FRAÇÕES

DOS RESULTADOS DE PESQUISA À PRÁTICA EM SALA DE AULA

1. Propondo Mudanças

Ao serem iniciados os trabalhos com professores de 1º e 2º graus, a equipe do Projeto Fundão do Instituto de Matemática procurou identificar pontos de estrangulamento, encontrados por esses professores, em sua prática pedagógica. FRAÇÕES apareceu como um desses pontos.

Não houve surpresa com esta constatação, que é universal, como se pode verificar pelas afirmações de Hiebert e Beher (1988)

... Crianças não percebem um número racional, ou fração, como um simples número. A idéia de que fração é um par de números naturais persiste em muitas crianças por um período de tempo considerável, mesmo depois de terem iniciado o estudo dos números racionais (p.6).

Era mister planejar situações didáticas que minimizassem o impacto de tais dificuldades no processo de aprendizagem do conceito de fração.

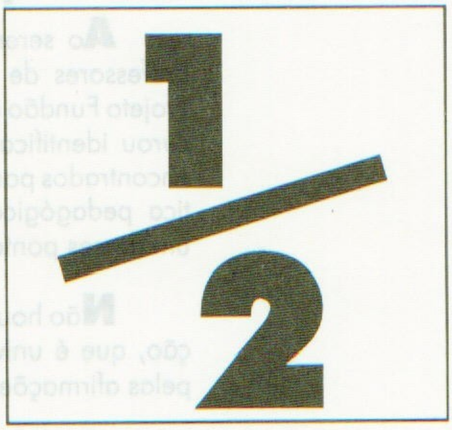
Após estudo e discussão de textos (Brasil 1977, Carraher, 1983,1984; Hart, 1980,1981; Krutetskii, 1976, entre outros) e reflexões sobre a prática pedagógica dos professores de 1º e 2º graus, foi elaborada proposta didática baseada no produto de diagnósticos e experimentos inovadores de ensino de frações.

Lucia A. A. Tinoco
Maria Laura Mouzinho L. Lopes
Instituto de Matemática - UFRJ - Rio de Janeiro - RJ

O objetivo principal era o de propor situações de ensino que permitissem a orientação dos processos de raciocínio dos alunos no sentido da aquisição das idéias básicas sobre fração, com compreensão.

A proposta era voltada inicialmente para alunos de 5ª série do 1º grau, mas a experiência de professores da equipe do Projeto Fundão com cursos de formação de professores "primários" (CFP) revelou que as deficiências dos alunos desses cursos são muito semelhantes às daqueles. A proposta passou a ser amplamente utilizada em turmas dos dois níveis.

Com o passar do tempo, as reflexões teóricas e o processo de sucessivas testagens do material levaram a equipe a explicitar a filosofia orientadora e a aprimorar as etapas de acompanhamento de suas aplicações. Essa proposta, já bastante difundida nacionalmente, pode ser encontrada no Instituto de Matemática da UFRJ (Cx. Postal 68530, Rio de Janeiro, CEP 21 945-970), sob o título: NÚMEROS -LINGUAGEM UNIVERSAL (Projeto Fundão, 1994).



* Professores do Instituto de Matemática – UFRJ / Membros da equipe do projeto Fundão – SPEC / PADCT / CAPES / Cx. Postal 68530 – Rio de Janeiro – RJ – CEP : 21945-970.

Os aspectos mais importantes da proposta são:

1) A construção pelo aluno do conceito de fração como um número.

2) A exploração do conceito de fração em conjuntos discretos.

3) A noção de frações equivalentes como representações da mesma quantidade.

Nesse contexto de valorização de idéias e conceitos, as nomenclaturas, as regras e principalmente as expressões complicadas com frações perdem o sentido. As idéias essenciais são construídas e assimiladas por meio da resposta, pelos alunos, a desafios constantes, oriundos da resolução de problemas, do desenvolvimento permanente da sua capacidade de argumentar oralmente e por escrito.

Após a utilização da proposta em sala de aula durante três anos, depoimentos e observações indicavam que o ensino das frações com essa proposta era eficaz, tanto no 1º grau como nos CFP, principalmente ao nível da conceituação, da compreensão das técnicas operatórias e da resolução de problemas.

2. Avaliando as Mudanças

Com o objetivo de avaliar os efeitos de um trabalho de ensino de frações, com a utilização dessa proposta sobre o desempenho dos alunos, em relação aos três aspectos citados anteriormente, a equipe do Projeto concebeu uma pesquisa, desenvolvida nos anos de 1986 e 1987, com o apoio da SESU/MEC e do SPEC-PADCT/CAPES, cujos resultados merecem ser divulgados. A amostra constou de 101 alunos de 5ª série do 1º grau de escolas municipais do Rio de Janeiro e 30 alunos do 1º ano de CFP de escolas estaduais do Rio de Janeiro.

