

# UMA EXPERIÊNCIA SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Suzana Laino Cândido

Preparando um curso que visava tratar do conceito de função e função polinomial do 1º e 2º graus, optamos por começar a trabalhar com variação de grandezas e proporcionalidade. A clientela desse curso era de professores de Ciências com licenciatura curta e que pretendiam, naquele momento, fazer a complementação em Matemática.

Nossa intenção foi a de fazer com que os alunos se apropriassem dos conceitos citados, por meio de uma metodologia que acreditávamos compatível com nossa concepção de aprendizagem, baseada na crença de que o aluno aprende refletindo e agindo sobre situações e objetos que lhes são oferecidos, fazendo analogias com outras situações e objetos de conhecimento já apreendido por ele, estabelecendo uma rede de conexões entre o que conhece (e o que não conhece), entre as hipóteses que levanta sobre a situação em pauta. A *Resolução de Problemas* nos pareceu adequada aos propósitos do curso.

## O que é função?

Função é um conjunto de pares ordenados que satisfazem a algumas condições especiais.

**Caráter estático**

Em todos os momentos, sempre que possível e adequado, os dois itens acima (linguagem e conceitos) foram tratados integradamente, no sentido de se apoiarem (construir um deles a partir do outro) e se complementarem.

A segunda pergunta que fizemos antes de iniciar o curso foi "como abordar função, se queremos tratá-la como função faz, por meio da resolução de problemas?". Optamos, então, por desenvolver três ações que, acreditávamos, pudessem propiciar aos alunos a apreensão do conceito de função, em particular, e funções do 1º e 2º graus. A seguir, descrevemos sucintamente tais ações sustentadas por alguns dos problemas que serviram para viabilizá-las e os comentários sobre o desempenho dos alunos.

Assim, optamos por focar o conceito de função sob o ponto de vista "o que uma função faz" para só mais tarde, se fosse conveniente e possível, tratarmos "o que uma função é". Nesse sentido, a primeira pergunta que surgiu foi "o que desenvolver?" para que o aluno apreenda o conceito de função sob o ponto de vista de "função faz". Em se tratando de conteúdo, dois pontos foram tratados:

- "alguma" conceituação e notação sobre conjuntos, relação de pertinência e noção de subconjunto;
- definição de função como "regra de associação".

## O que uma função faz?

Uma função associa a cada elemento de um conjunto um único elemento de outro conjunto.

**Caráter dinâmico**

### Nossa opção

**1** Familiarização com a variação de grandezas, por meio da análise de seu comportamento, em que a identificação de padrões e regularidades é fundamental para que o aluno inicie processos de generalização. O objetivo dessa etapa foi expressar a dependência de uma variável em relação à outra, construir e interpretar tabelas, gráficos e representação sagital.

Iniciamos o curso, convidando os alunos para jogarem o "você fala e eu respondo".

Propositadamente não especificamos que tipo de número eles poderiam sugerir.

A tabela preenchida mostra a primeira tentativa. Imediatamente descobriram que eu respondia sempre o dobro do número por eles sugerido

**1.** Vocês me falam um número e eu respondo outro. Vou registrando na tabela. Ao final, vocês deverão dizer o que eu pensei para modificar cada número dito por vocês.

Vocês	1	2	4	7	15
Eu	2	4	8	14	30

1 Suzana Laino Cândido – Mestre em matemática – Da equipe de elaboração das Propostas Curriculares para o ensino Fundamental e Médio do Estado de São Paulo

Enquanto um grupo “trabalhava”, os demais observavam. Alguns grupos tiveram dificuldade em decidir sobre a direção a ser tomada, mas a maior discussão foi em relação ao tamanho dos passos, que ora eram muito grandes e ora muito pequenos. Voltando à sala, cada

um desenhou no mapa o trajeto feito para chegar ao tesouro, indicando inclusive o número de passos.

Num outro dia, em duplas, as próprias crianças elaboraram orientações escritas para que os colegas de outras duplas pudessem

chegar a outros tesouros. Fomos novamente ao pátio conferir. Algumas duplas tiveram problemas causados ou por falta ou por excesso de ordens e concluíram que há necessidade de instruções bem precisas para se chegar a um determinado local.

#### 4. Conclusões

Nas diferentes atividades trabalhadas com o objetivo de verificar como as crianças resolveram problemas de localização e de movimentação no espaço, observamos que, desde a primeira série, elas conseguem dar e receber informações sobre sua localização em espaços como a sala e a escola (meso-espacos).

No entanto, nem sempre foram capazes de selecionar pontos de referência adequados e nas representações gráficas usaram elementos bastante supérfluos para indicar posição. Nas séries seguintes, observou-se um refinamento nas produções: procuraram selecionar elementos importantes e suas representações aproximaram-se mais de mapas/croquis do que os desenhos dos alunos da primeira série.

Também no uso de nomenclatura específica, notou-se um aperfeiçoamento: expressões como “segue toda vida, na sala da porta 9” são aos poucos substituídas por “vire à esquerda, siga reto, suba em direção à...”. Também o uso da folha de papel (micro-espaco) foi feito de forma mais adequada e o respeito às proporções nos desenhos da sala, da escola, começou a ser uma preocupação dos alunos, o que permitiu ao professor iniciar a exploração do conceito de escala.

As crianças das séries mais adiantadas também começaram a não aceitar as representações que eles mesmos faziam, por exemplo, do quarteirão da escola. Embora alguns ainda desenhassem os prédios “deitados” e falavam que os prédios não eram desse jeito, mas que não encontravam uma forma de fazer com que “saissem para fora” da folha de papel. O trabalho com panfletos de venda de imóveis, em que haviam representações espaciais, os ajudou a pensar em desenhar uma praça que visitaram nos arredores da escola “em perspectiva”.

Nas atividades propostas, por outro lado, pareceu importante que os espaços a serem representados não devessem ser, sempre, visíveis num único “golpe de vista”, mas devessem desenvolver-se num espaço que pudesse ser considerado, pelo menos, um meso-espaco, ou seja, devessem supor deslocamentos em que pudessem simular situações que ocorressem num macro espaco.

Outro ponto importante foi à utilização do mapa ou da planta; colocar as crianças em relação com o espaco foi tanto mais difícil quanto menos conhecido o espaco. Desse modo, uma simulação conveniente desse problema deverá ser colocar os alunos numa situação-problema em que

será necessário tomar consciência da sua localização.

As competências trabalhadas nestas atividades não foram adquiridas espontaneamente pelos alunos de 7/10 anos, mas exigiram uma aprendizagem organizada que lhes permitiu confrontar-se e superar dificuldades inerentes à leitura de mapas.

