

Álgebra com Geometria: Um Enfoque Prático na 7ª Série do Ensino Fundamental

*Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Maristela de Quadros Albé
Rosmari Irma Klaus
Vera Kern Hoffmann*

Resumo

O presente trabalho apresenta uma metodologia diferenciada, para a 7ª série do ensino fundamental, pela forma de desenvolver os conteúdos, trabalhando a Geometria interligada com a Álgebra. Utiliza como recurso didático de apoio a linguagem visual e materiais concretos, baseada na linha construtivista do conhecimento segundo a teoria de Piaget.

O presente artigo apresenta o projeto "Álgebra com Geometria: um enfoque prático na 7ª série do ensino fundamental", com uma metodologia de trabalho diferenciada da utilizada normalmente na 7ª série que dedica a maior parte do ano letivo à Álgebra, trabalhando-a de forma estanque e abstrata, relegando a segundo plano o estudo da Geometria.

Nossa proposta se diferencia, principalmente, pela forma de desenvolver os conteúdos, trabalhando a Geometria interligada com a Álgebra. Procura criar a lógica matemática necessária à compreensão da Álgebra junto com a criatividade através de problemas orientadores que sejam envolventes e interessantes ao aluno, abordando os conteúdos através da redescoberta.

Tem como objetivo desenvolver atividades na linha construtivista de educação matemática com os seguintes objetivos específicos:

- trabalhar os conteúdos de 7ª série, interligando os conteúdos de Álgebra e Geometria;
- ordenar as tarefas matemáticas, respeitando os conhecimentos prévios dos alunos, de tal forma que haja um encadeamento de idéias;
- organizar, planejar e executar aulas onde o professor atue como um orientador de trabalhos e o aluno como agente ativo no processo ensino e aprendizagem;
- desenvolver nos alunos a capacidade de relacionar e concluir, partindo de situações concretas;
- propiciar aos professores e alunos reconhecer a inter-relação entre os vários campos da Matemática;
- desenvolver hábitos de estudo em grupos, propiciando o diálogo, a crítica e a discussão dos resultados obtidos.

Esta metodologia tenta mostrar exemplos concretos de como ensinar Álgebra usando a teoria de Piaget aplicada à Matemática. Utiliza como recurso didático de apoio a linguagem visual, através de desenhos e materiais concretos, baseada na linha construtivista do conhecimento.

Ao propormos as atividades, temos a preocupação de ativar os esquemas de assimilação necessários; prover o aluno de informações e definições necessários à abordagem do novo; possibilitar associações entre as diversas atividades; graduar as atividades lentamente; generalizar gradativamente os processos adquiridos.

Este projeto foi experimentado no município de Canoas nos anos de 1994 e 1995.

Em 1994, foi aplicado em seis escolas do município de Canoas (três municipais, duas estaduais, uma da rede particular de ensino), envolvendo oito professores e 302 alunos, durante todo o ano letivo.

Em 1995, foi aplicado em cinco escolas do município de Canoas (duas municipais, três estaduais), envolvendo cinco professores e 249 alunos.

Os estudos sobre “Álgebra com Geometria” iniciaram-se em 1987 com a aprovação de um projeto de pesquisa pelo CNPq, na Universidade do Vale do Rio dos Sinos, tendo sido aplicado em diversos anos pelas autoras, e vem sendo aperfeiçoado nas escolas de atuação das mesmas e no Laboratório de Matemática da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA.

No sentido de divulgar o projeto na íntegra, foi lançado, em edição experimental, em março de 1998, o livro “Matemática 7ª série – Além do Número”, da coleção Passo a Passo das Unidades de Ensino Fundamental e Médio da ULBRA. Será adotado nas turmas de 7ª série das onze escolas do referido Centro de Ensino.

Neste projeto, o professor assume uma postura construtivista, buscando a autonomia do aluno, visando torná-lo um cidadão participativo.

