

O USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NUM CURSO DE MATEMÁTICA APLICADA PARA ALUNOS DE ECONOMIA E ADMINISTRAÇÃO

Profa. Maria Deusa Ferreira da Silva¹

Resumo: Este artigo relata uma experiência desenvolvida em sala de aula, na disciplina Matemática Aplicada à Economia e à Administração, que envolveu o uso de Modelagem Matemática como uma das alternativas para o ensino-aprendizagem da Matemática. Ao final da disciplina, os alunos, divididos em grupos de 04 a 05 membros, deveriam desenvolver e apresentar um estudo em que aplicassem os conteúdos estudados na disciplina em situações relacionadas ao curso que faziam com situações reais. A experiência foi desenvolvida nos anos de 1999 e 2000 (4 semestres), na Universidade Estadual de Santa Cruz - Ilhéus (BA), onde atuava como docente.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ensino-Aprendizagem. Ensino Superior. Matemática Aplicada.

INTRODUÇÃO: CONSIDERAÇÕES SOBRE O ESTUDO

Nos anos de 1999 e 2000 fui professora substituta na Universidade Estadual de Santa Cruz – Ilhéus (BA). Nesse período, ministrei a Disciplina Matemática Aplicada nos cursos de Economia e Administração e nela pude, dentre outras atividades, desenvolver projetos experimentais em sala de aula utilizando a Modelagem Matemática. Neste artigo, relato parte dessas experiências e apresento, de forma mais detalhada um dos projetos desenvolvidos.

Pela grade curricular vigente na época, os alunos deveriam cursar a disciplina Matemática Aplicada no terceiro semestre do curso de Economia e/ou Administração de Empresas, a qual envolvia os conteúdos: Funções e suas aplicações à Economia e à Administração; Limites; Derivadas e suas Aplicações à Economia e à Administração; e Integrais e suas Aplicações.

Analisando² o desempenho dos alunos na disciplina

verifiquei que este era marcado por um alto índice de reprovação e abandono. As principais justificativas apresentadas pelos alunos diziam respeito à forma como normalmente a disciplina vinha sendo ministrada: grande ênfase nos conteúdos matemáticos e, em contrapartida, poucas situações de aplicação. Além disso, os alunos se queixavam da forma única com que eram avaliados: exclusivamente por meio de provas escritas. Essas constatações também foram obtidas a partir de conversas com os alunos em sala de aula, ouvindo suas justificativas por terem sido reprovados ou terem abandonado a disciplina anteriormente.

Percebi que essa maneira de tratar a disciplina causava em alguns alunos temor, em outros, desinteresse, uma vez que o êxito na disciplina parecia estar destinado àqueles que demonstrassem “talento” natural para a Matemática. Deparei-me, nas turmas trabalhadas, com alunos que estavam cursando a disciplina pela terceira vez, ou mesmo pela quarta vez. No geral, eles apresentavam uma profunda baixa auto-estima em relação à matemática, e cursar novamente a disciplina parecia ser um grande sacrifício.

Desse modo, com vistas a reduzir os índices de reprovação e abandono e resgatar neles a auto-estima e o prazer em aprender Matemática, procurei desenvolver uma prática pedagógica que os envolvesse nas atividades de classe e lhes mostrasse a importância dos conteúdos a serem estudados. Para desenvolver a disciplina com uma carga horária de 75 horas por semestre, distribuídas em 5 horas semanais, utilizei aulas expositivas dos conteúdos; exercícios em grupos e atividades no laboratório de informática, principalmente no estudo de funções. Nesses momentos distintos, empenhei-me em evidenciar o caráter aplicativo da disciplina, buscando, sempre que possível, utilizar problemas próximos do cotidiano ou simulações próximas da realidade. Assim, procurei mostrar como

¹ Professora Assistente – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia -UESB
Doutoranda em Educação Universidade Federal do Rio Grande do Norte -UFRN

² Relatório de Avaliação Institucional - UESC, 1998.

ela pode ser importante ao futuro profissional de Economia e/ou Administração.

