artigo

O ENSINO DA GEOMETRIA: ANALISANDO DIFERENTES REPRESENTAÇÕES[1]

Lícia de Souza Leão Maia[2]

Resumo

Esse trabalho faz parte de um projeto mais amplo sobre o ensino de geometria. Adotando por referencial a teoria das representações sociais e a teoria dos campos conceituais, tivemos por objetivos específicos a identificação das representações de professores e alunos sobre a geometria e o estudo da relação entre essas representações e os conteúdos ensinados. Os dados, aqui apresentados, se referem aos questionários de associação livre e por escrito. Participaram da pesquisa 189 sujeitos. Os resultados apontam para a existência de duas representações da geometria: a atividade geométrica enquanto constatação empírica e atividade geométrica enquanto experiência racional de dedução. A análise dos conteúdos ensinados indicam, entretanto, que, em sala de aula, a ênfase é dada à geometria do raciocínio. Isto nos alerta para a importância, no ensino fundamental, de se recuperar a articulação entre essas duas dimensões da geometria.

Introdução

Esse trabalho é fruto de uma preocupação que une aqueles que fazem o núcleo de didática dos conteúdos específicos do Mestrado em Educação da UFPE: a pesquisa sobre a sala de aula, em particular, sobre a formação. Sala de aula entendida como uma unidade envolvendo uma relação dialética entre o **aluno**, o **saber** e o **professor**, sem esquecer, entretanto, que esse "micro mundo" é parte de um contexto social mais amplo que determina muito do que acontece em seu interior.

Adotando por referencial teórico-metodológico, duas teorias da representação, a teoria das representações sociais, desenvolvida por Serge Moscovici no domínio da psicologia social e a teoria dos campos conceituais, elaborada por Gérard Vergnaud no campo da psicologia cognitiva, propomos estudar a interação entre **aluno**, **saber** e **professor** a partir da análise das representações, de professores e alunos, sobre a geometria.

Iniciaremos por uma discussão sobre as contribuições que os modelos teóricos assumidos podem trazer à análise dinâmica da sala de aula, em seguida, são feitas algumas considerações sobre o ensino da geometria. No parágrafo seguinte, apresentaremos nossos objetivos e escolhas metodológicas, a descrição dos sujeitos e os resultados obtidos. Finalmente, concluiremos discutindo os limites e as perspectivas da investigação realizada.

Representação e Formação de Professores

Partindo da hipótese geral de que "todo indivíduo age sobre o real em função do estado de conhecimento sobre esse mesmo real" (Maia, 1997), adotamos, como instrumento de análise da sala de aula, teorias psicológicas que visam o estudo das representações que explicam e determinam a atividade do sujeito em seu meio social. Dois modelos teóricos foram privilegiados: a teoria das representações sociais e a teoria dos campos conceituais.

A articulação entre essas duas teorias nos permite tratar o conhecimento em sua dupla dimensão: o senso comum e o conhecimento científico. Se por um lado, a teoria da representação social investiga a dinâmica que se estabelece entre conhecimento de senso comum e conhecimento científico, por outro, a teoria dos campos conceituais visa apreender a operacionalidade da representação em termos de conceitualização do conhecimento.

Moscovici (1961) revivificando a noção de representação coletiva de Durkheim, pela noção de representação social, contribui de maneira fundamental à compreensão do processo de conhecimento. Ao estabelecer uma teoria do senso comum ele aponta à interdependência existente entre conhecimento científico e conhecimento popular. Para ele o conhecimento científico se submete, a cada momento, ao impacto de sua integração num circuito social que, por sua vez, integra os elementos desse conhecimento (Moscovici, 1961).

Por outro lado, e isto nos parece fundamental, esta teoria rompe com a dicotomia entre um modelo de saber, na maioria das vezes identificado ao produto da ciência, e suas formas

1. Para a realização desta pesquisa contamos com a participação de Deyze Pinheiro Nogueira e Simone Cristina Batista de Souza, alunas de iniciação científica do programa PIBIC - CNPq.

2. Profª. do Mestrado em Educação do Centro de Educação da UFPE.

lução. Além disto, um trabalho deste tipo permite ao aluno superar dificuldades ou desenvolver uma maior compreensão, à medida em que se aprofunda com o estudo das operações.

Houve uma melhora, no desempenho apresentado no pós-teste, em relação a todas as idéias trabalhadas, quando comparado com os resultados do pré-teste, evidenciando que um trabalho baseado na compreensão poderá ser realizado pelos professores na tentativa de melhorar o processo ensino-aprendizagem.

