

AS VANTAGENS DO MODELO DE VAN HIELE NO ENSINO DE GEOMETRIA

The Advantages of van Hiele Model in the Teaching of Geometry

Liliana Karla Jorge de Moura

Andre Krindges

Gladys Denise Wielewski

Resumo

Neste artigo, apresenta-se parte do resultado de uma pesquisa de doutorado sobre a visualização dinâmica no ensino de geometria que teve o objetivo de investigar se e como a visualização geométrica com dinâmica mental é importante para a compreensão de conceitos geométricos. A pesquisa embasou-se no desenvolvimento do pensamento geométrico fundamentado no modelo de van Hiele. Para atingir o objetivo proposto elaborou-se uma sequência didática com 21 atividades, visando aplicá-la a estudantes do 2º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio. Apresentou-se a proposta aos estudantes e 15 deles, livremente, sem escolha prévia da pesquisadora, decidiram participar da pesquisa. Foram analisadas pesquisas que comprovaram a eficácia desse modelo, o que vem ao encontro dos achados do presente estudo, concluindo-se que o método de van Hiele enriquece a aprendizagem dos alunos na geometria.

Palavras-chave: Pensamento geométrico. Geometria. Van Hiele. Sequência didática.

Abstract

In this article it is shown part of the result of a doctoral research on dynamic visualization in the teaching of geometry, which aimed at investigating whether and how geometric visualization with mental dynamics is important for the understanding of geometric concepts. The research was based on the development of geometric thinking based on van Hiele model. To achieve the proposed objective, a didactic sequence with 21 activities was elaborated, aiming at applying it to students of 2nd year of the Technical Course in Agriculture Integrated to High School. The proposal was presented to the students and 15 of them, freely, with no prior choice of the researcher, decided to participate of the research. Researches that proved the effectiveness of this model were analyzed, which is in alignment with the findings of the present study, concluding that the van Hiele

method enriches students' learning in geometry.

Keywords: Geometric thinking. Geometry. Van Hiele. Didactic sequence.

Introdução

Neste artigo, apresentamos um recorte de uma pesquisa de doutorado, cujo objetivo foi investigar se e como a visualização geométrica com dinâmica mental é importante para a compreensão de conceitos geométricos. Os participantes da pesquisa foram estudantes do 2º ano do curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio do IFMT – Campus Cáceres Prof. Olegário Baldo. A pesquisa foi desenvolvida nos anos de 2017/2018.

Durante a pesquisa, percebemos que a educação brasileira, mesmo com muitas mudanças e avanços, ainda continua em situação preocupante. Houve tentativas de melhorar o currículo de geometria, mesmo assim, ela permaneceu pouco significativa no dia a dia da escola. Alguns pesquisadores, entre os quais Lorenzato (1995), Barbosa (2011), Pavanello (2004), Almouloud (2004), Guimarães e Santos (2013), apontam que os professores não receberam formação adequada referente aos conteúdos de geometria, dessa forma, eles não se sentiam à vontade para ensinar esses conteúdos, e, por isso, quando não havia tempo suficiente para cumprir o programa escolar, simplesmente ignoravam a geometria.

Outro fato a destacar é a forma com que o conteúdo de geometria é apresentado nos livros didáticos. De acordo com Almouloud (2004), os autores dão ênfase à resolução dos problemas geométricos através da álgebra e não priorizam o raciocínio dedutivo ou a demonstração.

Assim, na condição de educadores, preocupados com o ensino de geometria, propusemos esta pesquisa para contribuir com o cenário educativo brasileiro. A proposta foi trabalhar com uma geometria com abordagem dinâmica e não uma geometria estática, pois, conforme Nasser e Tinoco (2011), a geometria dinâmica é um aspecto importante para esse ensino.

Na referida pesquisa trabalhamos a visualização geométrica com dinâmica mental, e para atingir a visualização mental utilizamos diversas atividades de manipulação de objetos, manipulação mental de figuras geométricas, ou seja, manipular em pensamento e uso de softwares geométricos.

Para a fase da experimentação da pesquisa, elaboramos uma sequência didática, com atividades contributivas para que os alunos progredissem nos níveis de aprendizagem do modelo de van Hiele, o qual tem sido utilizado para auxiliar a compreensão de conteúdos de geometria e tem como objetivo proporcionar progressão aos estudantes, respeitando uma sequência de níveis de compreensão de conceitos durante a aprendizagem de geometria. Assim, nos embasamos nesse modelo por acreditar na importância de reflexões e oportunidades para a construção do conhecimento e desenvolvimento da habilidade de visualização geométrica com dinâmica mental.

