

Modelagem Matemática: Uma Abordagem para o Ensino-Aprendizagem da Matemática

Nilce Fátima Scheffer

Resumo

Este trabalho pretende oportunizar reflexões relacionadas com a Modelagem Matemática, visando à sua viabilidade para o ensino de Matemática nos diferentes níveis.

A Modelagem Matemática, enquanto estratégia alternativa para o ensino matemático num ambiente contextualizado, desempenha função importante na Educação Matemática, pois representa uma perspectiva que inclui as vivências sócio-escolares, construção e consolidação do conhecimento, garantindo aprendizagens significativas.

Introdução

A Modelagem Matemática, processo que envolve a realidade e a Matemática mediante o qual se definem estratégias de ação, proporciona ao aluno uma análise global da realidade em que ele age. Segundo essa concepção, a Matemática nasce a partir da realidade e a ela retorna. Vale considerar aqui as palavras de Machado (1987):

Como totalidade, a realidade só pode ser apreendida nesta perspectiva globalizante. Neste sentido, o conhecimento matemático nasce do real e a ele se dirige como ocorre em todos os outros campos. (p.58)

O saber constrói-se contextualizado enquanto emerge da experiência vivida, sendo reforçado pelos significados da cultura em que está inserido; nesse sentido, torna Matemática e realidade um único contexto. Entendemos realidade como contexto, mundo, horizonte de relações em que o ser humano vive e se insere.

A Modelagem Matemática leva a uma aprendizagem que é, como considera D'Ambrósio, uma relação dialética reflexão-ação; assume uma historicidade, ou seja, uma inserção histórica tanto do aluno quanto do professor.

Podemos definir a Modelagem Matemática como estratégia de ação que dá abertura ao aluno para pensar, criar e estabelecer relações, considerando-o como sujeito da pesquisa, porque o aluno passa a ter liberdade para procurar suas próprias alternativas de solução, desenvolvendo atitudes positivas na aprendizagem da Matemática. Tais atitudes tornam-se necessárias para satisfazer a necessidade de enriquecimento de quem aprende, proporcionando na vivência diária sucesso na aprendizagem. O bom êxito no domínio dos conceitos matemáticos é desenvolvido através da participação do aluno em descobertas, discussões, ilustrações, soluções de problemas, práticas e aplicações.

A situação-problema, considerada o início de um processo de descrição da situação real num problema formulado em linguagem convencional, assume um caráter "aproximativo"; passa a ser o ponto de partida para a construção

do modelo matemático, levando o aluno, num ambiente de motivação e envolvimento, a analisar um determinado problema no seu aspecto global e possibilitando-lhe resolver aquilo que estiver ao seu alcance. Incentiva-o a buscar a construção do conhecimento, conduzindo-o por fim à conquista de seus objetivos.

A Modelagem Matemática desencadeia e fundamenta o nosso trabalho em educação. Partimos de problemas do mundo físico e social e, através de reflexões, buscamos modelos que, resolvidos por meio de técnicas, apresentam soluções que denunciam sua origem na experiência sensível.

É um processo natural, caminho pelo qual o aluno vai gerando conhecimento a partir de uma situação-problema relacionada a um tema. Até chegar à construção e validação do modelo, ocorre muita *criatividade*, elemento fundamental para aluno e professor que representa, na Pedagogia Freinet, o desenvolvimento da segurança afetiva básica, essencial à promoção de qualquer aprendizagem e manutenção do processo de desenvolvimento integral, harmonioso e saudável ao indivíduo e à sociedade.

A Modelagem Matemática está fortemente ligada à Etnomatemática pela discussão crítica, reflexão e atitude reflexiva que envolve, pela natureza histórica e pelo esforço de explicar, entender e manejar parte da realidade, procurando, a partir daí, reatingir o global.

A Modelagem Matemática segundo alguns pesquisadores

McLone (1976) refere-se à Modelagem Matemática como representação do "mundo real" que leva a uma interpretação significativa deste, dando abertura a eventos futuros.