É possível que haja uma melhor compreensão, por parte de alunos de 5ª série, do número decimal, desde que sejam adequados os materiais e as atividades desenvolvidas em sala de aula. Deve-se permitir o resgate de compreensões extra-escolares, como a da porcentagem, e a conscientização de conhecimentos anteriores.

Apesar de todo o trabalho baseado na compreensão, por parte dos alunos, dos conceitos matemáticos, observa-se que é necessário desenvolver um trabalho maior com as frações do discreto e mais atividades explorando frações relativas. Para obtenção de um melhor resultado na integração das três representações é necessário desenvolver um maior número de atividades integradoras, utilizando problemas, além das atividades com jogos.

A evolução nos percentuais de acertos das questões do teste mostram o êxito do trabalho, apesar dos fatores adversos. A experiência demonstra a viabilidade da pesquisa em sala de aula para contribuir no bom desempenho da difícil tarefa de educar.

Referências Bibliográficas

AGUIAR, M. C. A. Desenvolvimento cognitivo dos conceitos de fração e de proporcionalidade. Recife, Departamento de Psicologia da UFPE, Dissertação de Mestrado, 1980.

AZEVEDO, M. V. R. Matemática através de jogos. Vol. 4, São Paulo, Editora Atua,l 1994.

BEHR, M. .J. LESH, R., POST, T. R. & SILVER, E. A."Rational number concepts. aquisition of mathematical concepts and processes. Chapter 4, New York, Academic Press, 1983.

BORBA, R. O ensino de frações, decimais e porcentagens: propostas integradas. Apostila apresentada em curso realizado no Verão no Campus. Recife, UFPE, 1996.

CARRAHER, D.W. & SCHLIEMANN, A. D. A compreensão de frações como magnitude relativa in Teoria e Pesquisa. Vol. 8, nº 1, pp. 67-78. Brasília, 1992.

GUIMARÃES, G. & SILVA, I.J.V. Concepções de frações entre alunos e professores do primeiro grau. In anais do II CIBEM (Congresso Íbero-Americano de Educação Matemática), 1991.

IMENES, L.M. & MARANHÃO, M.C. Jogos com frações. In Revista de ensino de ciências. Nº 17 - FUNBEC. São Paulo, 1987..

KIERAN, T.E.. On Mathematical cognitive and instructional foundations of rational number. In Lesh, R. (Ed.) Number and Measurement. Columbus, Eric/ Smeac, 1976.

LIMA, J. M. F. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In CARRAHER, T.N. (org.). Aprender pensando, Petrópolis, Ed.Vozes, 1986.

PIAGET, J. A. teoria de Piaget. In Carmichael Manual de psicologia da criança, Vol. 4, São Paulo, E.P.U. EDUSP, 1975..

PIAGET, J. INHELDER, B. e SZEMINSKA, A. The child's conception of geometry. Trad. de E.A. Lung. New York, Harper and Torchbooks. 1960.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Projeto Fundão, 1995.

Tabela 5

Percentuais de acertos por item das questões que abordam porcentagem no pré e pós-teste

Tópicos Abordados	Características das Questões	% dos acertos		Número dos itens
		Pré-Teste	Pós-Teste	
Porcentagem	Conceito de Porcentagem.	1% 10%	52% 47%	13 14
	Representação percentual da fração centesimal.	9% 9% 10% 6%	81% 83% 77% 77%	15a 15b 15c 15d
	Identificação do percentual representado no desenho.	19%	80%	16

Os índices de acerto da 15ª questão foram altos, sendo que os itens c e d apresentaram um índice de acertos um pouco menor, provavelmente por tratarem de frações maiores que um inteiro.

Através da análise dos resultados obtidos no pré-teste, apresentados na Tabela 6, pode-se confirmar a hipótese de que o estudo pelo qual os sujeitos haviam passado anteriormente, não lhes permitira perceber que a notação fracionária, a notação decimal e a notação percentual são formas diferentes de se escrever um mesmo número.

A análise do pré-teste evidenciou que os alunos possuíam muito pouco ou nenhum conhecimento dos subconstrutos do racional que foram explorados. A falta de conhecimento desses subconstrutos isoladamente, poderá ter impedido a integração das três representações propostas.