Neste artigo, também apresentamos resultados de pesquisas que consideraram a eficiência do modelo de van Hiele para o

desenvolvimento do pensamento geométrico. Em seguida, elucidamos uma atividade desenvolvida durante a pesquisa, como foi trabalhada e o seu resultado, além da sua contribuição para o desenvolvimento da visualização com dinâmica mental. O leitor que se interessar em conhecer todas as atividades poderá acessar a tese completa no banco de teses da Capes.

O modelo de Van Hiele

Diante das dificuldades constatadas no ensino de geometria, de acordo com Nasser (1991), muitos professores sentem-se inseguros ao transitar do ensino de álgebra para o ensino de geometria. Na concepção de Nasser, a abstração do ensino de geometria parece evidenciar esse problema, mas de nada adianta detectar problemas se não forem propostas soluções. Uma resposta para esse fato aparece na pesquisa do casal Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof, ao observar o baixo desempenho dos seus alunos em geometria. Preocupado com esse fato, o casal dedicou seus estudos de doutorado a esse problema.

Assim, em 1957, no Congresso de Educação Matemática na França, Pierre van Hiele publicou um artigo que descrevia um modelo baseado em cinco níveis de aprendizagens para o desenvolvimento do raciocínio em geometria.

Na Figura 1 constam, de forma sucinta, os cinco níveis de van Hiele.

Quadro 1 – Níveis de van Hiele

Nível	Descrição do nível
Nível 1 – Visualização ou reconhecimento	Nesse nível, considerado o estágio inicial, o aluno reconhece as figuras pelas suas semelhanças ou diferenças físicas e não pelas suas partes ou propriedades e tem uma percepção global da figura; o vocabulário geométrico ainda é básico e a descrição das figuras é realizada sem a utilização das propriedades. De acordo com van Hiele (1986, p. 66), “no primeiro nível, o aluno ainda não sabe os problemas, ele ainda está na fase de exploração; a pessoa neste nível ainda é livre em suas conexões a respeito do material dado” (tradução nossa).
Nível 2 – descritível	É o momento em que o aluno começa uma análise dos conceitos geométricos, surgem as propriedades utilizadas para conceituar classes de configurações. Para van Hiele (1955 <i>apud</i> VAN HIELE, 1986), o segundo nível é atingido quando o aluno é capaz de operar relações básicas de figuras conhecidas por ele. O aluno que atingiu esse nível é capaz de aplicar congruências de figuras geométricas para provar certas propriedades de uma configuração geométrica total, dos quais figuras congruentes são partes dela. Isso significa, também, que o aluno pode deduzir igualdade de ângulos em retas paralelas.
Nível 3 – O nível teórico	O aluno já estabelece relações de propriedades em uma figura e entre figuras. Ele reconhece classes de figuras, bem como é capaz de demonstrar suas propriedades. Também consegue seguir passos formais de uma prova, embora não seja capaz de construir uma demonstração a partir de situações não familiarizadas. Para van Hiele (1955) <i>apud</i> van Hiele (1986), depois que o aluno atinge este nível de pensar, a operação com as relações tornam-se possíveis para ele.
Nível 4 – Lógica formal	Para van Hiele (1955 <i>apud</i> VAN HIELE, 1986), o quarto nível deve ser conectado com a possibilidade de comparar, transpor e operar com as relações. Ele é necessário para a extensão de teoremas com provas indiretas.
Nível 5 – A natureza das leis lógicas	Van Hiele não priorizou escrever em sua teoria sobre o 5º nível; ele enfatizou até o 4º nível e afirma que “esses níveis superiores são bem mais difíceis que os níveis 2, 3 e 4. Se os nossos estudantes não nos entendem nesses níveis, como vamos falar de níveis mais altos?” (VAN HIELE, 1986, p. 47 – Tradução nossa).

Fonte: Moura, Liliana Karla Jorge de, 2020.

