SEMELHANÇA
ATIVIDADES DE REPLICAÇÃO
UMA PROPOSTA METODOLÓGICA

INTRODUÇÃO

Encontra-se com relativa freqüência em livros didáticos e especialmente em paradidáticos sugestões para o binômio ensino-aprendizagem da semelhança com base em recursos tais como:

- plantas arquitetônicas, cartas geográficas, fotos,slides, observações em microscópio ou binóculos,cópias ampliadas ou reduzidas em aparelhos eletrônicos, retroprojetores, sombras, medidas indiretas, representações de planetas e distâncias interplanetárias, comparações de embalagens (latas, garrafas etc.).

Algumas vezes, entretanto, surgem algumas questões de decomposição de figuras, em geral em quatro partes. Assim, são bem antigos "passatempos"de repartir polígono em partes congruentes, mas semelhantes ao polígono básico inicial. Infelizmente, livros de recreação, didáticos ou paradidáticos, não fazem qualquer citação mais útil ao leitor, interessando-o pelos problemas maiores neles contidos ou mesmo sobre a riqueza educacional envolvida, passível de valiosas explorações.

Este trabalho tem por objetivo fundamental oferecer ao professor, principalmente dos graus 7 e 8, elementos metodológicos, para através de atividades de construção de réplicas semelhantes, em sala de aula ou em oficinas pedagógicas, introduzir ,fixar e explorar aspectos de semelhança de polígonos.

As atividades aqui propostas são fundamentalmente de dois tipos: replicações com figuras distintas e replicações com figuras congruentes.

Ruy Madsen Barbosa*
* Pesquisador FIRP - São José do Rio Preto SP
Prof. titular aposentado IGCE-UNESP - Rio Claro SP

Essas atividades são colocadas em forma de desafios,"puzzles", em língua inglesa, vocábulo correspondente ao nosso "quebra-cabeça" nada conveniente, aliás, pois tem embutida uma idéia educacionalmente depreciativa. Preferimos, consequentemente, colocá-los explícitamente como convites de atividades.

O leitor verificará que não lhe será necessário empregar todas as atividades propostas relativas a composições de réplicas com figuras distintas. Nós as fornecemos com o intuito de munir o professor de todo o conjunto correspondente, pois, não raro, existirão solicitações ou indagações por parte dos alunos mais interessados ou automotivados. Alternativamente, poderá utilizá-las para concursos escolares ou como atividades extra-classe, tão úteis em aspectos sociais.

Como proposta metodológica, agregamos a cada grupo de atividades uma atividade modelo, a qual deverá ser desenvolvida principalmente pelo próprio professor.

Várias explorações são também anexadas, mas o colega, com certeza, poderá incluir outras, dependendo da programação e dos interesses surgidos.

Procuramos simultaneamente destacar a descoberta de padrões, usando o hábil recurso da inferência plausível e credibilidade, cuja estratégia, principalmente na elementar, é um ótimo e produtivo procedimento educacional. Atitude esta preconizada pelo eminente matemático e educador húngaro George Polya, sem ser dogmático e radical. Lembramos que a descoberta de padrões é colocada como primordial pelo NCSM(Conselho Nacional de Supervisores de Matemática) americano.

Pretendemos com as atividades propostas, no que concerne aos dez mandamentos de Polya(24), seguir especialmente, como exemplificação ao professor, dos números 4 ao 9, que visam, respectivamente: a melhor maneira de aprender é descobrir, dotar o aluno de atitudes mentais e hábito de trabalho metódico, aprender a dar palpites, aprender a demonstrar, descoberta de modelo geral presente em situação concreta, e não desvendar segredo de uma vez.

Ouço e esqueço
Vejo e lembro
Faço e entendo
(provérbio chinês)

Objetivos específicos são citados para as diversas atividades, podendo algum ser anexado ou eventualmente substituido, desde que seja compatível ou não com os procedimentos adotados e coerente com a postura do educador.

Replicações com Polígnos Distintos (de mesma área)

Atividades de Duplicação

Material inicial

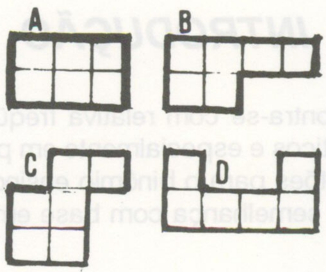


fig. 1

Quatro hexaminós particulares,que podem ser construídos recortados em madeira, cartolina, papel cartão ou borracha; ou alternativamente poderão ser utlizadas folhas de papel de pontos ou quadriculado onde seriam representados (fig.1).

