SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE FRAÇÕES

Following Teaching: a proposal for teaching fractions

Marcos José Pereira Barros

Idemar Vizolli

Welton Barbosa Ribeiro

Resumo

O objetivo deste trabalho é propor a elaboração de uma sequência didática para o ensino de frações, considerando os diferentes significados e as características das quantidades, de modo a melhorar o aprendizado dos alunos no que tange ao conteúdo. Busca-se compreender os diferentes significados de fração, colaborar com o processo de ensino e aprendizagem de matemática e incentivar professores que ensinam matemática a se apropriarem de métodos que ofereçam a aprendizagem. Para tanto organizamos o trabalho em duas etapas: a primeira consiste no levantamento teórico que nos possibilitou a compreensão do conceito de fração e de sequência didática, ao qual nos possibilitou sua elaboração. Na segunda etapa, elaboramos a sequência didática. Os resultados indicam que a utilização de sequência didática como ferramenta metodológica possibilita uma aprendizagem mais significativa.

Palavras-chave: Educação. Educação Matemática. Sequência didática. Ensino e Aprendizagem. Fração.

Abstract

The objective of this work is to propose the elaboration of a didactic sequence for the teaching of fractions, considering the different meanings and characteristics of quantities, in order to improve student learning in terms of content. It seeks to understand the different meanings of fraction, collaborate with the teaching and learning process of mathematics and encourage teachers who teach mathematics to appropriate methods that offer learning. Therefore, we organized the work in two stages: the first one consists of the theoretical survey that allowed us to understand the concept of fraction and didactic sequence, which enabled us to elaborate it. In the second step, we elaborate the didactic sequence. The results indicate that the use of didactic sequence as a methodological tool enables a more significant learning.

Keywords: Education. Mathematics Education. Following teaching. Teaching and learning. Fraction.

Introdução

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o ensino de matemática, "os egípcios já usavam a fração por volta de 3000 a.C. para operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados" (BRASIL, 1998, p. 101). Carvalho (2017) destaca que, naquela época:

> Para que a cobrança dos impostos fosse justa, proporcionalmente ao tamanho de cada terra, o rei ordenou que fossem realizadas novas medições. A unidade de medida utilizada pelos medidores, também chamados de "esticador corda", era o cúbito ou côvado, proveniente da distância entre aponta do dedo médio e o cotovelo do faraó, o que equivale hoje a aproximadamente 45 centímetros. Para o registro e utilização dessas unidades de medidas utilizavam-se cordas. Nelas haviam diversos nós e a distância entre eles equivalia ao côvado. Para realizar a medição, os esticadores extraiam as medidas do contorno do terreno, podendo saber quantas vezes o côvado cabia nesse contorno (CARVALHO, 2017 p. 21).

Como a matemática, as frações também emergiram da necessidade de o homem resolver problemas cotidianos. "Da mesma maneira, o conteúdo de fração também é oriundo de apreensões sensíveis da realidade" (BARROS, 2018, p. 30).

Nesse sentido, o uso de problemas, que envolve situações corriqueiras do dia a dia, é mais do que válido para que o ensino de frações se torne bastante eficiente. Ao contrário, conteúdos obsoletos, fora da realidade dos alunos, se tornam ainda mais desestimulante.

Nunes (2009), Merlini (2005), Barros (2018), Carvalho (2017) apontam as principais dificuldades no aprendizado de frações e consideram este tema como um dos mais difíceis, tanto para estudantes quanto para professores.

No tocante ao ensino de frações, há fatores indicativos do insucesso, como a "ênfase exagerada em procedimento e logaritmos, e uma forte tendência para introduzir esse conceito como base no significado parte-todo" (MERLINI, 2005, p. 2). Para Merlini (2005), alunos possuem determinadas habilidades em algumas operações, porém, na maioria dos casos, é uma falsa impressão, pois muitos só reproduzem cópias dos exemplos dados. É o chamado "fazer por fazer", sem levar em conta o "saber fazer".

Por sua vez, os PCN (BRASIL, 1998, p. 111) apontam dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de frações.

> • um deles está ligado ao fato de que cada Número Racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}\ e\ \frac{4}{12}$ são diferentes representações de um mesmo número;
> • outro diz respeito à comparação entre frações, pois acostumados com a relação $3 > 2$, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;
> • se, ao multiplicar um Número Natural por outro natural (sendo esse diferente de 0 ou 1), a expectativa era a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$, ficarão surpresos ao ver que o resultado é menor do que 10;
> • se a sequência dos Números Naturais permite falar em sucessor e antecessor, com frações isso não faz sentido, uma vez que entre duas frações quaisquer é sempre possível encontrar uma outra.

Barros (2018) destaca que as dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem de fração está relacionada com sua abordagem pelo professor e o desinteresse dos alunos em relação à matemática abstrata e fora de contexto. "As dificuldades na aprendizagem desse conceito estão relacionadas às abordagens metodológicas de ensino, à falta de interesse dos estudantes quanto aos conteúdos matemáticos e à descontextualização do conceito de fração com situações concretas" (BARROS, 2018, p. 28).

Merlini (2005) destaca que ensinar fração sem considerar seus significados (parte-todo, número, quociente, medida e operador multiplicativo), gerará uma deficiência quando for apresentado aos estudantes problemas envolvendo número e medida, por exemplo. Barros (2018), ressalta que existe uma grande tendência de professores permanecerem na zona de conforto, ensinando exatamente como está no livro didático, sem nenhum tipo de adaptação, ocasionando a falsa impressão de aprendizagem.

Do mesmo modo, Cavalcanti e Guimarães (2008) destacam que a:

> Abordagem de fração nos livros didáticos ainda está voltada para a ideia de parte/todo e poucas são as pesquisas existentes sobre a abordagem dos significados de fração. Os autores afirmam, ainda, que os LD não abordam todos os significados desse conteúdo; o significado de medidas, por exemplo, é o que menos aparece nos livros mesmo sendo um significado intuitivo presente em nosso meio desde há muito tempo. (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2008, *apud* BARROS, 2018, p. 36).

Lima (2014) afirma que os cincos significados de fração são comuns no ambiente escolar, porém alguns não são tratados com a mesma ênfase, ou são até mesmo suprimidos.