Baseada no modelo de van Hiele, Nasser (1991) deu uma nova resposta à pergunta: Por que os alunos têm dificuldade em geometria? “Porque, em geral, o ensino é dado no nível 3 (van Hiele) e os alunos, na maioria, não passam do nível 1. Portanto, não pode haver entendimento, e a aprendizagem é apenas por memorização e repetição” (NASSER, 1991, p. 34).

A autora ainda argumenta que para evitar essa discrepância de níveis é necessário trabalhar com atividades que deem oportunidade para o aluno manusear, classificar e relacionar propriedades de diversas figuras geométricas, também usar as transformações do plano (reflexão, rotação, translação e homotetia) para ajudá-lo a compreender conceitos, entre os quais:

igualdade de ângulos formados por retas paralelas e uma transversal, congruência e semelhança de figuras.

Van Hiele (1986) afirma que, em suas aulas, ele explicava e os estudantes não entendiam, embora fizessem o máximo para entender. Então, ele resolveu mudar a forma de explicar, mas parecia estar falando em outra língua. Após muitos estudos, ele descobriu a solução: “os diferentes níveis de pensar”. Para o autor,

[...] o professor tem que perceber as dificuldades de experiências dos estudantes quando estudam geometria. O professor, de fato, tem que fazer uma escolha cuidadosa do assunto; mas, por outro lado, ele não pode impedir a crise do pensamento; ele não pode evitá-la, porque nesta

crise a transição para o maior nível será boa. [...] o professor tem que considerar a composição heterogênea da classe, mesmo quando houver um método de seleção considerado ideal. Um grupo de estudantes heterogêneos não passa para o próximo nível de pensar ao mesmo tempo. Às vezes, metade da classe vai falar uma língua e a outra metade é incapaz de compreendê-la: Isto é inevitável (VAN HIELE, 1955, p. 289-290 apud VAN HIELE, 1986, p. 40 – tradução nossa).

Existem muitas vantagens em usar os níveis de pensamento quando se ensina um assunto, declara van Hiele (1986). Isto porque, afirma o autor, esse modelo contribui para melhorar o ensino de geometria, orientando o professor a identificar o nível de raciocínio em que o aluno se encontra, e ao perceber que o aluno está abaixo do nível em relação aos demais, o professor contará com subsídios para que o aluno avance em seu nível de compreensão.

Nesse modelo, o aluno é um ser ativo, participa das aulas e obtém um desenvolvimento melhor para a aprendizagem geométrica, pois, o modelo auxilia o professor na tomada de decisão sobre o que ensinar e por onde começar esse processo. Além disso, é interessante observar que há uma base fundamentada para iniciar o primeiro nível – Nível visual.

Para van Hiele (1986), quando o professor começa o ensino de geometria deve dirigir-se aos estudantes em uma linguagem que eles entendam, e não deve usar a linguagem do segundo nível se eles ainda não o atingiram. Assim, os estudantes compreenderão melhor o conteúdo porque “se o professor descer para o nível do aluno ajudará o aluno a subir para o nível do professor” (VAN HIELE, 1986, p. 41 – tradução nossa). Os níveis de aprendizagem devem ser respeitados, e “a transição de um nível para o seguinte não é um processo natural; ela ocorre sob a influência de um programa de ensino e aprendizagem” (VAN HIELE, 1986, p. 50 – tradução nossa).

O Modelo de van Hiele (1986) vem sendo estudado por diversos pesquisadores, e muitos deles, a seguir citados, consideram suas inúmeras vantagens no processo do ensino de geometria.

Nasser (1990) destaca que “um ponto positivo desse modelo é o fato de ter se originado em sala de aula” (NASSER, 1990, p. 93). Portanto, o Modelo de van Hiele partiu da realidade pedagógica, considerando as dificuldades apresentadas pelos alunos, e, nesse aspecto, o autor aponta algumas de suas implicações:

- Os alunos passam pelos níveis em ordem consecutiva, mas não no mesmo ritmo. É possível encontrar na mesma turma alunos em diversos níveis;
- Em cada sala de aula deve-se tentar ter o professor, os alunos e o livro texto funcionando no mesmo nível;
- O curso de Geometria Euclidiana é dado no nível 3; o aluno típico inicia o curso no nível 1, daí as dificuldades encontradas (NASSER, 1990, p. 99).