Objetivos

a) de natureza matemática: duplicar hexaminós usando só os hexaminós A,B,C e D uma vez apenas cada um.

b) de natureza educacional: motivar, fixar(ou introduzir) conceitos de semelhança, desenvolver a imaginação espacial e destrezas motoras,inferir a relação área-razão de semelhança.

Atividade Modelo

a) Exiba o polígono hexaminó da fig.2 e os quatro hexaminós particulares. Efetue contagens dos quadradinhos em cada peça para fornecer a denominação comum: *hexaminós*

b) Construa com os 4 hexaminós o polígono da fig.3.

c) Discuta com seus alunos se o polígono obtido é simplesmente "parecido" ou semelhante ao hexaminó modelo:

c.1 verificar se todos os ângulos são os mesmos (retos)

c.2- verificar se as medidas dos lados(8,2,2,2,4,2,2,2) são proporcionais (dobros) aos lados correspondentes do modelo (4,1,1,1,2,1,1,1) e descobrir a razão(r=2).

c.3- conceituar (se for o caso) ou recapitular o conceito de semelhança procurando fixar as duas condições.

d) Introduzir as denominações: **réplica dupla** para o polígono obtido e **replicação** para a composição do mesmo com os 4 hexaminós.

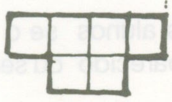


fig. 2

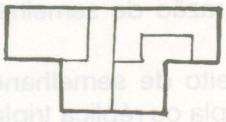


fig. 3

ATIVIDADES PARA OS ALUNOS

Entregue a cada aluno(ou grupo de alunos) conjuntos dos 4 hexaminós A,B,C e D, ou alternativamente folhas quadriculadas com suas cópias.

Primeiro grupo de atividades

Construir com os 4 hexaminós uma réplica dupla

At.1 - a)do hexaminó tipo A

b)discutir com os alunos (ou grupos)se as condições de semelhança são verificadas.

Uma explicação pode ser entendida Um exemplo fala melhor à aprendizagem Uma descoberta fixa, entendimento e aprendizagem.

At.2 - a) do hexaminó tipo B, b) idem

At.3 - a) do hexaminó tipo C, b) idem

At.4 - a) do hexaminó tipo D, b) idem

Nota: Soluções respectivas são dadas nas figuras 4a,b,c,d.

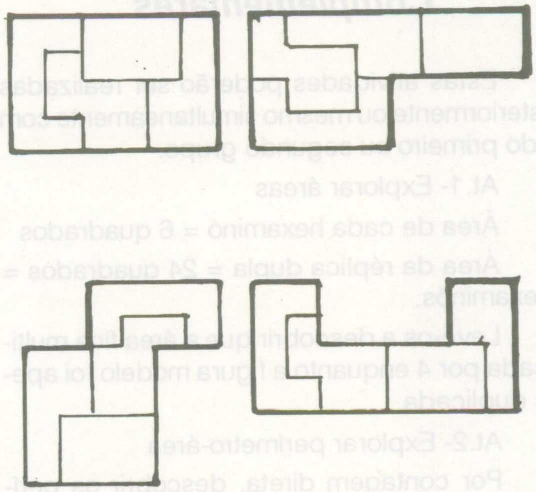


fig. 4

Segundo grupo de atividades

Saliente que com os 4 hexaminós construiram réplicas duplas dos próprios hexaminós.

Convide-os então, para obterem réplicas duplas de hexaminós diferentes, dados pelas 10 figuras seguintes (fig.5).

Distribua aos alunos peças dos hexaminós seguintes ou represente-os no quadro; ou alternativamente distribua cópias em papel quadriculado

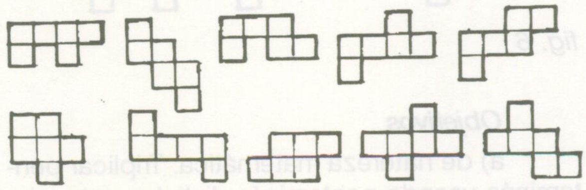


fig. 5

Estas atividades poderão ser propostas com mais abertura, deixando-os livres para encontrar hexaminós duplicáveis. Existem ao todo 35 hexaminós, no entanto, lembramos que apenas 15 hexaminós podem ser duplicados com os quatro especiais. Deixamos de dar soluções para que os colegas possam também se familiarizar com as atividades;mas forneceremos pelo correio, se necessário.

