde a essência da modelagem matemática revela-se em sua natureza, em aplicações de matemática aos problemas de interesse na vida do modelador, o aluno.

1. Alguns pontos deste artigo foram apresentados na I Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática em Rio Claro – SP, no período de 21 e 22 de novembro de 1999.

2. BASSANEZI e FERREIRA JR. (1988), no capítulo 2, mostra o desenvolvimento de outros modelos de população, incluindo o modelo de Verhulst que pressupõe a existência de uma população limite estável.

3. Este problema foi apresentado no seminário “Modelagem no Ensino de Matemática” na disciplina Didática Aplicada ao Ensino de Matemática, FE-Unicamp ministrada pela Profa. Dra. Dione Lucchesi de Carvalho, dia 3 de novembro de 1999.

4. Este problema foi extraído da página 85 do livro BONGIOVANNI, V., LEITE, O. R. V., LAUREANO, J. *Matemática e vida: 8ª série*, (Livro do professor) 9. ed. São Paulo: Ática, 1996.

Referências Bibliográficas

- ANASTACIO, M. Q. Considerações sobre a modelagem matemática e a educação matemática. Rio Claro, 1990. 103p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP.
- ANDREWS, J. G., MCLONE, R. R. Mathematical modelling. London: Butterworths, 1976. 260p.
- BASSANEZI, R. Modelagem matemática: uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. (em preparação).
- BASSANEZI, R. Modelagem matemática. *Dynamis*, Blumenau, v. 1, n. 7, p. 55-83, abr./jun. 1994.
- BASSANEZI, R., FERREIRA JR., W. Equações diferenciais com aplicações. São Paulo: Harbra, 1988. 572p.
- BERBEL, N. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos. *Interface - Comunicação, Saúde, Educação*, Botucatu, v. 2, n. 2, p. 139-154, fev. 1998.
- BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem de matemática. Blumenau: FURB, 1999. 134p.
- BIEMBENGUT, M. S. Qualidade no ensino de matemática na engenharia: uma proposta metodológica e curricular. Florianópolis, 1997. 305p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas). Centro Tecnológico, UFSC.
- BLUM, W., NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects: state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, Feb. 1991.
- BONGIOVANNI, V., LEITE, O. R. V., LAUREANO, J. *Matemática e vida: 8ª série*. (Livro do professor) 9. ed. São Paulo: Ática, 1996. 96p.
- BURAK, D. Modelagem matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem. Campinas, 1992. 329p. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Faculdade de Educação, Unicamp.
- CALDEIRA, A. Educação matemática e ambiental: um contexto de mudança. Campinas, 1998. 328p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Educação, Unicamp.
- CLEMENTS, D. Mathematical modelling: a case study approach. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 166p.
- D'AMBROSIO, U. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. 2. ed. Campinas: UNICAMP; São Paulo: Summus, 1986. 115p.
- FIORENTINI, D. A modelagem matemática enquanto objeto de pesquisa em educação matemática: uma revisão histórico-crítica. Trabalho apresentado no 8º Congresso Internacional de Educação Matemática, Sevilla, Espanha, 1996.
- FRANCHI, R. A modelagem matemática como estratégia de aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia. Rio Claro, 1993. 148p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP.
- GAMBA, L. Matemática para os cursos de contabilidade: uma proposta metodológica. Blumenau, 1996. 133p. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, FURB.
- MEYER, J. F. Modelagem matemática: do fazer ao pensar. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 1998, São Leopoldo. Anais... São Leopoldo: SBEM/UNISINOS, 1998. v. 1, p. 67-70.
- PEDROSO, S. A modelagem matemática como método de aprendizagem e ensino. Campinas, 1997. 32p. Especialização (Latu sensu em Ciência, Arte e Prática Pedagógica). Faculdade de Educação, Unicamp.
- PENROSE, O. How can we teach mathematical modelling? *Journal of Mathematical Modelling for Teachers* (currently incorporated in *Teaching Mathematics and its Applications*, Oxford), v. 1, p. 31, 1978, apud CLEMENTS, D. *Mathematical modelling: a case study approach*. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 166p.
- POLYA, G. How to solve it: a new aspect of mathematical method. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1945. 204p.
- SAKAI, M. H., LIMA, G. Z. PBL: uma visão geral do método. *Olho Mágico*, Londrina, v. 2, n. 5/6, n. esp. 1996, apud BERBEL, N. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos. *Interface - Comunicação, Saúde, Educação*, Botucatu, v. 2, n. 2, p. 139-154, fev. 1998.
- TELESI, A. et al. Controle biológico da broca da cana-de-açúcar. Campinas, 1999. 67p. Especialização (Latu sensu). PUC-Campinas.