Gestão de interações

e produção de conhecimento matemático em um ambiente de inspiração lakatosiana

PROF. ANTONIO JOSÉ LOPES
CENTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA–CEM/PUCSP
DOUTORANDO DA UNIVERSIDADE AUTÔNOMA DE BARCELONA–UAB

Está na ordem do dia entre professores e pesquisadores a questão das interações na aula e sua gestão pelo docente. Este artigo[1] faz uma leitura das ocorrências em uma aula que gerou uma produção coletiva de qualidade. De nosso ponto de vista, tal qualidade é ancorada em uma visão sobre gestão e na arquitetura de um ambiente de inspiração lakatosiana[2,3], também chamado ambiente de verdades provisórias.

O relógio da classe marca 11h55, horário da última aula da 6ª série A[4], o professor aguarda dentro da classe seus 35 alunos, que vêm da aula de Educação Física em pequenos grupos. Há duas aulas o grupo vem estudando ângulos através de abordagens e contextos diversos. Estudaram o formato ideal das quinas das bandejas de restaurantes de quilo, de modo que o encaixe fosse adequado; construíram transferidores a partir de dobraduras de discos de papel e, desde a última aula, investigam uma questão que surgiu a respeito de ângulos que se movem, objeto da aula que será aqui analisada. A proposta de estudar os ponteiros de um relógio analógico surgiu naturalmente. Uma lição de casa proposta pelo professor deu partida às investigações dos alunos.

Cláusulas de um contrato

Faz parte do contrato e da cultura do grupo, construída ao longo de um ano de trabalho, a formulação de problemas e proposição de conjecturas que são objeto de investigação tanto como lição de casa como no posterior debate em classe. O contrato didático vigente na maioria dos sistemas de ensino mantém a "responsabilidade matemática" exclusivamente no professor, em lugar de compartir progressivamente uma parte desta responsabilidade por explorar, argumentar, validar.

13 de abril de 1995, 12h00, todos os alunos dentro da sala de aula.

O professor percorre as carteiras enfileiradas, devolvendo e comentando as lições feitas. Esses registros têm a função de marcar a presença do adulto-docente no controle dos combinados (contrato explícito) e ritualizam alguns dos momentos da avaliação contínua.

P — Bom dia turma. Vão sentando e abrindo o caderno de geometria.

O professor se desloca pela sala, acelerando a preparação do material sobre a mesa.

A1 — Eu fiz a lição de casa, viu.

P — É o que eu esperava. E que tal a lição? Foi bom fazer?

A1 — Foi.

Lição de casa

A lição de casa, embora não seja uma característica do chamado "ambiente lakatosiano" (citado por Raffaella Borasi, 1991), no contexto aqui descrito tem função importante, voltada para aquisição de responsabilidade e desenvolvimento de autocontrole em atividades de enfrentamento e exploração de problemas abertos, possibilitando reflexão individual em ritmo próprio.

P — Levantem a mão aqueles que fizeram a lição de casa.

Um pouco mais de 4/5 da turma levanta a mão. O professor pergunta a cada um quantos minutos demorou para fazer a tarefa.

A1 — 5 minutos

A2 — 4 minutos

A3 — Eu levei 8 minutos.

P — Olha aí, no máximo 8 minutos, qualquer desculpa do tipo "não deu tempo", não pode ser aceita.

O professor escreve no quadro o problema original, proposto na aula anterior, que consiste em determinar o ângulo formado pelos ponteiros do relógio, quando marca:

a) 7h20 (hora da entrada)
b) 10h40 (hora do parque)
c) 12h45 (hora da saída)
d) A hora em que você nasceu.

De simples respostas à problematização

Trata-se de um problema clássico, em geral explorado em séries mais avançadas (7ª, 8ª ou 1º colegial) com a famosa componente da "pegadinha" ou "artifício". Apesar deste aspecto, há outros motivos que fizeram esta atividade instigante e interessante para os alunos, despertando curiosidade e provocando desafios.

Um dos fatos que chamou a atenção do professor foi que a maioria dos alunos não usava relógio analógico (de ponteiros) e sim digital (que mostra os números que indicam as horas e os minutos).

