

# POR QUE NÃO ENSINAR GEOMETRIA?

## 1. A Omissão Geométrica

O ensino da Geometria, se comparado com o ensino de outras partes da Matemática, tem sido o mais desvairado; alunos, professores, autores de livros didáticos, educadores e pesquisadores, de tempos em tempos, têm se deparado com modismos fortemente radicalizantes, desde o formalismo impregnado de demonstrações apoiadas no raciocínio lógico-dedutivo, passando pela algebrização e indo até o empirismo inoperante. No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. Vários trabalhos de pesquisadores brasileiros, entre eles Peres (1991) e Pavanelo (1993), confirmam essa lamentável realidade educacional. E por que essa omissão? São inúmeras as causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. Confirma essa afirmação a pesquisa "Os por quês matemáticos dos alunos e as respostas dos professores" (Lorenzato, 1993) realizada com 255 professores de 1<sup>a</sup>/4<sup>a</sup> séries com cerca de 10 anos de experiência de magistério: submetidos a 8 questões (propostas por alunos) referentes à Geometria plana euclidiana (conceitos de ângulo, paralelismo, perpendicularismo, círculo, perímetro, área e volume), foram obtidas 2040 respostas erradas, isto é, o máximo possível de erros. E mais: somente 8% dos professores admitiram que tentavam ensinar Geometria aos alunos. Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar

Sergio Lorenzato\*

\* Faculdade de Educação - UNICAMP  
Campinas SP

ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria nelas aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição por parte dos livros didáticos para que ela seja realmente preterida na sala de aula.

No entanto, a caótica situação do ensino da Geometria possui outras causas que embora mais distantes da sala de aula, não são menos malélicas que as duas anteriores. Uma delas é o currículo (entendido diminutamente como conjunto de disciplinas): nos nossos cursos de formação de professores, que possibilitam ao seu término o ensino da Matemática ou Didática da Matemática (Licenciatura em Ciências, em Matemática, em Pedagogia e Formação para o Magistério), a Geometria possui uma fragilíssima posição, quando consta. Ora, como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, está aí mais uma razão para o atual esquecimento geométrico.

E os programas e guias curriculares? Com raríssimas exceções, eles colocam a Geometria como complemento ou apêndice e de modo fortemente fragmentado, por assunto ou por série; geralmente a Geometria é apresentada rigidamente separada da Aritmética e da Álgebra. Isto parece não ser grave pois a maioria dos professores segue, na verdade, o livro didático e não a proposta curricular; no entanto os editores exigem que os autores de livros sigam as propostas curriculares. Dessa forma, os guias curriculares afetam indiretamente o ensino da Geometria em sala de aula.

O movimento da Matemática Moderna também tem sua parcela de contribuição no atual caos do ensino da Geometria: antes de sua chegada ao Brasil, nosso ensino geométrico era marcadamente lógico-dedutivo, com demonstrações, e nossos alunos o detestavam. A proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje.

Presentemente, está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la.

Mas é preciso romper esse círculo de ignorância geométrica, mesmo porque já passou o tempo do "Ler, Escrever e Contar".

## 2. Uma Questão Geométrica?

Soluções esporádicas ou pontuais não serão suficientes para resolver a questão da omissão geométrica. É preciso um amplo e contínuo esforço de diferentes áreas educacionais para que mudanças se efetivem no atual quadro do ensino da Geometria escolar.

Muitas questões estão para ser respondidas e, quase sempre, necessitando de prévias pesquisas sobre a responsabilidade da recém-nascida Educação Matemática. Algumas delas são: tendo em vista as possíveis exigências do século XXI sobre seus cidadãos, qual deveria ser o currículo geométrico mínimo presente na educação? (Lorenzato e Vila, 1993). Qual é a Geometria necessária e conveniente para nós, brasileiros? Ela deveria ser a mesma para todo o continente brasileiro? Como aproveitar os recentes e enormes avanços tecnológicos, psicológicos e didáticos em favor do ensino e aprendizagem da Geometria?

Onde colocar o ponto de equilíbrio dinâmico entre o intuitivo e o dedutivo, o concreto e o abstrato, o experimental e o lógico, tendo em vista uma aprendizagem significativa da Geometria?

Será também necessário modificar os currículos dos cursos de formação de professores, investir fortemente no aperfeiçoamento do professor em exercício e lançar novas publicações tanto a alunos como a professores.

