

# LOGO e TANGRAM - Um Brinquedo Matemático

Celso Vallin, Maria Helena Ferro, Gilvane Hincket, Maria Teresa Morales

## RESUMO

Mostraremos aqui um exemplo de aplicação do TANGRAM, milenar quebra-cabeças chinês, com o computador, usando a linguagem LOGO, para alunos de sétima série. Quando propusemos esta associação, aos alunos de sétima série já imaginávamos que viria a ser interessante e proveitoso. Nós mesmos, porém, fomos ficando mais entusiasmados e satisfeitos a cada aula que passava, com os desdobramentos da proposta e com a riqueza que veio a gerar. Assim decidimos colocar tudo no papel, bem explicado, para que outros professores possam alcançar muitos outros jovens. Explicamos como é o TANGRAM, como fazê-lo a partir de dobraduras de papel e como colocá-lo no computador, no LOGO. Falamos ainda dos itens de conteúdo que são abrangidos com o seu uso.

## ATIVIDADES ANTES DO COMPUTADOR

### Introdução

O uso da Informática em nossa escola é muito recente. Foi só a partir de 1994 que começamos a trabalhar em salas de 6ª séries, com o programa Super-Logo desenvolvido pela Unicamp.

No início foi tudo muito difícil, principalmente pela nossa própria inexperiência, pois antes mesmo de havermos concluído o nosso curso de Logo, já começamos as aulas com os alunos. Os pioneiros (Professores de Matemática e Desenho das 6ªs.séries) foram muito corajosos e, junto com o professor de informática, conseguiram trabalhos muito interessantes.

A cada etapa que passamos vamos aprendendo muito com nossos alunos também, pois a rapidez com que eles aprendem coisas novas é impressionante. Todos os nossos trabalhos são experimentais, pois não passamos pela mesma experiência ainda duas vezes sequer.

Era um desejo "antigo" juntar o TANGRAM (famoso quebra-cabeças chinês formado por 7 figuras geométricas) ao Logo, e este ano conseguimos casá-los. Depois de um curso feito por alguns de nossos professores onde o assunto principal era justamente o TANGRAM, a idéia começou a se formar em nossas cabeças. O curso foi dado por Regina Célia Santiago e nele montamos o TANGRAM através de dobraduras.

Antes de levarmos aos alunos para o laboratório de informática e passar a eles o trabalho que seria proposto, contamos-lhes a lenda do quebra-cabeças, e fizemos com que cada um construísse primeiro o seu TANGRAM de papel, através de dobraduras aprendidas.

### A lenda do TANGRAM

Diz a lenda que um sábio chinês deveria levar ao Imperador uma placa quadrada de jade, mas, no caminho o sábio tropeçou e deixou cair a placa que se partiu em 7 pedaços geometricamente perfeitos. Eis que o sábio tentou remendar e a cada tentativa surgia uma nova figura. Depois de muito tentar ele finalmente conseguiu formar novamente o quadrado e levou aos seu Imperador. Os 7 pedaços representariam portanto as 7 virtudes chinesas onde uma delas com certeza seria a paciência. O sábio mostrou a seus amigos as figuras que havia conseguido montar e cada um então construiu o seu TANGRAM (que significa quadros de Tan) e popularizaram o jogo. Nem é preciso dizer que os alunos não acreditaram nesta lenda, mas ela ajudou a dar um colorido extra ao brinquedo.

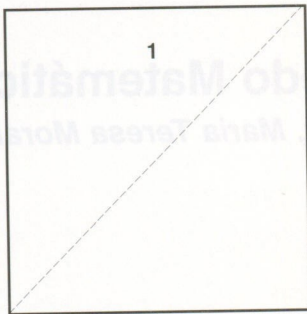
Na falta do jade, cada um fez o seu TANGRAM de papel. Começar pela dobradura de papel é muito importante porque muitas propriedades são observadas a partir delas. A medida em que trabalhávamos com as dobradura, íamos explorando vários aspectos de geometria que se encaixavam: semelhança de triângulos, perímetros, áreas, etc. A seguir descreveremos as dobraduras e atividades que foram desenvolvidas.