Os alunos foram encorajados a ir ao quadro para expor suas soluções.

O professor alterna as falas dos alunos que fizeram a lição com as daqueles que não a fizeram, a fim de inserir esses últimos no ambiente de trabalho, de modo que não se sintam marginalizados. Além do fato de que a discussão em sala de aula, neste caso, não depende exclusivamente do que foi produzido em casa.

Flávio explica seu método, no caso em que o relógio marca 7h20.

F — Faz de conta que é um círculo.

Diz sorrindo, após desenhar uma curva disforme. Faz ajustes na curva para que ela pareça o mais possível com uma circunferência. Faz as marcações das horas colocando na ordem 12, 3, 6 e 9, faz em seguida as marcações do 1, 2, 4, 5 e 7.

AMBIENTE DE INSPIRAÇÃO LAKATOSIANA

As características das situações no aqui chamado *ambiente de inspiração lakatosiana*, que consideramos inicialmente (além do proposto por Borasi) são:

- Facilitar o processo de conjecturação
- Promover um desenvolvimento sempre aberto
- Estimular provas e refutações
- Desenvolver uma postura flexível frente à certeza e, principalmente, às incertezas
- Buscar um desenvolvimento lógico-dedutivo para todos
- Construir conhecimento desconhecido a priori
- Explorar situações que os alunos tenham condições cognitivas para compreender e enfrentar.

A interação correspondente:

- Facilita (privilegiando) a produção coletiva paralelamente à individual
- O mestre atua como maestro que interpreta e conduz, evitando transmitir
- Fomenta a autonomia acima da competência.
- Desenvolve, privilegiando, o trabalho cooperativo
- Cria ambigüidade e conflito alternativo ao status quo das situações bem comportadas de final previsível

Considera-se um problema autêntico, no sentido de que são satisfeitas várias condições, ampliando o sugerido por Charles, 1988, pois:

- Supera a idéia de rotina algorítmica
- A tarefa não se fecha a uma resposta única
- Não se privilegia a estratégia única
- Promove obstáculos e desafios
- Gera um processo de novos interrogantes
- Aproveita os vários modos de comunicação gerados
- Provoca auto-reflexão significativa

F — Deu 110°.

P — Como você chegou a esse resultado?

F — Eu desenhei e medi.

P — Pessoal, o Flávio desenhou e mediu. Como vocês chamariam esse método?

An — Método experimental.

Dizem 2 ou 3 alunos.

Experimentação e prova

Os alunos desse grupo distinguem uma prova experimental (que convence) de uma prova baseada em argumentos lógicos. Tal distinção foi institucionalizada há 2 semanas, a partir de discussões acerca dos métodos explorados que convencem e os que validam o fato de que "a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°".

P — Alguém resolveu através de um método não experimental?

G — Eu.

Diz Gabriel com o braço levantado.

Gabriel aproveita o relógio desenhado por Flávio e explica:

G — Cada hora vale 30°.

Diz, mostrando com a mão a abertura entre 4 e 5.

G — É mais que 90° porque o ponteiro das horas anda para a esquerda.

P — Anda quanto?

G — Olha, eu vi que cada 2 minutos correspondem a 1°, no ponteiro das horas. 20 minutos andam 10°.

G — Então dá 100°.

A — Não entendi.

Fala uma aluna da fileira da esquerda.

G — 90° que já era, mais 10° que o ponteiro das horas andou, dá 100°.

Explica Gabriel, mostrando com a mão e com o giz, simulando o movimento dos ponteiros do relógio.

Ian, com a mão levantada, se oferece para descrever seu método.

I — Se o ponteiro das horas não se mexer, 7 e 20 fazem 90°. Mas como o ponteiro dos minutos andou 20 minutos, isto corresponde a 1/3 de *hora, então o ponteiro das horas vai andar 1/3 de 30°, que é 10°.*

Do fundo da classe, Flávio problematiza.

F — E se for 7 horas e 14 minutos?

I — Vai dar quebrado, os graus vão ser fracionados.