As atividades induzem o aluno a pensar, envolver-se, tirar conclusões, generalizar. Os alunos concluem as regras sem a explicação formal do professor e, ao compreenderem, acham o estudo mais fácil e prazeroso. Além disso, as atividades são desenvolvidas com os alunos desenhando, pintando, recortando, tirando conclusões, e não, apenas, resolvendo exercícios.

Os conteúdos de 7ª série são desenvolvidos na seguinte ordem:

- conceitos primitivos de Geometria;
- ângulos;
- polígonos;
- unidades de medidas de comprimento;
- perímetro de figuras planas;
- introdução à Álgebra;
- soma e subtração de monômios e polinômios;
- valor numérico;
- unidade de medidas de área;
- área de figuras planas;
- multiplicação e divisão de monômios e polinômios;
- unidades de medidas de volume;
- produtos notáveis e fatoração;
- cubo da soma;
- frações algébricas.

Os conteúdos de Geometria foram antepostos aos de Álgebra, pois fundamentam todo o trabalho de medidas utilizado na soma e subtração da Álgebra e os de áreas, pré-requisitos para multiplicação, divisão, produtos notáveis e fatoração.

A importância de trabalhar Geometria e Álgebra interligando os conteúdos justifica-se porque a Geometria é um assunto de interesse do aluno e serve como motivação para o desenvolvimento dos conteúdos, desde que tenha um enfoque prático e que o professor parta de situações concretas da vivência do aluno, sendo a abstração e o uso de símbolos uma consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade para a descoberta e o amadurecimento de conceitos. Desenvolvida assim, a Geometria não apresenta dificuldades para os alunos, pois eles estão constantemente em contato com ela.

O aluno, deve sem grandes dificuldades, conseguir transferir a linguagem matemática utilizada na Geometria para a sua utilização na Álgebra.

Este projeto é desenvolvido em pequenos grupos e foi constatado que:

- o trabalho em pequenos grupos na sala de aula de Matemática está vinculado à importância da interação social para a aprendizagem, substituindo a aula em filas, todos

- olhando a nuca do colega da frente e tendo como foco o professor e o quadro-negro;
- o trabalho em pequenos grupos apresenta uma oportunidade de trocas de experiências sociais e aprofundamento dos laços de amizade e companheirismo;
- o trabalho em pequenos grupos é uma oportunidade de contato com os outros estudantes, assim como com os professores no ambiente da sala de aula.

Os resultados apontam uma sensível melhora na aprovação das turmas de aplicação do projeto comparadas a turmas participantes de aulas no estilo tradicional, estatisticamente comprovados. Os alunos apresentam mais motivação para participar das aulas, havendo total envolvimento dos grupos de trabalho.

Novamente foi possível comprovar que a observação passiva em sala de aula não é suficiente para uma boa aprendizagem. O projeto mostrou que o aluno participando de atividades desafiadoras, com cooperação entre colegas, com o encorajamento às perguntas e uma atitude responsável, propicia um ambiente próprio ao pensamento crítico e à aprendizagem com compreensão.

Aplicando esta proposta, constatou-se que é possível desenvolver todos os conteúdos da 7ª série, o que normalmente não acontece, se trabalhados separadamente.

Neste artigo apresentamos um resumo das atividades desenvolvidas no projeto, abordando os conceitos das operações algébricas. Utilizando medidas para soma e subtração, áreas e volumes para multiplicação e divisão, estabelecendo uma relação entre Geometria e Álgebra.

Atividade 1:

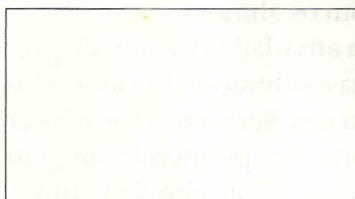
Objetivo: Adquirir o conceito de monômios, polinômios e construir o conceito de adição de monômios e polinômios.