> Esses cinco significados para os números fracionários são os mais comuns no ambiente escolar. Entretanto os livros didáticos, em geral, suprimem alguns destes significados, priorizando outros. Como exemplo, os significados de número e quociente são pouco

> abordados nos livros didáticos, promovendo assim a ausência destes significados no planejamento das aulas por professores que desconhecem o significado ou por não possuírem material didático que possam auxiliá-lo (LIMA, 2014, p. 22).

Nunes *el at.* (2009) destaca que

> Muitas vezes na vida diária evitamos o uso de frações – por exemplo, exprimindo medidas somente em termos de inteiros, como "um metro e setenta centímetro". Isso significa que a escola tem um papel significativo sobre o desenvolvimento dos conceitos matemáticos dos alunos ao estimular o uso de representações fracionárias, uma vez que as oportunidades fora da escola podem ser reduzidas (NUNES *et al.*, 2009, p. 166).

A compreensão do conceito de fração não é tão trivial, tanto para professores quanto para os estudantes. Conforme abordamos, é fundamental que se considere os significados parte-todo, número, medida, operador multiplicativo e quociente, caso contrário, gerará lacunas na aprendizagem, como foi verificado por Merlini (2005).

Significados de Fração

É fato que os números fracionários estão muito presente no dia a dia. Exemplo disso ocorre quando nos referimos a metade de um bolo, quando vamos ao posto de gasolina e o frentista pergunta se é para completar o tanque e você só tem dinheiro para a metade, ou quando nos referimos ao cano de $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ de polegadas entre outros.

Para definir o que é uma fração, traremos inicialmente seu significado segundo o dicionário Michaelis[1] temos.

> **fração** [sf] 1 Ação de dividir algo em partes; divisão. 2 Parte ou partes de um todo; parte, pedaço, porção. 3 MAT: Número que exprime uma ou várias das partes menores em que se dividiu uma unidade ou um inteiro. 4 MAT: Quociente indicado de dois números inteiros representado numericamente. 5 QUÍM: Parte de uma mistura resultante de qualquer processo químico de separação, como a destilação, a absorção etc. Fração decimal, MAT: aquela cujo denominador é igual a 10 ou a uma potência de 10 (10, 100, 1.000 etc.). Fração imprópria, MAT: aquela cujo numerador é maior ou igual ao denominador. Fração própria, MAT: aquela cujo numerador é menor que o denominador. (MICHAELIS, dicionário, 2019).

Nota-se, portanto, que o conceito de fração está ligado a vários significados, como dividir, parte de um todo, representação numérica, parte de uma mistura que nos remete a parte de uma medida. Nesse sentindo, Merlini (2005), destaca cinco significados de frações: *Parte-todo, número, Quociente, Operador multiplicativo* e *medida*.

De acordo com a autora, o significado parte-todo é o mais abordado nos livros didáticos e explorado pelos professores para conceituação de fração, usando exemplo como: *João ganhou uma pizza, dividiu em oito pedaços iguais, comeu 5 e deu 3 para Marli desses pedaços. Qual é a fração que representa a quantidade de pizza que João comeu?* Assim, "a ideia presente nesse significado é a da partição de um todo (contínuo ou discreto) em n partes iguais e que cada parte pode ser representada como $\frac{1}{n}$" (MERLINI, 2005, p. 28). Contudo:

> Em outros termos, considera-se um todo (contínuo ou discreto) organizado em partes iguais/equivalentes, em que se faz uso do procedimento de dupla contagem que nos permite chegar a uma representação correta de determinada situação. Esse procedimento consiste em considerar o "todo" (denominador) e tomar algumas partes deste (numerador) (BARROS, 2018, p. 74).

A despeito da maioria das frações poderem ser representadas na lógica do "parte-todo", Barros (2018), adverte que se a abordagem considera somente este significado gerará uma lacuna no

[3] Dicionário Michaelis, em sua versão *on-line*.

aprendizado desse conceito que será percebido ao longo da vida acadêmica. Assim, a abordagem desse conteúdo de considerar outros significados.

Em relação ao significado número, o mesmo é considerado trivial, porém pouco abordado, gerando baixo índice de compreensão. Isso se deve a pouca exploração e abordagem na educação básica. Tal afirmação é comprovada pela análise do trabalho de Merlini (2005), em que o significado "número" foi responsável pelo pior desempenho, tendo um percentual de apenas 2% de acerto.

Para Barros (2014, p. 78), "esse significado se refere ao fato de que a fração, da mesma maneira que os números inteiros, não precisa necessariamente remeter a uma determinada quantidade (contínua ou discreta)". Por exemplo, o número decimal 0,8 que corresponde a fração $\frac{8}{10}$ ou $\frac{2}{5}$ que corresponde a $0{,}4$, e assim por diante. Nesses casos, "existem duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal" (MERLINI, 2005, p. 27).

Barros (2018, p.77) ilustra, nos exemplos a seguir, o significado "número" em dois exemplos: 1) *Represente na reta numérica os números:* $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ *e* $\frac{3}{2}$. 2) *Compare os números fracionários em* (*maior que),* (*menor que) ou* (*igual a). (a)* $\frac{1}{2}$ *e* $\frac{2}{3}$*; (b)* $\frac{3}{4}$ *e* $\frac{1}{4}$*; (c)* $\frac{1}{2}$ *e* $\frac{5}{10}$. Diante disso, destaca que:

> Frente a esses problemas, os sujeitos devem compreender que todas as frações $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{2}; \frac{3}{4}; \frac{1}{4}; \frac{5}{10}\right)$ são números (significado) e não se tratam apenas da sobreposição de dois números inteiros (numerador e denominador). Ainda, deverá perceber que cada um desses números representa um ponto sobre a reta numérica. (BARROS, 2018, p. 77).

Portanto, segundo Barros (2018), isso mostra que existem infinitos números entre duas frações e que cada um tem seu lugar na reta numérica, com abordagem adequada pelo professor, não é difícil fazer com que os alunos compreendam esse conceito de fração.

Quanto ao significado medida, Nunes (2003, *apud* CARVALHO, 2017 p. 32), afirma que:

> Algumas medidas envolvem fração, por se referirem a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Por exemplo, a probabilidade de um evento é medida pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais trabalhamos são fracionários.

Assim, esse significado está ligado à identificação de quantas vezes uma unidade "cabe" em outra e que fração corresponde a essa comparação (BARROS, 2018). A lógica desse significado está na comparação entre duas variáveis ou eventos. "A probabilidade de um evento é medida pelo quociente do número de casos favoráveis, dividido pelo número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais trabalhamos é fracionária". (MERLINI, 2005, p. 29).