Isso mostra a fragilidade no ensino, pois o aluno está em um nível e estuda conteúdos referentes a outro, mais avançado, o que pode levá-lo a não compreender o conteúdo e, conseqüentemente, ao fracasso geométrico. Assim, o Modelo de van Hiele auxilia o estudante a superar essas dificuldades, ao se considerar que as atividades devem ser preparadas de acordo com o nível em que cada aluno se encontra.

Silva e Candido (2007) afirmam que esse modelo tem grande importância no ensino e na aprendizagem de geometria, e, após ser testado em diversos países — Espanha, Estados Unidos, Brasil, dentre outros, vem contribuindo para que haja modificações e adequações nos currículos e livros didáticos, a fim de melhorar o desempenho dos alunos.

Por sua vez, Veronese (2009) fez um estudo analítico do ensino de geometria no ciclo II do Ensino Fundamental, tendo como referência teórica para a sua pesquisa a teoria do casal van Hiele. A autora considera que o Modelo van Hiele (1986) de pensamento geométrico é importante por dois fatores:

Primeiramente, a Teoria van Hiele sugere aos professores como diagnosticar o nível de pensamento geométrico em que o seu aluno se encontra. Outro ponto importante é que a teoria van Hiele apresenta uma sequência de níveis de pensamentos geométricos na qual é possível

delinear o avanço intelectual do aluno, além de sugestões de atividades geométricas aos professores, estruturadas na forma sequencial que, a nosso ver, permitem que o aluno desenvolva habilidades de raciocínio, de representação e registro de forma gradativa, assim como oportunidades de expressar e comunicar oralmente suas descobertas e aprendizagens, num vocabulário adequado à Matemática e à maturidade do aluno (VERONESE, 2009, p. 32).

Portanto, Veronese (2009) acredita que o ensino sequencial, baseado nesse modelo, auxilia o professor a elaborar atividades que visem ao avanço do nível de pensamento de seus alunos.

Nunes (2010), em sua tese de doutorado, destacou que o modelo de van Hiele influenciou o currículo de geometria americana. Para a pesquisadora, os níveis de pensamento geométrico de van Hiele “descrevem como nós pensamos e que tipo de ideias geométricas nós pensamos ao invés de quanto conhecimento nós temos” (NUNES, 2010, p. 400). Assim, para a autora, a quantidade de conteúdos não é tão importante quanto a qualidade, pois é mais importante o desenvolvimento do pensamento geométrico do que o simples fato de conhecer determinados assuntos de geometria.

Braga e Dorneles (2011) analisaram o desenvolvimento do pensamento geométrico em estudantes da 8ª série, descrevendo como os níveis de van Hiele podem contribuir para a prática escolar. As autoras aplicaram um questionário com perguntas abertas, a fim de obter informações sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico de cada um dos participantes, e, depois, uma sequência de atividades. Os resultados obtidos apontaram a necessidade do aprimoramento contínuo das estratégias aplicadas pelos professores no ensino de geometria, com o objetivo de proporcionar aos alunos o desenvolvimento do pensamento geométrico. Após analisar a sequência de atividades desenvolvidas pelos alunos, as pesquisadoras concluíram que o modelo de van Hiele “pode contribuir para a práxis docente, à medida que auxilia na análise do nível de pensamento geométrico no qual se encontra os estudantes e na perspectiva de elaboração de atividades que possibilitem o

avanço desses discentes nos níveis propostos pela referida teoria” (BRAGA; DORNELES, 2011, p. 288).

Rojas (2013), em sua tese de doutorado, desenvolvida em Lima, Perú, desenhou uma proposta didática para o ensino de quadrilátero baseada nos níveis de aprendizagem de van Hiele, com o apoio do software dinâmico GeoGebra. A proposta visava que os alunos do quarto grau secundário alcançassem o nível III do pensamento geométrico de van Hiele, e, para tanto, era necessário identificar o nível inicial de conhecimento, de análise e dedução informal desses alunos, e também lhes facilitar a compreensão dos quadriláteros.

Assim, Rojas (2013) realizou uma prova de entrada para verificar em qual nível cada aluno se encontrava e, após trabalhar com a sequência didática, realizou a prova de saída para avaliar o avanço dos estudantes. Ao final, observou um avanço em todos os níveis, e concluiu que o modelo de van Hiele “foi pertinente para seus estudos, acreditando que por meio dele pode observar e analisar de maneira detalhada como é possível desenvolver com qualidade o pensamento geométrico dos estudantes” (ROJAS, 2013, p. 110 – tradução nossa).