Os instrumentos utilizados foram teste escrito e entrevistas.

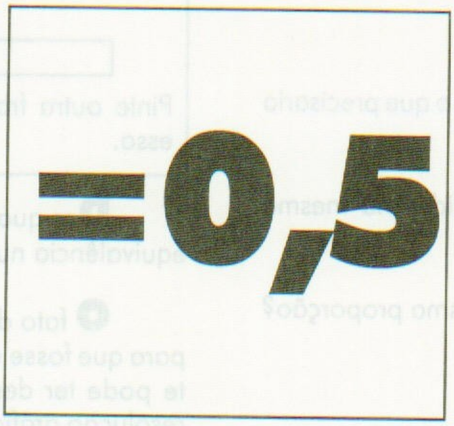
Os problemas do teste (81) foram elaborados pela equipe ou adaptados dos testes do Concepts in Secondary Mathematics and Science (Hart, 1981), tendo em vista os aspectos prioritários da proposta, abrangendo os tópicos: conceituação, equivalência, ordenação, adição e subtração de frações.

Após sua validação em experimento piloto, o teste foi aplicado pelos professores em suas turmas, antes (pré-teste) e depois (pós-teste) do trabalho com o tópico de frações com a utilização da proposta.

Os resultados dos testes foram analisados quantitativamente (com o pacote SPSS) e qualitativamente.

Os resultados da análise quantitativa evidenciaram o progresso dos alunos, com a intervenção e os seguintes aspectos : os alunos não cogitam de que a divisão tem que ser em partes iguais para que se obtenha uma fração; as questões de equivalência crescem em dificuldade quando há necessidade de um passo intermediário; são muito difíceis, para os alunos, as questões de representação gráfica relacionadas com equivalência; a dificuldade das questões de ordenação aumenta sensivelmente quando o número de frações é maior do que dois.

No tratamento qualitativo, foi feita uma análise dos erros e das formas de resolução utilizada por 64 alunos, escolhidos aleatoriamente, em 11 itens do teste. A observação do que os alunos escreveram revelou aspectos importantes : a confirmação do progresso do universo dos alunos com a intervenção principalmente a explicitação das dificuldades e procedimentos dos alunos ao abordarem problemas envolvendo frações.



Para maior aprofundamento das análises, foram realizadas entrevistas com 04 alunos dos CFP sobre algumas questões do teste nos moldes das entrevistas clínicas (Carraher, 1983).

3. Aplicando os Resultados em Sala de Aula

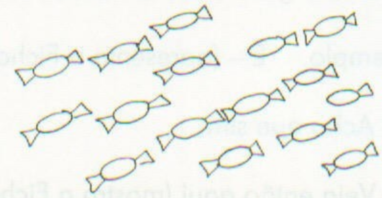
Da análise qualitativa, destacam-se aspectos que merecem uma atenção especial dos professores no trabalho com frações. Alguns deles serão detalhados por meio de exemplos.

Quanto à Conceituação

Questão (quesito típico de fração de conjunto discreto)

Sílvia ganhou 3/4 dessas balas.

Pinte as balas que ela ganhou.



Tipos de solução:

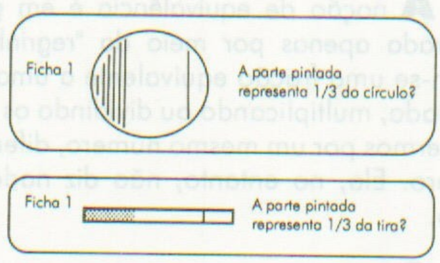
– fazendo cálculos, i.e. : contando as balas (16), determinando 3/4 de 16 e pintando 12 balas, sem fazer agrupamentos;

– agrupando as balas em 4 grupos iguais e pintando 3 deles. -formando grupos de 4 balas e, em cada um deles, pintando 3. Este último procedimento é completamente diverso do utilizado com frações de conjuntos contínuos, mais relacionado com as razões.

Note-se que é preciso um trabalho adequado para mostrar a equivalência entre as duas últimas soluções. Os erros mais comuns foram : pintar 3 ou 4 balas, o que revela a inexistência do conceito de fração. Os alunos consideram isoladamente o numerador ou o denominador.

Entrevista.

Para verificar se de fato os alunos não percebem a necessidade de dividir o todo em partes iguais para obter uma fração, e a influência da forma da figura nessa percepção, foi apresentada a tarefa :



Das quatro entrevistadas, duas não perceberam a desigualdade das partes do círculo. Só atinaram para isso após a observação da situação no retângulo. (E:entrevistador, A:aluna)

Exemplo. E – (apresenta a Ficha I)

A – Acho que sim.