Para melhor compreensão, apresentamos dois exemplos: 1) *Para fazer um suco de morango, Fred usar 3 medidas de polpa dessa fruta para 5 de água. Qual a fração que representa a quantidade de polpa de morango?* Aqui, tanto a quantidade de água quanto a de polpa de fruta são expressas por uma medida (significado), e o resultado é obtido pelo quociente entre as medidas de polpa (03) e a quantidade total de medidas (08). Ao fazer o suco, deve-se considerar, ainda, que para 3 medidas de polpa de fruta tem-se 5 medidas de água, assim a receita é medida por meio da razão 3 para 5 que podemos representar como sendo $\frac{3}{5}$ ou, 5 para 3 $\left(\frac{5}{3}\right)$; 2) *Dona Maria levou para vender na feira diversa frutas. Em uma caixa ela colocou 7 mangas, 5 abacates e 3 goiabas. Qual a fração que representa a quantidade de abacates nessa caixa?* Nesse caso, tem-se que a quantidade total das partes (16) é obtido pela reunião das três $(8 + 5 + 3 = 15)$, em que o resultado da situação problema é expresso por uma medida (significado) por meio da razão entre o número de abacates (05) e o total de frutas dentro da fruteira (15); ou seja, pela fração $\left(\frac{5}{15}\right)$ ou simplificado $\frac{1}{5}$.

No significado quociente, a fração representa uma divisão, assim como seu resultado, em que o numerador representa uma variável e o denominador outra, como no exemplo: *Marília comprou um pote de sorvete para dividir igualmente entre seus 3 irmãos. Que quantidade de sorvete cada irmão vai ficar?* Temos um pote de sorvete que representa o numerador (todo), dividido para três irmãos que representa o denominador, logo a resposta seria $\frac{1}{3}$. "Isso significa que conhecido o número do grupo a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo" (MERLINI, 2005, p. 30).

De acordo com Merlini (2005), o significado "quociente" está presente nas situações em que a operação de divisão se torna uma estratégia eficaz na resolução de uma determinada situação problema, como no exemplo anterior.

Referente ao significado Operador Multiplicativo, a fração equivale a uma constante com função de modificar a quantidade ou o número. Ou seja, "a representação de uma ação que se deve imprimir sobre um número ou uma quantidade, transformando seu valor nesse processo" (MERLINI, 2005, p. 31). Diante disso, tem-se que "o significado *operador multiplicativo* está associado ao papel de transformação" (BARROS, 2017, p. 80).

Por exemplo, e*m uma jarra contendo 1000ml de suco, Marcos bebeu 1/4 do líquido da jarra. Quantos ml de suco Marcos bebeu?* Nesse caso, temos o fator modificador que é a fração $\frac{1}{4}$ aplicado a quantidade de líquido 1000 ml, a qual obtemos um valor de 250 ml. Para essa solução, temos, pelo menos, duas maneiras de resolvê-la: (a) dividindo 1 por 4 e multiplicado o resultado por 1000 $\left(\frac{1}{4} = 0{,}25;\ então\ 0{,}25x1000 = 250\right)$; (b) multiplicando $1x1000 = 1000$, e dividindo o resultado por 4, então $(1000/4\ =\ 250)$.

Características das quantidades

As quantidades apresentam quatro características principais: contínuas, discretas, extensiva e intensiva. As quantidades contínuas "são aquelas divididas exaustivamente sem necessariamente perderem suas características" (CARVALHO, 2017, p. 33). As unidades convencionais como 2 metros, 5 quilos, etc. se enquadram nas quantidades contínuas (MERLINI, 2005).

"As unidades convencionais, como o comprimento de uma mesa, o peso de algum objeto, a quantidade de água em uma limonada, por exemplo, são características de quantidades contínuas" (BARROS, 2018, p. 83). Para Nunes (2009), as quantidades contínuas podem ser divididas infinitas vezes e não perdem suas características. Por exemplo, ao dividimos uma barra de chocolate por várias vezes ela continuará sendo chocolate, assim como as unidades convencionais, como o metro e o quilo.

Em relação às quantidades discretas, Barros (2018, p. 82) assevera,

> Entende-se, portanto, que quantidade discreta é um conjunto de objetos de mesma natureza (ou unidades naturais) que, mesmo depois de realizar algum tipo de operação matemática, continuam sendo da mesma natureza inicial, formando novo conjunto ou subconjuntos. Em outros termos, dizem respeito a um conjunto de objetos idênticos, que representam um único todo, e o resultado da divisão deve produzir subconjuntos com o mesmo número de unidades.

Considere como exemplo: *tem-se um conjunto de bolas de gude, no total de 25, e deseja-se dividir igualmente entre 5 meninos. Quantas bolas de gude cada um vai ficar?* Na situação em tela, a quantidade de bolas que cada menino ficou são subconjuntos, com as mesmas características. Neste caso, estamos nos referindo a uma unidade natural, porque bolinha de gude é um objeto de quantidade discreta.

Nunes *et at*. (2009, p. 120), nos apresenta a situação: "três tijolos, expressa a comparação entre uma unidade, o tijolo, e outra quantidade da mesma natureza, uma pilha de tijolos". Nesse exemplo, quando fazemos comparação entre quantidade de mesma natureza (três tijolos), com uma pilha de tijolos, na lógica "parte-todo", estamos tratando de quantidade extensiva.

> A maioria dos números que usamos em nossa vida cotidiana e

> na sala de aula refere-se a uma quantidade. Quando dizemos “três quilos”, “três metros”, “três botões”, por exemplo, estamos nos referindo a quantidade extensivas. Uma forma simples de pensarmos em quantidade extensiva é pensar no número 3, nos exemplos acima, como um indicador de quantas unidades temos (NUNES, 2005, p. 120).

As quantidades extensivas são de mesma natureza e baseiam-se na lógica “parte-todo”, ou seja, têm amparo no princípio “aditivo”. Já as quantidades intensivas baseiam-se no princípio “multiplicativo” e se trata da relação entre duas quantidades de natureza diferente. Ou seja, “as medidas baseadas na relação entre duas quantidades diferentes são medidas de quantidades intensivas” (NUNES *et al.*, 2009, p. 148)

Analisemos duas abordagens distintas a fim de exemplificarmos características intensivas e extensivas: (1) *Consideremos uma jarra e tomemos dois recipientes menores (ambos estão com suco de laranja) com capacidades de 80 ml e 20 ml, respectivamente, e colocamos tudo na jarra de suco. Qual a quantidade de suco na jarra?* (2) *“Temos suco de laranja com 80% de suco concentrado numa vasilha e 20% em outra. Colocamos tudo numa vasilha maior. Qual a concentração do suco na vasilha maior?”* (NUNES *et al.*, 2009, p. 122).