Atividades Exploratórias Complementares

Estas atividades poderão ser realizadas posteriormente ou mesmo simultaneamente com as do primeiro ou segundo grupo.

At.1- Explorar áreas

Área de cada hexaminó = 6 quadrados

Área da réplica dupla = 24 quadrados = 4 hexaminós.

Leve-os a descobrir que a área fica multiplicada por 4 enquanto a figura modelo foi apenas duplicada.

At.2- Explorar perímetro-área

Por contagem direta, descobrir os perímetros de cada hexaminó. Conduza-os a concluir que existem polígonos com a mesma área e perímetros diferentes.

Atividades de Triplicação

Material

Os 12 tipos de pentaminós

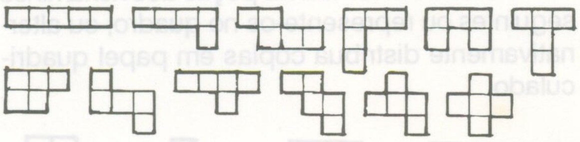


fig. 6

Objetivos

a) de natureza matemática: Triplicar pentaminós usando pentaminós distintos entre si e distintos do pentaminó modelo.

b) de natureza educacional: motivar, fixar conceitos de semelhança, desenvolver a imaginação espacial e destrezas, desenvolver habilidades no cálculo de proporcionalidade, descobrir o padrão de relacionamento área-razão.

Atividade Modelo

a) Exiba os polígonos da fig.6. Efetue contagens dos quadrados conectados em cada um, daí o nome comum: *pentaminós*

b)Construa a disposição retangular da fig.7 obtida com os pentaminós tipo II,III,IV, V,VI ,VII,VIII,IX e XI.

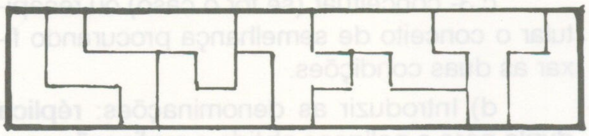


fig. 7

c) Discuta com os alunos se o polígono obtido é simplesmente "parecido" ou semelhante ao polígono tipo I

d) Descobrir a razão de semelhança (r =3).

e) Fixe o conceito de semelhança; no caso, fale em figura tripla ou réplica tripla.

f) Explore com os alunos a questão das áreas Triplicou-se o retângulo e a área ficou 9 vezes maior. Compare com a exploração anterior: duplicava-se e a área ficava 4 vezes maior.

Conduza-os com os cálculos $4=2^2$ e $9=3^2$ e à descoberta de que é possível (plausível) que tenhamos

- a relação das áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança!

Atividades para os Alunos

Entregue a cada aluno (ou grupo) um conjunto dos 12 pentaminós, e convide-os a realizar as seguintes atividades:

-obter uma réplica tripla de cada pentaminó sem usar o pentaminó modelo!

Na figura 8 seguinte damos algumas soluções.

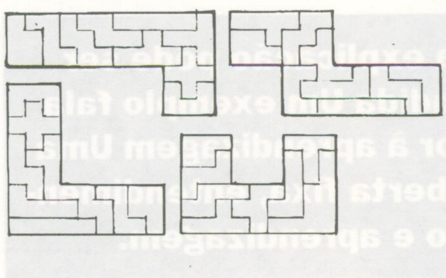


fig 8

Acompanhamentos

-conferir a proporcionalidade dos lados;

-dar atenção a soluções diferentes;

-discutir com os alunos os seus sucessos e fracassos; se necessário fixe os pentaminós a serem empregados em cada caso para facilitar;

-aplaudir alunos(ou grupos) que iniciaram construindo previamente apenas a réplica tripla usando a proporcionalidade dos lados (razão 3) para depois decompô-la com pentaminós distintos;

-dar ênfase à descoberta de que todas triplicações usam exatamente 9 pentaminós;

-explorar a credibilidade do padrão das áreas.

Nota: Todos os pentaminós têm solução. Deixamos a cargo do leitor a busca de soluções para os outros 7 pentaminós para ter o prazer de encontrá-las; mas, novamente, colocamo-nos à disposição para enviá-las, se solicitadas. Entretanto, é óbvio que nem todos os pentaminós precisam fazer parte das atividades em classe ou oficinas pedagógicas. Essas atividades podem ser deixadas como problemas-concurso, quando os alunos tentarão as soluções no convívio familiar.