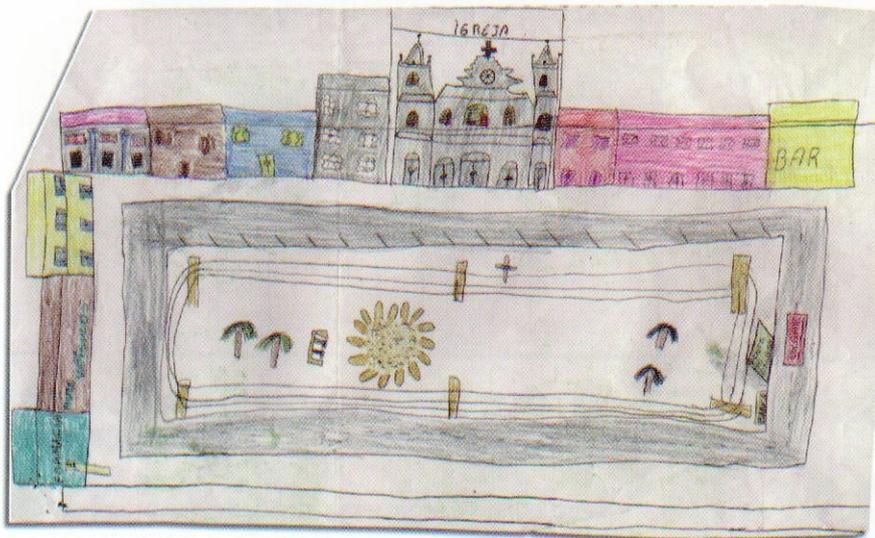
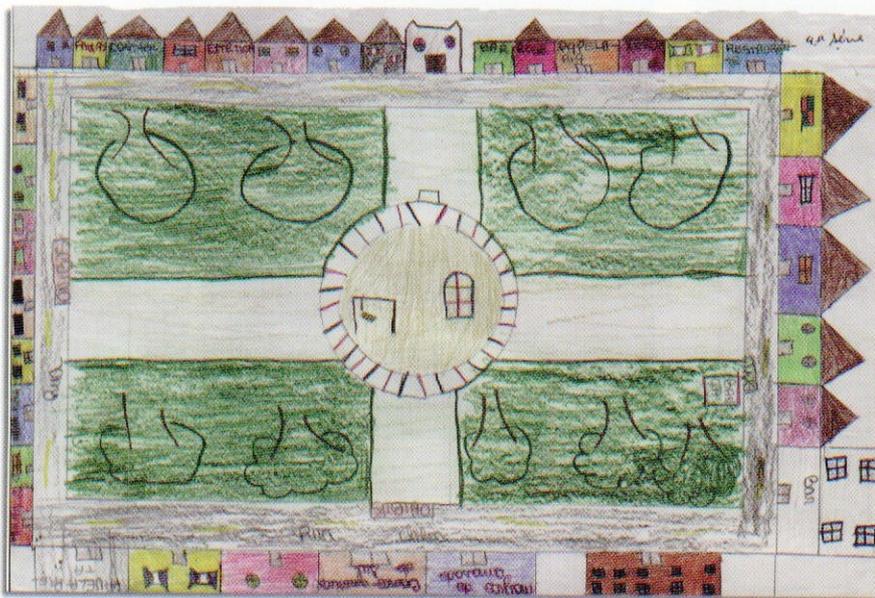
O papel do professor nesse tipo de trabalho não foi o de apresentar as boas soluções e rejeitar as ruins, mas comunicar aos alunos sua confiança no fato de que eles foram capazes de resolver os problemas apresentados.

O trabalho descrito foi apenas uma etapa do caminho a ser percorrido até um conhecimento mais profundo do macro-espaco, o que será feito em outros níveis de apropriação por alunos mais velhos.

No trabalho com gráficos cartesianos, o fato de haverem distâncias a serem colocadas nos eixos vertical e horizontal não foi de simples compreensão para as crianças.

A exploração de gráficos levou os alunos a perceberem a existência de dois eixos, um horizontal e um vertical, nos quais foram representadas as medidas de duas grandezas e que o gráfico permitiu fazer a correspondência de cada valor de uma delas (do eixo horizontal) com a outra (do eixo vertical).

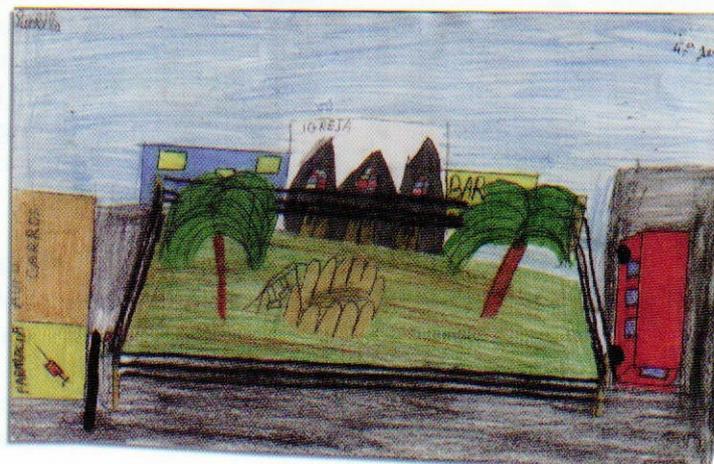




Fizemos um passeio até a Praça Cornélia, pedindo que os alunos observassem bem o caminho e anotassem possíveis pontos de referência para identificar o percurso. Chegando à Praça, passaram a observar o tipo de construção da igreja, dos prédios, o jardim etc. Durante a visita orientei-os para que registrassem o que fossem observando e esboçassem desenhos. Ao voltarem, os grupos teriam tarefas a desenvolver:

- fazer um mapa para se chegar à Praça Cornélia;
- construir uma maquete da praça;
- fazer um “quadro” representando a praça;
- comparar maquetes e desenhos.

Para construir a maquete eles trouxeram caixinhas de embalagens diversas e pequenos materiais de sucata. Quando os trabalhos ficaram prontos, as maquetes foram trocadas



e avaliadas por outros grupos, assim como os “desenhos” da praça.

A partir dessas observações discuti com a classe as diferenças e semelhanças entre uma maquete e um desenho. Retomei a observação dos desenhos fazendo com que os alunos identificassem de que ponto de vista eles foram representados: de cima, de lado, de frente, etc.

Perguntei quais são as formas que mais aparecem na maquete e as que mais aparecem no desenho e aproveitei para explorar as características e nomes de formas como paralelepípedos, retângulos, cilindros, etc.

Explorei mais intensamente os atributos dos paralelepípedos – desmontaram as caixas, observando as formas que foram encontrando, recortaram as partes e as identificaram pelo número de lados e pela forma de cada uma. Em seguida, solicitei que reconstruíssem as caixas e escrevessem um pequeno relatório sobre o que observaram a respeito dos paralelepípedos.

Para finalizar, fizemos uma discussão sobre a mudança da paisagem do local, por meio de comparações com fotos antigas.

Os desenhos geraram muita discussão pois as perspectivas eram diferentes, resultando desenhos diferentes. Analisando as produções dos alunos percebi que há produções como as de C. e R. em que os prédios aparecem “deitados” e outras como as de L. e G. em que há uma tentativa de fazer o desenho da praça em perspectiva.

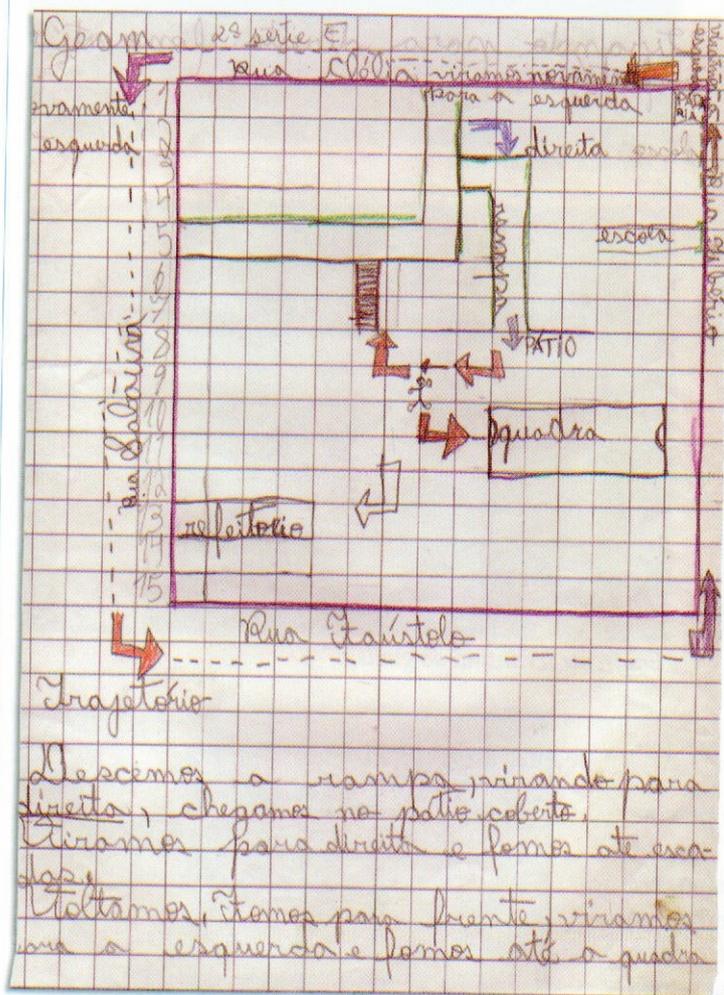


Já a produção de C., nessa mesma atividade foi bem mais complicada e deu poucas indicações sobre um percurso.