Assim, a questão da renovação ou ressurreição do ensino da Geometria não é infelizmente apenas uma questão didático-pedagógica: é também social-epistemológica, envolvendo Universidades, Secretarias de Educação e Editoras... e é, ainda, uma questão político-administrativa, pois, o professor exerce uma função de vital importância nesse processo de transformação e, com a atual remuneração de 01 (um) real a hora-aula (ou 0.85 de dólar/nov-94), ele não terá muitas condições para mudanças, a não ser de profissão.

No entanto, façamos nossa parte.

### 3. Pensamento Geométrico

É interessante observar que distintas são as razões utilizadas pelos professores para justificar a ausência do estudo da Geometria nos diferentes graus: "porque não sei", "porque não dá tempo", "porque os alunos preferem trabalhar com números", "porque os problemas são de contas", etc. No entanto, nenhuma razão tenta colocar em dúvida os méritos próprios da Geometria. Talvez, o maior de todos eles seja o fato da Geometria exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar; isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria. Vejamos alguns exemplos:

1º exemplo: dado um círculo de raio conhecido e um retângulo conforme a figura 1, quanto mede a diagonal BD?

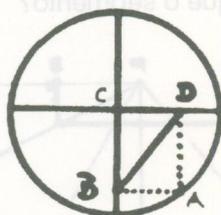


fig. 1

2º exemplo: Compare as áreas dos retângulos escurecidos, na figura 2.

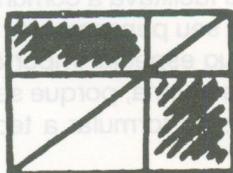


fig. 2

3º exemplo: na figura 3, quantos triângulos você vê?

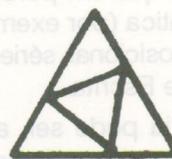


fig. 3

É muito comum, diante de questões deste tipo, pessoas ficarem sem ação e se justificarem dizendo que não podem resolvê-las porque não foram dados números ou medidas. Isso denota a forte tendência que a nossa Educação Matemática tem imprimido aos alunos: a de Aritmetização do raciocínio. Nos três exemplos citados, não há contas a fazer: as questões exigem uma leitura diferente da Aritmética ou Algébrica, na medida em que, para resolvê-las, é preciso ter percepção geométrica, raciocínio geométrico e linguagem geométrica, fatores estes essenciais na relação real/formal e que pouco têm sido desenvolvidos em nossas escolas devido à quase ausência do estudo da Geometria.

### 4. Por que Aprender Geometria?

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

"A Geometria está por toda parte", desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as idéias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria.

Pesquisas psicológicas indicam que a

aprendizagem geométrica é necessária ao desenvolvimento da criança, pois inúmeras situações escolares requerem percepção espacial, tanto em Matemática (por exemplo: algoritmos, medições, valor posicional, séries, sequências...) como na Leitura e Escrita.

A Geometria pode ser, ainda, um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções. Um exemplo interessante se refere ao famoso problema: "entre coelhos e galinhas tenho 7 cabeças e 20 pés, no total. Quantos coelhos e quantas galinhas possuo?". Os adultos sempre esperam das crianças uma solução aritmética ou algébrica mas, eis o que uma criança fez apoiando-se em seu raciocínio visual (figura 4):

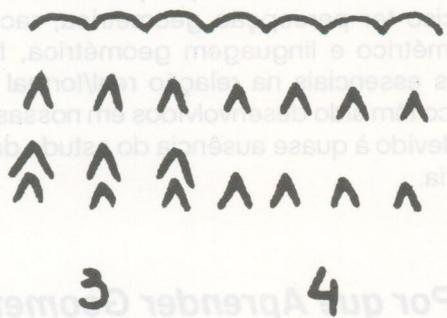


fig. 4

"Cada bicho tem sua casinha...são 7"  
 "2 pernas para cada bicho...sobraram 6 pernas...tem que ser dos coelhos"  
 "2 pernas mais para cada casinha..."  
 "são 3 coelhos e 4 galinhas."

Aqueles que procuram um facilitador de processos mentais, encontrarão na Geometria o que precisam: prestigiando o processo de construção do conhecimento, a Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar.