Para Pinker (1981), a Modelagem Matemática segue etapas que vão da formulação do problema e busca de solução até a testagem do modelo e da solução obtida; podemos observar nessa proposta, segundo o estudioso, uma construção séria que parte da formulação, passando pela resolução e chegando à validação, processo

muito importante à construção dos conceitos matemáticos.

Rubin (1982) coloca a informação, questões e critérios de avaliação como pré-requisitos à construção de um problema de Modelagem. Salientando a elaboração do problema, sua representação matemática, solução e verificação como estágios do processo de Modelagem Matemática, destaca a formulação do modelo matemático como uma parte apenas do processo iterativo de Modelagem.

Os autores John Berry & Tin O'shea (1982) referem-se à Modelagem como processo que parte da descrição de um problema de origem não matemática para chegar a uma linguagem matemática.

D'Ambrósio (1986) caracteriza o que entende por Modelagem Matemática através da dinâmica de realidade – reflexão sobre a realidade, que resulta numa ação planejada, consciente. Ocorre, segundo ele, por meio da construção de modelos sobre os quais o indivíduo opera, aplicando toda a sua experiência, conhecimento acumulado e recursos da natureza. É nesse ciclo realidade-reflexão-ação-realidade que reside o ponto mais importante da questão: a tentativa de desvendar o comportamento individual, social e cultural.

Para esse pesquisador, o modelo seria o ponto de ligação entre as informações captadas pelo indivíduo e sua ação sobre a realidade; situa-se no nível do indivíduo e é criado por ele como um instrumento de auxílio à compreensão da realidade através da reflexão; é, enfim, um recurso que dá ao homem condições de exercer seu poder de análise da realidade. O caminho da criação do modelo é o processo mediante o qual se definem as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade.

Para Burak (1987), a Modelagem Matemática resume-se a um conjunto de procedimentos para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos do cotidiano do homem que irão ajudá-lo na tomada de decisões.

A pesquisadora Gazzeta (1989) refere-se igualmente à Modelagem Matemática como uma estratégia de ação sobre a realidade, destacando o aluno como elemento e ao mesmo tem-

po observador dessa realidade. Ela manifesta uma postura de que o homem está inserido na realidade que observa, onde exerce sua ação.

Já para Anastácio (1990), a Modelagem Matemática seria um processo que parte de problemas e aspectos da realidade vivida, chegando à construção de um modelo matemático, de sorte que a aplicação ou não de técnicas e teorias matemáticas leva a soluções que poderão ou não ter relação com a realidade vivida.

Os autores Oke & Bajpai (apud Anastácio, 1990), como outros já citados, também estabeleceram as atividades de Modelagem Matemática através de estágios: de **formulação**, que envolve a situação real e sua colocação na forma matemática; de **solução**, que busca a resolução; e de **interpretação/validação**, relação entre a solução matemática e a situação real original.

Esses autores vêem a Modelagem Matemática como processo que passa por diferentes etapas, importantes na trajetória para chegarmos ao confronto final e à validação da Matemática na realidade.

A Modelagem Matemática é vista por Mendonça (1993) como um processo de sentido global que tem início numa situação real problematizada, para a qual buscaremos a solução através de um modelo matemático que traduzirá, em linguagem matemática, as relações naturais do problema de origem, tendo em vista a verificação e validação ou não do modelo com os dados reais. Em síntese, Mendonça consegue ver a Modelagem Matemática como problematização com sentido global.

Por outro lado, é definida por Bassanezi (1994) como estudo de problemas e situações reais, tendo a Matemática como linguagem para compreensão, simplificação e decisão com relação ao objeto em estudo. O autor vê a dinamização da Modelagem Matemática na busca de aperfeiçoamento dos modelos e em termos de educação: para ele, esse processo possibilita o aprendizado de conteúdos matemáticos interligados aos de outras ciências.