Os resultados do pós-teste, de um modo geral, evidenciaram que a metodologia proposta permitiu aos alunos compreenderem melhor a notação fracionária, a notação decimal e a notação percentual mas muitos parecem ter sido os fatores que contribuíram para o baixo índice de acertos nas questões de integração. O fato dos alunos terem demonstrado não compreender, ou não conhecer, os subconstrutos do racional envolvidos no objeto de estudo da pesquisa, acarretou um tempo maior em relação ao que foi planejado e, portanto, a ênfase que poderia ter sido dada à integração, a partir das aulas de equivalências, cederam lugar ao desenvolvimento de discussões que pudessem esclarecer as dificuldades na aprendizagem de cada subconstruto.

Tabela 6

Percentual de acertos por item das questões que abordam a integração das representações no pré e pós-teste

Tópicos Abordados	Características das Questões	% dos acertos		Número dos itens
		Pré-Teste	Pós-Teste	
Integração	Integração do decimal com a fração e representação gráfica.	2%	18%	12
	Integração e comparação da fração com a porcentagem.	9%	33%	17
	Identificação do percentual que representa a fração pintada na	0%	3%	18
	Identificação de uma fração do inteiro e sua representação nas notações decimal e percentual.	19% 0% 0%	77% 4% 4%	19a 19b 19c
	Representação nas notações decimal e percentual de frações dadas.	0% 0% 0%	6% 5% 5%	20a 20b 20c

Conclusões

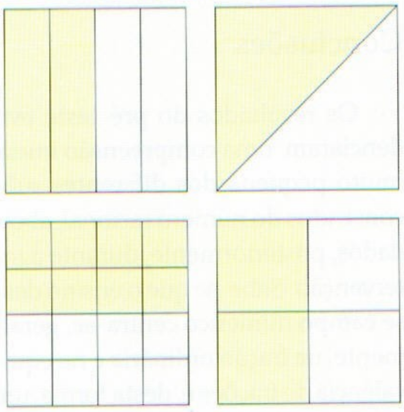
Os resultados do pré-teste evidenciaram uma compreensão inicial muito pequena dos diferentes subconstrutos do número racional, abordados, posteriormente, durante a intervenção. Sabe-se que o ensino desse campo numérico centra-se, geralmente, na fração ordinária e na equivalência de frações e, desta forma, um número significativo dos sujeitos pesquisados demonstrou não possuir conhecimento algum acerca dos números decimais. Em relação à idéia de porcentagem, pode-se verificar, durante o desenvolvimento das aulas, que os alunos possuíam algum conhecimento, mas um conhecimento empírico, baseado em suas experiências do dia-a-dia.

Os resultados do pós-teste evidenciaram a possibilidade de um trabalho integrado com os diferentes subconstrutos do racional. Este trabalho permite ao professor tornar menos estática a aprendizagem deste conceito, que geralmente é feita por etapas - estuda-se tudo sobre fração, e só ao final deste trabalho inicia-se o estudo com os decimais. A aprendizagem simultânea torna-se mais dinâmica, à medida em que se pode propor a ida e volta destas representações em problemas, escolhendo-se de acordo com a situação, a representação que torne mais simples sua reso-

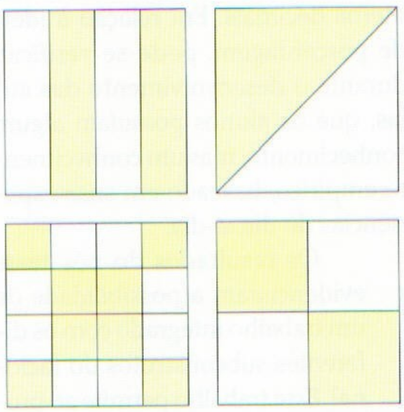
A fração 'metade' é assimilada com maior facilidade pelas crianças e na análise do pós-teste pode-se observar, através das respostas apresentadas por alguns alunos, uma maior flexibilidade e criação dos sujeitos na disposição das partes coloridas. O exemplo abaixo ilustra melhor a hipótese explicitada acima.

Figura apresentada → 

Frações equivalentes produzidas por um dos sujeitos no pré-teste:



Frações equivalentes produzidas por um dos sujeitos no pós-teste:



O percentual médio de acertos, no pré-teste, em questões que abordavam números decimais (resultados da Tabela 4), foi de 2,8%, demonstrando que os alunos não haviam ainda tido instrução formal neste campo numérico ou, se já haviam tido, não davam evidências de compreensão deste campo conceitual. O pequeno aumento do percentual médio de acertos dessas questões, no pós-teste, para 31,3%, pode ser atribuído à dificuldade dos alunos na compreensão do sistema de numeração decimal.