Tomemos a faixa de Moebius (figura 5) por exemplo:



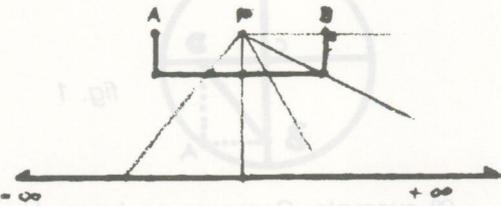
fig. 5

Crianças e adultos se surpreendem com os resultados do primeiro corte longitudinal, e com o segundo também. E se a faixa for cortada longitudinalmente, mas deixando um terço da largura de um lado e dois terços do outro? É possível continuar? Surpresas, conjecturas, sugestões com imaginação e criatividade é o que invariavelmente acontece na utilização desse material didático. Nessa linha de pensamento, os livros de Gardner (1987) ou de Dudeney (1970) são fontes inesgotáveis de sugestões com quebra-cabeças, jogos, paradoxos, ilusões óticas, etc.

A Geometria é um excelente apoio às outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem idéias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos. A imagem desempenha importante papel na aprendizagem e é por isso que a representação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc, sempre recebe uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico.

A Geometria pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação da idéia matemática. A figura 6, por exemplo, mostra a prova geométrica intuitiva de que qualquer segmento de reta possui o mesmo número de pontos que um dado segmento AB, através da estratégia de corresponder 1 a 1 todos os pontos do segmento AB aos pontos da reta.

Qual era sua expectativa, sendo a reta mais comprida que o segmento?



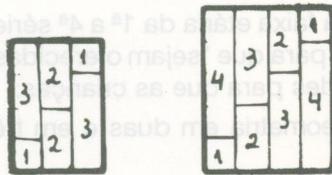
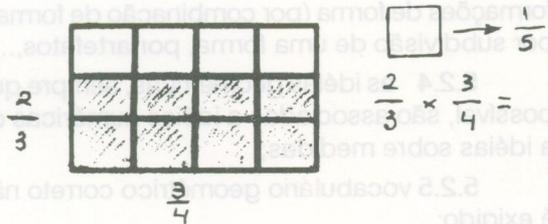
Einstein tinha o hábito de geometrizar suas idéias: dizia que facilitava a comunicação delas e a evolução de seu pensamento; em 1921, ele escreveu "Atribuo especial importância à visão que tenho da Geometria, porque sem ela eu não teria sido capaz de formular a teoria da relatividade".<sup>1</sup>

A Geometria é a mais eficiente conexão

didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. Vejamos alguns exemplos, sendo o primeiro deles uma mera curiosidade:

0123456789

(Quantos ângulos cada numeral contém?)



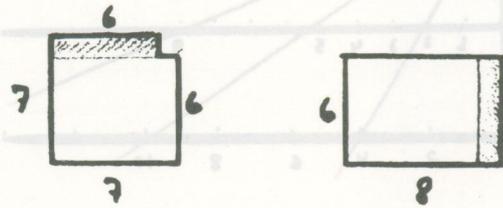
$$\frac{3 \times 4}{2}$$

$$\frac{4 \times 5}{2}$$

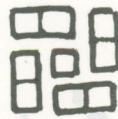
$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