O professor procura "ler" o pensamento e as hipóteses de Flávio. Supõe que ele compreendeu o método de Ian, mas conjecturou que se tratava de um método que só poderia funcionar com frações "bem comportadas", ou seja, aquelas cujos denominadores são divisores de 60. Enquanto isso a classe é solicitada a resolver o problema das 10h40 através do método do Ian.

Flexibilidade

Uma parte ritualizada do trabalho nesse ambiente é propiciar que os alunos se coloquem do ponto de vista de seus colegas, desenvolvendo uma certa flexibilidade no pensamento. Assim, a atividade passa a ter um forte componente metacognitivo, com objetivos de natureza atitudinal. O gestor fundamental da atividade está sendo o grupo, enquanto o professor cumpre seu papel como catalisador.

Muitos alunos se candidatam a resolver verbalmente ou indo ao quadro.

Depois de mais alguns exemplos, o professor está seguro de que o método do Ian foi dominado pela maioria do grupo.

P — Alguém tem outro método para expor?

Maria, com a mão levantada, inicia sua explicação sobre como determinou o ângulo formado pelos ponteiros do relógio na hora em que nasceu.

M — Num relógio, entre uma hora e outra, tem 5 risquinhos.

Maria tenta mostrar um relógio em que estão marcadas as horas cheias, e há marcações para os 60 minutos na volta completa. O professor deixa a explicação correr e não corrige o equívoco sobre o número de risquinhos que marcam os intervalos de minuto – são 4 e não 5 – entre dois números consecutivos no mostrador do relógio.

M — A distância entre cada risquinho ...

Ela está se referindo à distância angular que, entretanto, ainda não foi conceituada como distância.

M — ... é 5°, porque 30° dividido por 6 dá 5°.

Embora não verbalize, Maria assume a relação que faz com que 5 risquinhos determinem 6 intervalos.

M — Para achar, por exemplo, o ângulo formado pelos ponteiros do relógio quando este marca 6:20, eu somo 30° + 30° que dá 60°, mais o que o ponteiro das horas andou para a esquerda; como são 6 intervalos, cada intervalo de 5° corresponde a 10 minutos percorridos pelo ponteiro dos minutos; e como são 6:20, então o ponteiro das horas avança 10°. 60° + 10° = 70°.

Pensar e falar

No entusiasmo de uma fala que está sendo pública os alunos se perdem no controle do que estão falando. O pensamento é mais rápido que a fala. Os argumentos se encadeiam e, por serem enunciados oralmente, não podem ser controlados com o refinamento de uma leitura. Na explicação de Maria repercute o pequeno erro de desatenção inicial, não captado pelo grupo que, ante as argumentações feitas de modo seguro pela colega, não fazem comentários. Nesse momento o professor poderia lançar mão de alguma estratégia de gestão na direção de uma situação de autocorreção; entretanto, embalado pelo ritmo imposto pelo grupo, dá seqüência às inquirições acerca do problema do ângulo formado pelos ponteiros na hora do nascimento.

P — Em que hora você nasceu?

A1 — 10:30.

P — Qual é o ângulo correspondente?

A2 — 135°

A3 — 9:05.

P — E o seu ?

Gabriel com olhar maroto, não fala a hora em que nasceu.

G — Eu nasci quando estava 100°.

Gabriel (em geral pouco participativo) mostra que captou e incorporou um dos objetivos procedimentais do curso de geometria, que é o de problematizar, jogar com os cenários e situações de desafio. Ademais, sua postura põe acento em um aspecto importante da resolução de problemas, que é o de explorar a situação inversa à do ponto de partida.

Num contexto mais "tradicional", os estudantes teriam dito a hora de seu nascimento. Aqui todos calam. Há um contrato assumido de que o ambiente de problematização não deve desvelar as respostas gratuitamente.

Ciente disso, o professor devolve para a classe o novo problema.

P — Turma, quando o Gabriel nas-

ceu os ponteiros do relógio formavam um ângulo de 100°. Em que hora ele nasceu ?

G — *7:20.*

Afirma Gustavo.