### TANGRAM - 7 peças

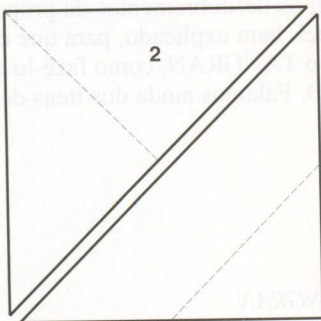
- 2 triângulos grandes
- 2 triângulos pequenos
- 1 triângulo médio
- 1 quadrado
- 1 paralelogramo

## As dobraduras

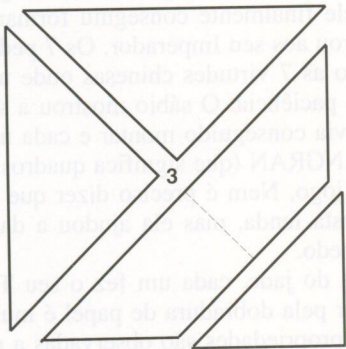
01. Torne um papel quadrado, de qualquer tamanho



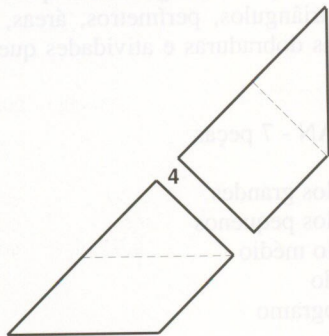
02. Corte-o diagonalmente



03. Do lado esquerdo sairão os 2 triângulos grandes. Na ponta direita inferior sairá o triângulo pequeno. Restará um trapézio.



04. Divida o trapézio ao meio.



05. Tire daqui o quadrado, o paralelogramo e os triângulos pequenos.

## Sugestões aos alunos

1. Usar as peças do TANGRAM para montar outras figuras, em aula e em casa.
2. Observar que pode-se dividir o TANGRAM em 16 triângulos do menores, para depois trabalhar com as áreas.
3. Comparar figuras e verificar áreas e perímetros. Fazê-los ver que 2 triângulos pequenos fazem um triângulo médio. Que o médio é a metade do grande. Que a área do triângulo médio é igual à do quadrado, e outras coisas assim.
4. Observar figuras com a mesma área mas perímetros diferentes.
5. Pedir para formarem:
  - 01 quadrado usando exatamente 3 peças
  - 01 quadrado usando exatamente 4 peças
  - 1 retângulo usando as 7 peças
  - 1 trapézio simétrico com as 7 peças.

06. Dar problemas:

- Se o triângulo pequeno fosse de ouro, e fosse vendido por 3 dinheiros, quanto valerá o quadrado com as 7 peças?
- Supondo que as peças fossem de ouro maciço, qual delas valeria mais? (áreas)
- Se elas possuíssem as bordas cravejadas de diamantes, qual delas seria mais cara? (perímetros) e outros.

## ATIVIDADES COM COMPUTADOR

As atividades no computador, todas elas são precedidas de tarefas para casa, que não necessitam do uso do computador.

Desejamos que o aluno aprenda a planejar, a desenhar e a pensar independentemente de ser apoiado pelo computador. Depois, no computador, ele testa a tarefa e corrige, se necessário. É uma luta muito árdua, fazer com que os alunos não fiquem só no computador.

Neste trabalho pedimos aos alunos que fizessem grupos de 4 e durante a aula cada grupo dispunha de 2 computadores.

Passamos tarefas para serem entregues em grupo e outras individuais. Nosso objetivo é que o grupo exista durante o desenvolvimento e que em seguida cada um repita o exercício individualmente.

Mesmo quem não entende muito de computador talvez possa acompanhar esta parte. Basta saber que existe uma tartaruga que vai andando pela tela e deixando seu rastro por onde passa. As ordens dadas a ela são PF (andar para frente), PD (girar para a direita) e PE (girar para a esquerda), seguidas de números. PF 100 significa: ande 100 passos para frente e um passo de tartaruga é um pontinho na tela. Quando se pede

à tartaruga para virar, o número que segue é o valor em graus do ângulo que ela irá virar.

O computador serve como um reflexo dos pensamentos do aluno. Serve para corrigir as idéias. É um processo de AUTO - CORREÇÃO instantâneo! Uma coisa muito poderosa.