Nestas questões, a leitura de números decimais (item 8a) teve o maior percentual médio de acerto no pós-teste, possivelmente porque apresenta um número com apenas uma ordem decimal. Nos demais itens, os alunos erraram ao tentar identificar as ordens da parte decimal do número, contando da direita para a esquerda como se o número fosse inteiro e relacionando décimo com dezena e centésimo com centena, como pode ser observado nas respostas dadas por alguns alunos: *12,015: "doze inteiros e quinze décimos"; 0,28:"vinte e oito décimos"*. Este tipo de erro também foi observado no item 10, no qual os alunos no número 3,268, indicam o 6, como sendo o algarismo que representa a ordem dos décimos.

TABELA 4

Percentuais de acertos por item das questões que abordam números decimais no pré e pós-teste

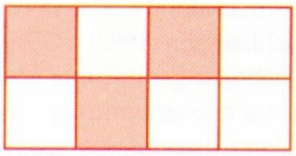
Tópicos Abordados	Características das Questões	% dos acertos		Número dos itens
		Pré-Teste	Pós-Teste	
Número Decimais	Leitura de números decimais.	10%	55%	8a
		0%	22%	8b
		1%	23%	8c
		3%	29%	8d
	Representação de números decimais usando algarismos.	5%	54%	9a
		7%	47%	9b
		0%	25%	9c
		1%	37%	9d
	Identificação das ordens de um número decimal.	9%	22%	10a
	Representação de frações decimais através da notação decimal.	3%	52%	11a
		0%	34%	11b
		0%	29%	11c
		0%	26%	11d
		0%	8%	11e
		3%	12%	11f

A representação de números decimais usando algarismos, nos itens 9a e b, em que nenhuma das ordens decimais deveriam ser preenchidas com zeros, apresentou maior percentual de acertos que nos demais itens, o que demonstra a dificuldade no emprego do zero para ocupar ordens no sistema de numeração decimal.

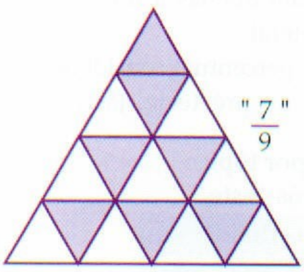
No item 11e, apesar de apresentar uma fração de décimos, o baixíssimo índice de acertos pode ser devido à dificuldade dos alunos em perceber que 800/10 representam 80 inteiros.

Ao se analisar as questões que abordaram porcentagem, na Tabela 5, observa-se que as mesmas tiveram no pré-teste um percentual médio de acertos de 9,1%. Este baixo índice era esperado, pois sabe-se que este assunto não é trabalhado na escola antes da 6ª série do 1º grau e, portanto, os alunos responderam às questões baseados nos conhecimentos extraclasse que tinham de porcentagem. O percentual médio de acertos dessas questões subiu no pós-teste para 71%, o maior obtido entre os tópicos do teste.

identificar e representar numericamente uma fração de quantidade contínua (figuras geométricas planas), sendo o erro encontrado com maior freqüência o do estabelecimento de uma relação entre as partes. Para escrever a fração, alguns alunos relacionaram partes pintadas e não pintadas, escrevendo uma ou outra como numerador ou denominador, estabelecendo uma razão entre o número de partes pintadas e o número de partes não pintadas, como pode ser observado nas respostas dadas por um desses alunos:

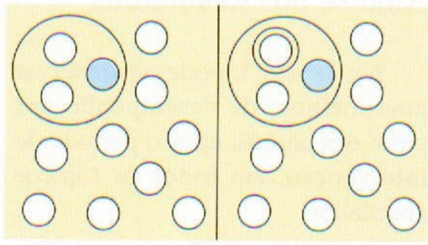


" $\frac{3}{5}$ "



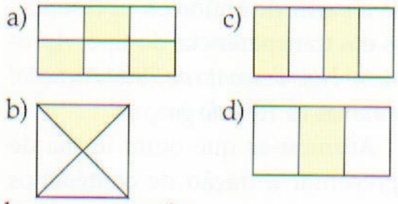
" $\frac{7}{9}$ "