Pereda e Iparraguirre (2017) realizaram uma pesquisa com o objetivo de mostrar o desenvolvimento do aluno nos três primeiros níveis de pensar de van Hiele, em relação aos paralelogramos. Para tanto, efetuaram um trabalho experimental com estudantes do primeiro ano secundário de uma instituição educativa em Lima, Peru. Nessa pesquisa, as autoras evidenciaram que o modelo era importante porque explicava a evolução do pensamento geométrico por níveis de pensar, e concluíram: “esse modelo lhe proporcionará as ferramentas necessárias para que o estudante desenvolva sua capacidade de raciocínio geométrico” (PEREDA; IPARRAGUIRRE, 2017, p. 25 – tradução nossa).

Ao observarmos os bons resultados obtidos por vários autores que utilizaram o modelo de van Hiele, também decidimos utilizá-la em nossa pesquisa, pois a pretensão inicial foi desenvolver o pensamento geométrico, mas acrescentamos o *novo* — a visualização geométrica com dinâmica mental.

Isto posto, na fase da experimentação da pesquisa aplicamos o Teste I composto por três testes que denominamos Teste A₁, Teste B₁ e Teste C₁, com o objetivo de verificar em qual nível de pensar cada aluno participante da pesquisa se encontrava: nível I, nível II e nível III, respectivamente.

Dos 15 estudantes avaliados, dois não atingiram o mínimo de 60% de acertos no teste para o nível I; nove não atingiram o mínimo de 60% de acertos para o nível II; e 13 alunos não atingiram o mínimo de 60% de acertos para o nível III.

Em seguida, elaboramos uma sequência didática com 21 exercícios. Cada estudante recebeu um caderno de atividades e um caderno de respostas nos quais registravam suas conclusões.

Diante do exposto, perguntamos: afinal, o que é uma sequência didática? Nesta pesquisa adotamos a definição de Peretti e Costa (2013):

A sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus estudantes e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido (PERETTI; COSTA, 2013, p. 6).

Com o objetivo de despertar maior interesse no aluno, a fim de que ele desenvolvesse a habilidade de visualização geométrica com dinâmica mental, propomos atividades com diferentes formas de resolução e utilizamos diferentes materiais. Os estudantes fizeram colagens, produziram cartazes, separaram grupos de figuras por propriedades, construíram figuras e exploraram propriedades após transformações no geoplano, manipularam figuras através de construções com canudinhos e isopor e exploraram a construção e propriedades de triângulos semelhantes e congruentes por meio do software GeoGebra.

Dessa maneira, estamos em consonância com o que dizem Peretti e Costa (2013): “para haver sequência didática é

necessário apresentar ao aluno atividades práticas, lúdicas com material concreto e diferenciado apresentando desafios cada vez maiores aos estudantes permitindo a construção do conhecimento” (PERETTI; COSTA, 2013, p. 6).

Nas atividades, procuramos estimular, ao máximo, a visualização geométrica com dinâmica mental. Na maioria das vezes, inicialmente pedíamos para o aluno visualizar as figuras geométricas, pensar e dinamizar mentalmente, e depois que o aluno conseguia fazer isso, era solicitado que registrasse a sua conclusão no caderno de respostas. Era dado um tempo para esse registro, e, em seguida, comentávamos as conclusões, analisando-se as respostas de cada um. Nessa etapa, os estudantes dialogavam entre si, ora concordavam e ora discordavam da resposta do outro. Para concordar ou discordar, adotamos um critério: tinha que haver justificativa, e assim era feito.

Neste artigo, apresentamos apenas a descrição e a análise da Atividade 5 para exemplificar a experimentação da pesquisa. Essa atividade foi desenvolvida com o apoio do material geoplano.

Atividade 5 – A resposta da atividade foi registrada por fotografia e a construção foi realizada com borrachas elásticas no geoplano.