Desenho de C

Numa outra turma que fez o percurso da sala de aula ao refeitório, destacamos as produções de G., feitas em papel quadriculado. Nelas podemos notar muitos elementos interessantes, como as ruas que circundam a escola, flechas indicando a posição e um pequeno texto em que são empregados os termos "direita" e "esquerda".



Desenho de G.

As produções nesta sala foram boas e, ao que parece, o papel quadriculado ajudou a usar melhor o espaço da folha de papel.

### 3.7 Os prédios da minha escola - Relato de professora de 3ª série

Nesta atividade meu objetivo foi verificar como meus alunos desenhavam um pequeno mapa com legendas para identificar as várias dependências da escola.

Após uma visita às várias dependências da escola as crianças procuraram identificar a posição dos prédios. Depois, já em sala de aula, solicitei que fizessem um mapa com as observações que haviam feito no passeio e sugeri que criassem legendas para identificar prédios e locais especiais. Meu interesse foi verificar como eles conseguiriam representar o espaço conhecido.

Nas discussões, as crianças levantaram a necessidade de desenhar a rosa dos ventos com os pontos cardeais, porque já haviam estudado esse assunto em Geografia. Outra discussão foi a de como desenhar os prédios. Vistos de cima, só com o telhado aparecendo seria difícil identificar qual deles é o do CEFAM, qual deles é o da pré-escola etc.

Então decidiram que desenhariam uma face do prédio, embora "não era assim que os víamos". Usaram papel quadriculado o que ajudou na distribuição dos desenhos dos prédios no espaço da folha de papel.

Na aula seguinte, foi a vez de visitar o quarteirão da escola, anotando coisas importantes para depois, na sala, construir o mapa do quarteirão da escola. Esta foi uma atividade muito envolvente para as crianças que se esforçaram para registrar todo tipo de imóveis: padaria, igreja, papelaria, casas, etc.

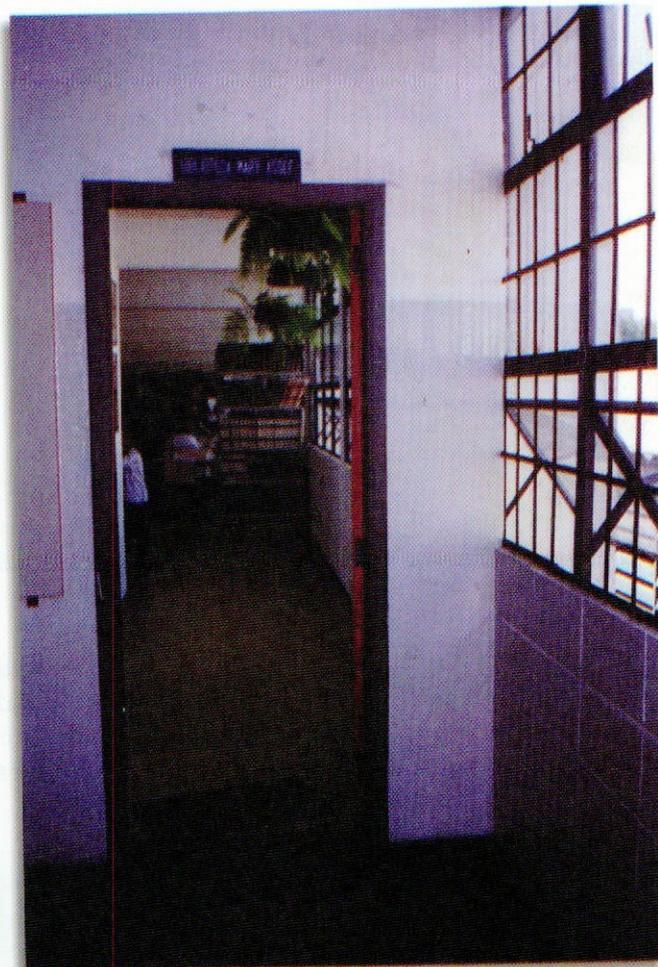
Observei que o desenho de Re. mostrou os detalhes. Achei curiosa a mistura de prédios da quadra da escola com outros do outro lado da rua.



Corredor do CEFAM



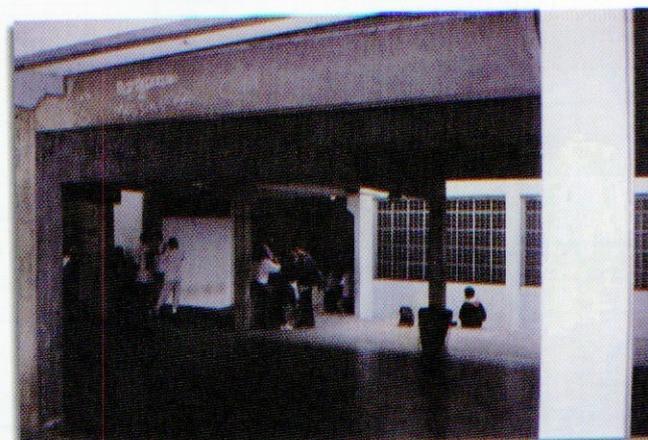
Portão do CEFAM e Ginásio



Corredor e biblioteca



Segundo andar do prédio do ginásio

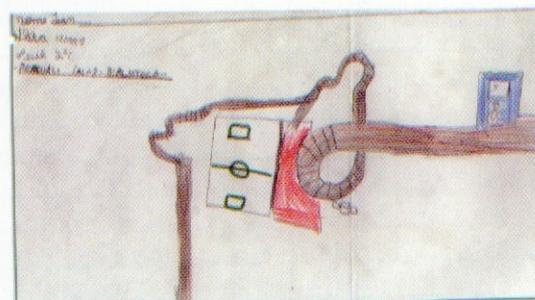


Em frente à cantina do ginásio

Discutimos também sobre como proceder quando nos pedem informação na rua.

Finalmente, cada aluno fez seu desenho do trajeto percorrido da sala até a biblioteca.

Destacamos a produção de J. que, segundo ele mesmo, fez uma foto aérea do trajeto realizado, mostrando o "labirinto" feito. Em seu desenho ele destacou a porta da sala, a quadra e o pátio como pontos de referência e conseguiu representar uma rampa sobre outra de forma bastante interessante.



Desenho de J

# Editora Scipione.

## Livros e muito mais...

### Scipione Interativa

O site da Editora Scipione oferece um conjunto de serviços aos seus usuários, principalmente do setor educacional, com o objetivo de ser uma importante ferramenta de apoio pedagógico. Atualiza os interessados sobre eventos educacionais, campanhas promocionais e institucionais, notícias do setor, além de novidades e lançamentos no catálogo de produtos.



**SCIPIONE INTERATIVA**  
[www.scipione.com.br](http://www.scipione.com.br)

### Assessoria Pedagógica

Um serviço que a Editora Scipione proporciona a professores e educadores, através da realização de paradas pedagógicas, teleconferências, oficinas pedagógicas, encontros temáticos, além da disponibilização de agentes e kits pedagógicos, visando ao aprimoramento da utilização de seus produtos e à concretização de seu compromisso com a melhoria do processo educacional brasileiro.

Assessoria  
Pedagógica

Scipione Educação

### Alô Scipione

Mais um canal de comunicação que a Editora Scipione coloca à disposição da comunidade educacional. Ligue gratuitamente e informe-se sobre conteúdos editoriais, catálogos de produtos, comercialização, ações promocionais e institucionais. Registre suas opiniões.