Os resultados nos itens relativos à fração de quantidade discreta, no pré-teste, corresponderam à expectativa inicial, pois sabe-se que o trabalho com frações, desenvolvidos normalmente pela escola, é realizado, quase que exclusivamente, com frações de quantidades contínuas. O que não se leva em conta é que, concretamente, são apresentados aos alunos dois modelos e que o cálculo de frações em cada um deles exige operações cognitivas diferentes. Um número pouco significativo de alunos conseguiu, também no pós-teste, apresentar a resposta correta a essas questões, justificando-se este fato pelo pequeno número de atividades desenvolvidas, durante a pesquisa, com frações em quantidades discretas. O erro mais comum apresentado pelos alunos foi o mesmo encontrado no cálculo de frações relativas. No conjunto com 12 bolas, no qual deveriam contornar 1/3, eles contornaram 3 bolas e das 3 pintaram 1 ou contornaram 1, como mostram as figuras abaixo:



Conforme se observa na Tabela 3 houve um aumento significativo no número de sujeitos que passaram a responder corretamente à questão cinco, que envolvia a utilização da propriedade fundamental da fração: escrever um numerador ou denominador que estava faltando, de modo a obter frações equivalentes. Embora este aumento possa ser atribuído ao fato das aulas terem privilegiado a observação, o recobrimento e a produção, através de figuras, de frações equivalentes, ele poderia ter sido maior se tivesse havido uma ênfase na explicitação dessa propriedade.

Na sexta questão, pedia-se aos alunos para assinalar, dentre as quatro figuras apresentadas abaixo, aquelas nas quais as partes coloridas correspondiam a uma fração equiva-



lente a um meio.

Analisando as respostas apresentadas, supõe-se que alguns alunos não se preocuparam em observar se as partes coloridas, independentes da forma como estavam dispostas, eram equivalentes ou representavam a metade da figura proposta, mas buscaram uma figura, na qual as partes coloridas deveriam estar juntas de um lado e as não coloridas, do outro lado, o que visualmente facilitaria a identificação da metade. Não encontrando uma figura desse tipo, muitos sujeitos, 75% do total, assinalaram o item d (alguns escrevendo ao lado da figura a fração 1/2), relacionando as partes pintadas e as não pintadas do inteiro, como numerador e denominador, respectivamente.

Tabela 3

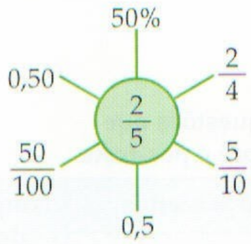
Percentuais de acertos por item das questões que abordam a equivalência de frações no pré e pós-teste

Tópicos Abordados	Características das Questões	% dos acertos		Número dos itens
		Pré-Teste	Pós-Teste	
Equivalência de Frações	Cálculo de frações equivalentes, representação numérica.	4%	45%	5a
		4%	36%	5b
		1%	34%	5c
		8%	17%	5d
	Identificação de frações equivalentes no desenho.	14%	25%	6a
		47%	57%	6b
		21%	29%	6c
		14%	25%	6d
	Produção de frações equivalentes no desenho.	49%	68%	7a
		88%	85%	7b
		36%	71%	7c
		49%	74%	7d

Nas aulas seguintes retornou-se à discussão sobre números decimais e introduziu-se a *porcentagem*, discutida a partir de anúncios, apresentados em transparência, do tipo: *Aproveitem! Hoje desconto de 20%! Atenção! Cobramos os 10% do garçom.*

Afirmou-se que outra forma de representar a fração de centésimos seria usando a notação percentual, indicada pelo símbolo %, realizando-se, em seguida, atividades de conversão de frações centesimais, que deveriam ser expressas na forma fracionária e na percentual.

Nas duas últimas aulas, 15ª e 16ª, tratou-se da *integração das representações*. A penúltima aula foi iniciada com o recobrimento do jogo de frações, proposto por Borba, e a determinação das respectivas frações equivalentes. Neste jogo, conforme apresentado anteriormente, a divisão sugerida permite ao aluno visualizar a fração ordinária e a decimal, simultaneamente. O quadriculado, em 100 partes, possibilita também atividades com porcentagem. O professor anotou, no quadro de giz, representações semelhantes à colocada a seguir, a partir da indicação de frações equivalentes, citadas pelos alunos.



Discutiu-se, a partir desta atividade, que a fração ordinária, a notação decimal e a percentual são formas diferentes de se escrever o mesmo número, ou seja, representações que expressam a mesma quantidade e à medida que as equivalências foram trabalhadas, os alunos identificavam facilmente as representações simbólicas que poderiam utilizar, tais como: 4/5 = 8/10 = 0,8 = 80/100 = 0,80 = 80%; 1 = 4/4 = 5/5 = 10/10 = 100/100 = 100%. Afirmou-se que estas eram representações variadas de *número racional* e, ao final dessa atividade, os alunos receberam um exercício mimeografado com questões que integravam as três representações.