Em (1), tem-se que a soma das partes formam o todo, ou seja $20 + 80 = 100$, que é a quantidade total de suco na jarra. As quantidades estão relacionadas, exclusivamente, com o suco que é de mesma natureza, logo trata-se de quantidade extensiva. Já em (2), percebemos que não é possível somar as quantidades $20 + 80$ e termos 100% da concentração de suco na vasilha maior. Logo estamos tratando de quantidades intensivas.

Barros (2018), nos apresenta um quadro relacionando as quantidades contínuas e discretas, intensiva e extensiva.

Quadro 1: Relação entre quantidades discretas e contínuas, intensivas e extensivas

Quantidades	Intensivas	Extensivas
Contínuas	No preparo de um suco de laranja foram utilizados 2 copos de suco concentrado e 1 copo de água. Qual a fração que representa a quantidade de suco concentrado e de água nesse preparo?	$\frac{3}{5}$ de uma estrada corresponde a 75 km. Qual a distância da estrada?
Discretas	No preparo de um litro e meio de suco, foram utilizadas 3 partes de água e 2 partes de polpa de fruta. Qual a fração que representa a quantidade de água no suco?	Numa fruteira encontram-se 4 maçãs e 6 laranjas. Qual a fração que representa a quantidade de maçãs da fruteira?

Fonte: Barros (2018, p. 86)

Ainda sobre as quantidades intensivas, Nunes (2005, p. 152) destaca que podem ser representadas de duas formas: razão ou fração. Assim, dispõe que:

> Podemos distinguir dois tipos de quantidades intensivas. Em algumas delas, as duas unidades diferentes estão combinadas, formando um todo. Por exemplo, quando misturamos suco concentrado e água, estamos formando um todo. Nesse caso, podemos escrever a concentração de suco de duas maneiras: 2 copos de suco concentrado para cada copo de água; ou $\frac{2}{3}$ de suco concentrado e $\frac{1}{3}$ de água. A primeira concentração é expressa na forma de uma razão; a segunda é expressa em forma de uma fração. Observe que a razão é 2 para 1; a fração é expressa na mesma relação, porém usando $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{3}$.

Por se tratar de dois números de natureza diferente, necessariamente devem ser representados na forma de razão ou fração. Porém, nem todos podem ser representados por razão ou fração. Para isso, as misturas devem se dissolver, formando uma outra, como, por exemplo, misturar uma quantidade de cimento com uma certa quantidade de areia para fazer um piso, na qual podemos observar que é impossível separar novamente e obter as duas misturas iniciais. Já em uma situação em que temos que comparar preço por quilo de frutas, como, por exemplo, dois reais por um quilo de manga, fica sem sentido fazer 2 por 1, na forma de fração (2/1); já na forma de razão 2 para 1 convém.

Sequência Didática

No seu significado literal, a palavra "sequência" significa "ato ou efeito de seguir; continuação de algo iniciado; prosseguimento, seguimento; série de acontecimentos que se sucedem ininterruptamente ou a pequenos intervalos"; e "didática" é a "técnica ou arte de ensinar, de transmitir conhecimentos. Portanto, entendemos a Sequência Didática (SD) como um conjunto de atividades planejada metodologicamente com o objetivo de aprendizagem de um determinado conteúdo.

Oliveira (2013) relata que a SD começou a ser implantada na França com o intuito de propor um ensino menos degradado, a fim de melhorar o ensino da língua francesa, ainda em 1980. Já no Brasil, esse método de ensino começou a ser implantadas somente no ano de 1992, após publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), para o ensino da língua portuguesa.

Segundo Oliveira (2013, p. 3) SD

> É um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem.

Para Zabala (1998, p. 18), trata-se de "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores quanto pelos alunos". Nesse sentido, Borges Neto (2004) trata a SD como Sequência Fedathi (SF), em que o aluno é o protagonista no seu processo de ensino e aprendizado. "Nesse processo, o docente deve levar em conta as experiências vivenciadas pelos alunos e seus conhecimentos anteriores acerca das atividades desenvolvidas" (SOUZA, 2013, p. 18).

> Na Sequência Fedathi no ensino de matemática, o papel da transposição didática está presente ao se propor ao aluno que o mesmo tenha uma experiência significativa de ensino, através de uma experiência matemática significativa. Deste modo, o saber matemático não é estruturado apenas como produção intelectual, mas sim, como uma estrutura cultural que envolve a própria compreensão e os significados do que é ser um matemático; neste aspecto, todo saber proposto ao estudante é contextualizado pelo professor com base na comunidade do saber acadêmico. (BORGES NETO *et al*., 2004, p. 4)

Segundo Souza (2013, p. 61), a SF se constitui em quatro fases, a saber:

> 1) **Tomada de Posição** – Apresentação do problema. A abordagem do problema poderá ser feita de variadas formas.
> 2) **Maturação** – Compreensão e identificação das variáveis envolvidas no problema. Esta etapa é destinada à discussão entre o professor e o aluno a respeito do problema em questão.
> 3) **Solução** – Representação e organização de esquemas/modelos que visem a solução do problema. Os alunos deverão organizar e apresentar modelos.
> 4) **Prova** – Apresentação e formalização do modelo matemático a ser ensinado. O professor precisará fazer uma conexão entre os modelos apresentados pelos alunos e o modelo matemático científico; deverá introduzir o novo saber através de sua notação simbólica em linguagem matemática.

Zabala (1998) destaca que as relações estabelecidas a partir das atividades definem o papel, de cada agente do ensino e aprendizado, professor e aluno, sendo a sequência didática um facilitador desse evento. Nesse mesmo sentido "as sequências didáticas figuram como um importante instrumento para o processo de ensino e aprendizagem do conceito de fração" (BARROS, 2018, p. 92). Ainda, de acordo com Zabala (1998, p. 63),

> A aprendizagem é uma construção pessoal que cada menino e cada menina realizam graças à ajuda que recebem de outras pessoas. Esta construção, através da qual podem atribuir significado a um determinado objeto de ensino, implica a contribuição por parte da pessoa que aprende, de seu interesse e disponibilidade, de seus conhecimentos prévios e de sua experiência. Em tudo isto desempenha um papel essencial a pessoal especializada.