**0800-161700**  
**ALÔ SCIPIONE**

### Casa do Professor

É o *showroom* da Editora Scipione. Uma equipe de profissionais irá recebê-lo e orientá-lo no que for preciso, quer seja pessoalmente, por telefone, carta ou e-mail. Um lugar para pesquisar e trocar idéias.



**editora scipione**

# VIVENDO A MATEMÁTICA

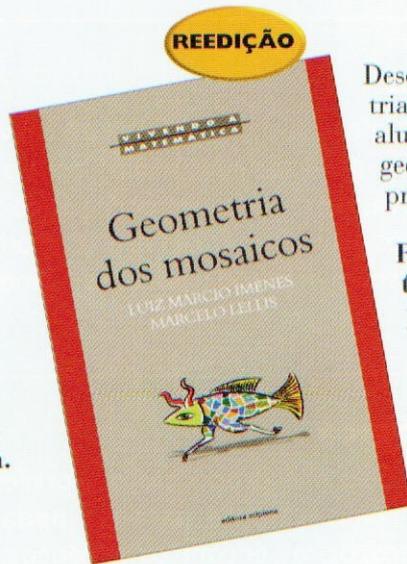
...zism oijum e 2012



REEDIÇÃO

A história dos números do início da civilização até nossos dias.

Recomendado para o estudo dos sistemas numéricos na 5ª série; revisão, manutenção ou aprofundamento desse tema nas séries seguintes; um trabalho integrado com história.



REEDIÇÃO

Desenhando sobre malhas trianguladas ou quadriculadas, os alunos combinam figuras geométricas e descobrem propriedades dos polígonos.

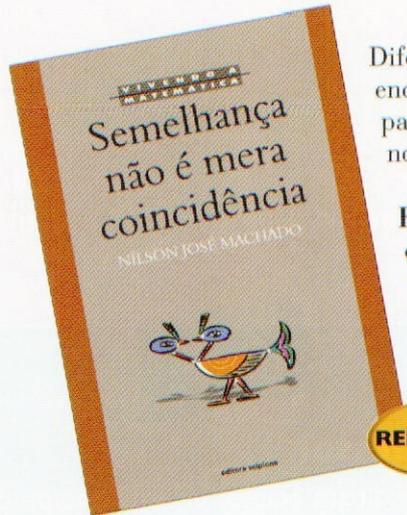
Recomendado para o trabalho com ângulos e polígonos na 5ª ou 6ª série; revisão, manutenção ou aprofundamento desses assuntos nas séries seguintes; uma proposta integrada com educação artística.



REEDIÇÃO

Estimulando a reflexão sobre a linguagem, a origem e a formação de palavras usadas em matemática, um professor leva seus alunos a compreenderem a formação dos conceitos matemáticos.

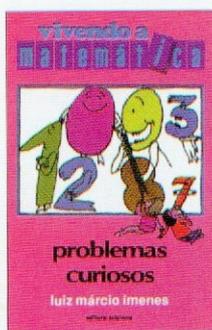
Recomendado para o estudo dos ângulos e polígonos na 5ª ou 6ª série; revisão, manutenção ou aprofundamento desses tópicos nas séries seguintes; um trabalho integrado com língua portuguesa.



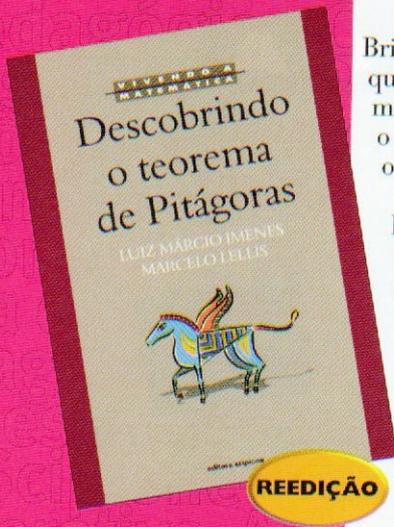
REEDIÇÃO

Diferentes situações encaminham o aluno para a compreensão da noção de semelhança.

Recomendado para o trabalho com semelhança na 7ª ou 8ª série.



# VIVENDO MATEMÁTICA



Brincando com um quebra-cabeça que ele mesmo constrói, o leitor descobre o teorema de Pitágoras.

**Recomendado para o trabalho com o teorema de Pitágoras e o raciocínio dedutivo na 7ª ou 8ª série.**



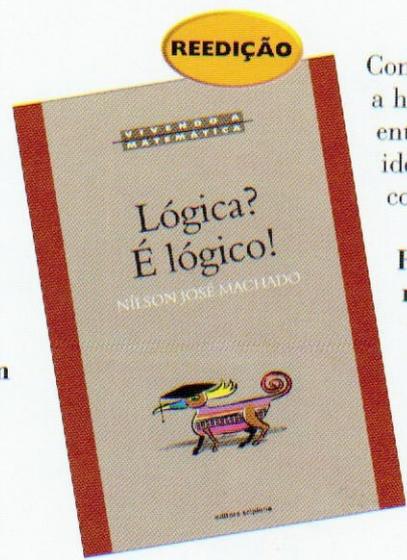
Você sabia que, embora haja uma infinidade de tipos de polígonos regulares, existem apenas cinco tipos de poliedros regulares?

**Recomendado para o trabalho com a geometria a partir da 6ª série; uma proposta integrada com educação artística.**



Apresenta uma visão histórica da evolução dos padrões de medidas de comprimento.

**Recomendado para o estudo das medidas na 5ª ou 6ª série; revisão do assunto na 7ª ou 8ª série; um trabalho integrado com história.**



Conhecendo um pouco a história da lógica, o aluno entenderá melhor algumas idéias básicas sobre os conjuntos.

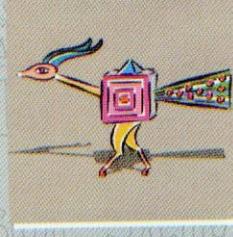
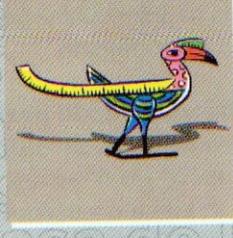
**Recomendado para uma melhor compreensão dos conjuntos e o trabalho com o raciocínio dedutivo na 8ª série; proposta integrada com filosofia.**



editora scipione

**V I V E N D O A**  
**M A T E M Á T I C A**

**Uma forma gostosa de  
colocar vida na  
matemática.**



editora scipione

[www.scipione.com.br](http://www.scipione.com.br)

### 3.5. O caminho de volta da Bruxa Salomé

#### RELATO DE PROFESSORA DA 2ª SÉRIE

Nesta atividade meu objetivo foi verificar como meus alunos descreviam a movimentação de pessoas/objetos no espaço usando sua própria terminologia, num percurso idealizado a partir de uma história.

Aproveitando a leitura de um texto de literatura infantil em que se descrevia um percurso feito pela bruxa Salomé, pedi aos alunos que imaginassem e representassem como seria o caminho de volta da bruxa Salomé. O envolvimento das crianças nesta atividade foi muito grande e as produções muito interessantes.

Analisando algumas produções, percebi que os pontos de referência fundamentais apresentados na história (cabana da bruxa, floresta, campos de trigo, cidade, ponte, casa dos meninos) foram bem identificados por eles como mostram as produções de M. e J. A seqüência do aparecimento desses pontos também foi respeitada pelas crianças que avaliaram ser este um detalhe importante quando se descreve um caminho.