Análise dos Resultados

Na Tabela 1 pode-se observar uma melhora de desempenho por parte dos alunos, após o período de intervenção, em todos os tópicos abordados.

A evolução entre o pré e o pós-teste, observada na Tabela 2, quanto ao reconhecimento da necessidade de igualização das partes para obtenção de uma fração, pode ser atribuída à ênfase dada a este princípio no decorrer das aulas. É possível que para desenvolver melhor esse aspecto do conceito de fração se faça necessário trabalhar mais com contra-exemplos: inteiros que divididos não produzam frações idênticas.

Na questão que envolvia a representação gráfica de frações, a maioria das crianças respondeu corretamente quando havia uma correspondência direta entre a fração (denominador) e o número de partes em que o inteiro foi dividido (item 2a), o que não ocorreu quando sugerem a fração em uma forma relativa (itens 2b e 2c), mesmo depois de ter-se trabalhado com os alunos o conceito de equivalência de frações. Estes resultados confirmam, de certo modo, a dificuldade constatada em estudos anteriores acerca de frações expressas nas formas literal e relativa (Carraher e Schliemann (1992) e Oliveira e Silva (1991)), sugerindo que não se deve esperar que os alunos apresentem um bom desempenho geral se estudaram apenas a fração em sua forma literal.

Um percentual considerável dos alunos, no pré-teste, já conseguia

Tabela 1 **Percentuais médios de acertos por tópico abordado no pré-teste e no pós-teste**

Tópicos Abordados	% Acertos	
	Pré-Teste	Pós-Teste
Idéia de Fração	20,7%	44,5%
Equivalência de Frações	27,9%	47,2%
Números Decimais	2,8%	32,3%
Porcentagem	9,1%	71%
Integração	4%	17,2%

Tabela 2 **Percentuais de acertos por item das questões que abordam a idéia de fração no pré e pós-teste**

Tópicos Abordados	Características das Questões	% dos acertos		Número dos itens
		Pré-Teste	Pós-Teste	
Idéia de Fração	Igualização das partes.	5%	40%	1a
		2%	34%	1b
	Representação gráfica de fração literal no contínuo.	89%	93%	2a
			9,1%	
	Representação gráfica de fração relativa no contínuo.	5%	7%	2b
		2%	7%	2c
	Representação numérica de frações (contínuo).	36%	89%	3a
		34%	78%	3b
		25%	71%	3c
	Determinação de frações de conjuntos (discreto).	9%	17%	4a
		0%	9%	4b

tadual em Pernambuco, sendo duas situadas na cidade do Recife e a outra no município de Itamaracá. Este freqüentavam a 5ª série escolar, escolhida por ser este conteúdo parte integrante de sua proposta curricular e pelo fato dos alunos já terem vivenciado, de alguma forma nas séries anteriores, o estudo do número racional enquanto fração ordinária e número decimal.

Para o desenvolvimento das atividades foram utilizados basicamente três jogos, extraídos dos textos de Azevedo (1994), Imenes e Maranhão (1987) e Borba (1996), os quais serão melhor descritos a seguir.

O presente estudo foi planejado para ser desenvolvido em três momentos:

(1) pré-teste,

(2) desenvolvimento das aulas e

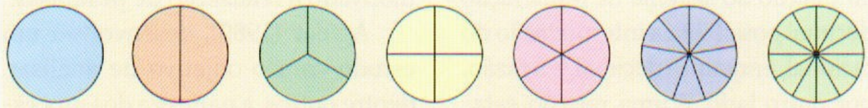
(3) pós-teste.

O mesmo teste, utilizado antes e após as aulas, investigou o desempenho dos alunos quanto à identificação, representação, produção e articulação das idéias e equivalências entre frações, porcentagens e números decimais. Os objetivos de suas questões são especificados na análise dos resultados.

Após a aplicação do pré-teste, os conceitos foram trabalhados em atividades planejadas para serem desenvolvidas em 16 aulas, com duração de 50 minutos cada uma.