Para que o uso da SD se torne significativo deve-se perceber se as atividades contemplam os seguintes questionamentos:

> a) que nos permitam determinar os *conhecimentos prévios* que cada aluno tem em relação aos novos conteúdos de aprendizagem?
> b) cujos conteúdos são propostos de forma que sejam *significativos e funcionais* para os meninos e as meninas?
> c) que possamos inferir que são adequadas ao *nível de desenvolvimento* de cada aluno?
> d) que representem um desafio alcançável para o aluno, quer dizer, que levem em conta suas competências atuais e as façam avançar com a ajuda necessária; portanto, que *permitam criar zonas de desenvolvimento proximal* e intervir?
> e) que provoquem um *conflito cognitivo* e promovam a atividade mental do aluno, necessária para que estabeleça relações entre os novos conteúdos e os conhecimentos prévios?
> f) que promovam uma *atitude favorável*, quer dizer, que sejam motivadoras em relação a aprendizagem dos novos conteúdos?
> g) que estimulem a *autoestima* e o *autoconceito* em relação as aprendizagens que se propõe, quer dizer, que o aluno possa sentir que em certo grau aprendeu, que seu esforço valeu a pena?
> h) que ajudem o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o *aprender a aprender*, que lhe permita ser cada vez mais autônomo em suas aprendizagens? (ZABALA, 1988, p.63-64).

Segundo Zabala (1998), as Sequências Didáticas precisam contemplar conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais de maneira equilibrada. O autor não nos fornece uma "receita pronta" para a construção de uma SD, nos afirmando que não é possível definir se uma determinada SD é melhor outra.

Neste trabalho, nos aproximamos do que Zabala (1998) entende por SD e concebemos conforme Barros (2018, p. 103-104) ao caracterizar "como conjunto de atividades, compostas de tarefas, organizadas, estruturadas e ordenadas passo a passo sobre determinado conteúdo, em que tanto estudantes quanto professores conhecem os objetivos que devem ser alcançados".

Proposta de sequência didática para o ensino de fração

A Sequência Didática, a seguir, considera os cincos significados e as características das quantidades. A mesma foi construída visando estudantes do ensino fundamental e ensino médio. A SD, apresenta quatro atividades: (1) consiste em um diagnóstico com o objetivo de verificar o que os estudantes sabem sobre fração; (2), (3) e (4) são compostas de atividades voltadas para conceituação de fração; há ainda uma atividade avaliativa a final.

Entendemos que a proposta de SD pode ser desenvolvida individualmente ou em grupo, sendo necessário que, ao término de cada atividade, os grupos possam fazer uma apresentação de como resolveram as tarefas. Nesse momento, o foco é trabalhar com a socialização das atividades por parte dos alunos, momento em que o professor pode também fazer algumas considerações a respeito dos conceitos e dos significados de fração, ao mesmo tempo em que os alunos expõem suas dificuldades.

A *Atividade 01* inicia com perguntas básicas, cujo objetivo é diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes com relação ao conteúdo de fração.

Quadro 2: Atividade 01 Diagnóstica

Atividade 01 – Questionário
Tarefa 01 (a) O que você entende por fração? (b) Em que locais podemos encontrar fração? (c) Pesquise no dicionário e responda o que é fração? (d) Pesquise na internet e responda o que é fração? (e) Pesquise no livro didático e responda o que é fração? (f) Dê exemplos de frações e o que significa cada parte delas.

Fonte: Elaborado pelos autores

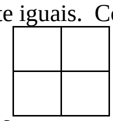
Na *Atividade 02*, tem-se como objetivo trabalhar exclusivamente com quantidade “contínua” (intensiva e extensiva), a fim de levar os alunos a percebê-las, através de suas manipulações e pela orientação adequada do professor. Essa atividade contempla: (a) o significado “parte-todo”, ou seja, como a partição de um todo em *n* partes iguais, em que cada parte pode ser representada como 1/n; (b) o significado “quociente”, isto é, a fração indicando uma divisão ou o seu resultado; (c) o significado “número”, ou seja, sendo a localização de um ponto sobre a reta numérica; (d) o significado “medida”, isto é, que a fração pode ser vista a partir da relação entre duas grandezas e; (e) o significado “operador multiplicativo”, isto é, a fração sendo um valor escalar aplicado a uma quantidade.

Quadro 3: Atividade 02 envolvendo quantidades contínuas

Atividade 02 – Quantidade Contínua (intensiva e extensiva)

Orientação: Para iniciar a atividade, é preciso uma folha A4, lápis e borracha, para que os alunos manipulem o material, sendo que, desse modo, eles se tornem sujeitos ativos no processo de ensino e consiga uma melhor compreensão dos conceitos de fração, levando em conta seus diferentes significados e característica das quantidades.

Tarefa 02:
Pede-se para aos alunos desenhar um quadrado ou um retângulo no papel A4, utilizando-se de uma régua e lápis, depois pede-se a eles que dividam a figura em 4 parte iguais. Como mostrado na figura abaixo:



Chama-se a atenção dos alunos para as seguintes questões:

Pergunta 1: Que fração representa a divisão da figura e o que significa cada parte da fração (numerador e denominador)?
Pergunta 2: Que fração representa essa parte pintada em relação as 4 partes (todo) e o que significa cada parte (numerador e denominador)?
Pergunta 3: Quantas bolinhas teremos em cada parte menor? E se multiplicar $\frac{1}{4}$ por 14, qual será o resultado?
Pergunta 4: Para se obter uma outra figura igual à da tarefa “2”, levando em consideração as partes pintadas e as não pintadas, qual a fração que representa a parte pintada em relação a figura? E em relação a parte sem pintar?

O desafio do professor nessa tarefa é fazer com que os alunos percebam que mesmo sendo o mesmo resultada da tarefa 2, a fração $\frac{1}{4}$ aqui representa uma medida; ou seja, para uma figura dividida em 4 partes, uma delas deve ser pintada ou para uma parte pintada tem-se 3 sem pintar. Com isso, através da orientação do professor, o aluno venha a aperceber a fração com significado “medida” e característica de quantidade continua e extensiva.

Fonte: Elaborado pelos autores

Ao realizar a Pergunta 01, espera-se que não haja dificuldade em assimilar a divisão de 1 por 4 na forma de fração $\frac{1}{4}$. Na sequência, pede-se para que os estudantes destaquem uma parte da figura e o professor lança mão da Pergunta 02.