Foi nesse sentido que o uso da Modelagem Matemática inseriu-se nesse contexto como mais uma ferramenta, ou seja, foi proposta como uma atividade a ser desenvolvida no transcorrer do semestre e utilizada como uma das avaliações do curso. Por meio dela, os alunos envolveram-se em projetos de pesquisa cujo objetivo principal consistiu na tentativa de aplicar/explorar os conteúdos matemáticos estudados na disciplina em situações do cotidiano.

Como a disciplina era semestral, os projetos eram desenvolvidos ao longo do semestre e correspondiam à nota da última avaliação, obedecendo às seguintes etapas: *escolha dos temas e divisão dos grupos – feitas logo na primeira semana de aula*³; *elaboração dos projetos de pesquisa – deveriam estar prontos até o final da primeira unidade (mais ou menos 25h/a); desenvolvimento do trabalho – coleta dos dados – no transcorrer da segunda unidade; elaboração da versão final e apresentação na sala de aula – avaliação da terceira unidade.*

Os alunos trabalharam em grupos de no máximo cinco componentes, e os temas abordados foram escolhidos a partir de sugestões da professora ou a critério dos grupos. O mais importante era que os temas tivessem relação direta com os conteúdos da disciplina e, claro, envolvessem situações inerentes à Economia e/ou Administração. Até a segunda semana de aula, os grupos já tinham definido os temas.

Vale, ainda, ressaltar que, dentro da carga horária semanal da disciplina, não estabelecemos um horário específico para atendimento aos grupos, nem combinamos horário extra-sala, uma vez que a disciplina era ministrada no turno noturno e a maioria dos alunos trabalhavam durante o dia. Assim, eles geralmente buscavam atendimento sobre o andamento dos projetos no início ou no final de cada aula e, à medida que tiravam dúvidas e trocávamos sugestões, iam avançando na elaboração das versões preliminares e da versão final. Eu, às vezes, também levava material para ser lido e corrigido e o devolvia na aula seguinte. Foi desse modo que interessantes trabalhos foram desenvolvidos.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática tem se constituído numa alternativa de ensino-aprendizagem da Matemática em que se busca compreender/explicar situações idealizadas a partir da observação e problematização do mundo real e expressá-las por meio de modelos matemáticos. Para BASSANEZI, "A Modelagem Matemática – consiste na arte de trans-

formar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real" (pg. 16: 2002). Com isso, espera-se que, ao se traduzir a linguagem natural em linguagem matemática, esta se revele, deixando de ser algo pronto e estático para tornar-se uma re-descoberta ou mesmo uma construção.

D'AMBROSIO (1996) caracteriza a Modelagem Matemática como uma "realidade-reflexão sobre a realidade" resultante de uma ação planejada por meio da construção de modelos sobre os quais o indivíduo opera. Assim, para o autor, é no ciclo "realidade-reflexão-ação-realidade" que incide o ponto mais importante, ou seja, o esforço que o indivíduo empreende para compreender o mundo à sua volta. Portanto, ao construir um modelo, este pode tornar-se o elo entre as informações que o indivíduo capta do mundo e a forma como as processa.

Para MEYER (1998), o trabalho com a Modelagem Matemática "leva a uma prática de Matemática atual, contextual, subjetiva e aproximada, um saber que nos leva a conclusões que se expressam de modo objetivo, crítico, confiável e extremamente útil... (p.70)". É importante, portanto, reconhecer a Modelagem Matemática como mais uma ferramenta poderosa e útil no trabalho em sala de aula.

BORBA, MENEGHETTI e HERMINI (1997, 1999b) apresentam a Modelagem Matemática como um enfoque didático-pedagógico para a sala de aula de Matemática. Nesse enfoque, os alunos escolhem os temas a serem matematizados por eles próprios com a ajuda do professor. Para os autores, essa forma de trabalhar a Matemática, fazendo uso da modelagem, constitui-se ainda uma alternativa para a Educação Matemática.