- a) Construa um quadrado. Em seguida, transforme-o em um retângulo que não seja um quadrado. Após a transformação, quais foram as propriedades alteradas e quais não?
- b) Construa um quadrado. Em seguida, transforme-o em um losango que não seja um quadrado. Após a transformação, quais foram as propriedades alteradas e quais não?
- c) Construa um quadrado. Em seguida, transforme-o em um paralelogramo que não seja um quadrado. Após a transformação, quais foram as propriedades alteradas e quais não?
- d) Construa um retângulo. Em seguida, transforme-o em um quadrado que não seja um retângulo. Foi possível? Justifique.
- e) Construa um paralelogramo que não tenha ângulo reto. Em seguida, transforme-o em um retângulo que

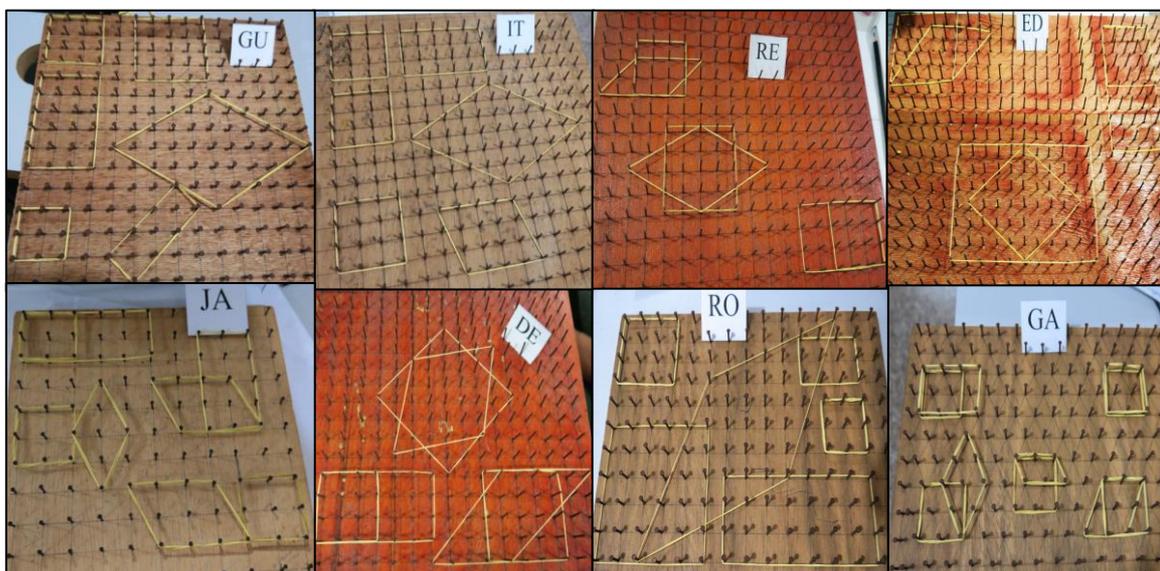
não seja um paralelogramo. Foi possível? Justifique.

Inicialmente, apresentamos o objetivo da atividade: trabalhar as propriedades dos quadriláteros a partir de transformações de figuras desenvolvidas no geoplano. Assim, esperávamos que os estudantes conseguissem transformar um quadrilátero em outro e reconhecessem as propriedades alteradas e as que não haviam sido alteradas (nível II de van Hiele). Além disso, que eles percebessem a inclusão de classe através da exclusão (nível III de van Hiele),

acompanhando a exploração da visualização geométrica com dinâmica mental.

Para facilitar a resolução sugerimos aos estudantes que escrevessem todas as propriedades que se lembravam do quadrado, do retângulo e do paralelogramo, e listassem as que, após as transformações, se alteraram, permaneceram ou deram origem a novas. E assim foi feito. Ao analisar as respostas notamos que eles conseguiram listar de forma tranquila as propriedades, porém, confundiram algumas após as transformações.

Figura. 1 - Atividade com Geoplano
Alunos: GU-IT-JA-DE-RE-ED-RO-GA¹



Fonte: Moura, Liliana, 2020.

Conforme as orientações, os estudantes escreveram todas as propriedades das figuras antes de transformá-las. Por exemplo: Os estudantes GA, JA, IT e RO escreveram que o quadrado *tem quatro lados iguais, diagonais perpendiculares, diagonais congruentes, lados opostos paralelos e quatro ângulos retos*, e que, após a transformação para retângulo, somente as duas primeiras propriedades se alteraram, as demais não sofreram alteração, ou seja, são propriedades válidas tanto para o quadrado quanto para o retângulo; após a transformação para losango,

as propriedades alteradas foram *quatro ângulos retos e diagonais congruentes*. Os estudantes afirmaram corretamente que as demais propriedades do losango permaneceram sem alteração. Já, ao transformá-lo para um paralelogramo, eles apontaram que a única propriedade que permaneceu foi a dos lados opostos paralelos.