P — *Como você chegou a essa resposta?*

G — *Nós acabamos de resolver o problema dos ângulos que os ponteiros fazem quando é 7:20 e o resultado foi 100°.*

P — *Epa! Sabemos que a solução apresentada pelo Gustavo é verdadeira, mas ela não foi objeto de prova imediata.*

Gustavo incorporou uma informação pela memória e atenção, usou essa informação como referência para a solução de um problema novo. O professor não perdeu a oportunidade de explicitar o procedimento de Gustavo, valorizando-o.

Explicitação

Explicitação, iluminação de caminhos, desvelamento do que ocorre são marcas características desse trabalho, registram os saltos produzidos.

Porém, o professor, nesse ambiente de inspiração lakatosiana, não deve dar por terminada uma conversação tão interessante. Há que seguir indagando, sem "cortar" o tema, como: "Gabriel, diz-nos a que horas nasceste para que tiremos a dúvida". Ademais, podem surgir perguntas mais interessantes e não tão específicas, como resolver o ângulo das 7:14 h. Em seguida, o professor intervém legitimando uma proposta de um aluno (A1) e reformulando para o grupo um problema mais geral, como o de saber se a relação entre posição horária e medida angular é biunívoca.

A1 — *Mas como podemos saber se não era uma outra, a hora em que os ponteiros fizeram 100° ?*

Indaga um aluno.

P — *Epa ! Se suspeitamos que existem outras "horas" que fazem o mesmo ângulo não é possível ter certeza sobre que horas nasceu o Gabriel.*

Responsabilidade

O professor deve provocar uma saída para a tendência a pensar que um exemplo crucial, no sentido dado por Balacheff (1987), serve para contrastar situações necessárias e suficientes. Porém, no ambiente de inspiração lakatosiana, essa responsabilidade também é assumida pelo grupo.

Os olhares do grupo indicam o reconhecimento de que há um novo problema importante para pensar.

Porém, Guilherme, que não acompanhava esta parte da discussão, entretido com suas hipóteses, afirma:

G — *Só os ângulos 90° e 180° se repetem.*

Guilherme está conjecturando que no intervalo de 12 horas os ponteiros ocupam as infinitas posições angulares no giro de 180°, repetindo a mesma medida duas vezes.

Gabriel está calado. Só ele tem o segredo da hora em que nasceu e das questões suscitadas pelo seu desafio. Ele aprecia a dinâmica do grupo na tentativa de desvendar o mistério da hora de seu nascimento.

Enquanto os alunos registram as várias soluções, indagam ao professor e a seus colegas a respeito de alguns fatos ou curiosidades observadas.

A1 — *Se o ponteiro das horas anda, então nunca vai dar ângulo reto?*

A2 — *Vai sim. Às 3 horas os ponteiros fazem 90°, afirma um aluno.*

A3 — *Às 9 horas também, arremata outro.*

Nesse momento alguns alunos se movimentam, colocando suas proposições.

Os ângulo retos mais "óbvios", na percepção imediata dos alunos, são os que indicam 3 e 9 horas. Alguns segundos depois os alunos arriscam outras horas candidatas a ângulo reto: 6h15; 6h45; 3h30 e 9h30. Três ou quatro alunos contestam simultaneamente estes últimos como ângulos retos. Essas discussões estão acontecendo em duplas ou pequenos grupos de 3 ou 4 alunos.

Trabalho cooperativo

A investigação recente sobre aprendizagem da matemática, afirma que os alunos trabalham melhor quando compartem com seus colegas.

Enquanto isso, o professor, atento ao debate e ciente de que algumas falas podem se perder, vai colocando no quadro negro sua versão das proposições feitas, incluindo as refutações às proposições formuladas. Ele está exercendo sua função de socializar as proposições locais para acelerar (nesse caso) a geração de contra-exemplos, por isso registra a "propo Gui", ainda que saiba que está equivocada.

Propo Gui: "Só os ângulos 90° e 180° se repetem num intervalo de 12 horas."

Gustavo, com a mão levantada, refuta.

G - *Eu tenho um contra-exemplo ...*

Explica enquanto o professor escreve no quadro.