Ao dar ordens ao computador, a tartaruga anda e surge um desenho na tela. O aluno sabe qual o desenho deveria aparecer ali. Se estiver diferente ele sabe que errou em alguma coisa.

Pedimos aos alunos para escreverem programas usando variáveis mas para facilitar o raciocínio, inicialmente, pensaram e escreveram os programas sem elas. Depois, tudo foi refeito com elas. O uso de variáveis faz com que as figuras possam crescer ou diminuir o tamanho mantendo as proporções.

Tudo ficará mais claro com o detalhamento.

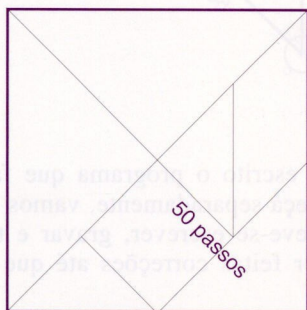
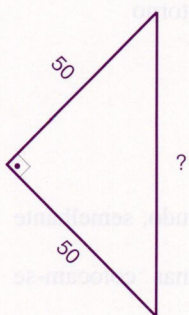


Figura 1

O problema poderia ser resolvido usando-se qualquer tamanho, como ponto de partida. Assim, escolhemos o valor 50 passos, arbitrariamente, para o menor seguimento da figura. A partir dele deduzimos quanto passos a tartaruga precisará andar para percorrer os demais seguimentos.

Notem que a simples atividade de desenhar o TANGRAM no papel já provoca interessantes reflexões iniciais a respeito das medidas do jogo.

Devemos estimular os alunos a usarem o recém aprendido Teorema de Pitágoras para que calculem o exato valor dos lados dos triângulos e demais figuras. Alguns alunos encontraram o valor aproximado da hipotenusa por tentativa e erro.



Pitágoras no Triângulo Pequeno

$$(\text{hipotenusa})^2 = 50^2 + 50^2$$

$$\text{hipotenusa} = \sqrt{2 \cdot 50^2} = 50\sqrt{2}$$

Figura 2

A tartaruga também sabe fazer cálculos. Assim podemos pedir a ela que escreva quanto vale a raiz quadrada de dois: > escreva (rq 2)

ou podemos pedir a ela que após fazer as contas, ande a quantidade de passos que der como resultado:

$$> \text{pf} (50 * \text{rq} 2)$$

Depois disto, por semelhantes deduções sucessivas chega-se a valor de todas os lados da figura do TANGRAM.

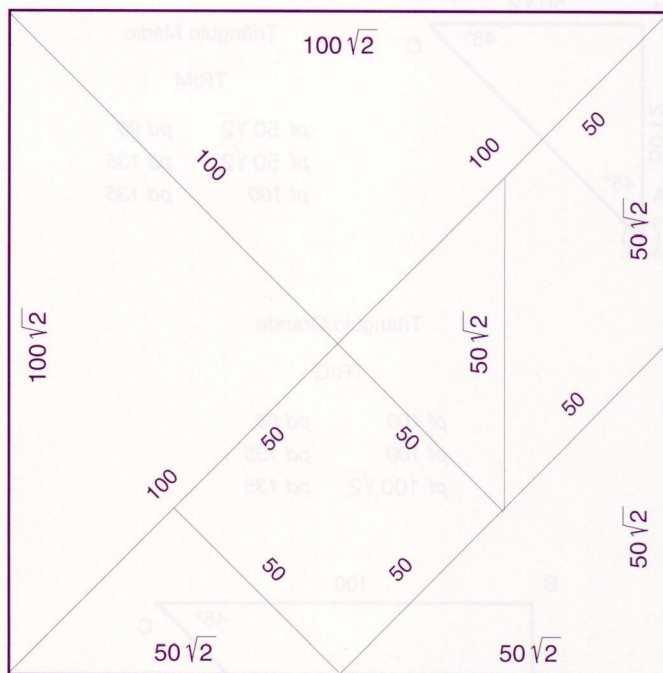
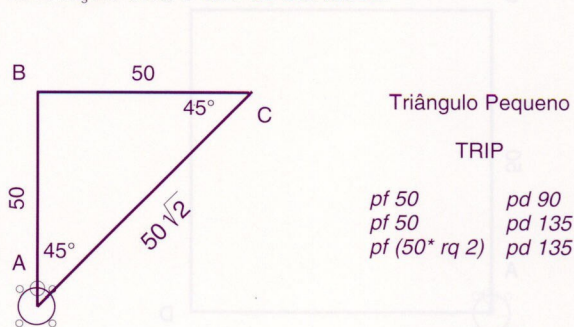