Na letra *d*, da Atividade 5, para transformar um retângulo em um quadrado que não seja retângulo, inicialmente buscamos explorar a visualização geométrica com dinâmica mental, e depois disso os estudantes

¹ os alunos foram citados no texto pelas iniciais do nome.

fizeram a transformação no geoplano.

Em seguida, pedimos que desenhassem mentalmente um retângulo, depois o transformassem em um quadrado. Todos os estudantes gritaram que já haviam conseguido. Então, acrescentamos: “agora vocês vão transformá-lo em um quadrado que não seja retângulo”. A aluna KA e o aluno MA, logo falaram em voz baixa, *uai, professora, não tem como*. Para permitir que os demais tivessem mais tempo para pensar, acenamos com as mãos para que eles esperassem um pouco. Mesmo ansiosos, os dois alunos esperaram que os colegas se manifestassem. Depois de alguns minutos, ED gritou: *professora, não tem como, porque todo quadrado é retângulo, pois tem quatro ângulos retos*. Logo, os demais conseguiram perceber e compreender a justificativa do colega. Naquele momento, os alunos estavam sendo desafiados a pensar, e como assegura Dias (2013), “é necessário promover atividades desafiadoras que despertem no aluno a curiosidade e o prazer de aprender”(DIAS, 2013, p.16).

Assim sendo, passaram para a prática a fim de verificar se realmente não era possível. Na letra *e* seguiram o mesmo raciocínio, e logo perceberam a impossibilidade e justificaram que *todo retângulo é paralelogramo*, pois seus lados opostos são paralelos.

Portanto, o geoplano auxiliou os alunos a desenvolverem conceitos e a construir propriedades geométricas, como afirma Dias (2013): “o geoplano contribui promovendo possibilidades para a compreensão e exploração de novos conceitos matemáticos, em especial, conceitos relacionados à geometria plana” (DIAS, 2013, p. 16).

Acreditamos que o objetivo foi atingido, pois os estudantes, ao transformarem uma figura, conseguiram reconhecer as propriedades dos quadriláteros que foram alteradas ou não. Além disso, foi possível explorar a dinamização mental.

Após o desenvolvimento das atividades da sequência didática aplicamos o teste II para analisar o desenvolvimento dos estudantes após a participação na aula de geometria. Ao observar o desenvolvimento dos estudantes durante as aulas, percebemos que as atividades referentes ao nível I foram

realizadas com êxito. Assim, decidimos não aplicar o teste para esse nível de pensar por considerá-lo superado, e preparamos as atividades para os níveis II e III.

No teste I, somente dois estudantes apresentaram um percentual de acertos suficientes para o nível II. Já no teste II, após a participação dos estudantes na execução da sequência didática, doze alunos demonstraram um desenvolvimento adequado para o nível testado.

Também consideramos ótimo o resultado do nível de pensar III, pois no teste I, antes de trabalhar com o desenvolvimento da visualização geométrica com dinâmica mental, apenas dois alunos haviam atingido mais de 60% de acertos no nível, e após as aulas de geometria, no teste II, esse número aumentou para 10 alunos.

Considerações

Consideramos que o método de van Hiele é eficaz para o ensino de geometria, mas exige muita dedicação do professor, que deverá avaliar continuamente os estudantes e, caso necessário, reelaborar as atividades, sendo o planejamento e o replanejamento fundamentais para o desenvolvimento do pensamento geométrico em cada nível de aprendizagem dos alunos.

No decorrer da pesquisa, foi possível perceber, na Atividade 5, a importância de motivar os alunos para trabalharem a visualização geométrica com dinâmica mental, pois isso contribuiu para melhorar a compreensão dos conceitos e propriedades geométricas e desenvolver o pensamento geométrico defendido por van Hiele. Além disso, foi de suma importância avaliar em qual nível de aprendizagem os alunos se encontravam, a fim de elaborar atividades que proporcionassem o desenvolvimento do pensamento geométrico, referente a cada nível do pensar, proposto por van Hiele.