Replicações por Congruência

Notícia histórica

O leitor deve estar familiarizado com problemas de decomposição (dissecção) em partes congruentes e muitas vezes se deparou justamente com aqueles cuja divisão ocorre em 4 partes iguais. Assim, as figuras 9b, 9c e 9d são dissecções do polígono da fig.9a, e as figuras 10 são decomposições do quadrado; em ambas situações em 4 partes congruentes.

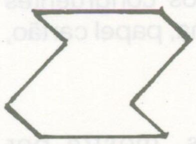


fig. 9a

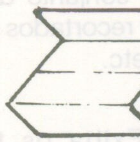
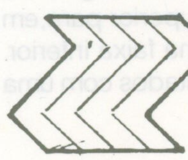
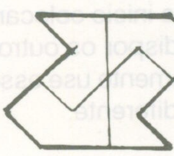


fig. 9b





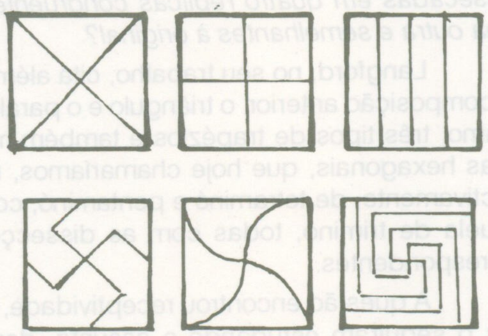


fig. 10

Em particular, merece atenção um problema bem antigo, é aquele de decompor também em 4 partes congruentes o polígono côncavo hexagonal da fig.11a. O leitor, com certeza, encontrou-o, por exemplo, num dos clássicos livros de Mello e Souza(21), ou então em Moser(22) ou Bolt(8) mais recentes, cuja solução dada pela fig.11b nos mostra claramente que cada parte congruente é semelhante ao polígono decomposto.

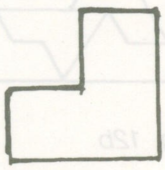


fig. 11a

fig. 11b

Acreditamos que este problema tenha sido o início para problemas de replicação por congruência, quando se exige que cada figura componente seja semelhante ao polígono inicial.

Meritóriamente, no nosso entender, aparece como fundo de capa e página de rosto do livro recentemente publicado pela M.A.A. de Martin(20), em 1991, que dedica razoável espaço à replicação.

A exigência da semelhança e congruência das partes simultaneamente deve ter conduzido Dudley Langford(19), em 1940, a propor a seguinte questão:

- *quais figuras planas podem ser*

dissecadas em quatro réplicas congruentes a uma outra e semelhantes à original?

Langford, no seu trabalho, cita além da decomposição anterior, o triângulo e o paralelogramo, três tipos de trapézios e também mais duas hexagonais, que hoje chamaríamos, respectivamente, de tetraminó e pentaminó, como aquela de triminó, todas com as dissecções correspondentes.

A questão encontrou receptividade, vários o seguiram estudando o assunto, dando suas contribuições e ampliando o problema para outros números de partes congruentes. Merece destaque o trabalho de Solomon Golomb(16), de 1964, que já em 1953 introduzira o vocábulo polimínó, hoje tão difundido como material recreativo ou como valioso instrumento educacional. Golomb amplia a lista de Langford, sana algumas omissões, fornece especialíssimas replicações duas delas dadas nas fig.12a e 12b, que podem ser denominadas, respectivamente, "Caracol", conforme o autor, e Pirâmide.

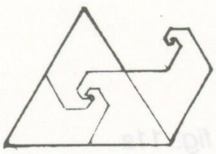


fig.12a

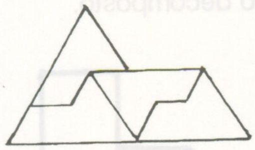


fig. 12b

O estudo matemático das replicações tem ocorrido até a presente data em revistas internacionais; mas, do ponto de vista educacional, sentimo-nos no dever de citar Freitag(11). Richard Freitag, em 1978, parece-nos ter sido o primeiro a empregar a replicação por congruência, no sentido referido, em atividades educacionais, salvo melhor pesquisa bibliográfica; mas, infelizmente, com um trabalho incipiente que pouca coisa nova revela nas poucas e verdadeiramente fracas atividades propostas.