Para Bassanezi, na Modelagem Matemática existe sempre algo **estático** (que é observável, como a Geometria) e algo **dinâmico** (que se movimenta, varia, como a Análise).

Segundo ele:

O processo dinâmico utilizado para a obtenção e tese de Modelos Matemáticos é denominado Modelagem Matemática. Desta forma, a Modelagem Matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (p.61)

Já Borba, Meneghetti e Hermini (1997) referem-se à Modelagem Matemática como um enfoque didático-pedagógico que busca na matematização dos temas escolhidos prioritariamente pelos alunos uma alternativa para a Educação Matemática.

Uma visão bem atual dessa alternativa de ensino nos é apresentada por Meyer (1998), quando diz que o trabalho educacional com Modelagem Matemática leva a uma prática de Matemática atual, contextual, subjetiva e aproximada, de um saber que nos leva a conclusões expressas de modo objetivo, crítico, confiável e extremamente útil.

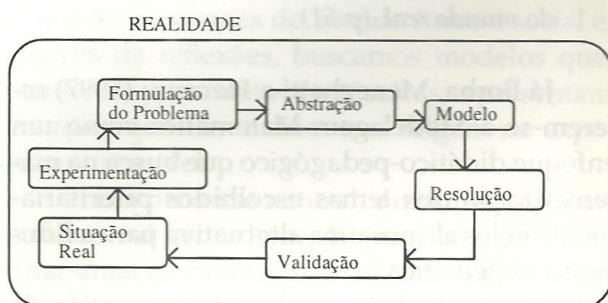
Considerando tais enfoques, a Modelagem Matemática apresenta uma característica comum considerada pela maioria, dos pesquisadores: a seqüência dada pela **formulação do problema**, que envolve a situação real; a **solução**, que se relaciona à busca de resolução através de modelos matemáticos e a **validação**, que diz respeito à verificação da solução e à relação entre a solução matemática e a situação real.

Uma proposta de esquema para a Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma proposta pedagógica que busca considerar o mundo matemático inserido no mundo da vida com base na experimentação e na formulação do problema; chega à abstração e ao modelo matemático, exigindo solução e posterior validação. Considerando as variáveis que intervêm no problema, resolvemos o modelo e, a seguir, comparamos os resultados obtidos com o mundo real.

Com a validação do modelo através da verificação dos resultados obtidos e havendo uma possível reconsideração de outros aspectos do problema, teremos um aprimoramento do modelo construído.

Propomos, a partir de outros esquemas já estabelecidos, o seguinte esquema para a Modelagem Matemática:



Realidade – Todo o meio sensível com os dados, a Matemática, o ser humano, suas curiosidades e anseios.

Situação real – Situação real vivida, problema cotidiano com o qual o aluno se depara; pode estar relacionada a um tema em estudo.

Experimentação – Obtenção dos dados experimentais ou empíricos que colaboram para a compreensão do problema, a busca de modelo, sua modificação e decisão de sua validade. Envolve coleta de dados.

Formulação do problema – Elaboração, representação e colocação de um problema identificado, cheio de significado, relacionado com seu meio sensível, curiosidades e anseios na forma matemática; momento de criatividade.

Abstração² – Compreensão do problema, interpretação, processo que leva à construção do modelo. Momento de seleção das variáveis essenciais, de transferência da linguagem para a representação matemática. Aqui ocorre intensamente uma dimensão semântica, pois algo que começa a ser justificado vai assumindo significado.

Modelo – O modelo matemático vem substituir a linguagem natural por uma linguagem matemática, a lei matemática para determinada situação ou fenômeno. O modelo situa-se no nível do indivíduo, sendo criado como um meio de auxílio à compreensão e interpretação da realidade.

Resolução – O estudo do modelo depende de sua complexidade e poderá ser um processo numérico. Aqui ocorre a tentativa de resolver o modelo matemático resultante da formulação do problema e da abstração.