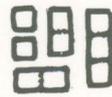
$$7^2 - 1 = 8 \times 6$$



$$x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$



$$4 \times 2 + 1 = 9 = 3^2$$



$$1 + 1 + 2 + 2 + 3 = 3^2 = 9$$



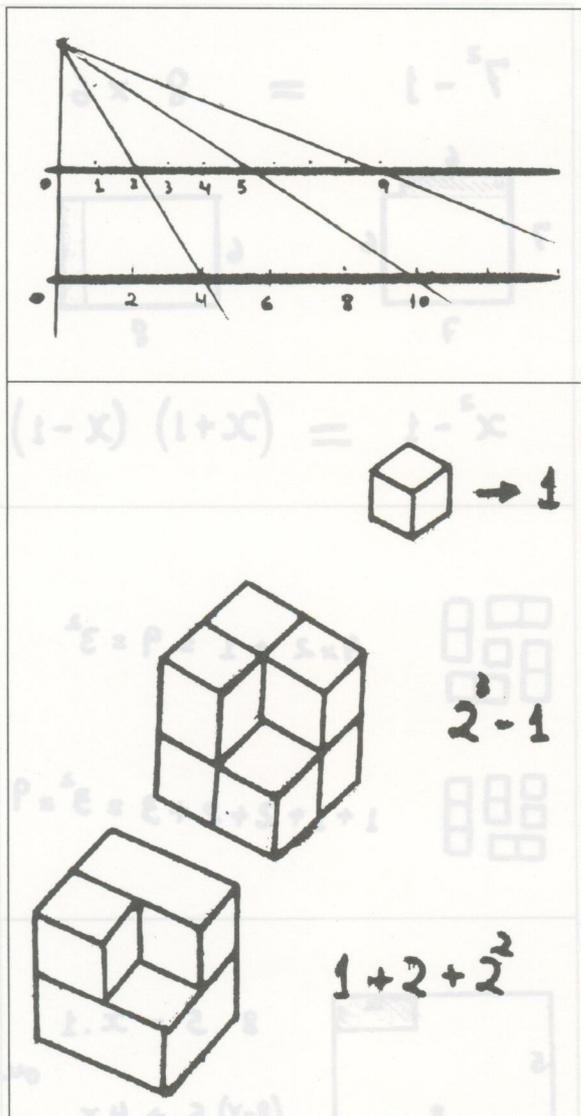
$$8 \cdot 5 - x \cdot 1$$

$$(8-x)5 + 4x$$

1, 3, 6, ...

1, 6, 15, ...

1, 4, 9, ...



## 5. Tendências Recentes

Analisando propostas curriculares e livros didáticos estrangeiros pode-se notar algumas tendências atuais referentes ao ensino da Geometria.

### 5.1. A primeira tendência se refere à questão:

“Quando e como iniciar o longo processo escolar de desenvolvimento do pensamento escolar?” É na Pré-Escola que esse processo deve se iniciar, sendo que a natureza do trabalho a ser aí desenvolvido deve basear-se numa

Geometria intuitiva e natural que promove a observação e a exploração das formas presentes no espaço físico imediato de ação e interação das crianças.

## 5.2 Tendências para 1ª/4ª Série

5.2.1 apresentação da Geometria como elemento fortemente presente no meio ambiente da criança; portanto, o conhecimento geométrico escolar inicial é natural, familiar;

5.2.2 as formas são reproduzidas e investigadas, independentemente de serem bi ou tridimensionais;

5.2.3 especial atenção é dada às transformações de forma (por combinação de formas, por subdivisão de uma forma, por artefatos,...);

5.2.4 as idéias geométricas, sempre que possível, são associadas a idéias numéricas ou a idéias sobre medidas;

5.2.5 vocabulário geométrico correto não é exigido;

5.2.6 o grande objetivo é favorecer o desenvolvimento do senso espacial da criança.

Para esta faixa etária da 1ª a 4ª séries, há recomendações para que “sejam oferecidas muitas oportunidades para que as crianças:

1. explorem Geometria em duas e em três dimensões;
2. desenvolvam o senso espacial e estabeleçam relações espaciais;
3. resolvam problemas que envolvam Geometria e suas aplicações a outros tópicos da Matemática e a outros campos de conhecimento”.

Assim se expressou o Conselho Nacional dos Professores de Matemática dos Estados Unidos (NCTM, 1989), em importante documento.

Em termos de prática pedagógica, as crianças devem realizar inúmeras experiências ora com o próprio corpo, ora com objetos e ora com imagens; para favorecer o desenvolvimento do senso espacial das crianças é preciso oferecer situações onde elas visualizem, comparem e desenhem formas: é o momento do dobrar, recortar, moldar, deformar, montar, fazer sombras, decompor, esticar...para, em seguida, relatar e desenhar?; é uma etapa que pode parecer mero passatempo, porém é de fundamental importância.

Na verdade, podemos dizer que a criança começa a adquirir o senso espacial a partir do momento em que consegue exercer algum domínio das relações dinâmicas que se estabelecem entre as partes do seu próprio corpo e/ou entre seu corpo e os demais ao nível do pensamento consciente. Nesse momento torna-se possível a aprendizagem de noções espaciais posicionais como as de direção, sentido, atrás, perto, em cima de, etc.

A aprendizagem dessas noções espaciais posicionais, juntamente com a de algumas noções lógicas elementares, são de fundamental importância para a identificação, distinção e representação de formas geométricas muito frequentes na Geometria elementar, identificação esta que só se torna significativa quando a criança demonstra ter consciência dos atributos específicos necessários que distinguem determinada forma de todas as demais formas espaciais possíveis.

É claro que, para atingir este estágio, a criança precisa superar - ainda que localmente - algumas ilusões que se manifestam no domínio do espaço perceptivo. Uma delas é, por exemplo, a crença de que a forma de uma figura ou objeto varia em função da posição que esse objeto ocupa no espaço. Essa ilusão é gradativamente superada à medida que o espaço conceptual se constrói interagindo com o espaço perceptual. Tudo se passa como se as noções desenvolvidas no âmbito do espaço perceptivo, embora pedagogicamente necessárias, tivessem que ser retificadas e/ou substituídas por aquelas que se processam no domínio do espaço conceptual.