Glossário Referencial

Agora, com a exigência da congruência e semelhança, as denominações necessitam apenas serem ajustadas:

replicando - o polígono do qual se obterá o polígono semelhante

replicador - o número de replicandos (indicado em geral com k)

réplica - o polígono semelhante a ser obtido

replicação - a réplica com a decomposição nos k replicandos.

e acrescentamos o conceito:

- um polígono é k-replicável(ou k-rep abreviadamente) se e só se é possível construir uma réplica semelhante com k replicandos congruentes a ele.

Descobrindo Padrões de Replicação

Vários polimínós são replicáveis por congruência, para os quais o professor poderá organizar atividades analogamente às anteriores. Contudo, preferimos, neste trabalho, dar ênfase ao uso de replicações por congruência, propondo atividades úteis ao estabelecimento de padrões. Empregaremos, para não alongarmos em demasia o texto, apenas duas figuras: o triângulo e um trapézio especial.

Atividade Modelo

Objetivos

a) de natureza matemática: obter replicações de triângulos para vários replicadores

b) de natureza educacional: motivar, fixar o conceito de semelhança, desenvolver a observação preparando a atitude de inferência plausível, descobrir padrões, explorar (complementarmente) propriedades de triângulos e paralelas.

Material

Um conjunto de triângulos congruentes quaisquer recortados de cartolina, papel cartão, madeira, etc.

At. 1

a) Exiba os triângulos, mostre por superposição que são congruentes.

b) Construa com 4 deles o triângulo da fig.13; mas inicie colocando o superior para,em seguida, dispor os outros 3 numa faixa inferior. Preferentemente use esses 3 pintados com uma outra cor diferente.

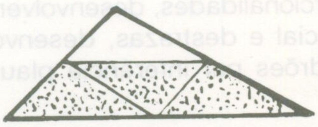


fig. 13

c) Discuta com seus alunos se o triângulo fig.13 grande obtido é uma réplica semelhante a cada um dos triângulos pequenos com razão de semelhança r=2.

d) Introduza os conceitos de replicando e replicador.

e) Aproveite para recapitular o padrão áreas-razão utilizando como unidade de área cada triângulo replicando, de onde a área ser dada pelo próprio replicador k=4.

f) Justifique a disposição, verificando com os alunos que o ajuste dos triângulos é perfeito no tocante à soma dos ângulos (180 graus) em cada ponto médio dos lados da réplica. Explore, se julgar conveniente, propriedades como as seguintes: - *segmento de reta dos pontos médios é igual à metade do outro lado (idem paralelo); - igualdade ou suplementaridade de ângulos formados por paralelas.*

At.2 - *Plausibilidade de um padrão*

Convide os alunos a opinar como obter uma replicação com número maior para o replicador. Por certo, aparecerá a sugestão de se construir uma nova fila inferior.

Feita a construção com mais cinco (preferencialmente pintados com uma nova cor) obter-se-á o triângulo da fig.14 com 9 replicandos.

fig. 14

Verifique com os alunos os ajustes (fig.14) perfeitos dos triângulos, tanto no centro como nas laterais. É uma boa oportunidade para recapitular (ou introduzir) propriedades de ângulos, propriedades de paralelas que dividem uma transversal em partes iguais.

Novamente discuta com os alunos a semelhança do triângulo grande obtido com os triângulos pequenos(as duas condições). Descubra com eles a razão de semelhança (r = 3).

Destaque que a sugestão foi boa, pois deu certo a construção.

Aproveite a oportunidade que se apresenta para a fixação da aprendizagem dos conceitos de replicando, replicador, réplica tripla e replicação.

Não esqueça que é bom insistir sobre o padrão das áreas-razão de semelhança.

At.3- *Descoberta de um padrão*

Escreva as sucessões:

r	1	2	3	4
fi	1	3	5	7
k	1	4	9	16

r - das razões, e explique a particular razão 1 (congruência)

fi - dos triângulos colocados na faixa inferior; explique o 1 inicial

k - dos replicadores (ou áreas no caso).

Indague dos alunos como continuá-las. As respostas serão fornecidas pela maioria dos alunos: 4, 7 e 16.Discuta o que são: natural sucessivo, ímpar sucessivo e quadrado sucessivo ou soma dos números da sucessão anterior (se quiser pode explorar esta notável soma - números quadrangulares).