E – Veja então aqui (mostra a Ficha II)

A – Peraí a, está mal dividido. Você vê, na 1ª também.

E – O que é mal dividida ?

A – Porque não está na mesma proporção.

E – (mostra as duas fichas juntas) As duas representam 1/3 ?

A – Não

E – Para representar 1/3, o que precisaria então?

A – As três partes divididas na mesma proporção, né?

E – O que é isso, na mesma proporção?

A – Partes iguais.

Exemplo. A – Não, porque a parte hachurada é estreita, ..., estou olhando em termos de largura. Não é 1/3 por causa disso.

Como os professores trabalham quase sempre com tiras retangulares, os alunos tendem a considerar a igualdade das larguras das faixas e não as áreas.

Quanto à Equivalência

A noção de equivalência é em geral explorada apenas por meio da "regrinha" : obtém-se uma fração equivalente a uma fração dada, multiplicando ou dividindo os seus dois termos por um mesmo número, diferente de zero. Ela, no entanto, não diz nada ao aluno.

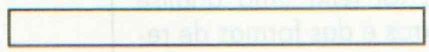
O conceito de frações equivalentes como aquelas que representam a mesma quantidade é que importa, e só pode ser construído a partir de experiências concretas e representações gráficas.

A "regrinha" acima será concluída ao final do processo.

Entrevista

A fim de verificar se os alunos são capazes de trabalhar a equivalência diretamente numa representação gráfica, observou-se o comportamento dos alunos frente à tarefa:

Escreva a fração correspondente à parte pintada da figura.



Pinte outra fração que seja equivalente a essa.

Das quatro entrevistadas, três fizeram a equivalência numérica e depois desenharam.

O fato de ter sido pedido, inicialmente, para que fosse escrita a fração correspondente pode ter desviado a atenção do aluno da resolução gráfica, o objetivo da questão. Convém, no entanto, salientar a necessidade de trabalho específico em sala de aula com equivalência mediante representações gráficas.

Exemplo:

A – Eu multipliquei 2/3 por 2, deu 4/6, então dividi em 6 partes iguais e peguei 4. Então uma fração equivalente a 2/3 seria 4/6 porque o denominador e o numerador foram multiplicados pelo mesmo número (não se refere ao gráfico).

Exemplo de solução direta na representação gráfica.

A – Peguei o mesmo retângulo, dividi as três partes em seis e fiz a fração equivalente a 2/3 que seria 4/6.

Entrevista

Face ao grande número de erros no cálculo do valor na questão

$$\frac{2}{7} \quad \frac{\square}{14} \quad \frac{10}{\Delta}$$

Qual o valor do quadrado?
Qual do valor do triângulo?

foi levantada a hipótese de que a dificuldade residia na presença da fração intermediária. A entrevista confirmou a hipótese.

Exemplo: A – O quadrado é 4. O triângulo eu não sei.

E – Você saberá se eu tampar esta segunda aqui? (tampou a fração do meio)

A – 35.

A dificuldade observada nessa questão, mas que, se prevista, pode ser superada no processo de ensino, é a familiarização do aluno com a transitividade da equivalência.

Tal dificuldade se reflete também em questões, tais como:

"Obter uma fração equivalente a 3/15, com denominador 10"

Não é nada natural para o aluno a possibilidade de solução deste problema. Para ele não existe um número pelo qual 15 possa ser multiplicado ou dividido para dar 10. A passagem por uma fração intermediária é uma estratégia à qual os alunos têm que ser conduzidos. Não é conseqüência imediata da construção do conceito.

Quanto à Ordenação

O primeiro ponto a destacar é a correlação entre este tópico e os dois anteriores. Só a conceituação bem construída de fração pode impedir os erros observados, em geral provenientes de tentativas de dar regras para ordenar frações. A maioria das ordenações de frações simples podem e devem ser feitas sem nenhuma regra: por comparações com a unidade, por representações gráficas, pelo uso do conceito. As que escapam a essas possibilidades podem ser ordenadas com o uso da equivalência, reduzindo-as ao mesmo denominador. O apelo a este método, sem a suficiente base conceitual, mecaniza o aluno que, às vezes, reduz as frações ao mesmo denominador, mas não consegue concluir a ordenação.