Nesta atividade, é necessário o seguinte material:

- Fitas de cartolina nas cores branco, azul e rosa;



- Cartolina (uma por grupo).



- Medir objetos com as fitas recebidas. Fazer os registros na ficha a seguir:

- a) Medir com uma cor
- b) Medir usando duas cores

Objeto Medido	Comprimento	Forma mais Econômica
Mesa		
Caderno		

- Medir a cartolina recebida com as fitas recebidas

	FITA			FITAS			
	b	a	r	b e a	a e r	b e r	b, a e r
Comprimento	12b	6a	4r	4b+4a	3a+2r	6b+2r	2b+2a+2r
Largura	9b	4a+1/2 a	3r	3b+3a	3a+r	3b+2r	2b+2a+r
Perímetro	42b	21a	14r	14b+14a	12a+6r	18b+8r	8b+8a+6r
Nomenclatura	Monômios			Binômios			Trinômios

Obs.: Expressões com quatro ou mais termos não semelhantes são chamados de polinômios.

Esta atividade leva o aluno a concluir que termos semelhantes podem ser adicionados e que termos não semelhantes não podem ser adicionados. Ex.: "a + a = 2a" e "a + b" não são termos semelhantes. A ação sobre o material concreto leva-os a relacionar o novo conheci-

mento com seus conhecimentos prévios, levando-os a construir os conceitos novos.

O alunos somam letras sem o professor formalizar a teoria; no momento da correção da atividade, o professor coloca a nomenclatura e tira as conclusões com os alunos.

Ao concluir esta atividade, o professor propõe tarefas com soma e subtração de monômios e polinômios de grau um. Somente após revisar o conceito de área, incluirá polinômio de grau dois, e depois de revisar o conceito de volume, introduzirá o expoente três, generalizando a seguir para polinômios de grau maior que três.

Atividade 2:

Objetivo: Construir o conceito de subtração, utilizando medida e estabelecendo a relação da medida negativa com a falta de medida.

- Medir o comprimento da cartolina recebida com fitas da mesma cor.
Medir a largura da cartolina com fitas da mesma cor.
Subtraí-las.
Fazer o registro na ficha a seguir.
- Medir o comprimento da cartolina e confeccionar uma fita com esta medida.
Medir agora com esta fita a largura da mesa.
Subtraí-la.
Fazer o registro na ficha a seguir.
- Medir a largura da cartolina e confeccionar uma fita com esta medida.
Medir o comprimento da cartolina com esta fita.
Subtraí-las.
Fazer o registro na ficha a seguir.

	Comprimento	Largura	Comp. Largura	Largura Comp.
Fitas da mesma cor	4r	3r	$4r - 3r = r$	$3r - 4r = -r$
Fita do comprimento	c	$\frac{3}{4}c$	$c - \frac{3}{4}c = \frac{1}{4}c$	$\frac{3}{4}c - c = -\frac{1}{4}c$
Fita da largura	$m + \frac{1}{3}m = \frac{4}{3}m$	m	$\frac{4}{3}m - m = \frac{1}{3}m$	$m - \frac{4}{3}m = -\frac{1}{3}m$

Esta atividade permite que o negativo seja associado com a falta de medida.

Atividade 3:

Objetivo: Que o aluno adquira o conceito do valor numérico através de atividades práticas.

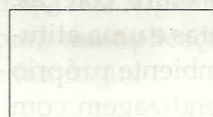
- Medir as fitas recebidas.

b = 5 cm

a = 10 cm

r = 15 cm

- Medir o comprimento e a largura da cartolina.



Comprimento = 60 cm
Largura = 45 cm
Perímetro = 210 cm

- Substituir o valor das fitas nas expressões da tarefa 1.