Nessa trajetória, o domínio do espaço pela criança se apresenta inicialmente Topológico (onde as linhas desenhadas ressaltam o dentro/fora e o aberto/fechado), depois Projetivo (onde as propriedades espaciais invariantes são valorizadas) e finalmente Euclidiano (onde surge a métrica). Se as fronteiras entre essas "etapas" de desenvolvimento geométrico não estão bem definidas, em compensação suas características se apresentam claramente nas crianças, embora com variações de tempo.

Para desenvolver atividades geométricas em sala de aula o professor encontrará inúmeras sugestões em "Atividades Matemáticas" (Secretaria de Educação/SP - 1989), em "Activités Géométriques à l'école élémentaire" (Guibert, 1985) e, em parte, nos paradidáticos

das editoras Atual, Scipione e Ática. Como auxiliares às atividades, surgem materiais, tais como: sólidos, poliminós, geoplanos, tangrans, caleidoscópios, painéis, tecelagens, dobraduras, quebra-cabeças, jogos, ilusões óticas... e assim surgem as exposições de trabalhos dos alunos, formam-se os laboratórios para o ensino de Matemática.

### 5.3 Sugestões de Atividades

Seguem-se exemplos de atividades ou de situações-problema úteis para sala de aula:

**5.3.1** Com barbante, cordão ou fita, com o início amarrado no fim, pedir para algumas crianças que o segurem em pontos quaisquer: poderão então formar distintas figuras de formas e tamanhos diferentes (figura 07), onde poderão ser exploradas entre outras, as noções de direção, orientação, acima, abaixo, vértice, lado, perímetro, ângulo; poderão também ser exploradas as consequências da alteração do número de vértices da figura:



fig. 7

Existe relação entre o número de vértices e o número de lados?

O aumento do número de vértices altera o perímetro?

É possível construir diferentes figuras com perímetros iguais?

É possível construir figuras com o mesmo perímetro mas com diferentes áreas?

**5.3.2** Um retângulo, por exemplo, dividido por uma diagonal, gera dois triângulos com os quais várias outras figuras podem ser formadas (figura 08). Tente construí-las

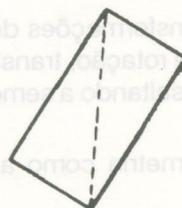


fig. 08

Quantas figuras você conseguiu?

Qual é a maior e qual é a menor delas?  
Como são os ângulos internos dessas figuras?

5.3.3 Dados três quadrados do mesmo tamanho, forme figuras diferentes:

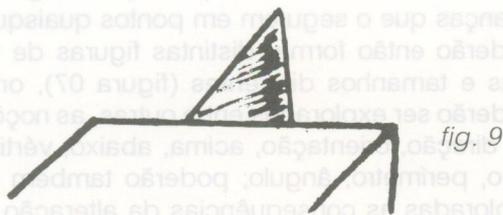
Quantas você conseguiu?

Quantas são possíveis?

Agora tente com cinco quadrados: das figuras que você conseguiu, com quais dá para montar uma caixa?

5.3.4 Com um triângulo e um ponto (fora dele) qual(is) figura(s) você poderá construir?

5.3.5 Uma figura escurecida está sendo mostrada somente em parte, como é indicado abaixo (figura 09):



Quais são as possíveis figuras?

5.3.6 Se uma pizza de 20 cm de raio custa igual a uma pizza de 12 cm de raio mais outra de 14 cm de raio, como você faria o pedido? Por que você fez essa escolha?

5.3.7 Como podemos construir um cercado com 36 m de tela?

5.3.8 Na oficina de José, um corredor de 6 m de largura deve ser guardado, à noite, por um cão; como José só dispõe de uma corrente de 4 m de comprimento, como deve proceder para que o cão tenha acesso a toda a largura do corredor?

## 5.4 Tendências para 5ª/8ª série

5.4.1 apresentar a Geometria como meio de descrever o mundo físico;

5.4.2 explorar as transformações de figuras geométricas através de rotação, translação, simetria e deformação, ressaltando a semelhança e a congruência;

5.4.3 utilizar a Geometria como auxiliar para resolver problemas;

5.4.4 aplicar propriedades geométricas;

5.4.5 favorecer a emissão e a verificação

de hipóteses;

5.4.6 integrar a Geometria com a Aritmética e Álgebra.