Para SCHEFFER (1998, 1999), nos contextos de ensino-aprendizagem em que a Modelagem Matemática é utilizada, objetiva-se uma valorização do aluno, levando-o a observar e compreender o mundo à sua volta, tornando-o sujeito do seu desenvolvimento, crítico e criativo.

BARBOSA (1999) discutiu como futuros professores de matemática, ao tomarem contato com a modelagem, percebem-na com base nas suas experiências e concepções sobre o ensino da matemática. O pesquisador destaca a importância de incorporar a Modelagem Matemática nos currículos de Licenciatura em Matemática, mas considera mais importante que ela esteja presente nas diferentes disciplinas de matemática e faça parte da atividade matemática de alunos e professores.

As discussões acima serviram para caracterizar a importância da Modelagem Matemática, apresentan-

³ No início do semestre, destinava uma das aulas para definir os grupos e explicar a proposta.

do-a como uma proposta metodológica de forte caráter interdisciplinar, um instrumento valioso para resgatar nos alunos o gosto pela Matemática e, sobretudo, apresentá-la como uma ferramenta para acessar e compreender o mundo.

APRESENTAÇÃO DE UM DOS PROJETOS DESENVOLVIDOS

Nesta seção, destaco um dos projetos desenvolvidos. A escolha desse projeto se deu por um setor da economia, de significativa importância para a região onde o trabalho foi realizado, naquele momento estar em franca ascensão.

Tema do Projeto: Agroindústria de polpa de Frutas

O projeto foi desenvolvido por 4 alunos. Destacamos este trabalho por tratar-se de uma pesquisa que relata um dos segmentos da microeconomia brasileira (em particular a sul-baiana) que apresentou um grande crescimento nas últimas décadas. Tal fato explica-se em função da acentuada queda do preço do cacau - até bem pouco tempo a principal atividade econômica da região. Na busca de alternativas para agregar valor à atividade agrícola regional, a Comissão Executiva da Lavoura Cacaueira - CEPLAC⁴, por meio de seu Centro de Pesquisas do Cacau - CEPEC, desenvolveu estudos sobre o aproveitamento integral do fruto do cacaueiro (semente, polpa, mel e casca). Assim, a CEPLAC/CEPEC, com o apoio do setor privado, pesquisou e desenvolveu tecnologia para exploração e conservação da polpa do cacau (mucilagem que envolve a semente fresca do fruto do cacaueiro), tornando-se pioneira nesse ramo de atividade, tanto no âmbito nacional quanto no internacional.

O sucesso obtido no aproveitamento dessa polpa estendeu-se a outras frutas tropicais abundantes na região, graças à fácil adaptação dos equipamentos desenvolvidos para a extração da polpa, constituindo-se num excelente negócio para o agricultor. Dentre as principais matérias-primas que atendem à agroindústria de polpa de frutas, figuram frutas tropicais, como abacaxi, cacau, cajá, caju, jaca, mamão, carambola, coco, manga, maracujá, pitanga, serigüela, umbu, etc., e algumas de clima temperado, como ameixa, morango, pêssego e outras, atendendo, assim, às necessidades de famílias (facilita a vida moderna), lanchonetes, restaurantes, indústrias de iogurtes, sorvetes, etc.