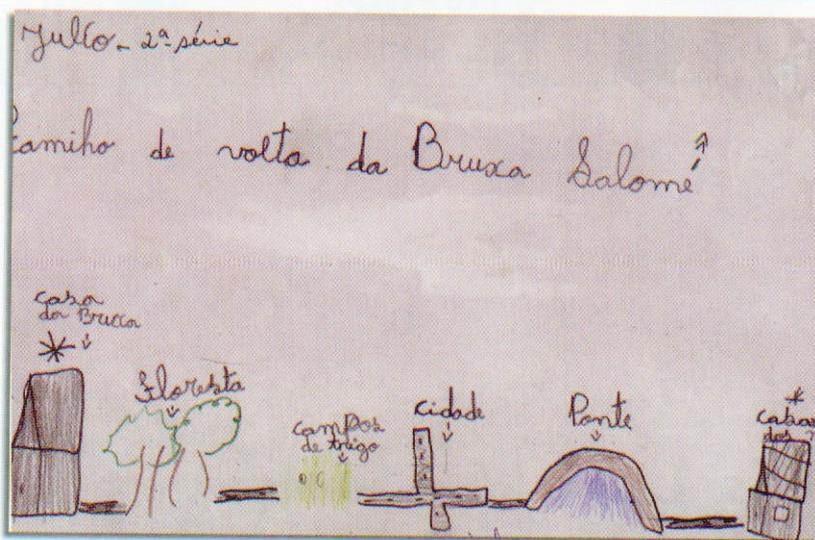
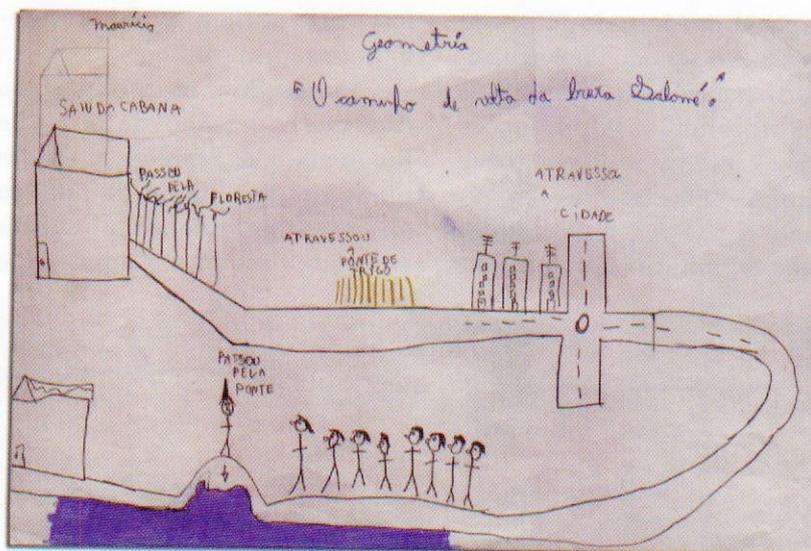
### 3.6. FOTOS E PERCURSOS - RELATO DE PROFESSORA DE 2ª SÉRIE

Nesta atividade meu objetivo foi verificar como meus alunos desenhavam um pequeno trajeto usando sua própria terminologia, para que outra pessoa, utilizando esse pequeno mapa fosse capaz de fazer o mesmo caminho.

Em pequenos grupos (4 a 5 alunos) as crianças fizeram o trajeto da classe até a biblioteca da escola, procurando anotar lugares essenciais para comunicar a uma outra pessoa, de modo que ela pudesse fazer esse mesmo caminho. Desenham o trajeto. Fotografei três momentos do trajeto de cada grupo.

Expus as fotos. Depois, cada grupo recebeu três fotos de um grupo, que não o seu, para ordená-las. Algumas perguntas foram feitas:

- Qual foto foi tirada primeiro?



Desenho de M e J

Descrevam o local em que foi tirada a foto e a posição de quem fotografou.

Mostrei à classe três fotos de um outro percurso - feito por um grupo de outra classe (da sala até a quadra)

para que descobrissem o percurso feito, ordenassem as fotos, escrevessem e ilustrassem um pequeno texto com suas conclusões. Depois, foram verificar se o que imaginaram correspondia à realidade.



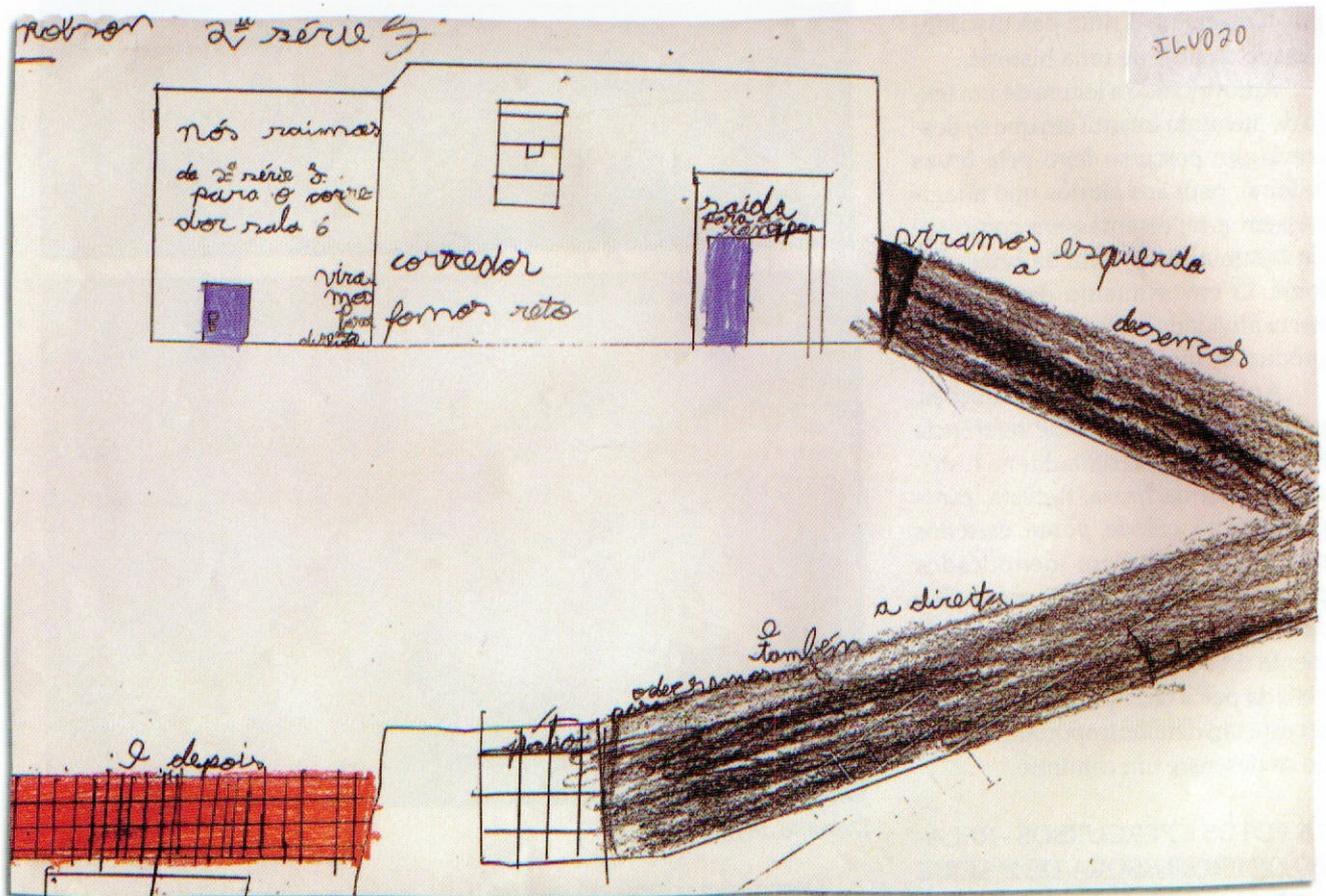
Pátio Vermelho

lha de papel, assinalando pontos de referência e o sentido do percurso. Quando o trabalho ficou o pronto os alunos trocaram suas produções para que o colega analisasse o que foi feito. Algumas crianças discutiram que o itinerário é uma representação de um caminho como se

fosse visto de cima, como se tirássemos uma foto aérea.