(2) Contra-exemplo do Gustavo à propo Gui: "5:00 h e 7:00 h fazem o mesmo ângulo".

Ambiente de verdades provisórias

Nos contextos tradicionais, não é natural que os alunos e alunas façam seus próprios registros, a fim de controlar os eventos da aula. A cultura do registro é marca singular de nosso ambiente de verdades provisórias, com o tempo os alunos passam a valorizá-lo, incorporando-o a seus acervos de hábitos e modos de organização pessoal.

A lousa (quadro-negro) ocupa lugar importante como registro social intermediário, antes de passar ao caderno pessoal. Nas práticas tradicionais a lousa é receptáculo de verdades estabelecidas pela comunidade matemática, impressas nos livros didáticos e sacramentadas pelo professor. Em nosso ambiente, o status de verdade é dado pelo grupo após debate e problematização. Evita-se a apresentação de verdades a priori, sem exploração e discussão. Busca-se documentar o mais fielmente possível o processo que levou à produção dos conhecimentos pelo grupo.

problema semente ➧ proposição (conjectura) ➧ experimentação ➧ prova ou contra-exemplo ➧ nova conjectura ➧ experimentação ➧

Os alunos estão familiarizados com a dinâmica de trabalhar num ambiente de verdades provisórias, onde proposições fracas, proposições fortes e exemplos vão sendo produzidos, confirmados ou refutados através de contra-exemplos, alimentando assim a dinâmica de produção de conhecimentos em aula.

Luísa, uma aluna que não tinha feito a lição de casa, levanta a mão para comunicar sua observação.

L — *Também 4:00 h e 8:00 h fazem o mesmo ângulo ... e 3:00 h e 9:00 h também, e assim por diante.*

O professor se dá conta que é um momento importante da aula, pois Luísa raramente se manifesta. Introspectiva, mantém relação pessoal apenas com um restrito grupo de amiguinhas; entretanto, movida pela significatividade da situação, manifestou-se pela primeira vez no ano letivo.

Está claro que, a partir de um certo momento, o grupo adota implicitamente o dia de "12 horas", dadas as características do relógio analógico.

O professor não perde tempo, dá visibilidade às contribuições de Luísa, registrando sua fala e formatando-a como tabela.

(3) Contra-exemplo geral da Luísa: "Há vários outros ângulos que se repetem no intervalo de 12:00 h.

1:00 ——— 11:00
2:00 ——— 10:00
3:00 ——— 9:00
4:00 ——— 8:00
5:00 ——— 7:00

P — *Pessoal, pensem neste contra-exemplo geral da Luísa.*

Neste momento os olhos do professor não conseguem esconder sua apreciação pela descoberta de Luísa, que reage com um tímido sorriso de orgulho. É a primeira vez que seu nome vai para o quadro e daí para o caderno dos colegas na forma de proposição.

O caderno

O caderno é o espelho da produção do grupo. O livro de multiautoria que vai sendo escrito ao longo do ano. Funciona como um "caderno de campo" que o aluno cuida e utiliza para registro, consulta e investigação. De modo geral, todos desejam que seu nome apareça no quadro-negro nomeando alguma proposição ou método, tal como os matemáticos profissionais quando são citados ou nomeiam teoremas.

P — *Alguém consegue formular uma proposição mais geral que esta ?*

Balbúrdia ... movimento e excitação... Muitos falam ao mesmo tempo. O professor vai regulando para garantir que todos possam argumentar e ouvir os argumentos dos outros.

A1 — *Ah! ... é que se ajusta igual ...*

Diz um aluno, mostrando com a mão.

A1 — *... em relação ao eixo das 6:00 h.*

A2 — *É que ...*

L — *É simétrico ...*

Diz Luísa, pensando em voz alta e com o olho fixo no relógio. O tom de sua voz realça sua convicção.

O professor sugere que pensem centrados no contra-exemplo registrado no quadro-negro. Há uma regularidade que pode ser percebida pela leitura e disposição dos dados. Luísa tem uma hipótese baseada na geometria do relógio, numa simetria, ainda não percebeu uma relação aritmética na sua própria descoberta.