Desse modo, preocupados em conhecer e explicitar o ramo da agroindústria de polpa de frutas, o grupo trabalhou na análise da atividade econômica de uma agroindústria de pequeno porte (a Agroindústria de

polpas de Frutas Sabiá⁵), tomando os últimos 4 anos como referência (1995, 1996, 1997 e 1998). O interesse do grupo incidiu, sobretudo, em conhecer como a empresa gerenciava seus negócios em relação às receitas, aos custos, ao lucro obtido e a novos investimentos. Com base na análise dos dados, eles trabalharam sobre as funções matemáticas e suas aplicações, conforme veremos a seguir:

Tabela 1. Dados econômicos (produção, receita de vendas, custo de produção, custo fixo e lucro bruto) dos últimos quatro anos (1995-1998). Valores em Reais

Ano	1995	1996	1997	1998
Produção (em Ton.)	198	228	252	264
Preço de venda (R\$/Kg)	1,50	1,30	0,90	0,90
Receita Total (mil R\$)	297	296,4	226,8	237,6
Custo Total em (mil R\$)	207,9	222,3	181,4	191,0
Custo Fixo (mil R\$)	59,4	59,2	45,3	47,5
Custo Variável (mil R\$)	148,	163,	136,	142,
Custo Médio Variável	0,75	0,71	0,54	0,54
Lucro Total (mil R\$)	89,1	74,1	45,3	47,5

Com base nos dados da tabela 1, o grupo trabalhou com as **Funções Matemáticas aplicadas à Economia - a função Linear como Função Receita (R_p), $R_p = p \cdot q$** (Receita Total é igual ao preço vezes a quantidade). O conhecimento dessa função possibilitou ao grupo calcular a receita advinda da venda, uma vez que o preço se manteve estável em cada ano; o rendimento total da empresa é função somente da quantidade vendida. Vejamos o quadro a seguir:

Ano 1995:

- Quantidade vendida (q) = 198 ton
- Preço/kg = R\$ 1,50
- Receita Total $R_p = q \cdot p = 198 \times 1,50 = 297$ (mil R\$)

Ano 1996:

- Quantidade vendida (q) = 228 ton.
- Preço/Kg = R\$ 1,30
- Receita Total = $q \cdot p = 228 \times 1,3 = 296,4$ (mil R\$)

Ano 1997:

- Quantidade vendida (q) = 228 ton.
- Preço/Kg = R\$ 1,30
- Receita Total = $q \cdot p = 228 \times 0,90 = 226,8$ (mil R\$)

⁴ Empresa Estatal ligada ao Ministério da Agricultura.

⁵ Os dados são reais, mas o nome da empresa é fictício, a fim de preservá-la.

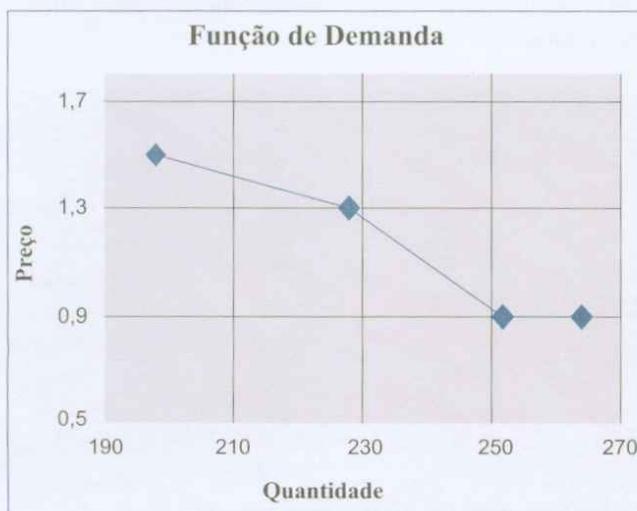
Ano 1998:

- Quantidade vendida (q) = 264 ton.
- Preço/Kg = R\$ 1,30
- Receita Total = $q \cdot p = 264 \times 0,90 = 237,8$ (mil R\$)

Representação Gráfica: Os dados informados permitiram a construção de gráficos para cada ano. Observemos a representação para o ano de 1995:



Eles observaram que houve um considerável aumento nas vendas de um ano para outro. Essa variação foi representada como uma **Função de Demanda**, ou seja, quanto menor o preço, maior a quantidade vendida. Do ponto de vista matemático, trata-se de uma função decrescente. Observemos a análise gráfica feita para o fato:

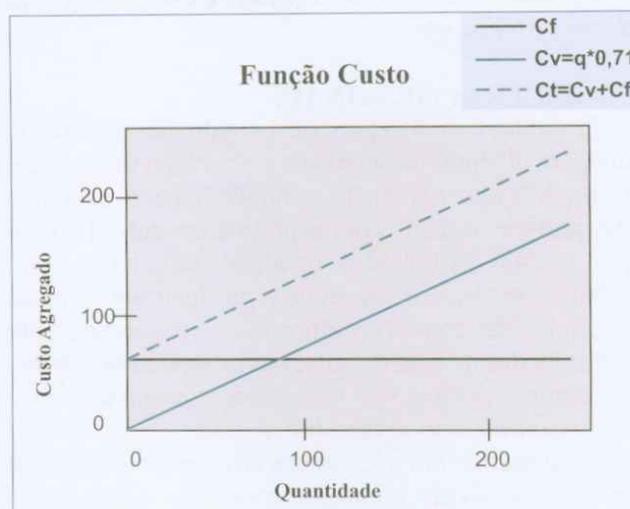


Observaram, ainda, que o preço ficou estável em R\$ 0,90. A análise feita é que, a um preço menor, a atividade se torna economicamente inviável.

O mesmo estudo foi feito para a função **Custo Total** ($C_T = C_v + C_f$). Aqui eles recorreram ao **Custo Médio Variável** (C_{mv}) e ao **Custo Fixo**. O custo Médio

Variável significa o custo de produção de 1Kg de polpa.

Ano de 1996: $C_T = C_v + C_f = 163,02 + 59,28 = 222,3$
 $C_v = q \times p = 228 \times 0,71 = 148,5$
 $C_f = 59,28$



Representação Gráfica:

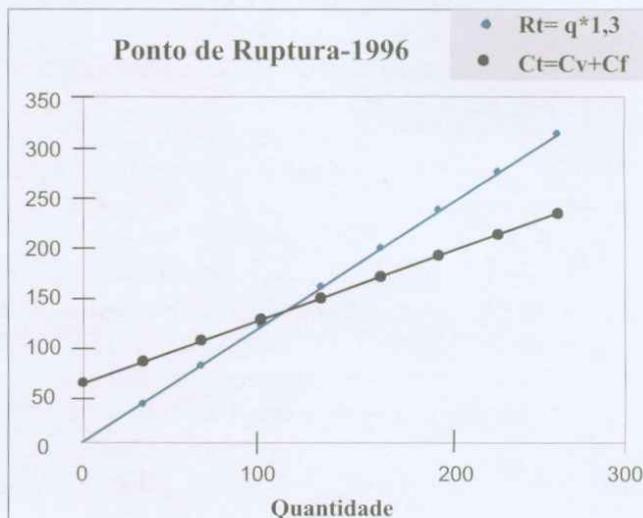
Os dados permitiram também, ao grupo, analisar o **Ponto de Ruptura** (Break Even Point - ponto de equilíbrio em que a empresa não tem nem lucro nem prejuízo). Do ponto de vista matemático significa encontrar o ponto de interseção entre a Função Receita Total e Custo Total.

Pr $\frac{R_T}{R_T} = \frac{C_T}{C_T} = 1,3q = 0,71q + 59,28$

$\Rightarrow q = \frac{59,28}{0,59} = 100,474$

Assim, temos que $R_T = C_T = 1,30 \cdot 100,474 = 130,616$

Portanto o ponto é (100,474;130,616)



Também foi possível apurar o *Lucro Total* obtido nas vendas. Sabendo que o *Lucro Total* é dado pela diferença entre a *Receita Total* e *Custo Total*, matematicamente temos: $L_T = R_T - C_T$

No ano de 1996, o *Lucro Total* obtido foi de R\$ 74,10 (em mil reais).