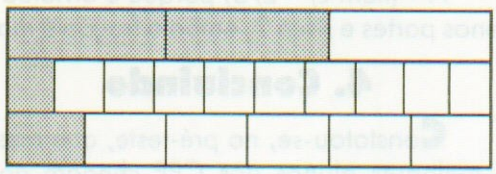
Entrevista

No teste escrito a resposta " alimentação" à questão

José gasta 2/3 de seu salário em alimentação. Gasta também 1/10 em diversão e 1/6 em transporte, em que José gasta mais? Em alimentação, em diversão ou em transporte?

foi a mais freqüente. Para verificar se os alunos de fato comparavam as frações envolvidas, esta questão foi incluída nas entrevistas. As entrevistadas compararam de fato as frações.

Exemplo de solução gráfica



A – Em alimentação.

E – Por quê?

A – Eu fiz o mesmo espaço para as três frações, dividi e risquei, e deu mais para a alimentação.

E – Então você verificou graficamente, não é?

A – Exato.

Exemplo de comparação das frações com a unidade ou com a metade.

A – Em alimentação, porque aqui no 2/3 sobra só 1/3 e nas outras vai sobrar muito mais.

Aqui, 1/10 né, em 1/6, sobrariam 5. Aqui é mais da metade (em alimentação) e as outras não.

Entrevista

Os critérios de ordenação usados pelos alunos foram analisados a partir das respostas à questão :

Em cada item abaixo, passe uma linha em volta da maior fração a) 2/7, 2/9 b) 13/6,5/6 c)2/3,1/5

Exemplo:

A – (item a) – 2/7, porque é; e dividido em menos partes, então essa fração é maior.

E – Explica melhor.

A – A que dividiu em menos partes fica a maior fração.

A – (item b) – 13/6. Apesar de ter o mesmo denominador, tem mais partes.

A – (item c) – 2/3, porque é dividido em menos partes e risca 2, então a fração é maior.

4. Concluindo

Constatou-se, no pré-teste, que mesmo os melhores alunos dos CPF chegam ao 2º grau sem ter trabalhado o essencial do tópico de frações : conceituação e equivalência. Sabem por outro lado efetuar adições e subtrações de frações, o que conduz à suposição de que o fazem mecanicamente. Em relação à 5ª série, pelo menos os melhores alunos estão no caminho certo: dominam a conceituação e a equivalência e ainda estão por aprender as operações.

As conclusões acima são preocupantes quando se leva em conta o fato de que os alunos dos CFP serão, em breve, professores de matemática de 1ª a 4ª série.

Na comparação entre o pré-teste e o pós-teste, observou-se :

– diminuição significativa das resposta em branco, que denota o maior encorajamento dos alunos para atacar os problemas;

– melhoria sensível dos alunos nas questões de conceituação e equivalência, nas quais os índices de acerto que estavam abaixo do 70% no pré-teste aumentaram, em média, 30 pontos percentuais.

Por outro lado, constatou-se que os tipos de erros não mudaram, sugerindo que a maioria deles são obstáculo epistemológicos ou vícios adquiridos em sala de aula. Tal suposição poderia ser objeto de estudo posterior.

A respeito da necessidade de que os processos utilizados na resolução dos problemas envolvendo frações tenham sentido para os alunos, não se limitam a regras de manipulação de símbolos, convém citar (Vergnaud, 1981): "A falta de uma suficiente distinção entre o conceito e sua representação, ou seja, entre significado e significante, tomam-se com freqüência os símbolos e as operações sobre esses símbolos pelo essencial do conhecimento e da atividade matemáticos, enquanto este conhecimento e esta atividade situam-se principalmente no campo conceitual."

Referências

– Brasil, L.A. (1977) – Aplicações da Teoria de Piaget ao Ensino da Matemática, Forense Universitária, Rio de Janeiro.

– Carraher, T.N. (1983) – O Método Clínico: Usando os Exames de Piaget, Ed. Vozes, Petrópolis.

– Carraher, T.N. (1984) – Aprender Pensando, UFPE, Recife.

– Hart, K. (Ed.) (1981) – Children's Understanding of Mathematics, 11-16, John Murray, Londres.

– Hart, K. (1980) – Methods Children Use to Resolve Mathematics Problems, Proceedings of 4th ICME, Berkeley.

– Hiebert, e Beher, N. (1988) – Introduction : Capturing the Major Themes. Em y. Hiebert e M. Beher (Eds.), Number Concepts and Operations in the Middle Grades, pp 1-18, Reston, V.A., NCTM

– Krutetskii, V.A. (1976) – The Psychology of Mathematical Abilities in School Children, Un Chicago, Chicago.

– Projeto Fundão (1994) – Números-Linguagem Universal (a aparecer), Instituto de Matemática, UFRJ, Rio de Janeiro.

– Vergnaud, G. (1981) -Quelques Orientations Theoriques et Methodologiques des Recherches Françaises en Didactique des Mathematiques, em Recherches in Didactique de Mathematiques, vol 2.2, pp 215-231