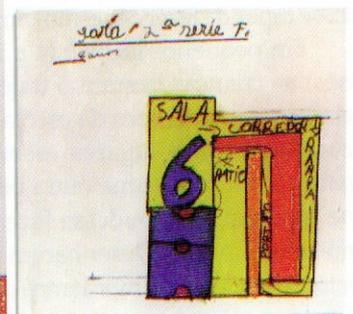
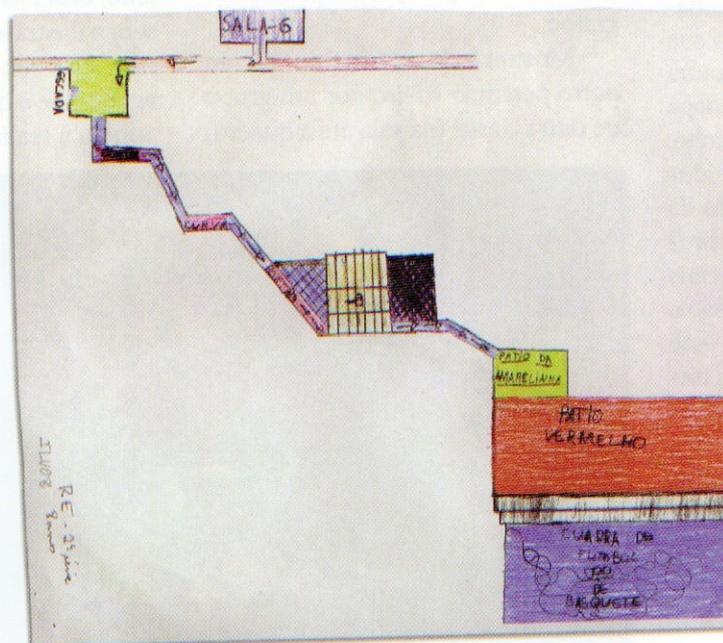
Analisando as produções, posso dizer que os desenhos de Re. I. e de Ro. foram bons representantes das produções dos alunos da sala, ou seja, mostram "linearmente" os locais por onde passamos. Comparando

com produções de crianças de 1ª série, na atividade "Preciso ir ao banheiro", nota-se que a presença de elementos dispensáveis para a orientação diminui consideravelmente. Ro. sentiu necessidade de complementar seu desenho com texto explicativo.

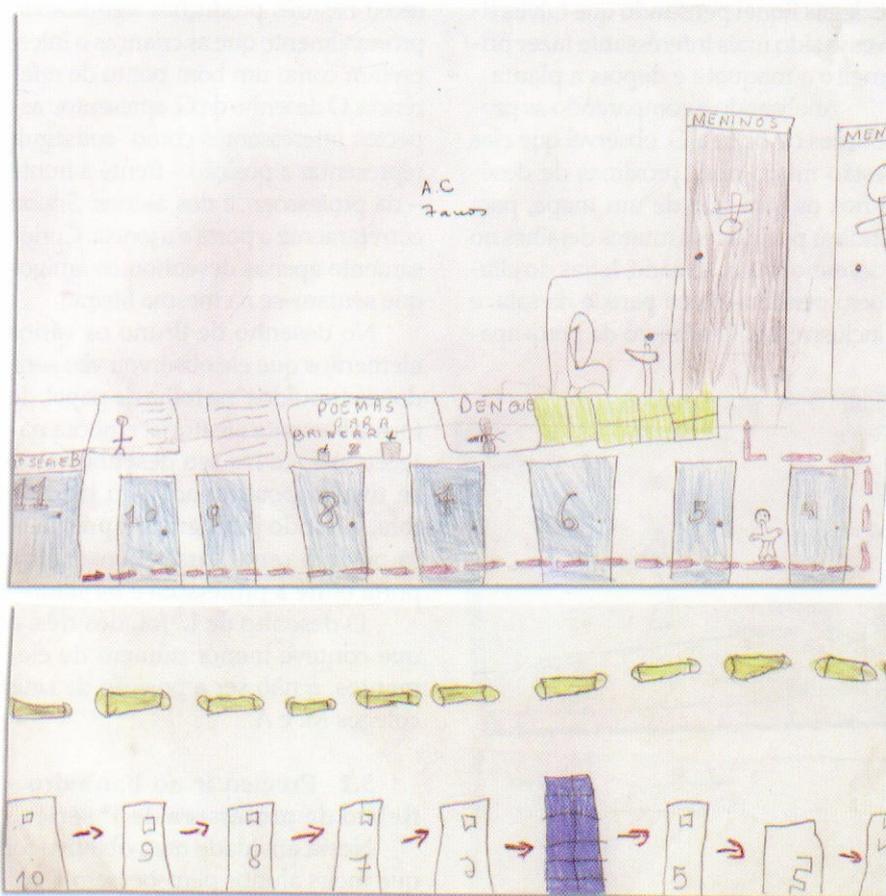


Desenho de RO

Já o desenho de I. procurou retratar o fato de que os locais visitados muitas vezes se "sobrepuham", ou seja, o pátio vermelho fica num pavimento abaixo do das sala de aula. I. explicou isso oralmente e argumentou porque seu desenho foi diferente do de Re., por exemplo, e também fala da dificuldade em desenhar coisas que estão "umas em cima das outras".



desenho de I e RE



Desenho de L e AC

ajudar o novo aluno chegar lá. Alguns alunos trabalharam em duplas e outros preferiram trabalhar individualmente. Todos pediram mais folhas, alegando que o caminho era muito comprido e que por isso, não caberia numa única folha.

Analisando produções de alunos percebi que os desenhos contêm inúmeros detalhes, dentre os quais se destacam portas – com sua numeração – e janelas do corredor. Em muitas produções as crianças se utilizaram de flechas para mostrar o sentido do percurso. L. e A. C., além das flechas fizeram marcar de pés para exibir o trajeto.

### 3.3 Colocando o rabo no burro - Relato de professora de 1ª série

Nesta atividade meu objetivo foi que meus alunos descrevessem oralmente orientações para que o colega conseguisse chegar a um lugar pré determinado.

Propus às crianças a brincadeira “O rabo do burro”.

Fiz um burrinho de cartolina com rabo de plástico desfiado. Havia uma tachinha em que o rabo deveria ser pendurado. O burro foi colado na lousa. Um aluno, de cada vez, foi convidado a esperar do lado de fora da



sala e depois entrar de olhos vendados. Outro aluno dava instruções verbais para que o colega conseguisse colocar o rabo no burrinho. A classe avaliava se as instruções eram corretas e boas.

Repeti a brincadeira com várias duplas de crianças, mudando o burro de lugar. Finalmente, coloquei o burro num local novo e pedi a todos os alunos que escrevessem uma orientação para que alguém que estivesse na porta da classe com os olhos vendados e tivesse que colocar o rabo no burro.



### 3.4 Visitando a escola - Relato de professora da 2ª série

Nesta atividade meu objetivo foi que meus alunos descrevessem oralmente um caminho percorrido e o representasse em papel.

Fiz um passeio, com os alunos, pelo interior da nossa escola, que é um espaço bastante acidentado, com diferentes prédios, entradas por ruas distintas, rampas de acesso, escadas, quadra, pátio coberto e vários prédios.

Pedi que observassem bem o caminho e anotassem possíveis pontos de referência para identificar o percurso.

Ao retornarem, pedi para que descrevessem oralmente o caminho percorrido e o representasse numa fo-

Dos seis grupos, dois realizaram a maquete de forma surpreendente, obedecendo formas, tamanhos, dimensões e até o número 10 na porta (o número da nossa sala).

Outros dois, tiveram dificuldade em se organizar, manipular objetos, elaborar espaços, etc.