Nas quatro primeiras aulas, foi trabalhado *o conceito de fração em quantidades contínuas*. Após a realização de atividades de medição e fracionamento, o professor entregou a cada dupla de alunos o jogo de frações proposto por Azevedo, que consta de quadrados divididos em meios, terços, quartos até décimos, 12 avos, 15 avos e 20 avos, desenvolvendo-se uma exploração do material e posterior apresentação de termos formais. Com a formação de grupos com quatro alunos, foram desenvolvidas atividades, nas quais surgiram as frações impróprias, de forma semelhante ao que havia sido feito com as frações próprias, com o objetivo, não de classificar frações mas, de desenvolver a compreensão de que a representação fracionária não apenas indica partes mas pode também representar inteiros.

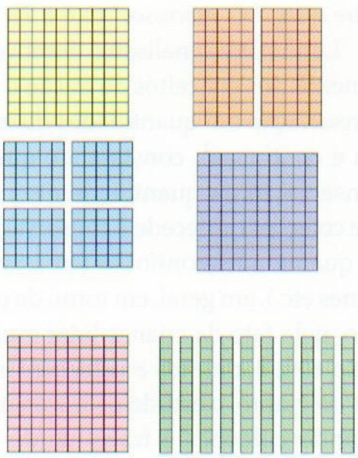
Introduziu-se na 5ª e 6ª aulas, o *conceito de fração em quantidades discretas e a equivalência de frações*, utilizando-se o jogo de frações proposto por Imenes e Maranhão. Com círculos divididos em meios, quartos, terços e sextos distribui-se caroços de feijão sobre as partes, de forma que cada uma 'ganhasse' o mesmo número de feijões. O trabalho com a equivalência de frações foi realizado a partir do jogo dos recobrimentos das frações sobre o inteiro, inicialmente, e de frações sobre frações. Representava-se a equivalência no quadro de giz, posteriormente, da forma apresentada a seguir e a regra prática para o cálculo de frações equivalentes também era utilizada, sem precisar recorrer ao material concreto.



$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{6}{6} = \frac{9}{9} = \frac{12}{12}$$

2

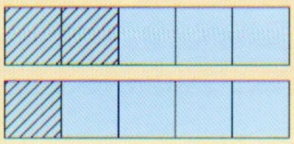
Continuou-se a discutir *a equivalência de frações*, na 7ª e 8ª aulas, e iniciou-se a abordagem ao *conceito de fração, enquanto divisão*, utilizando-se o material, proposto por Borba, apresentado a seguir:



O professor apresentou problemas, nos quais o quociente era um número fracionário, discutindo-se, então, que além de indicar uma ou mais partes de um inteiro que foi dividido em quantidades iguais, a fração também representa um quociente, como no exemplo:

$\frac{2}{5}$

$\frac{1}{5}$



2 inteiros divididos por 5

$2 \div 5 = \frac{2}{5}$

Na 9ª, 10ª, 11ª e 12ª aulas, foram abordados *números decimais* utilizando-se do mesmo material das duas aulas anteriores, no qual chamou-se a atenção dos alunos sobre as divisões em cem partes (centésimos). Para a abordagem do significado dos números decimais, foi apresentado um cartaz com algumas manchetes retiradas de jornais e revistas, discutindo-se a sua utilização para medir comprimentos, áreas, pesos, volumes etc., sendo explorada a representação decimal até milésimos no "Quadro Valor de Lugar". Seguiu-se a resolução e correção de um exercício mimeografado, prática usual também em aulas anteriores. A conversão de números, representados em frações ordinárias para a representação decimal e vice-versa, também foi abordada, tendo a maioria dos alunos respondido afirmativamente, de início, ao questionamento se apenas as frações decimais poderiam ser expressas na forma de número decimal. Com as peças do jogo, e após discussões nos grupos, foram encontradas e registradas relações como:

3/4 = 75/100,
então 3/4 = 0,75;

1/4 = 25/100,
então 1/4 = 0,25.

(3) uma razão,

(4) uma divisão indicada (quociente),

(5) um operador e

(6) uma medida de quantidades contínuas ou discretas.

A relação parte-todo, fundamental para a compreensão dos demais subconstrutos, depende diretamente da habilidade de repartição por igual de uma quantidade contínua ou de subdivisão de um conjunto em subcoleções de tamanhos idênticos. A ampliação do sistema de numeração decimal possibilita a interpretação do racional, enquanto decimal, e a razão, por outro lado, é uma relação estabelecida entre duas quantidades. Na divisão indicada, a/b pode também ser interpretado como a ≠ b, dando origem à compreensão de campos de quocientes (como, por exemplo, 8/4 = 16/8 = 2) e, diferentemente, a/b pode ser pensado como uma função, que transforma um conjunto em outro, como na obtenção de um meio de cinco oitavos, por exemplo.