Validação – Identificação da relação encontrada na solução matemática com a situação inicial; importância, implicação social do modelo e sua generalização para situações semelhantes. Comparação entre a solução obtida na resolução do modelo matemático e os dados reais; processo de decisão de aceitação ou não do modelo inicial, considerando o grau de aproximação desejado.

Vale ressaltar que esse processo não é necessariamente linear, pois as várias etapas ocorrem combinadas e globalizadas em torno do tema em estudo.

Considerações finais

A Modelagem Matemática envolve **problematização** porque busca uma situação do interesse dos alunos, dando origem à comunicação, diálogo, perguntas, curiosidades e partindo para a formulação e resolução do problema em questão. Envolve o **cognitivo**, porque leva o aluno a pensar para formular, buscar modelo e resolver a situação-problema de origem em questão; e o **afetivo**, já que, nesse movimento, o gosto e prazer pelo trabalho com Matemática ocorre através de uma atividade que envolve o aluno integralmente.

Considerada como uma alternativa, a Modelagem Matemática, aplicada de maneira inovadora, com a participação de todos os alunos, conduz, num primeiro momento, à valorização

2 **Abstração** – empregamos esse termo, para explicar a natureza do tipo de conhecimento que não se retira diretamente das informações que se ouvem ou se vêem nos objetos, mas das **relações** que se fazem em nível de pensamento.

da Matemática contextualizada e, num segundo instante, à vontade de conhecê-la, explorá-la, redescobri-la e, principalmente, sentir o gosto pelo aprender.

Mostrar a importância da Matemática não apenas como ciência voltada para si mesma, mas como instrumento para compreensão e possível modificação da realidade, eis o verdadeiro sentido do que se convencionou chamar de Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática, processo global que permite chegar à representação, faz um apelo à realidade na qual está inserido o sistema que deu origem ao modelo, procurando verificar a adequação dessa seleção à realidade como um todo e suas implicações sobre ela, sendo válida quando temos consciência de que estamos trabalhando com aproximações da situação real. Transforma-se, assim, numa alternativa útil que, de acordo com Meyer (1998), envolve entusiasmo, criatividade e flexibilidade no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

É importante citar algumas práticas de Modelagem Matemática desenvolvidas com alunos do ensino fundamental e professores:

- a problematização do tema "Galinhas e Pintinhos" (Scheffer, 1990), quando alunos da 3ª série do ensino fundamental foram observar e acompanhar o nascimento e crescimento de pintinhos pelo processo natural e industrial numa cooperativa que produz frangos para abate e comercializa em vários estados do Brasil. Esse trabalho possibilitou o estudo do nascimento, crescimento, abate, até a comercialização dos frangos, envolvendo também questões de custo e lucro;

- a problematização do tema "A ervamate", prática de Modelagem Matemática desenvolvida com alunos de 5ª série e professores do ensino fundamental; envolveu desde técnicas de plantio e colheita da ervamate até sua industrialização e comercialização. Os alunos foram até uma ervateira para estudar todo o processo de industrialização, os diferentes tipos de ervamate produzida e o processo de embalagem para comercialização, possibilitando assim o estudo do custo na produção e do lucro nas vendas;

- a problematização do tema "A água" (Scheffer, 1995), prática de Modelagem Matemática desenvolvida com alunos de 3ª série e professores do ensino fundamental. Abarcou desde o tratamento da água que sai da barragem até sua chegada nas torneiras das residências; estudaram-se os componentes necessários para o tratamento da água e sua dosagem, o funcionamento de um hidrômetro, a medição do consumo diário, semanal e mensal de uma residência, bem como a representação gráfica do consumo semestral de uma residência e os diferentes padrões de cálculo utilizados pela Companhia Rio-Grandense de Saneamento (CORSAN) para o consumo;

- a problematização do tema "O Queijo", prática de Modelagem Matemática desenvolvida com professores da rede pública estadual de 5ª a 8ª série do ensino fundamental e ensino médio; envolveu desde a produção dos diferentes tipos de queijo, sua composição, até sua comercialização, custo e lucro.