Os dados coletados junto à empresa permitiram, ainda, ao grupo trabalhar com outras funções matemáticas, como *Receita Marginal*, *Custo Marginal*, *Receita Média*, etc

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, com a experiência conduzida em sala de aula, envolvendo os alunos na elaboração de projetos de modelagem matemática, também pude avaliar e ressignificar minha própria prática docente. Percebi que, quando estimulados, os alunos envolvem-se no trabalho de classe e conseguem produzir até além do esperado. Nas conversas informais ou mesmo durante as atividades de sala de aula, ouvi deles comentários, tais como: "porque não trabalhamos assim antes?"; "a disciplina não é tão difícil assim"; "aprendi a gostar de matemática"; "agora eu consigo enxergar a importância da disciplina, antes eu não conseguia".

Esses comentários fizeram-me refletir sobre que matemática estamos ensinando e para que, bem como sobre a importância do trabalho com modelagem.

A experiência desenvolvida no período citado não integrou nenhum projeto de pesquisa, mas apenas uma tentativa de a professora melhorar o desempenho dos alunos na disciplina, tornando a aula de Matemática em momentos de troca de experiência e criando um verdadeiro ambiente de aprendizagem e crescimento individual e coletivo.

O exemplo aqui referendado me parece uma boa amostra de que o uso da modelagem matemática se constitui em uma ferramenta a ser utilizada quando se deseja despertar nos alunos o gosto pela matemática, sobretudo em disciplinas para não-matemáticos, pois, envolvidos em atividades dessa natureza, eles conseguem produzir uma Matemática mais significativa para eles. Sendo também a modelagem uma forma de compreender e explicar matematicamente situações advindas do mundo real, ela permite trazer para a sala de aula exemplos concretos de situações do cotidiano que podem ser vivenciadas por toda a turma.

Assim, a avaliação que faço da experiência é que foi bastante significativa e leva-me a destacar alguns pontos positivos:

- Permitiu a experimentação e a pesquisa, extrapolando os ditames da sala de aula;
- Promoveu uma maior interação entre os alunos e entre a professora e eles;
- Mostrou-me a necessidade de rediscutir os conteúdos da disciplina - proposta de mudança;
- Abriu-me a possibilidade de aplicar a proposta em outras disciplinas e em outros cursos;
- Mostrou-me que é possível verdadeiramente promover a interdisciplinaridade na sala de aula.

Por fim, com base nesse breve relato, percebo que o trabalho com a Modelagem Matemática pode e deve realmente fazer parte da atividade docente dos professores de matemática, em particular daqueles que se propõem a ministrar disciplinas para não-matemáticos, e, portanto, deixo este estudo como referência para outras experiências em outros contextos.

Referências Bibliográficas

BARBOSA, J. C. – *O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática? Zetetiké, CEPEM-UNICAMP, n.10, v.6, p. 67-86, 1999.*

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica, Interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. *Educação Matemática em Revista*, Ano 5, n. 3, p.63-70, 1997.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G. & HERMINI, H. A., Estabelecendo Critérios para Avaliação do Uso de Modelagem em Sala de Aula: estudo de um caso em um curso de Ciências Biológicas. In: E. K. Fainguelernt, F. C. Gottlieb (Org.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*, Rio de Janeiro: Art Bureau, p.95-113, 1999b.

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da Teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996. 121p.

MAYER, J. F. C. A. *Modelagem Matemática: do fazer ao pensar*. Anais IV ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática. São Leopoldo - RS, p. 67-70, 1998.

SCHEFFER, N. F. *Modelagem Matemática: Uma abordagem para o Ensino-Aprendizagem da Matemática*. *Educação Matemática em Revista* -RS, Nº 1, p. 11-16 1999.

_____. *Modelagem Matemática: uma alternativa para o ensino-aprendizagem da Matemática no meio Rural*. *Zetetiké, CEPEM-UNICAMP, Nº 10, VOL 6, p. 35-56, 1998.*