Fiquei surpresa com o produto final e todos se apaixonaram pela sua sala de aula. Nos comentários com as

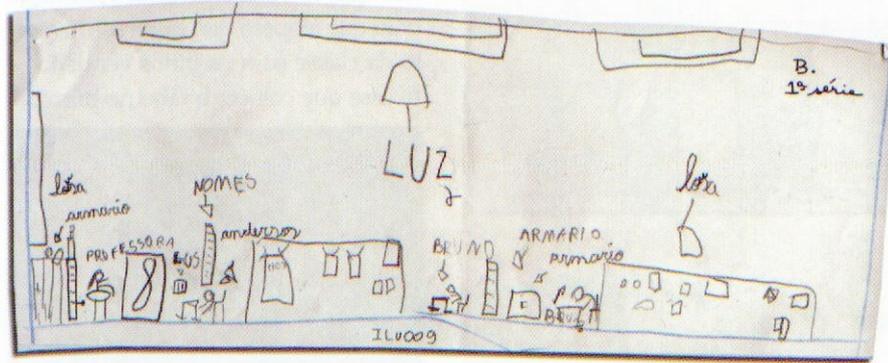
colegas fiquei pensando que talvez tivesse sido mais interessante fazer primeiro a maquete e depois a planta.

Analisando e comparando as produções de B., L. e G. observei que elas estão muito mais próximas de desenhos da sala que de um mapa, para indicar posição. Há muitos detalhes no desenho lousa, armário, letras do alfabeto penduradas na parede da sala e inclusive luz. O número da porta apa-

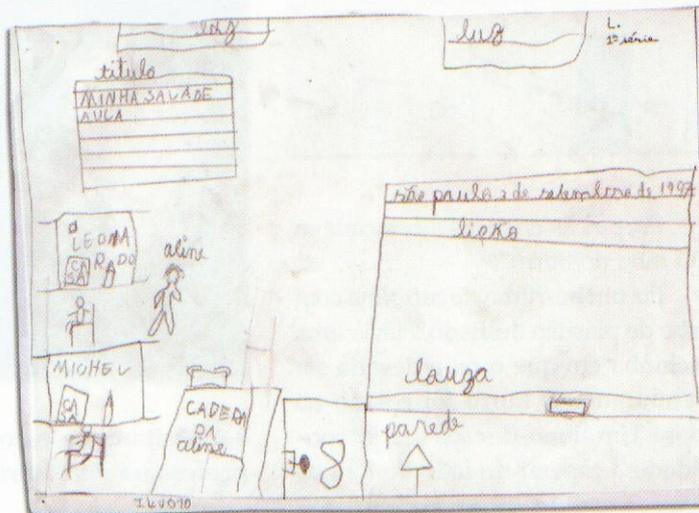
receu nas três produções significando provavelmente que as crianças o interpretam como um bom ponto de referência. O desenho de G. apresentou aspectos interessantes como conseguir representar a posição – frente a frente – da professora e dos alunos. Situou corretamente a porta e a janela. Curiosamente apenas desenhou os amigos que sentam-se na mesma fileira.

No desenho de Bruno os vários elementos que ele observou vão sendo “distribuídos” na folha de papel, de forma bastante aleatória, embora pareceu que ele fez seu desenho como se tivesse posicionado “do lado de fora, olhando pela janela”, pois nessa posição seria possível enxergar a porta entre a professora e os alunos.

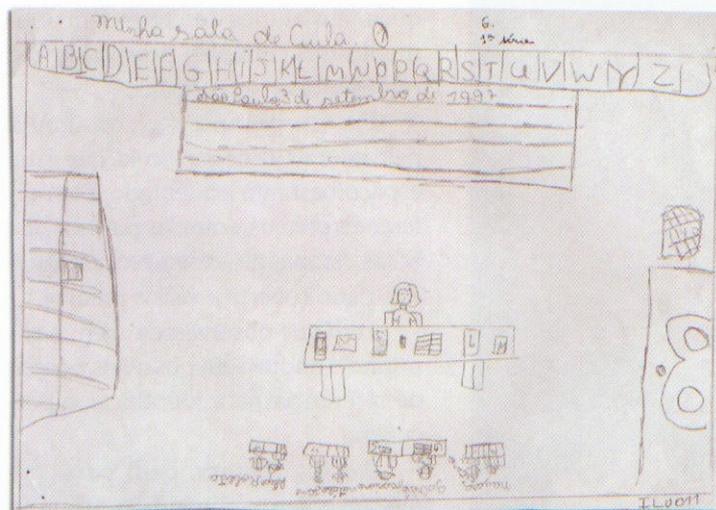
O desenho de L. foi, dos três, o que conteve menor número de elementos, a não ser a posição de seus colegas M. e A.



Desenho de G.



Desenho de B.



Desenho de L.

### 3.2 Preciso ir ao banheiro - Relato de professora de 1ª série

Nesta atividade meu objetivo foi que meus alunos percebessem a posição da sala de aula em relação a espaços escolares familiares e que a representasse numa folha de papel.

Pedi às crianças que imaginassem a seguinte situação.

Se hoje tivesse chegado um aluno novo e ele pedisse a você para lhe ensinar como chegar ao banheiro. O que você diria a ele?

A classe ficou bastante agitada e solicitei a diferentes alunos que dissessem em voz alta como chegar até lá.

(C1) Levanto, vou até a mesa da professora, saio da sala, vou reto e viro.

(C2) Saio da sala 9, vou pelo corredor, se tiver um negócio de meninas e meninos no começo da escada é na primeira, aqui em cima. O das meninas tem uma bola com seta para baixo.

(C3) Eu venho até o corredor, desço uma rampa.

(C4) Levanto, peço para a professora, saio, vou reto e viro prá lá...(pergunto, para onde?) para a esquerda e vem para trás, é o banheiro dos meninos.

Depois entreguei uma folha de papel em branco e pedi que marcassem a sala e que desenhassem o caminho da sala até o banheiro para

parciais e sucessivas que o sujeito tem para recuperar a continuidade do espaço vivenciado.

Em segundo lugar, aquelas em que os mapas ou plantas são necessários para comunicar ou determinar uma localização precisa em que uma ação, como a construção de uma casa ou estrada, deve ser realizada. Informações muito mais precisas devem ser fornecidas. As plantas com escalas satisfazem essas exigências.

É claro que logo percebemos que nem sempre seria possível recriar todas essas circunstâncias dentro do contexto escolar. Assim, não poderíamos colocar crianças de 7 e 8 anos sozinhas, em um bairro desconhecido, para verificar como se desenvolvem seus conhecimentos acerca do espaço.

Outro aspecto discutido foi que, ao longo das séries iniciais, as crianças constroem sistemas de referência para se localizarem, trabalhando em macroespaços, e também para localizar pontos numa reta, no plano e no espaço; o que pode ser feito em microespaços, como os delimitados por uma folha de papel ou por uma caixa de sapatos. Achamos também que, para o trabalho com interpretação e construção de gráficos seria preciso saber lidar com o plano cartesiano. A idéia de fazer corresponder pontos de um plano a pares de números não nos parecia tão natural. Para que fosse construída pelos alunos, achamos que seria necessário, por exemplo, explorar o papel de cada eixo no gráfico e o fato de que a cada ponto correspondem duas informações.

Consideramos que seria importante dar aos alunos a oportunidade de experimentar situações nas quais fossem incentivados a se localizar no espaço para que pudessem perceber a necessidade de “coordenadas” para essa localização.

Ao realizar o trabalho com alunos em atividades de localização na sala de aula, arrumada em filas e colunas, o professor pode, por exemplo, discutir o que significa estar na fila 2 coluna 3. Aproximando as explicações dos alunos, ele pode chegar à necessidade de se fixar um referencial para fazer a localização. Esse trabalho dá origem ao estudo do plano cartesiano e faz com que as crianças percebam a necessidade de dois eixos para localizar “pontos” ou posições no plano.

Outra forma de familiarizar o aluno é pedir que desenhem uma planta com a localização das carteiras da sala de aula e os respectivos pares de números que indicam suas posições, utilizando diferentes referenciais para que a criança perceba que o par de números representa a carteira referencial.

Outra forma de familiarizar o aluno é pedir que desenhem uma planta com a localização das carteiras da sala de aula e os respectivos pares de números que indicam suas posições, utilizando diferentes referenciais para que a criança perceba que o par de números representa a carteira referencial.