Exemplos:

$$\text{largura} = 4a + \frac{1}{2}a$$

$$\text{comprimento} = 4a + 4b$$

$$\text{largura} = 4 \cdot 10 \text{ cm} + \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ cm}$$

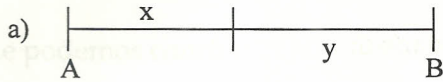
$$\text{comprimento} = 4 \cdot 10 \text{ cm} + 4 \cdot 5 \text{ cm}$$

$$\text{largura} = 45 \text{ cm}$$

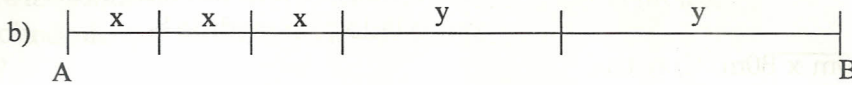
$$\text{comprimento} = 60 \text{ cm}$$

Atividade 4:

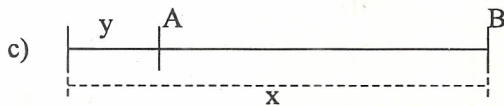
Determinar em linguagem matemática as expressões que representam os segmentos AB:



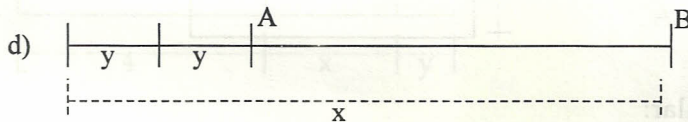
$$\overline{AB} = x + y$$



$$\overline{AB} = 3x + 2y$$



$$\overline{AB} = x - y$$

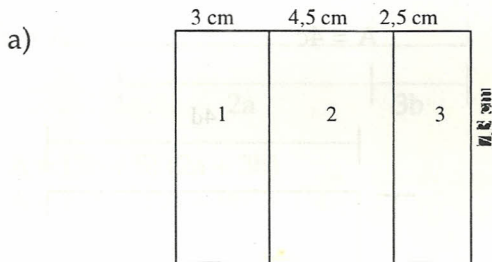


$$\overline{AB} = x - 2y$$

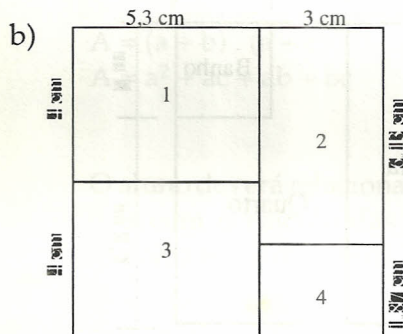
Atividade 5

Objetivo: Desenvolver o conceito de área de figuras planas.

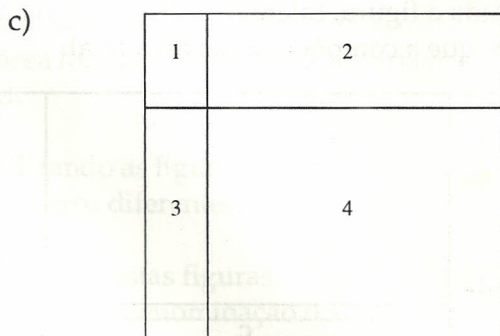
- Calcule as áreas:



$A_1 =$
 $A_2 =$
 $A_3 =$
 $A_T =$



$A_1 =$
 $A_2 =$
 $A_3 =$
 $A_4 =$
 $A_T =$

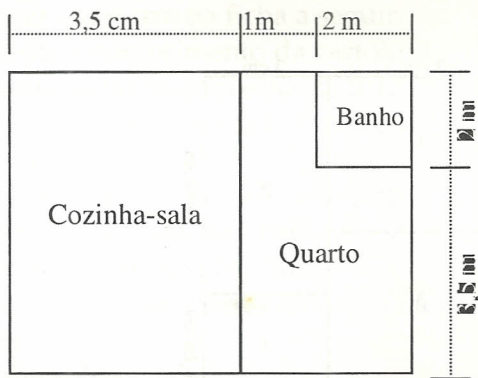


$A_1 =$
 $A_2 =$
 $A_3 =$
 $A_4 =$
 $A_T =$

- Tenho um terreno de 12m por 30m. Foi construída uma casa de 9m por 10m. Pergunta-se:
 - a) Qual é a área do terreno?
 - b) Qual é a área da casa?
 - c) Quantos m² sobraram de pátio?
 - d) Faça o desenho da situação descrita acima, usando a escala 1:100.