Os alunos continuam se manifestando entusiasticamente, formulando caóticas e legítimas explicações sobre algo que o professor sabe que eles sabem, embora tenham dificuldade para verbalizar. Até que o Gustavo arremata.

G — *Soma doze.*

P — *Ahá! Touché!*

Por um instante cessa o movimento, num longo silêncio de fração de segundo. Aqueles 70 olhos fixos no contra-exemplo da Luísa, escrito no quadro, explodem de tanto brilho para enfim espalhar um harmonioso e espontâneo - AAAAAH! - por toda a classe. Como quem diz: "Mas é claro, por que não pensei nisso antes ?"

Em nosso ambiente de inspiração lakatosiana o professor regula as ações a fim de garantir que a maior parte possível dos alunos possa argumentar e ouvir os argumentos dos demais.

Para institucionalizar certas regularidades, uma sugestão efetiva é situar estrategicamente os dados, porém nunca ser portador de uma solução imediata.

Ademais, se há que reconduzir algo, deve ser a partir do surgido no grupo.

Tomada de decisões

O que teria ocorrido se não se não houvesse situado os dados na lousa de forma que se visualize uma propriedade funcional (h1+h2=12)?

Usando uma forma conhecida semelhante a uma tabela, a regularidade poderia ser percebida por uma simples leitura. Diversas investigações têm mostrado que nem sempre se descobrem imediatamente regularidades aritméticas, e que a percepção visual domina muitos casos. Neste momento de diálogo, em meio a diversas propostas "importantes" aparecem outras respostas caóticas, inclusive explicações legítimas sobre algo que o professor sabe que os alunos reconhecem ou podem reconhecer, ainda que tenham dificuldades em verbalizar. Por isso há que esperar o tempo passar até que apareça uma resposta como a de Gustavo. Ante o ocorrido, o professor decide intervir no rumo. Era importante concluir. Um período importante havia se fechado, além do fato de que restavam poucos minutos para o fim da aula.

– *AAAAAH!*

O grupo tem grande prazer em ter participado da descoberta de algo inicialmente complexo e finalmente simples e "engenhoso".

O professor retoma a questão pendente, sobre a hora em que Gabriel nasceu.

A1 — *5:40 .. não, não, é . . é . .*

A2 — *4:40.*

Arrematam 3 ou 4 alunos, sem dar tempo para os outros 3 ou 4 concluírem.

P — *Gabriel, em que hora você nasceu?*

O relógio da classe marca 12:45 (hora da saída).

G — *4:40.*

Diz, com um sorriso de satisfação por ter gerado toda aquela rica discussão.

Comentários finais

As 12:46 o grupo vai desarmando seu acampamento de produção matemática. Dispersam-se, arrumam suas malas, vão saindo e conversando, alguns comentando as descobertas da aula como um gol marcado na partida de futebol.

O professor, já com sua mala nas costas, se despede da turma pensando:

"Humm !! ? Será isto mesmo ? Então num intervalo de 12 horas um certo ângulo a, formado pelos ponteiros do relógio, ocorre em dois horários distintos t_1 e t_2, com $t_1 + t_2 = 12$ hs. É isso? Não, . . . talvez, sejam 12 os "tempos" que fazem o mesmo ângulo a . . . ??

O ocorrido e aqui analisado é comum nesse ambiente de inspiração lakatosiana. "Não havia pensado" ou "não estava preparado" são frases importantes e a surpresa (como para Freinet) é algo crucial, inclusive para o professor. É o vento fresco de uma gestão agradável. A qualidade do resultado da produção coletiva é tão clara que o professor decide registrar imediatamente os eventos da aula no calor de sua realização, com a finalidade de apresentar aos alunos, atores e autores dos fatos registrados, a fim de que reconheçam os elementos e os momentos chave problematizadores. É como assistir o vídeo do teatro em que cada aluno foi protagonista.

Uma das característica da gestão neste ambiente é deixar que os estudantes desenvolvam o trabalho com flexibilidade e sem imposições, para chegar sempre a um final ou resultado, que se interpreta pelos alunos e alunas como esperado pelo professor. Contudo, há uma visão curricular que valoriza em cada momento se o que se disse está longe ou não de um objetivo importante do curso.