Figura 3

Sabendo-se as medidas, podemos escrever os programas (que comumente são tratados por "aprendas"). Recomendamos aos jovens que, para cada procedimento sigam a seqüência de operações:

1. Fazer o desenho em escala (nas proporções corretas).
2. Escrever as medias e ângulos (de preferência usando outra cor).
3. Indicar a posição inicial da tartaruga (desenhando-a).
4. Indicar (com letras) o caminho a ser percorrido.
5. Escrever o programa (no papel, ao lado do desenho)

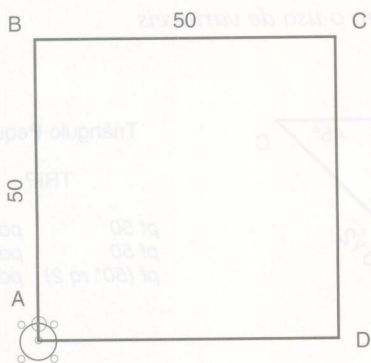
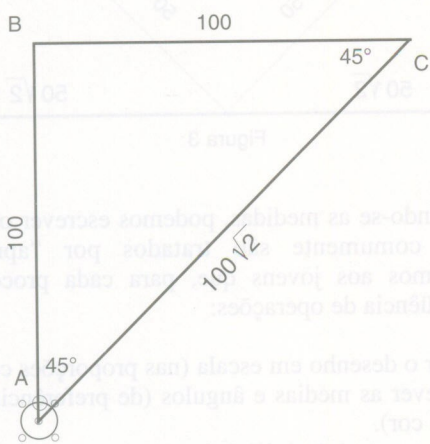
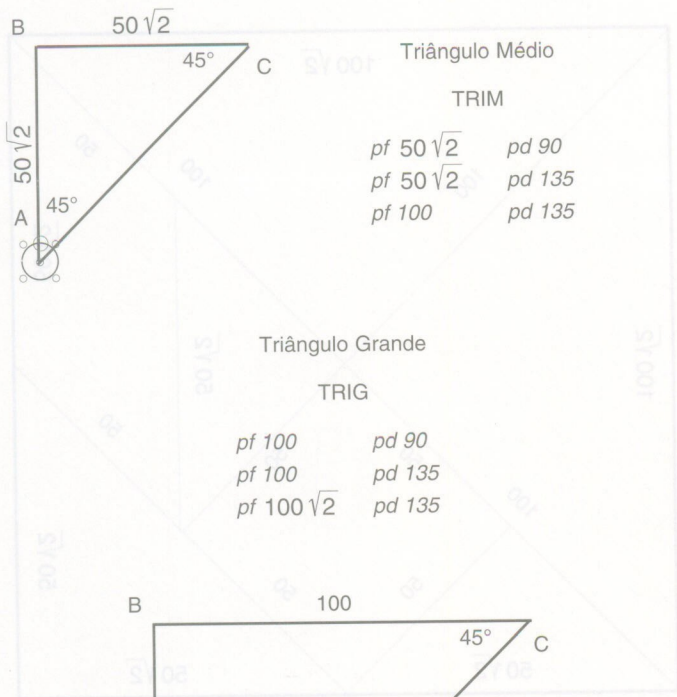
Resolução sem o uso de variáveis



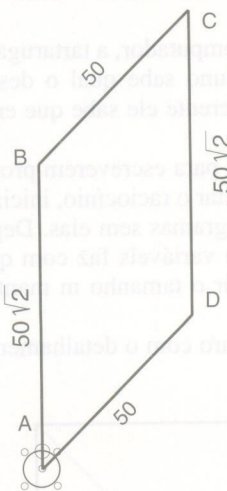
Triângulo Pequeno  
TRIP  
pf 50            pd 90  
pf 50            pd 135  
pf (50\* rq 2)   pd 135

Recomendamos sempre que no final de um programa a tartaruga seja deixada no mesmo lugar em que estava antes de começá-lo. Isso facilitará muito o raciocínio quando formos unir as partes.