Os estudos de Geometria da 5ª à 8ª série devem favorecer as oportunidades para os alunos realizarem suas primeiras explorações de modo sistemático. É nessa fase que as primeiras deduções lógicas são construídas; os resultados e os processos devem ser discutidos, embora sem a preocupação com sua formalização.

O vocabulário próprio da Geometria também deve ser empregado corretamente, com vistas ao domínio das definições e das propriedades. Longe de valorizar a memorização ou a evocação de definições, enunciados, demonstrações ou fórmulas, o objetivo é o processo pelo qual se chega ao resultado visando à compreensão e ao significado. Assim sendo, a exploração informal da Geometria é muito adequada e necessária para os estudantes da 5ª/8ª séries, para os quais devem ser oferecidas oportunidades de comparação, classificação, medição, representação, construção, transformação, ... O apoio do material didático, visual ou manipulável, ainda é fundamental. Aliás, o material didático sempre será necessário porque ele simplesmente provoca a imaginação em qualquer idade.

## 6. O Modelo van Hiele

Por questão de justiça, deve ser aqui citada a contribuição do casal van Hiele. Sob a orientação do eminente educador matemático Hans Freudenthal, os van Hiele pesquisaram o ensino da Geometria com alunos de 12 e 13 anos; eles colocaram ênfase na manipulação de figuras, acreditando que o procedimento didático adequado podia melhorar a aprendizagem do aluno e que esta não se dava quando o nível de ensino era superior ao nível de pensamento do aluno. No Brasil, o importante trabalho dos van Hiele ainda não recebeu o devido reconhecimento, mas quem pretende ensinar Geometria ou pesquisar sobre o ensino da Geometria não pode deixar de conhecer o "Modelo de Van Hiele", que concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico) com as seguintes características: no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua apa-

rência: a ele pertencem os alunos que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os alunos conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (ordenação), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (inclusão) e a construção das definições se baseia na percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Nos dois níveis seguintes estão aqueles que constroem demonstrações e que comparam sistemas axiomáticos<sup>3</sup>.

No Brasil muito do nosso ensino de Geometria fica no nível inicial, onde os alunos julgam que o quadrado não é retângulo só porque possuem aparências diferentes.

## 7. Entrando na Sala de Aula

Além de dispor de bons materiais e saber usá-los corretamente, é preciso que em sala de aula, o professor assuma a postura de orientador para a aprendizagem: assim, ele não responderá ao aluno mas o conduzirá à descoberta. A fim de facilitar essa tarefa, seguem algumas questões que deveriam estar sempre presentes às aulas, principalmente nas de Geometria:

- Por que você pensa assim?
- Como você chegou a essa conclusão?
- Isso vale para outros casos?
- Como isso pode ser dito de outro modo?
- É possível representar essa situação?
- O que isto quer dizer?
- Por que você concorda?
- Existem outras possibilidades?
- O que mudou?
- Como isto é possível?

A fim de esclarecer melhor algumas idéias anteriormente apresentadas, pensando naqueles que estão em sala de aula, seguem-se algumas sugestões. Algumas delas possibilitam diferentes estratégias ou caminhos para obtenção da solução; outras possuem várias soluções que podem ser encontradas por apenas uma estratégia; outras, propositalmente redigidas, induzem os alunos à necessidade de estabelecimento de critérios que definam o que pode ser considerado como solução; outras ilustram a

integração de conhecimentos de áreas distintas da Matemática. De modo geral elas favorecem a visualização, exploração, experimentação, análise, imaginação, criatividade... e podem ser adaptadas ao nível dos alunos.

O objetivo é dar preferência a uma aprendizagem menos específica ou pontual e mais aberta, livre, integrada, produtiva e principalmente significativa para o aluno, legando a ele uma visão matemática diferente daquela que tradicionalmente temos sido autores e vítimas.

- Quantos quadrados você vê na figura 10? E retângulos?

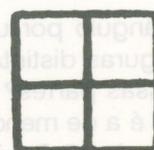


fig. 10

- Tome um conjunto de palitos de mesmo comprimento. Escolha só 3 e forme um triângulo. É possível formar outros triângulos diferentes deste só com 3 palitos? E com 4? E com 5? E com 6? E com 7?