Os alunos não foram constrangidos a utilizar um modelo fechado; os problemas foram estudados através de estratégias algébricas ou regra de 3. Tudo isso é secundário.

Nesse tipo de trabalho a produção que temos conseguido nos parece que é mais que uma investigação huma-nística (em palavras de Borasi, 1991). Com efeito, o erro não é usado apenas como fonte de reflexão, mas também como objeto de conhecimento, ainda que provisório (Lopes, 1987), e principalmente como promotor de uma reflexão metacognitiva de alto nível – mesmo nas séries iniciais – provocando legitimação do trabalho de descobrimento do grupo.

Assim, as características da produção matemática conseguida são:

- Reflexão generalizada (quase a totalidade da classe) baseada no contraste e na problematização contínua
- Assume-se os elementos da responsabilidade do professor
- Considera-se como produção autônoma e pessoal
- O grupo se considera produtor de conhecimentos, e não apenas um coadjuvante consumidor de fatos e regras.

Do ponto de vista das interações, conseguiu-se que:

- A intervenção de baixo nível tende a desaparecer
- Os alunos aumentam seu nível de implicação porque são reconhecidos
- Aceita-se e distingue-se a produção relevante da que não é
- Integra-se a categorização e organização do conhecimento
- O docente atua como catalisador e organizador e não como confirmador e distribuidor de verdades.
- A sala de aula é o laboratório de matemática, um laboratório que prescinde de objetos materiais. As idéias, proposições, conjec-turas, refutações, validações e explorações diversas constituem a matéria prima desse laboratório.

Este texto é conseqüência de três momentos do autor: (1) vivencial (algo que ocorreu); (2) documental do docente (que registra o que ocorre); (3) investigador-socializador (que permite analisar o que ocorreu inclusive com os próprios alunos e alunas).

A sala de aula real é complexa (dinâmica, diversa, etc.) e, com tal quantidade de elementos comunicativos que nem todos podem ser detectados. Foram referidas aqui muitas informações, assim como outras se perderam. Para o docente-investigador é importante a tarefa de reflexão-documentação de seus trabalhos, porque permite mudanças em sua docência.

---

1 Adaptado do artigo *Gestión de interacciones y producción de conocimiento matemático en uno día a día lakatosiano* publicado em UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, No. 16, pp. 25-37 Abril 1998. Barcelona. Graó Editorial.

2 O húngaro Imre Lakatos (1922-1974) foi um dos mais importantes filósofos da matemática deste século. Em seus trabalhos Lakatos apresenta uma matemática falibilista: "*Em vez de matemática esqueletizada e fossilizada, ele apresenta a matemática crescendo a partir de um problema e uma conjectura, com uma teoria adquirindo forma sob nossos olhos, no calor do debate e da discordância, a dúvida cedendo lugar à certeza e em seguida a novas dúvidas*" (Davis & Hersh, 1982).

3 Os estudos de Virgínia C. Cardoso contidos em sua dissertação de mestrado "As teses falibilista e racionalista de Lakatos e a Educação Matemática", levaram o autor a substituir o termo "ambiente lakatosiano" utilizado no artigo original, publicado em UNO, por "ambiente de inspiração lakatosiana".

4 Escola da Vila, na cidade de São Paulo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Borasi, R. ***Learning Mathematics Trough Inquiry.*** Portsmouth. Heinemann, 1991.

Cardoso, V. C. *As teses falibilistas e racionalistas de Lakatos e a Educação Matemática.* Dissertação de mestrado. UNESP-Rio Claro, 1997.

Charles, R et alii. *The Teaching Assessing os Mathematical Problem Solving.* Reston, NCTM, 1988.

Davis, P. & Hersh, R. *A experiência matemática.* Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.

Lakatos, I. *Pruebas y refutaciones. La logica del descobrimiento matematico.* Madrid, Alianza, 1978.

Lopes. A. J. *Erros: mentiras que se parecem verdades ou verdades que se parecem mentiras?* Cadernos do CEM, 1987.