Nos 3 triângulos, que são semelhantes, iremos manter a posição inicial e o caminho, já pensando no próximo passo, quando introduzirmos as variáveis, assim poderá haver um único programa para os 3 triângulos.



Paralelogramo  
PLL  
repita 2 [pf  $50\sqrt{2}$  pd 45 pf 50 pd 135



Tendo-se escrito o programa que fará a tartaruga desenhar cada peça separadamente, vamos ao computador para testá-lo. Deve-se escrever, gravar e testar peça por peça. Devem ser feitas correções até que tudo funcione bem.

Devemos estabelecer algumas coisas a serem entregues ao professor, por que em contrário muitos tendem a ficar direto entre o pensar e o testar, sem ir para o caderno e o lápis e outros ficam somente olhando os colegas. Nós pedimos que cada grupo entregasse um conjunto de desenhos e programas e que cada aluno tivesse em seu caderno uma cópia do mesmo.

Tendo as peças em separado, passaremos a pensar na montagem delas. Há inúmeros meios para se unir as peças. Qualquer um deles é válido. Novamente devemos solicitar que cada grupo faça o desenho e indique a seqüência antes de ir ao computador. Deve-se poder para que entreguem este planejamento para garantir que o façam.

Também o programa que une as peças deve, depois de feito, ser testado no computador, corrigido e retestado, até ficar certo.

Pode-se colocar outras "brincadeiras" no meio do programa, tais como:

- mudanças de cores na linhas de contorno
- pintura das áreas das peças
- paradas
- etc....

Resolução com o uso de variáveis

A resolução usando variáveis é, em tudo, semelhante àquela sem variáveis.

Desenham-se as mesmas figuras mas colocam-se letras no lugar das medidas.

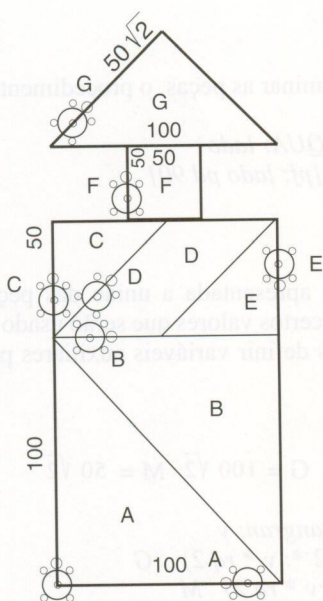
Para os triângulos podemos escrever:



Exemplo de trabalho individual

aprenda *HOMEM* : v  
coloque (2 \* : v \* rq 2) "G  
coloque (:v \* rq 2) "M  
coloque (2 \* :v) "V2  
rg un mudapos [-200 -200] ul  
pe 90 pf 100 TRI : V2  
pe 45 pf : G pd 135 TRI : V2  
pe 90 TRI : v  
pd 45 PLL : v  
pf : M pd 45 pf :v pd 90 TRI : v  
pf : v pd 90 pt (:v / 2) pe 45 TRI : M  
un pe 45 pf (4 \* : v)

fim



COMENTÁRIOS DOS PROFESSORES

Seguem aqui comentários feitos pelos professores a respeito de situações reais ocorridas em aula. queremos com isto mostrar a riqueza e avariedade de conceitos que foi explorada com estas atividades.

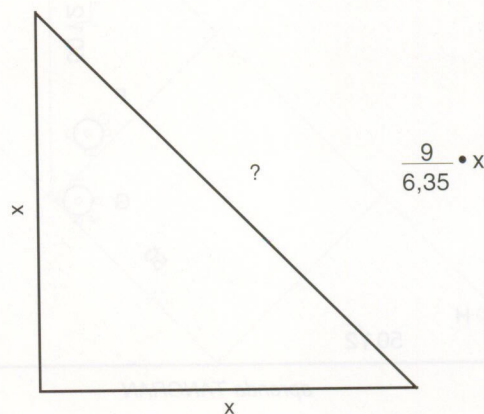
1. Depois de analisar perímetros e áreas com peças passou-se para a etapa de montar o quadrado com as peças recortadas (em papel). Uns tiveram facilidade, outros nem tanto então comentaram: Ah! mas parece tão simples, porque não estou conseguindo? Outros perceberam que se usassem o caminho inverso ao do recorte conseguiriam com rapidez remontar o quadrado.