Nesse item, trouxemos o significado “parte-todo” na representação de quantidade contínua e extensiva. Da mesma forma que Pergunta 01, espera-se que não haja dificuldade em representar a fração, porém o professor deve se atentar, no momento em que os alunos estiverem explanando sobre o que significa cada parte, para definir e exemplificar a fração com significado “parte-todo”, bem como relacionar numerador e denominador.

Em seguida, salientar que um quadrado menor corresponde a $\frac{1}{4}$ da figura; solicitar para que façam uma reta numérica com intervalo de 0 a 2 e coloquem o $\frac{1}{4}$ na posição correta. Espera-se que os estudantes façam suas manipulações e cheguem à conclusão de que uma fração pode ser representada como "número" e, ainda percebam que não necessariamente está relacionado a uma quantidade. Posteriormente, o professor fará as intervenções necessárias no que se refere a possíveis equívocos no processo e mostrará as soluções corretas.

Dando prosseguimento a atividade, apresenta-se a situação: *distribua (desenhando) na figura 12 bolinhas iguais, de modo que cada parte fique com a mesma quantidade de bolinhas*. Na sequência, o professor realizar a Pergunta 03. Objetiva-se que, através de suas próprias deduções e com o auxílio do professor, o aluno perceba o significado de fração como operador multiplicativo, ao multiplicar $\frac{1}{4}$ por 12 e obter o 3 como resultado, e que cada parte, ao serem somadas, formam o todo. Nessa questão, é preciso que o professor dê o suporte sempre que perceber a necessidade, levando os alunos a alcançarem a solução para o problema apresentado.

Assim como na Atividade 02, pretende-se que os estudantes percebam na Atividade 03 os cinco significados de frações: *parte-todo, número, medida, operador multiplicativo* e *quociente*. Nesta atividade, o foco é nas quantidades *discretas* (extensiva e intensiva).

Quadro 4: Atividade 03 envolvendo os cinco significados de fração

Atividade 03 – Significados de fração
Tarefa 01: Temos três bolos e desejamos dividi-los entre duas pessoas. Faça a fração que representa essa divisão. **Pergunta 1:** Como se chama a parte de cima e a parte de baixo dessa fração? **Pergunta 2:** Dividindo os mesmos 3 bolos por 4 pessoas qual a fração agora? **Tarefa 02:** Em uma caixa de frutas, temos um total de 9 frutas, sendo 6 abacates e 3 mangas. **Pergunta 1:** Qual a fração que representa a quantidade de mangas em relação ao total de frutas? **Pergunta 2:** Qual a fração que representa a quantidade de abacates em relação ao total de frutas? **Pergunta 3:** Se eu desejar 1/3 dessas frutas, quantas frutas eu vou ter? (Operador multiplicativo) **Pergunta 4:** Levando em consideração a relação manga e abacate, qual a fração que representa a quantidade de manga e abacate? **Pergunta 5:** Em relação a caixa de frutas, qual a fração que representa a quantidade de mangas em relação ao total de fruta? **Pergunta 6:** Se eu quiser dividir todas as frutas entres 8 pessoas represente por fração. **Pergunta 7:** Se dividir as mangas por 6 pessoas, qual a fração que representa essa divisão? **Pergunta 8:** Faça uma reta numérica e coloque as frações $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{9}{8}$. Corretamente.

Fonte: Elaborado pelos autores

Diante dessa atividade, é oportuno destacar algumas observações: prevalece situações envolvendo as quantidades discretas; nas perguntas 1 e 2 da Tarefa 02, tem-se frações com significado "parte-todo" e quantidades discreta e extensiva, uma vez que considera a variável "frutas"; na pergunta 3, desenvolve-se o significado "operador multiplicativo" com quantidade discreta e extensiva.

Espera-se que os estudantes encontrem dificuldades no desenvolvimento das tarefas. Possivelmente, haverá confusão entre numerador e denominar, bem como o total de frutas, como, por exemplo, na questão 5. Poderão fornecer como solução as frações $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$, quando deverá ser $\frac{3}{9}$ ou $\frac{1}{3}$, considerando apenas a relação entre duas frutas, não levando em conta o total de nove frutas.

Quadro 5: Atividade 04 envolvendo diferentes significados de fração

Atividade 04 – Diferentes significados de frações

Tarefa 01: Analise o retângulo abaixo e responda:

A	B	C

Pergunta 1: Qual a fração que representa toda a área do retângulo?
Pergunta 2: Qual a fração que representa a área que contém a letra A, em relação ao retângulo?
Pergunta 3: Qual a fração que representa as áreas A e B em relação ao retângulo?

Tarefa 02: Faça uma reta numérica com espaços de um centímetro entre os números inteiros, começando de -2 a 2. Plote na reta que você desenhou os números $\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{3}{3}, \frac{4}{2}$.

Tarefa 03: Luiz fez uma torta de maçã e a dividiu em 8 pedaços iguais e chamou mais 3 amigos para comê-la, considerando-se que a torta foi dividida igualmente entre Luiz e seus amigos, responda:
Pergunta 1: Qual a fração que corresponde a divisão da torta?
Pergunta 2: Qual a fração que correspondente a quantidade que cada um comeu?
Pergunta 3: $\frac{1}{4}$ corresponde a quantos pedaços da torta?

Tarefa 04: Rafael possui um conjunto de bolas de gude, sendo 10 vermelhas e 15 verdes. (Significado medida, quantidades discretas extensiva):
Pergunta 1: Qual a fração que representa a quantidade das bolas vermelhas em relação ao conjunto de bolas de gude?
Pergunta 2: Qual a fração que corresponde a quantidade de bolas verdes em relação ao total?
Pergunta 3: Qual a fração que representa a quantidade de bolas verdes em relação as vermelhas?

Tarefa 05: Em uma urna tem 2 bolas verdes e 1 branca idênticas em termos de forma, qual a chance de se retirar por acaso uma bola branca em uma única tentativa? Qual a fração que representa essa probabilidade?

Tarefa 06: Martins adora tomar leite com café misturados, para que seu café com leite tenha um gosto agradável ele usa 1 medida de café em solução para 3 medida de leite. Qual a fração que representa a quantidade de café em relação ao leite?

Tarefa 07: O trecho da BR 153, entre as cidades de Araguaína e Wanderlândia, mede 50 quilômetros. Marinho fez uma caminhada de $\frac{1}{5}$ desse trecho, quantos km ele caminhou?