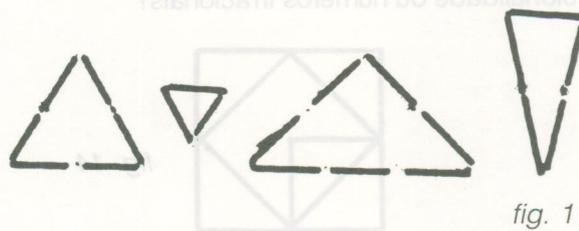


fig. 11

- Justapondo 6 quadrados de mesmo tamanho, quantos retângulos você consegue construir, usando todos os 6 em cada vez? E com 12 quadrados? E com 7? Qual é o assunto em questão: área, perímetro, fatoração, divisores, números primos, quadrados perfeitos ou comutatividade?

- Marque 4 pontos sobre uma circunferência e ligue-os. Compare o resultado com seus colegas.

- Todos os meus ângulos são iguais. Tenho 4 lados e eles não são todos iguais. Quem sou eu?

- Qual é o menor caminho de A para B mas tocando na reta r?

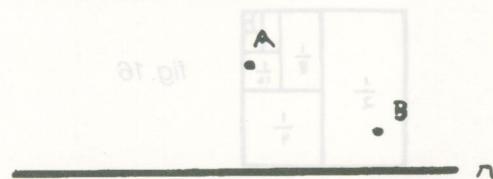


fig. 12

- Como passar uma reta por P e pelo encontro de r com s se a interseção caiu fora do desenho?

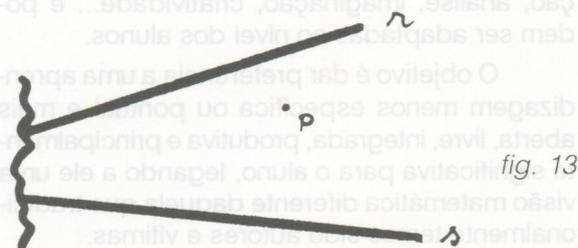


fig. 13

- De quantos modos distintos é possível planificar um cubo?

- Corte um retângulo por uma de suas diagonais. Quantas figuras distintas você consegue montar com essas partes? Dentre as figuras montadas, qual é a de menor perímetro? Qual delas tem a maior área? Quais outras propriedades você pode observar? E se você tivesse 2 retângulos cortados pelas diagonais, que figuras poderia montar?

- Compare os 3 quadrados (figura 14): a questão é sobre teorema de Pitágoras, proporcionalidade ou números irracionais?

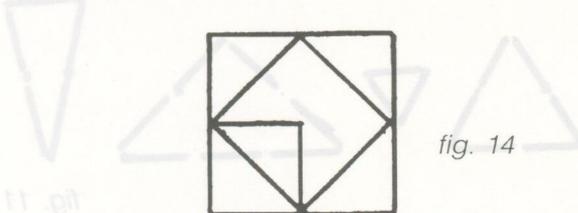


fig. 14

- Escolha um quadrado qualquer e construa um outro que tenha o dobro do lado do primeiro (figura 15). Compare o contorno do maior com o do menor. Compare as áreas deles. Será que quando se duplicar o lado de uma figura para se produzir outra semelhante, a área e o volume também duplicarão?

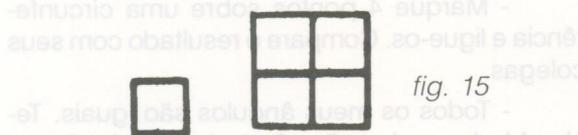


fig. 15

- Qual é o limite da série:  
 $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64 \dots?$

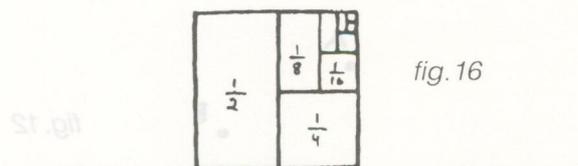


fig. 16

## 8. Novos horizontes geométricos

Felizmente nos últimos anos têm surgido contribuições de boa qualidade para alunos e para professores, com vistas ao ensino da Geometria. Exemplos disso são os dois vídeos "Observando a Natureza" e "Na Trilha de Arquimedes", lançados pela UNICAMP em nov/94; os vídeos (6) sobre "Geometria" dos Projetos da Secretaria de Educação de São Paulo (TV Cultura) - SP; os (10) vídeos do projeto ensino à distância da Secretaria Extraordinária de Programas Especiais do Governo do Estado do Rio de Janeiro - 1994 (TV Manchete); as coleções paradidáticas das editoras Ática, Scipione e Atual; as publicações de traduções de obras do NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) pela Atual Editora. Isso sem mencionar a revolução que o computador vem provocando pelo menos em algumas escolas.