Coloque em dúvida a continuação! Peça para verificarem construindo a nova replicação aproveitando a anterior (fig.15).

Deu certo! Ótimo!

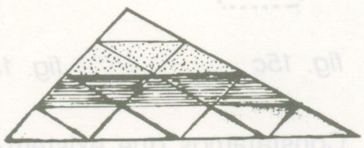


fig. 15

Elogie-os: *Acabaram de descobrir dois padrões ao mesmo tempo:*

- um de construção de replicação de triângulos por faixa inferior

- outro numérico.

At.4 - *Usando os padrões*

Deixe-os continuar os padrões descobertos e sinta com eles o sabor da descoberta (redescoberta, é claro). H.E.Huntley já dizia em "The divine proportion:a study in mathematical beauty", em 1970, traduzido pela Ed.Univ.Brasília em 1985, que: "*A sensibilidade à beleza na matemática é contagiosa. Ela é contraída e não ensinada.*"

Ouso complementar: *creio que pode ser estimulada!*

Nota: Existem triângulos especiais 2-rep, outros 3-rep etc.

Atividades para os Alunos

Material

Trapézios congruentes isósceles com os lados não paralelos com a mesma medida que a base menor (fig.15a). São de fácil construção, pois podem ser obtidos, por exemplo, a partir do triângulo equilátero (fig.15b), de um hexágono regular como na fig.15c, ou mesmo com 3 triângulos equiláteros ou um paralelogramo e um triângulo equilátero (fig.15d), os quais proporcionam algumas interessantes explorações.

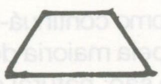


fig. 15a

fig. 15b

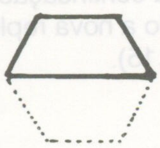


fig. 15c

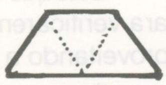


fig. 15d

Constatamos que existem duas firmas que o comercializam: numa são fabricados em madeira, e em outra em plástico; em ambas com trapézios pintados de várias cores, o que facilitará o seu emprego na busca de padrões.

Denominação

Nós os temos chamado em (2) de trapézio versátil, face à sua múltipla utilização; principalmente em mosaicos.

Objetivos educacionais

motivar, distinguir conceitos de "parecido" e semelhante, desenvolver habilidades no cálculo de proporcionalidades, desenvolver a imaginação espacial e destrezas, desenvolver a busca de padrões por inferência plausível e credibilidade.

Uma atitude passiva na aprendizagem leva a um conhecimento incompleto, inseguro e efêmero.

E. L. Lima

At.1- *Análise geométrica dos trapézios*

Distribua peças aos alunos (ou grupos). Solicite a sua atenção para analisar o polígono: - classificação (quadrilátero ou quadrângulo) - espécie (trapézio) - tipo (isósceles) - especificidade do tipo (base menor e lados não paralelos, base maior e base menor) - forma angular do trapézio - sua obtenção (ver fig.15b,c,d).

Denomine-os se julgar conveniente.

At.2- *Construção de uma réplica dupla*

Convide-os a obter com os trapézios congruentes um que seja o dobro.

Os alunos encontrarão em pouco tempo fig.16 a replicação da fig.16.

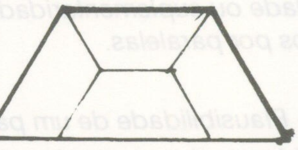


fig. 16

Peça-lhes para explicar o ajuste perfeito no interior (somas de 360 graus) e especialmente embaixo (180 graus), de onde o alinhamento na base.

Solicite-lhes para justificar a replicação, isto é, que o trapézio obtido é de fato semelhante ao trapézio replicando(as duas condições) segundo a razão 2.

At.3- *Construção de uma réplica com replicador maior*

A Matemática, não raro, é "transmitida" no ensino (em qualquer grau) pronta e acabada, como algo "caído do céu", cujos pesquisadores a tivessem descoberto, sem idas e voltas, ou mesmo fracassos. O educando, no entanto, é obrigado a entendê-la e utilizá-la "arrumadinha" e ordenada. Daí nossa preocupação nos passos seguintes.

Convide-os a obter uma replicação do trapézio com replicador **um pouco maior, apro-**

veitando a construção anterior com 4 replicandos.

1- Provavelmente, por analogia com o exemplo (fig.16) modelo, uma tentativa será a de justapor inferiormente uma faixa de trapézios.