Fonte: Elaborado pelos autores

O objetivo da Atividade 04 é enfatizar os diferentes significados de fração e as características das quantidades (contínua ou discreta, extensiva ou intensiva). Enfatizamos ser possível que os alunos cometam alguns equívocos, por falta de atenção ou não assimilação do conteúdo que trata de quantidades discretas. Os estudantes podem inverter o numerador e denominador na Tarefa 04 cuja solução seria $\frac{10}{25}$, ou correlacionar as bolas vermelhas com as verdes, com a representação $\frac{10}{15}$.

A Tarefa 05 remete ao significado "medida" e "quantidade discreta" por se tratar de objeto e "intensiva" por estar relacionando duas quantidades de natureza diferentes, bolas de gude e tentativa. A Tarefa 06 remete ao significado "medida", porém com quantidade contínuas, porque existe a mistura café com leite que se torna homogênea e intensa, por se tratar de natureza distinta (NUNES, 2009).

A situação apresentada na Tarefa 07 remete ao significado "operador multiplicativo" e "quantidades contínua e extensivo". Espera-se que os alunos já saibam lidar com esse tipo de problema e venham a resolvê-lo sem muita dificuldade. Contudo, é possível que, diante de uma eventual dificuldade, o professor oriente e sugira que retomem às atividades anteriores para encontrar meios de resolvê-la.

A seguir apresentamos um quadro de como foi distribuindo as questões das atividades, levando em consideração os significados de fração (parte-todo, número, quociente, operador multiplicativo e medida) e as características das quantidades (Discreta e Intensiva (DI), Discreta e Extensiva (DE), Contínua e Intensiva (CI) e Contínua e Extensiva (CE).

Quadro 6: Significados de fração e características das quantidades

	Características das quantidades			
Significados	DI	DE	CI	CE
Parte todo		(A3; t1p1 e t1p2)		(A1;t1) (A3;t1)
Número				
Quociente	(A3; t2p6)	(A3; t2p7)		(A2; t1) (A4; t3p1 e t3p2)
Operador Multiplicativo		(A3; t2p3)		(A4; t3p3), (A4; t7), (A2; t4)
Medida	(A4; t4p3, t5); (A3;t4)	(A3; t2p5), (A4; t4p1, t4p2,)	(A4; t6)	(A2; t1p4)

Orientação sobre a tabela acima:
Exemplo; (A2; t1p5) significa que é atividade 02 tarefa 1 questão 5
Exemplo; (A3; t1 e t2), atividade 02 tarefa 1 e tarefa 2.
Exemplo; (A4; t3p3, t7) atividade 04, tarefa 3, pergunta 3 e tarefa 4
Exemplo; (A3; t2p5), (A4; t4p1, t4p2), atividade 03, tarefa 2 pergunta 5, e Atividade 04 tarefa 4 pergunta 1 e pergunta 4

Fonte: Elaborado pelos autores

Para terminar a SD, apresentamos algumas atividades avaliativas. O objetivo é avaliar a aprendizagem dos alunos referentes aos cincos significados de fração e as características das quantidades. Nesse momento o professor poderá fazer inferências e colocações, enfatizando o conteúdo, sanando dúvidas, "uma vez que esta é a etapa fundamental para a validação das hipóteses levantadas para a construção desse saber" (CARVALHO, 2017, p. 96). Essa fase da sequência didática é constituída por 5 atividades as quais têm duas tarefas cada uma, referente a um significado de fração.

Quadro 7: Atividade Avaliativa

ATIVIDADE 01 - Significado "parte-todo"
Tarefa 01: Carlos recebe por mês o salário de R$ 1.284,00. Sabe-se que ele gasta mensalmente R$ 642,00 com alimentação, R$ 321,00 com aluguel e o restante com água, energia elétrica e transporte. **Pergunta 1:** Qual fração representa os gastos com a alimentação? **Pergunta 2:** Os gastos com aluguel representam qual fração do salário? **Pergunta 3:** Qual fração representa os gastos com água e energia elétrica? **Pergunta 4:** R$ 107,00 representa que fração do salário de Carlos? **Tarefa 02:** Considere uma pizza circular que foi dividida em oito partes iguais. **Pergunta 1:** Uma pessoa comeu 50% da pizza. Que fração representa a parte que ela comeu? **Pergunta 2:** Uma pessoa comeu 2 pedaços. Que fração representa a parte que ela comeu? **Pergunta 3:** Faça um desenho que represente a parte da pizza que sobrou após o ocorrido nas Perguntas 1 e 2. **Pergunta 4:** Represente a quantidade de pizza que foi consumida pelas duas pessoas referidas nas Perguntas 1 e 2.
ATIVIDADE 02 - Significado "Número".
Tarefa 01: O seguimento reto abaixo representará sua altura em metros. Usando uma régua marque pontos que corresponda a: **Pergunta 1:** $\frac{1}{2}$ da sua altura. **Pergunta 2:** $\frac{1}{3}$ da sua altura. **Pergunta 3:** $\frac{1}{4}$ da sua altura.
ATIVIDADE 03 - Significado "Medidas"
Tarefa 01: Luísa dispõe de uma jarra de 2 litros de suco de laranja. Ela toma um copo de 250ml de suco pela manhã, 2 copos da mesma quantidade durante o almoço e 2 copos durante a tarde. **Pergunta 1:** Qual a fração que representa a quantidade de suco que Luísa tomou pela manhã? **Pergunta 2:** Qual fração representa a quantidade de suco consumida durante a tarde? **Tarefa 02**: No preparo de um litro e meio de vitamina de maracujá, foi utilizado três medidas de leite, duas medidas de polpa de maracujá e uma medida de açúcar. **Pergunta 1:** Qual a fração representa a quantidade de açúcar na vitamina? **Pergunta 2:** Qual fração representa a quantidade de leite na vitamina? **Pergunta 3:** Qual a quantidade de leite na vitamina? **Pergunta 4:** Qual a fração que representa a quantidade de polpa de maracujá e açúcar na vitamina?
ATIVIDADE 04 - Significado "Quociente"
Tarefa 01: Em uma festa de aniversário, foram convidadas 40 crianças. Foram preparados 60 saquinhos com 20 balas cada como lembrança para cada criança convidada. **Pergunta 1:** Qual a quantidade de saquinhos que cada criança recebeu, represente-a na forma de fração e na forma decimal? **Pergunta 2:** Além da quantidade de saquinhos, quantas balas cada criança recebeu? **Tarefa 02**: Dois bolos de chocolates foram divididos igualmente entre 8 crianças. **Pergunta 1:** Qual fração representa a quantidade que cada criança recebeu? **Pergunta 2:** Faça uma representação da quantidade de bolo recebida por cinco crianças.
ATIVIDADE 05 - Significado "Operador Multiplicativo"
Tarefa 01: Abel e Luís ganharam juntos 12 bolas de gude. Abel recebeu $\frac{2}{6}$ e Luís recebeu $\frac{4}{6}$ **Pergunta 1:** Quantas bolas de gude Abel ganhou? **Pergunta 2:** Quantas bolas de gude que Luís ganhou? **Pergunta 3:** Calcule $\frac{3}{4}$ do total de bolas de gude. **Tarefa 02**: Carlos tem 30 carros de coleção da Hot Wheels. Ele perdeu $\frac{1}{6}$ dos carros e emprestou $\frac{3}{5}$ a seu melhor amigo. **Pergunta 1:** Quantos carros Carlos perdeu? **Pergunta 2:** Quantos carros Carlos emprestou para seu melhor amigo? **Pergunta 3:** Qual a quantidade de carros que Carlos ficou