### 3. Atividades desenvolvidas em sala de aula

Para trabalhar com relações espaciais, foram elaboradas e desenvolvidas diferentes atividades, algumas descritas aqui pelos professores:

#### 3.1 Minha sala de aula - Relato de uma professora de 1ª série

Nesta atividade, meu objetivo foi que meus alunos percebessem sua posição em espaços familiares e que a representasse numa folha de papel. Para isso, “inventei” uma história, que acabou se transformando numa gostosa brincadeira. Solicitei às crianças que imaginassem a seguinte situação:

Uma pessoa quer vir a esta sala e colocar um presente em sua carteira. Ela precisa de um desenho para chegar até lá. Um mapa da sala ajudaria. Como podemos fazer um mapa para essa pessoa?

Antes de começarem a fazer o mapa, pedi a alguns alunos que descrevessem oralmente sua posição, imaginando que fosse possível falar com essa pessoa. As respostas foram do seguinte tipo:

(C1) Sento na fila do canto, perto da janela na penúltima carteira. Você entra na sala, vai até a mesa do professor e vai até o fim.

(C2) Você vai reto, vê o número na porta, tem uma mochila vermelha. É lá.

Perguntei: E se tiver outro aluno com mochila vermelha?

Ah! Tem um caderno de Ciências e na capa tem meu nome.

(C3) Tem umas fileiras com várias pessoas e uma fileira com uma pessoa. Eu sou a primeira dessa fila da lousa. Sento um pouco perto da mesa da professora, Fica mais perto da mesa que da porta.

(C4) Sento entre uma das filas do meio na segunda de trás. Tem uma, depois outra, a penúltima carteira, perto da porta.

Depois, distribuí folhas mimeografadas com a indicação da posição da porta e das janelas.

Individualmente as crianças construíram a “planta” da sala de aula e sua mesa.

Para muitos não foi uma tarefa fácil, notei alguma dificuldade de se localizarem dentro do espaço do papel.

Observei que as crianças que sentam na frente, atrás ou nas laterais da sala tiveram mais facilidade para representar sua posição que aquelas com sua mesa no meio da sala.

A localização das fileiras também foi algo complicado e em muitos momentos houve necessidade de minha interferência.

Na aula seguinte, dando continuidade à atividade anterior, propus a construção de uma maquete da sala de aula.

Sei que meus alunos adoram caixas. Nós as utilizamos (sucatas) em aula de Geometria. Então propus a construção de uma maquete. Solicitei que alguns alunos trouxessem caixas grandes de papelão. Dividi a classe em seis grupos com cinco crianças em cada grupo.

As caixas tinham forma de paralelepípedo; localizamos onde poderia ser a porta e as janelas. Com um estilete eu fiz os recortes. As crianças foram enriquecendo a maquete com pedaços de tecidos, canetinhas, cartolinas, caixas de fósforo para representar mesa, cadeira, lousa, cortina, etc.

conhecimentos geométricos um melhor aprofundamento no campo didático, especialmente levando-se em conta as condições e possibilidades dos alunos na construção de conhecimentos geométricos.

Esse trabalho coletivo permitiu também que se realizasse a sistematização da análise do material didático preparado ao longo do projeto.

O Programa Especial FAPESP-ENSINO PÚBLICO - de pesquisas aplicadas à melhoria do ensino no Estado de São Paulo, concedeu bolsas aos professores da escola e recursos para a compra de materiais.

Por suas características, integrou o PRÓ-MATEMÁTICA, um projeto de cooperação técnica da Embaixada da França com o Ministério da Educação e do Desporto do Brasil com a finalidade de contribuir para a formação inicial e continuada dos professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental.

Quando escolhemos a Geometria como tema de investigação, apesar das recomendações contidas em diferentes documentos, sabíamos que pouca atenção é dada à Geometria e que muitas vezes o seu ensino é confundido com o de medidas. Conhecíamos também algumas das críticas ao trabalho nas séries iniciais com Geometria, destacando que pouco se contribui para o desenvolvimento do domínio das relações do aluno com o espaço e que este estudo se reduz à memorização de nomes e características de figuras e de fórmulas.

Outro dado vinha das avaliações feitas pelo SAEB/MEC e pelo SA-RESP da Secretaria de Educação de São Paulo que apontam um desempenho pior quando o tema abordado é a Geometria.

Em nosso trabalho tivemos que rever conteúdos para depois propor atividades e observar como as crianças construía relações espaciais, como lidavam com figuras tridimensionais, bidimensionais, simétricas e com medidas de grandezas geométricas, como perímetros e áreas.

Neste artigo vamos focalizar o trabalho realizado visando à construção de relações espaciais.

## 2. Síntese dos estudos preliminares do grupo

A leitura das orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais com referência específica aos elementos de localização espacial mostrou-nos a importância do estudo das relações, que envolvem procedimentos variados, orientar-se, movimentar-se, posicionar-se no espaço e como delimitar regiões.

Desse modo, acreditando que a localização é fundamental para a aprendizagem do espaço, passamos a refletir sobre ela, tomando como ponto de partida a seguinte questão:

Para nos localizarmos num certo espaço, precisamos saber nos orientar. Mas, como as crianças constroem seu senso de orientação?

Alguns estudos, dentre os quais se destacam os de origem piagetiana, mostram que a orientação espacial da criança começa a se constituir com a compreensão de seu próprio corpo. A lateralização – que implica a escolha de uma das mãos – é um primeiro passo. No entanto, essa “lateralização” precisa evoluir, pois a “esquerda” de outra pessoa que está olhando de frente, coincide com a sua “direita”. Quando essa percepção ocorre podemos dizer que a criança conhece sua lateralidade. O que propicia a passagem da “lateralização” ao conhecimento da “lateralidade” é a orientação no espaço. Para efetuar um ato qualquer como segurar um copo e beber água, por exemplo não é necessário que a criança saiba se está se servindo da mão direita ou da esquerda; mas para localizar-se, esse conhecimento passa a ser necessário.

Discutimos também que o estudo do espaço na escola pode ser feito a partir de atividades relacionadas a diferentes áreas; Geografia, Educação Física, Arte e, também, Matemática.

No entanto, um estudo sob a perspectiva da Matemática é diferente de um estudo em Geografia, por exemplo, pois há um abandono do espaço físico como objeto de estudo e, em seu lugar, são construídos espaços matemáticos definidos por seus elementos e suas propriedades.

Certamente, o fato de a leitura e a utilização de mapas e plantas serem fontes de dificuldades para muitas pessoas, faz com que hoje se considere importante trabalhar esse domínio de conhecimento no ensino fundamental.

Essa idéia, discutida no grupo trouxe à tona a importância dos conceitos e instrumentos didáticos que permitem criar condições favoráveis à observação e à análise dessas dificuldades buscando conceber, experimentar e analisar um processo de aprendizagem para alunos das séries iniciais e finais do ensino fundamental, tornando-os capazes de elaborar planos para se orientar convenientemente de modo a se localizar num espaço pouco ou mal conhecido e, ainda, de explicitar os procedimentos que vai colocar em prática para isso. Em nossa vivência anterior, em geral, não havia intencionalidade nem sistematização dos conhecimentos relativos ao espaço.

Uma das primeiras perguntas que nos formulamos foi: em que situações é necessário usar um mapa ou uma planta? Refletindo sobre isso e consultando trabalhos de alguns autores, pudemos destacar duas situações básicas:

Primeiramente, aquelas em que os mapas ou plantas são necessários para comunicar informações sobre um macroespaço desconhecido por uma pessoa que deve nele se deslocar, ou encontrar um lugar, etc. Esse macroespaço pode corresponder a uma grande zona urbana, marítima ou rural ou, ainda, a um edifício razoavelmente vasto e complexo. Em qualquer situação porém o deslocamento real supõe o mesmo tipo de representação global, ligando visões