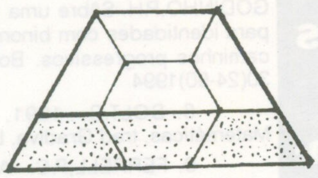


fig. 17

Discuta com os alunos se o trapézio obtido é semelhante ou apenas parecido. Possibilidades:

a) apenas isósceles,só os lados não paralelos possuem a mesma medida (3x), a base menor possui medida 2x,

b) a base maior não é o dobro da base menor;

c) os 4 lados não são proporcionais aos lados do trapézio replicando.

Esteja atento para aqueles que responderem que o trapézio obtido tem forma apenas parecida, os seus ângulos são os mesmos, mas ficou mais estreito do que devia. Esse aluno provavelmente tem boa imaginação espacial. Estimule-o a ajustar e precisar sua idéia em termos numéricos.

2 - Uma segunda tentativa poderá ser aquela de rodear toda a replicação anterior com novos trapézios. Deixe-os experimentar. Descobrirão que os trapézios não completam a volta (fig.18).

3 - Outra tentativa frustante poderia ser: colocar uma faixa rodeando um lado não paralelo e a base menor (fig.19).

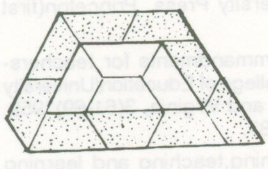


fig. 18

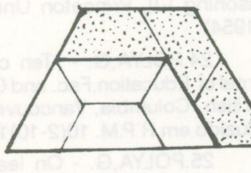


fig. 19

4 - Tentativas bem sucedidas:

4a - faixa rodeando um lado não paralelo e a base maior(fig.20);

4b - faixa rodeando os dois lados não paralelos e a base menor (fig.21).

Desapontamentos, frustações e quase desespero são expressões comuns aos matemáticos sérios.

Huntley

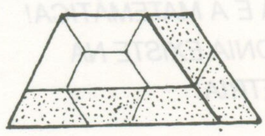


fig. 20

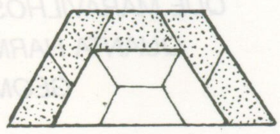


fig. 21

Discuta cada solução: ajustes e semelhança. Aproveite para despertar a atenção que em cada replicação se verificou o mesmo padrão numérico ocorrido para triângulos $(1+3+5=9=3^2)$.

At.4- *DESCOBERTA DE PADRÕES?*

Será que os alunos(ou grupos) descobriram novos padrões?!!!

Coloque em dúvida a possibilidade de se continuar cada esquema de construção.

Convide-os a obter outras replicações aumentando o replicador sucessivamente; mas cada aluno(ou grupo) deverá manter a construção respectiva:

I - os da replicação da fig.20 por faixa em L(inferior e de um dos lados não paralelos);

II os da replicação da fig.21 por faixa em semi-anél(lado não paralelo, base menor e lado não paralelo).

Em I dará certo mais uma vez (para k = 16), mas falhará para k=25(deixe-os experimentar). Que oportunidade para inserir episódios da história da Matemática em situações análogas e até famosas!

Em II dará certo sucessivamente, estará descoberto (redescoberto) um "novo" padrão de replicação.

Regozige-se com os alunos pela descoberta. Aliás, faça com eles explorações no padrão quanto ao início, de 1 só replicando (semelhança=congruência) para 4 replicandos. O padrão do semi-anel, na verdade, também foi empregado; o que o torna válido também em particular. Caso queira discutir mais um pouco, basta observar que o "padrão"I não apresentava esta característica.

QUE MARAVILHOSA É A MATEMÁTICA! QUANTA HARMONIA EXISTE NA GEOMETRIA!

Nota 1- O leitor deve ter notado que peças coloridas ajudarão bastante na descoberta de padrões, construindo cada faixa de uma nova cor.

Nota 2- Existem mais dois tipos especiais de trapézios que possibilitam interessantes descobertas de padrões para se construir replicações correspondentes.

As mais simples soluções são as mais comuns. E isto é o fundamento sobre o qual a indução se apóia.
Laplace

At.5- *UNICIDADE DE REPLICAÇÕES*

Esta atividade consta essencialmente de aspectos recreacionais, nas quais cada aluno vai retomar as diversas replicações obtidas, para replicador k= 4,9,16,etc., e tentar outras disposições adequadas com os mesmos replicadores. Contudo do ponto vista matemático,é importante seu objetivo.