2. Fazer os "aprenda" que desenhassem as peças em separado não foi muito difícil. Ainda mais porque esta tarefa foi feita em grupo. Quando deviam montar o quadrado usando as peças porém a coisa se complicou. Pouco conseguiram! Algumas vezes os professores precisaram induzir os alunos, usando perguntas para que fossem concluindo passo a passo. Assim, com as peças recortadas sobre a mesa o professor poderia que comparecem aspectos do TANGRAM de papel,

com o TANGRAM na tela, para que observassem com atenção cada detalhe e que organizassem o pensamento.

3. Um dos pontos que os alunos perceberam com mais facilidade foi o Teorema de Pitágoras. Normalmente ele é ensinado na oitava série. Este ano o fizemos na sétima e percebemos que foi muito bem compreendido e aplicado em várias situações.

Para fazer a hipotenusa do triângulo alguns alunos chegaram à expressão



no lugar de  $\sqrt{2} \cdot x$  que seria o correto.

Do ponto de vista prático, dá quase no mesmo. Mas imaginem quantas tentativas com outros números foram feitas até que se chegasse a esse número (6,35!). Eu penso que todo esse trabalho não é perdido. Se nas aulas seguintes o professor ou os colegas mostrarem que existe uma maneira mais fácil de se conseguir o resultado, o aluno dará atenção a isso. Digamos que depois de muito apanhar ele estará pronto para aceitar um raciocínio dedutivo, abstrato, formal.

5. Trigonometria

6. Ao brincar de TANGRAM desta forma, com LOGO, o aluno passa a associar o valor  $\sqrt{2}$  ao triângulo retângulo de 45°. Depois, mais tarde, quando começar a ver trigonometria, e tiver que "decorar" que  $\text{sen } 45^\circ = 1 / \sqrt{2}$  tudo ficará mais fácil.

7. Semelhança de Triângulos: como há vários (5) triângulos entre as peças do TANGRAM, e todos são semelhantes os alunos puderam perceber a semelhança e a congruência de triângulos e tirar vantagem disso. Quem percebeu que havia triângulos congruentes (a quase totalidade dos alunos) não precisou escrever 7 procedimentos, usou o mesmo para os triângulos congruentes. Economizou trabalho. Quem percebeu a semelhança entre os triângulos pequeno, médio e grande pode escrever um só "aprenda" para todos os 5 triângulos. Os professores falaram da congruência e da semelhança, mas é comum que as coisas faladas em sala, não sejam convertidas em ações úteis e práticas. Desta vez, que demorou a perceber os conceitos levou desvantagem, sofreu mais. Quem percebeu ficou contente por que pôde usar.

8. Os alunos mexeram muito com ângulos internos e externos. Com complementares e com suplementares, não com os nomes mas com os conceitos, usaram isto de fato. Cansaram de escrever 135° e associar este número a 45°.

Porque  $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$  e porque  $135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$

9. Desenvolveram bastante a percepção visual de quanto é um ângulo de 45°. Pode-se dizer que hoje eles sentem isso.

10. Somas, subtrações, divisões e multiplicações foram feitas aos montes, com o sentimento da utilidade, porque eles precisavam dos resultados, e não porquê o professor mandou. Não haviam alguém a formular-lhes as expressões que deveriam ser retificadas. Eles mesmos se meteram em enrascadas que geraram expressões e que foram resolvidas. A validação de tudo isto, da montagem e da resolução das expressões foi dada por eles mesmos, na interação com o LOGO e seus desenhos. O próprio aluno percebe se está fazendo a coisa certa, olhando o desenho que sai na tela.

11. Números fracionários e irracionais aparecem e foram usados. Cada um com sua real significação.

12. Os conceitos de álgebra foram reforçados. Cada segmento do desenho via  $x$ , ou  $2x$  ou outras quantidades. O  $x$ , para ser testado deveriam se tornar um número, definido. O mesmo desenho pode ser feito com vários números no lugar de  $x$ . Para cada valor o desenho sairá de um tamanho diferente.

### CONCLUSÃO

A experiência foi muito boa e será repetida nos próximos anos.