- Tenho um terreno de 10m x 30m. Construí uma garagem no fundo do terreno de 10m x 12m. Calcular:
 - a) a área da garagem;
 - b) a área do terreno que sobrou;
 - c) a área total do terreno;
 - d) desenhar a situação.

- Um JK tem as medidas abaixo. Calcular:
 - a) as áreas das peças;
 - b) a área total do JK;
 - c) quanto tenho de comprar de carpete para forrar o quarto?
 - d) quanto tenho de comprar de rodapé para a cozinha-sala.?

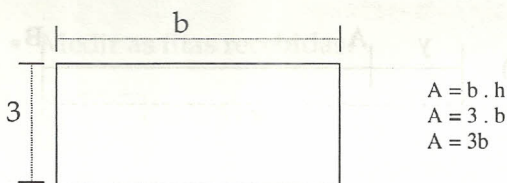


- Desenhar a planta baixa de uma casa de 90m², com cinco peças. Observação: não considerar corredor como peça e usar escala 1:100.
- Desenhar figuras que representem as áreas a seguir e calcular os perímetros:
 - a) 16 cm²
 - b) 9 cm²
 - c) 32 cm²
 - d) 40 cm²
 - e) 12 cm²

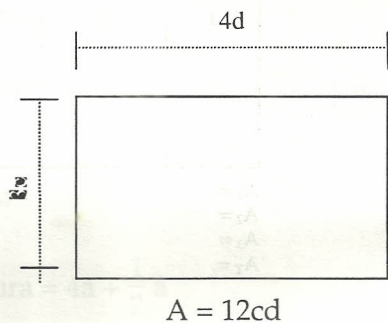
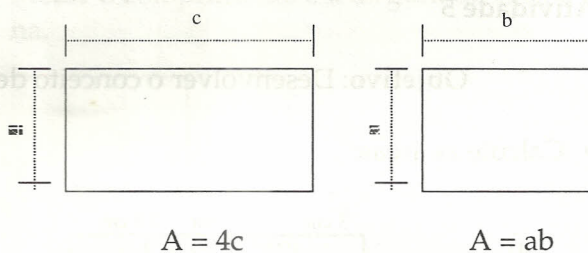
A atividade 5 embasa o trabalho para a introdução da multiplicação, divisão, produtos notáveis e fatoração na Álgebra.

Atividade 6:

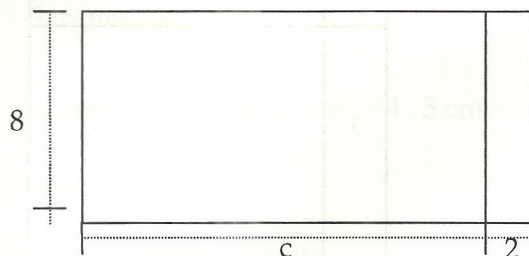
- Um retângulo tem um lado com medida 3 e outro lado com medida b.



- Dados os retângulos, calcular a área.



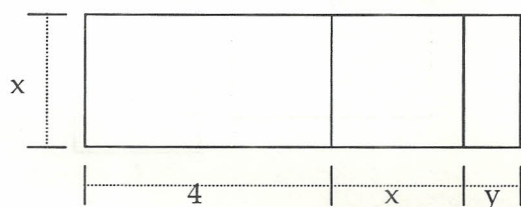
- Dada a figura, calcular as áreas dos retângulos que a compõem e sua área total.