Descobrirão que para replicador k=4 a replicação da figura 16 é **única**. Entretanto, já para o replicador 9, encontrarão muitas replicações possíveis. Damos a seguir algumas, o que nos mostra a **não unicidade!**

Contudo, sente-se a *versatilidade* do trapézio enriquecida! Imagine se o replicador é k = 16 ?!!!

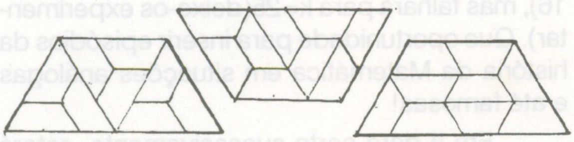


Fig. 22

REFERÊNCIAS

1. BARBOSA,R.M. -Padrões para ternos pitagóricos,Bol.GEPEM 29(48-51)1991

2. BARBOSA,R.M. -1993,Descobrindo padrões em mosaicos, Atual, S.P.

3. BARBOSA,R.M. -1993,Descobrindo padrões pitagóricos-geométricos e numéricos. Atual,S.P.

4. BARBOSA,R.M. -Descobrindo padrões de replicação de polígonos para trapézios isósceles e outros. Com. ao IV EDUMAT, Campo Grande,MS,1993.

5. BARBOSA,R.M. -Replicação com polígonos-um notável recurso para a Educação Matemática.Bol.Mat./FURB 31(6-14)1994.

6. BARBOSA,R.M. -Descobrindo e explorando padrões (Novos padrões para quadras da diagonal do paralelepípedo). A sair em Universitas/Ciências Exatas/FIRP.

7. BARBOSA,R.M. e GODINHO,P.H.-Sôbre uma metodologia para identidades com binomiais usando caminhos progressivos. Bol.Mat./FURB 30(24-50)1994

8. BOLT,B. -1991, Atividades Matemáticas, trad.Gradiva, Lisboa.

9. FERRELL,P.C. -A pentamino unit, The Mathematics Teacher, 70-6(523-527)1977

10. FRIEDLANDER,A. AND LAPPAN,G.-Similarity: Investigations at the middle grades level, IN: Lindquist and Shulte-1987,Learning and Teaching Geometry, K-12,Yearbook,NCTM-Reston,Virginia. Também trad. Atual,S.P.,1994.

11. FREITAG,R.A.- Tiling, Mathematics Teacher, 71-3 (199-201)1978

12. GARDNER,M. - 1959,The Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions, Simon and Schuster,N.Y.

13. GARDNER,M. - 1961.The Second Sc. Amer. Book of Math. Puzzles and Div., Simon and Schuster,N.Y.

14. GARDNER,M. - 1985,Mathematical magic show, Penguin Books,N.Y.

15. GOLOMB,S.W.- 1966 ,Polyominoes,Allen & Unvin,London.

16. GOLOMB,S.W. - Replicating figures in the plane, Mathematical Gazette,48(403-412)1964.

17. IMENES,L.M. - 1991,Problemas Curiosos, Ed.Scipione,S.P.

18. IMENES,L.M.,JAKUBOVIC,J. e LELLIS,M.C.-1992, Semelhança Atual,S.P.

19. LANGFORD,C.D.- Uses a geometric puzzle, Mathematical Gazette,24(209-211)1940.

20.MARTIN,G.E. - 1991,Polyominoes, a guide to puzzle and problems in tiling,The Math.Association of America.

21.MELLO e SOUZA,J.C.-1944,Diabruras da Matemática, Ed. Getulio Costa, R.J.

22.MOSER,S. - 1972,Mit Zahlen Spielen, trad. sob o título Testes com números e habilidade mental, Tecnoprint-Ed.Ouro,R.J. de 1982.

23.POLYA,G. - 1967-1968,Mathematics and Plausible Reasoning I-II, Princeton University Press, Princeton(first ed.1954).

24.POLYA,G. - Ten commandments for teachers-Journal of Education,Fac. and College of Education/University of British Columbia, Vancouver and Virginia, 3(61-69)1959. Traduzido em R.P.M. 10(2-10)1987.

25.POLYA,G. - On learning,teaching and learning teaching, Amer.Math.Monthly, 70(605-619 1963.

26.POLYA,G. - 1965,Mathematical Discovery: on understanding, learning and teaching problem solving,1-2,Wiley,N.Y. (first ed.1962).