Esta lista omite muitas outras iniciativas de professores anônimos, que acreditam poder melhorar o ensino e a aprendizagem, que procuram se aperfeiçoar e constuir seus LEM (Laboratório de Ensino de Matemática), incluindo desde aqueles que importam material didático até aqueles criativos que constroem figuras geométricas com folhas de bananeiras, como já vimos em Rio Branco (AC), 1973.

No entanto, necessitamos de mais pesquisadores e de muito mais pesquisas sobre o ensino da Geometria: das quase 270 pesquisas<sup>4</sup> realizadas entre 1971/1994 (Fiorentini, 1994) no Brasil e referentes à Educação Matemática, apenas 5% se referem à Geometria e nenhuma delas investiga a faixa 1ª a 4ª séries!

Ao lado de novas pesquisas o ensino da Geometria merece, ainda, um novo currículo, e novos livros didáticos.

E novos professores também?

### Bibliografia

1. Barbosa, R. M., Descobrendo Padrões Pitagóricos, Editora Atual, São Paulo, 1993.
2. Castelnuovo, E. e outros, Le Material pour l'enseignement des Mathematiques, Delachaux et

Niestlé, Paris, 1967.

3. Dudeney, H. E., Amusements in Mathematics, Dover Publications, New York, 1970.

4. Finetti, B., "Saber ver" da Matemática, Conceptos de Matemática, nº 43, Buenos Aires, 1977.

5. Gardner, M., Mathematical Puzzles and Diversions, University of Chicago Press, Chicago, 1987.

6. Guibert, A. e outros, Activités Géométriques à l'école élémentaire, Armand Colin, Paris, 1985.

7. Kaleff, A. M. e outros, Desenvolvimento do Pensamento Geométrico - o modelo de Van Hiele, Bolema nº 10, UNESP, Rio Claro, 1994.

8. Lorenzato, S., "Os "porques" Matemáticos dos Alunos e as Respostas dos Professores", Proposições, vol. 10, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1993.

9. Lorenzato, S., Vila, M. C., Século XXI: qual Matemática é recomendável?, Zetetiké, nº 01, UNICAMP, Campinas, 1993.

10. Miguel, A., Miorim, M. A. - O Ensino da Matemática no Primeiro Grau, Editora Atual, São Paulo, 1986.

11. NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), Curriculum and Evaluation - Standards for School Mathematics, Reston, 1989.

12. NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), Professional Standards for Teaching Mathematics, Reston, 1991.

13. O'Daffer, P.G., Clements, S. R. - Geometry: an investigative approach, Addison - Wesley P. C., Illinois, 1976.

14. Pavanelo, R. M., O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Consequências, Zetetiké - nº 1, UNICAMP, 1993.

15. Perez, G., Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino da Geometria para as camadas populares (1º e 2º graus), tese de doutorado, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1991.

16. Secretaria de Educação/SP, Atividades Matemáticas, São Paulo, 1989.



Colaboração: Anna Maria Pessoa de Carvalho,  
Heleneida S. Nazareth,  
Lucilia Bechara Sanchez\*

## INTRODUÇÃO E PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Os paradigmas da didática da matemática, hoje, não resistem mais às críticas contundentes internas provocadas pelas profundas transformações da sociedade e do conhecimento, que determinaram sua decadência. Logo, de serem desorganizadoras, tais condições têm um papel reorganizador no sentido de mudança de paradigmas.

Para este trabalho, nos orientamos pelo pensamento pós-moderno representado por Edgar Morin, Boaventura Souza Santos e José Carlos Paula de Carvalho.

\* da Conferência "Geometria e Experiência", proferida aos 27/01/1921 na Academia Prussiana de Ciências.

<sup>2</sup> Consulte Zetetiké (Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática - Faculdade de Educação) nº 2, UNICAMP, Campinas, 1994, o artigo de L. C. Pais

<sup>3</sup> veja em BOLEMA (Boletim de Educação Matemática) nº 10, UNESP, Rio Claro, 1994, o artigo de A. M. Kaleff e outros.

<sup>4</sup> suas cópias constituem o Banco de Teses do CEMPEM (Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa) da Faculdade de Educação da UNICAMP.