Fonte: Elaborado pelos autores

Considerações

O ato de ensinar não é tarefa fácil, e conseguir a atenção dos estudantes para que ocorra o ensinamento e a aprendizado, é um desafio diário enfrentado por educadores. Esse desafio engloba diversas medidas que devem ser tomadas ou até mesmo evitadas para que de fato o aprendizado dos alunos aconteça.

Por entender que indivíduos diferentes apreende de maneira diferente, uma vez que cada um tem seu jeito próprio de lidar com as situações do dia a dia, apresentamos este estudo como meio de proporcionar um contexto diferenciado em sala de aula, no qual traz uma metodologia que consegue abranger cada aluno dentro do seu tempo e modo de aprender.

Neste trabalho, procurou-se apresentar uma proposta de Sequência Didática (SD) para o ensino de matemática na educação básica, em particular o de fração. Para isso, levou-se em consideração cinco significados (parte-todo, número, medida, operador multiplicativo e quociente) e as características das quantidades. O uso da SD como recurso metodológico é um meio eficiente para o aprimoramento do ensino e aprendizado no tocante ao ensino de frações, isso porque há uma quebra dos métodos tradicionais.

Por meio da SD os estudantes têm a possibilidade de realizar o que se propõe em aula, superando os moldes de aula expositiva, muitas vezes enfadonha, que gera repulsa aos estudantes. Isso é importante porque “um dos fatores que contribuem para que a matemática seja considerada abstrata reside na forma como a disciplina é ensinada” (ROQUE, 2012, p. 20).

Ao propor a SD como metodologia para o ensino de fração, objetivamos, entre outros motivos, incentivar os professores na busca de novos conhecimento e técnicas que contribuam de maneira positiva aos processos de ensino e aprendizagem. Assim, a SD configura-se como uma opção para os professores frente aos conteúdos escolares.

Salienta-se que, mesmo não aplicando a SD em sala de aula, seu uso para o ensino de fração, assim como outro conteúdo, é possível, acessível, recomendável e necessário, conforme apontamos na fundamentação teórica desse estudo.

Referências

BARROS, Marcos José Pereira. **A Solução De Situações Que Envolvem O Conceito De Fração Por Professores Que Ensinam Matemática Nos Anos Iniciais.** 2018. 229 f Dissertação (Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação – PPGE, da Universidade Federal do Tocantins), Palmas, 2018.

BORGES NETO, Hermínio [et al]. **Sequência Fedathi**: uma proposta para o ensino de matemática e ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

________. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, Dione Lucchesi. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção magistério 2º grau. Séria formação de professor).

CARVALHO, Euvaldo de Souza. **Sequência Didática**: uma proposta para o ensino do conceito de fração. Arraias, 2017. (Dissertação de Mestrado Profissional, Universidade Federal do Tocantins - UFT).

CAVALCANTI, Érica Michelle Silva; GUIMARÃES, Gilda Lisboa. **Diferentes significados de frações**: análise de livros didáticos das séries iniciais, 2008. (Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Pedagogia, da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE).

FREITAS, Suzana Rossi Pereira Chaves de. O Processo De Ensino E Aprendizagem: A Importância Da Didática**. VIII Fórum Internacional de Pedagogia**, 2010. (Universidade Federal do Maranhão - UFMA).

LIMA, Rafael Pontes; **O ensino e a aprendizagem significativa das operações com frações**: Sequência didática e o uso de tecnologias digitais para alunos do Ensino Fundamental II, 2014. (Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC))

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Realidade**. 6 ed. São Paulo: Cortez, 2005.

MERLINI, Vera Lucia. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

MICHAELIS, dicionário. Editora Melhoramentos, 2019. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/>. Acesso em: 12/05/2019.

NETO, Hermínio *et al*. *Sequência Fedathi*: uma proposta para o ensino de matemática e ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

NUNES, Terezinha *et al*. **Educação Matemática 1**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2009.

OLIVEIRA, Maria Marly de. S**equência Didática Interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2013.

ROQUE, Tatiane. **História da matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Disponível em: <www.passeidireto.com/arquivo/20503630/historia-da-matematica-tatiana-roque. >. Acesso em: 01/04/2019.

SOUZA, Maria José Araújo. **Sequência Fedathi**: apresentação e caracterização. In: BORGES NETO, Hermínio [et al]. **Sequência Fedathi**: uma proposta para o ensino de matemática e ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998. (Reimp. 2010).

Marcos José Pereira Barros: Mestre em Educação. Colégio Estadual Rui Barbosa – SEDUC-TO. Grupo de Pesquisa GEPEFAZE. Araguaína, Tocantins, Brasil. marcos.mat@uft.edu.br

Idemar Vizolli: Doutor em Educação. Professor Associado da Universidade Federal do Tocantins – UFT. Coordenador do Grupo de Pesquisa GEPEFAZE. Professor e orientador nos programas PPGE/UFT, PPPGE/UFT, PPGECEM-REAMEC, EDUCANORTE. Palmas, Tocantins, Brasil. idemar@uft.edu.br

Welton Barbosa Ribeiro: Graduado em Matemática. BOPE/PMTO, Araguaína, Tocantins, Brasil. wsucuriuzim@gmail.com