Aos exemplos aqui citados muitos outros podem ser acrescentados, levando-nos a uma prática contextualizada e interdisciplinar, que se expressa de modo objetivo, crítico e confiável para a construção de modelos matemáticos, envolvendo os alunos, desde o ensino fundamental, num processo de pesquisa e criatividade no domínio matemático. Tal domínio assume outras formas de expressão, como o texto livre, a representação gráfica, a representação através de tabelas e estratégias na busca de soluções para os problemas, evidenciando assim características de entusiasmo, criatividade e flexibilidade no ensino.

Referências bibliográficas

- ANASTÁCIO, M. Q. *Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado, Rio Claro - SP, 1990.
- BASSANEZI, R. Modelagem Matemática, *Dynamis*, Blumenau - SC, v. 7, p.55-83, abril/junho, 1994.
- BERRY, J. e O'SHEA T. Assessing mathematical modelling. In: *Math. Educ. Technol*, v. 13, nº 6, p. 715-724, 1982.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na Sala de Aula de um Curso de Ciências Biológicas. *A Educação Matemática em Revista - SBEM/SP*, Ano 5, nº 3, 1997.

- BURAK, D. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. Dissertação de Mestrado, Rio Claro – SP, 1987.
- _____. Critérios norteadores para a adoção de Modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. *Zetetiké*. Campinas. Ano 2, nº 2, p. 47-59, 1994.
- D'AMBROSIO, U. *Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática*. Campinas – SP: Editora da UNICAMP, 1986.
- _____. *Etnomatemática*. São Paulo: Ática, 1993.
- _____. *Educação Matemática: da Teoria à prática*. Campinas-SP: Papirus, 1996.
- FERREIRA, E. S. Por uma teoria da Etnomatemática. *Bolema*. Rio Claro-SP: UNESP, nº 7, ano 6, p. 30-35, 1991.
- FIORENTINI, Dario, Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas – SP. Ano 3, nº 4 p. 1-37, nov/95.
- GAZZETA, M. *A modelagem como estratégia de aprendizagem da matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores*. Dissertação de Mestrado, Rio Claro – SP, 1989.
- MACHADO, N. *Matemática e Língua Matemática-Análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez, 1991.
- _____. *Matemática e Realidade*, São Paulo: Cortez, 1987.
- McLONE, R. R. *The art of applying Mathematics*. Butterworth, 1976.
- MENDONÇA, M. C. D. *Problemática: Um caminho a ser percorrido em Educação Matemática*, Tese de Doutorado, Campinas – SP, 1993.
- MEYER, J. F. C. A. Modelagem Matemática: do fazer ao pensar. *Anais VI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Leopoldo RS, p. 67-70. 1998.
- PINKER, A. The concept Model and its potencial role in Mathematics Education, In *International Journal of Mathematics Education. Science and Technology*, v. 12, 6, p. 693-707, 1981.
- RUBIN, R. L. Mathematical model formulation In *I.J.M.E.S.T.* v. 14, 6, 1982.
- SCHEFFER, N. F. Modelagem Matemática – Uma alternativa para resolver problemas a partir de dados da realidade na 3ª série do 1º Grau. *Perspectiva*. URI – Câmpus de Erechim – RS, nº 47 e 48, p. 51-81 e 20-46, 1990.
- SCHEFFER, N. F. *O encontro da Educação Matemática com a Pedagogia Freinet*. Dissertação de Mestrado, Rio Claro – SP, 1995.



Nilce Fátima Scheffer – Professora do Departamento de Ciências Exatas e da Terra da URI – Campus de Erechim/RS e Membro do GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, Departamento de Matemática, UNESP, Rio Claro, SP, home page: <http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>, e-mail: nilcefs@ca-viar.igce.unesp.br