O polinômio que traduz o cálculo da área total da figura anterior é:

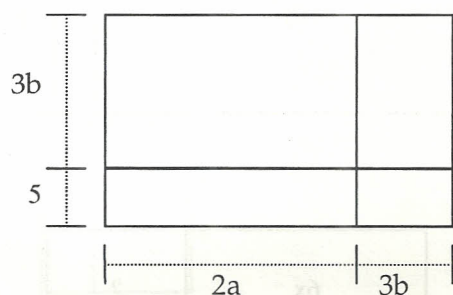
$$A = 8(c + 2)$$

- O que podemos concluir?
- Qual a área total de cada figura a seguir? Qual é o polinômio que traduz a área total de cada uma?



$$A = x(4 + x + y)$$

$$A = 4x + x^2 + xy$$



$$A = (3b + 5)(2a + 3b)$$

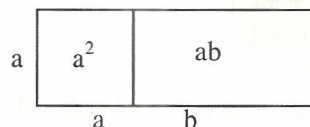
$$A = 6ab + 10a + 9b^2 + 15b$$

Recortar as figuras a^2 , b^2 , c^2 , d^2 , ab , ac , ad , bc , bd e cd em cartolina, sabendo que $a = 2\text{cm}$, $b = 4,5\text{cm}$, $c = 7\text{cm}$ e $d = 10\text{cm}$.

- Colocar em cada uma das figuras recortadas para esta atividade a denominação dos lados e área formada, utilizando as variáveis a , b , c e d .
- Utilizando as figuras do grupo, compor quadriláteros diferentes.
 - a) Desenhar estas figuras.
 - b) Escrever a denominação dos lados.

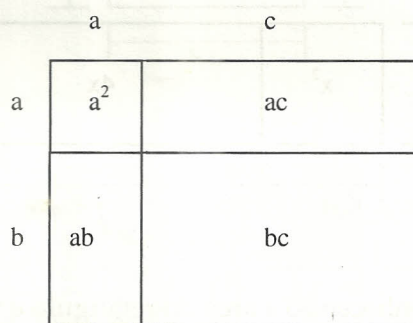
- c) Calcular as áreas que formam cada figura.
- d) Calcular a área total do quadrilátero formado pela composição realizada.
- e) Escrever os polinômios que representam as áreas totais das figuras.

Exemplos:



$$A = a(a + b)$$

$$A = a^2 + ab$$



$$A = (a + b) \cdot (a + c)$$

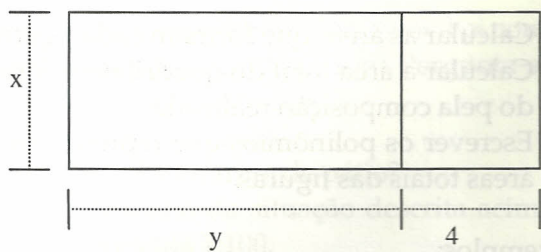
$$A = a^2 + ac + ab + bc$$

O aluno deverá relacionar o cálculo da área de casas com o cálculo das áreas solicitadas, fazendo uma troca de linguagem.

Atividade 7:

Objetivo: Desenvolver nos alunos a capacidade de fatoração por fator comum e por agrupamento.

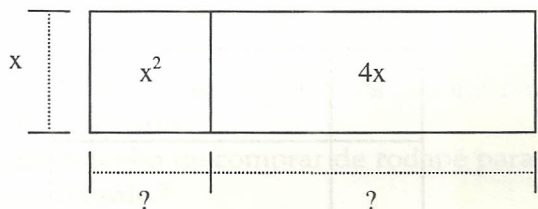
- Escrever duas formas diferentes de calcular a área desta figura:



$$A = xy + 4x$$

$$A = x(y + 4)$$

- Analisar as respostas obtidas. Uma será na forma de produto e a outra na forma de fatores. A divisão de polinômio por monômio pode ser entendida como uma maneira de encontrar um dos lados de uma figura, se soubermos a área total da figura. Assim:

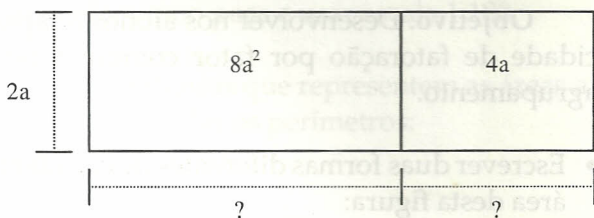


Conhecendo a área do retângulo e um dos lados, qual a medida do outro lado?

$$\frac{x^2}{x} = x \quad \frac{4x}{x} = 4$$

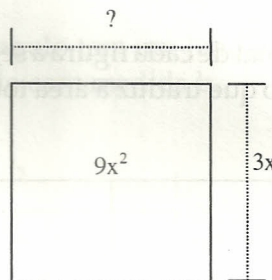
A medida do lado é $x+4$.

- Calcular a medida do lado desta figura, conhecendo um dos lados e a área total da figura:

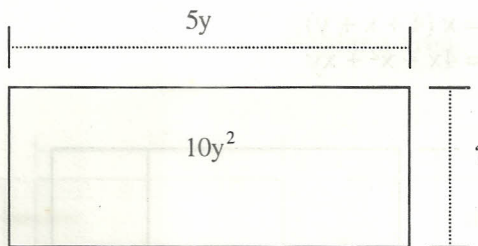


- Aconteceu um acidente! Pingou água nos desenhos e apagaram-se alguns monômios. Auxilie a refazê-los:

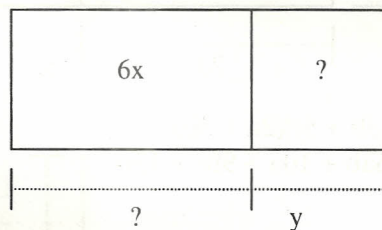
a)



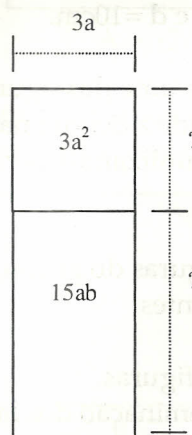
b)



c)



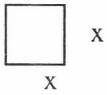
d)



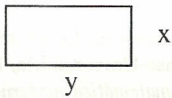
Atividade 8:

- Desenhar figuras que representem as áreas a seguir:

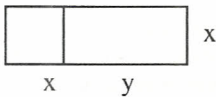
a) x^2



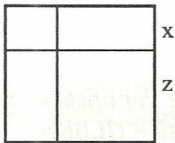
b) xy



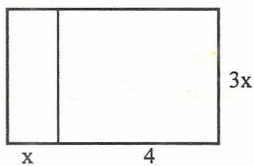
c) $x^2 + xy$



d) $x^2 + xy + xz + yz$



e) $3x(x + 4)$

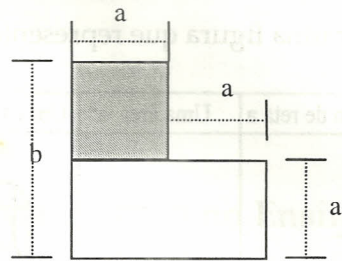


Atividade 9:

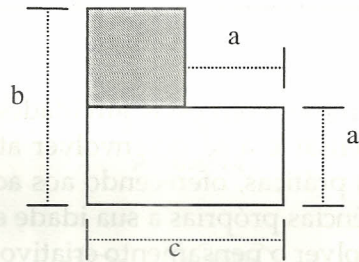
Objetivo:

Determinar os polinômios que representam as áreas hachuradas:

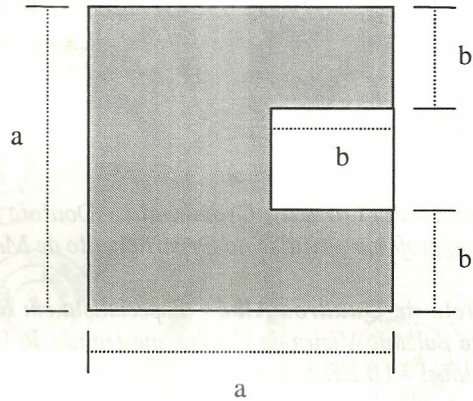
a)



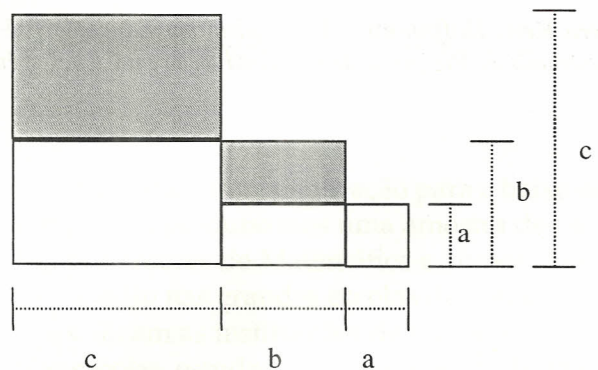
b)



c)






d)



Atividade 10:

- Desenhar uma figura que represente:

Um segmento de reta a	Uma área a^2	Um volume a^3
		

Procura-se, com estas atividades, levar o aluno a pensar e a se desenvolver através de atividades práticas, oferecendo aos adolescentes experiências próprias a sua idade e capazes de desenvolver o pensamento criativo.

As atividades descritas fornecem uma base geral, ao professor de 7ª série, de como estruturar as aulas, obtendo uma atmosfera propícia ao

ato de pensar, o que permitirá ao aluno a compreensão dos conteúdos de 7ª série.

Esperamos que este artigo contribua com sugestões de recursos para desenvolver os conteúdos de 7ª série do Ensino Fundamental.

Referências bibliográficas

BARATOJO, J.T. *Introdução à álgebra através da geometria*. Revista de Ensino, Ago/Set, 1993, 41-43.

BORTOLOTTI, A.G. et al. *O que ensinar primeiro, álgebra ou geometria?* In: Secretaria de Educação do RS. *Educação para crescer*. Porto Alegre: SEC, 1992.

BRASIL, L.A.S. et al. *Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática*. Rio de Janeiro: Forense-Universitária, 1977.

CASTELNUEVO, E. *Didáctica de la matemática moderna*. México: Trillas, 1975.

_____. *La matemática. La geometria*. Barcelona: Ketres, 1981.

IMENES, L.M. *a geometria no 1º grau*. Revista de Ensino de Ciências, 19, 1987, 55-61.

RIO SÁNCHEZ, J. del. *Ideas previas en matemáticas. Una investigación sobre las cónicas*. Studia Paedagogica, 21, 1989, 59-96.

_____. *Concepciones erróneas en matemáticas: revisión y evaluación de las investigaciones*. Educar, 17, 1990, 205-219.



Claudia Lisete Oliveira Groenwald – Doutora em Ciências da Educação pela Universidade Pontificia de Salamanca, Espanha; professora titular no Departamento de Matemática na Universidade Luterana do Brasil – ULBRA.

Maristela de Quadros Albé – Especialista em Matemática pela UNISINOS; professora na Fundação Escola Técnica Liberato Salzano Vieira da Cunha; mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ciências: ênfase em Desenvolvimento Sustentável – ULBRA.

Rosmari Irma Mincato Klaus – Especialista em Matemática pela UNISINOS; professora na E. E. de 2º Grau Visconde de São Leopoldo.

Vera Kern Hoffmann – Especialista em Educação Pré-Escolar pela UFRGS; professora na Escola Evangélica Ivoti; mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ciências: ênfase em Desenvolvimento Sustentável – ULBRA.