Destarte, concluímos que a pesquisa atingiu o objetivo proposto, pois houve crescimento no conhecimento dos estudantes, fato comprovado pelos resultados obtidos no teste II. Além disso, os estudantes declararam que a metodologia foi eficaz e motivadora; que apresentaram bom desempenho nas atividades; que a visualização geométrica com dinâmica mental facilitou a resolução das

atividades e contribuiu para melhorar a aprendizagem de conceitos geométricos.

Finalizamos este artigo com a certeza de que esta pesquisa comprova, além das demais aqui citadas, a eficácia do método estudado, e sugerimos estendê-lo a mais alunos do Ensino Médio e também a outros conteúdos de geometria — geometria analítica e geometria espacial.

Diante do exposto, afirmamos que esta pesquisa mudou o nosso modo de olhar o ensino de geometria, valorizando mais esse conteúdo.

Referências

ALMOULOU, S.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M. **A geometria no ensino fundamental**: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e estudantes. Revista Brasileira de Educação. n. 27, 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf>. Acesso em: 01 de abril de 2016.

BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento**: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2011. 187p. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

BRAGA, E. R.; DORNELES, B. V. **Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental**. In: Revista eletrônica PUC/SP. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 13, n. 2, pp. 273-289, 2011.

DIAS, M. do A. **Experiências matemáticas no geoplano**. Mini-curso. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. ULBRA. Canoas, 2013.

GUIMARÃES, B. A. A.; SANTOS, W. L. S. **A problemática no ensino da geometria**. Maiêutica – Curso de Matemática. UNIASSELVI – Prática do Módulo IV, 2013.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** In: A Educação Matemática em

Revista, Ano III, n. 4, 1º semestre, Blumenau, SBEM, 1995.

NASSER, L. **O desenvolvimento do raciocínio em geometria**. In: Boletim GEPEM/UFRJ, n. 27, p. 93-99, Rio de Janeiro, 1990.

NASSER, L. **Níveis de van Hiele**: Uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria? In: Boletim GEPEM/UFRJ, n. 29, p. 31-35, Rio de Janeiro, 1991.

NASSER, L.; TINOCO. **Curso Básico de Geometria**: Enfoque Didático. Módulo I. Formação de Conceitos Geométricos. Rio de Janeiro: Ed. IM/UFRJ, Projeto Fundação, 2011.

NUNES, C. B. **O processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problema**: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática. 430p. Tese de Doutorado. Programa em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro – SP, 2010.

PAVANELLO, R. M. **A geometria nas séries iniciais do ensino fundamental**: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. In: PAVANELLO, R. M., org. **Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2004. p. 129-143.

PEREDA, L. M. J.; IPARRAGUIRRE, R. C. G. **Caracterizaciones de los paralelogramos para ele primer grado de secundaria según el modelo de van Hiele**. In: Revista eletrônica PUC/SP. Ver. Prod. Educ. Matem., São Paulo, v. 6, n. 1, pp. 15-26, 2017.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. da; **Sequência didática na matemática**. In: Revista de Educação do Ideau. Vol. 8 – n. 17, ISSN: 18096220, janeiro-junho, 2013 – Semestral.

ROJAS, A. T. M., **Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada em el modelo van Hiele**. 170p. Tese de Doutorado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Escuela de Graduados, Lima, Perú, 2013.

SILVA, L.; CANDIDO, C. C. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele**. Relatório de Iniciação científica. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, 2007.

VAN HIELE, P. M. V. **Structure and Insigth: A Theory of Mathematics Education**. Orlando, Flórida: Academic Press, INC, 1986.

VERONESE, P. C. de F. **O ensino de geometria no ciclo II do ensino fundamental: Um estudo analítico**. 261p. Dissertação de Mestrado. Programa de pós-graduação em Ensino da Educação Brasileira da Faculdade de Filosofia e Ciência, UNESP/ Marília – SP, 2009.

Liliana Karla Jorge de Moura: Doutora; Instituto Federal de Mato Grosso/IFMT, Cáceres, MT – Brasil. liliana.moura@cas.ifmt.edu.br

Andre Krindges: Doutor; Universidade Federal de Mato Grosso/UFMT, Cuiabá, MT – Brasil. krindges@gmail.com

Gladys Denise Wielewski: Doutora; Universidade Federal de Mato Grosso/UFMT, Cuiabá, MT – Brasil. gladysdw@gmail.com