As abordagens ao número racional apresentadas por Kieren e Behr et alii são aqui vistas como as que mais se aproximam da teoria dos campos conceituais, proposta por Vergnaud, uma vez que explicitam a necessidade de estabelecer as ligações existentes entre os diversos subconstrutos que formam esse conceito, para melhor desenvolver sua compreensão.

No presente estudo foram explorados os seguintes subconstrutos que compõem o conceito do racional: frações como relações parte-todo; frações decimais, via sistema de numeração decimal; frações equivalentes e frações enquanto divisões indicadas, por serem fundamentais para a distinção e articulação entre a fração ordinária, o número decimal e a percentagem, objeto de estudo desta pesquisa.

Ensino-aprendizagem do racional

O conceito de número racional, por ser bastante complexo do ponto de vista matemático, gera uma série de dificuldades no processo ensino-aprendizagem, cuja superação tem motivado a realização de pesquisas.

Aguiar (1980), desenvolveu um estudo com o objetivo de analisar, dentre outros, a natureza dos processos envolvidos na construção do conceito de fração, verificando que "*as relações parte-todo e parte-parte, indicadas por Piaget, entram no desenvolvimento dos conceitos de frações...*" idênticas e equivalentes, "*... inicialmente, através da 'contagem' e da 'impressão perceptiva' da magnitude das figuras geométricas, sem que haja articulação entre esses dois processos*".(p.6 e 7).

Lima (1986) analisou o desenvolvimento dos conceitos de fração e de conservação em quantidades discretas e contínuas[1], constatando que a conservação da quantidade discreta (de coleções) antecede à conservação de quantidades contínuas (áreas, volumes etc.), em geral, em torno de um ano, pelo fato da criança lidar muito cedo com conjuntos e coleções. Iniciar, portanto, o estudo da fração utilizando coleções e fracionando as mesmas talvez seja o mais indicado.

Guimarães e Silva (1991), observaram que as dificuldades dos alunos e dos professores envolvendo as frações com quantidades discretas eram as mesmas, embora estes tenham apresentado um melhor desempenho que os alunos, resolvendo as frações com quantidades contínuas. Encontraram, também, indicações de que as dificuldades se relacionavam mais ao ensino, do que a obstáculos relativos ao desenvolvimento dos alunos. Para aprofundar a análise sobre a dificuldade na resolução de problemas com frações, Carraher e Schliemann (1992) investigaram a utilização de frações literais e frações relativas[2]. Concluíram que havia uma grande tendência, por parte de alunos, em relacionar o numerador e o denominador, respectivamente, ao número de elementos marcados e ao número total de elementos de um conjunto. Quando não havia essa relação muitos alunos não aceitavam a fração como uma representação da figura.

Tendo constatado a ausência de estudos vivenciando as diversas representações do número racional de forma integrada, propomos um estudo com os seguintes objetivos:

– Verificar se o ensino desenvolvido nas escolas possibilitava ao aluno compreender que a fração ordinária, o decimal e a porcentagem são representações distintas de um mesmo número.

– Propor uma metodologia que possibilitasse a integração de três diferentes representações do racional: a fração ordinária, o número decimal e a porcentagem.

A Experiência Articuladora

Participaram deste estudo 108 alunos, com faixa etária entre 10 e 13 anos, de escolas da rede pública es

1 "Uma quantidade é dita discreta quando possui uma identidade definida (ou individualizada), constituindo uma entidade, isto é, consta de unidades separadas umas das outras, como as árvores de um parque, as pessoas de uma festa, os grãos de uma espiga, as tampas de garrafa de uma coleção etc. ... Uma quantidade é dita contínua quando é divisível em partes sempre divisíveis e que, portanto, não pode resultar de elementos indivisíveis. Consta de unidades ou partes que não estão separadas (individualizadas) uma das outras, como o comprimento de um fio, a área de uma superfície, o volume de um sólido, a capacidade de um recipiente etc." (Lima, 1986, p.90 e p.82).

2 Ao tratarmos de frações literais estamos nos referindo àquelas frações nas quais o numerador corresponde diretamente ao número de elementos marcados e o denominador ao número total de elementos apresentados, ou seja, frações idênticas. Ao tratarmos de frações relativas, nos referimos às frações que não apresentam uma correspondência direta, mas uma correspondência relativa entre seus termos e o número de elementos, ou seja, uma fração equivalente.