

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA: ANÁLISE DAS AÇÕES PEDAGÓGICAS DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

The problem solving in classroom: Analysis of the pedagogical actions of Math teachers

*Geralda de Fatima Neri Santana
Marcelo Carlos de Proença*

Resumo

O objetivo do artigo foi investigar as ações pedagógicas de professores que ensinam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, quando realizam um ensino na abordagem da resolução de problemas. Elaboramos um percurso metodológico de observação e análise das ações pedagógicas de três professores (P_7 , P_9 e P_{11}) por meio de um questionário online e de um diário de campo. A análise dos dados mostrou que P_{11} e P_9 ensinam via resolução de problemas, utilizando os problemas como ponto de partida. A abordagem de P_7 condiz com o uso de problemas como aplicação de conhecimentos a partir das definições. Concluímos que, apesar de os PCN, desde o ano de 1998, indicarem o uso do problema como ponto de partida, encontramos um professor que ainda exerce seu ensino, primeiramente, pela abordagem de definições e regras para serem aplicadas em “problemas”.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Anos Finais do Ensino Fundamental. Ações Pedagógicas.

Abstract

The purpose of this paper was to investigate the pedagogical actions of teachers who teach Mathematics in the final years of Elementary Education when they teach in the approach to problem solving. We elaborated a

methodological path of observation and analysis of the pedagogical actions of three teachers (P_7 , P_9 and P_{11}) through an online questionnaire and a field diary. Data analysis showed that P_{11} and P_9 teach via problem solving, using the problems as a starting point. The P_7 approach is consistent with the use of problems such as application of knowledge from definitions. We conclude that even though PCN, since 1998, have indicated the use of the problem as a starting point, we find a teacher who still exercises his teaching, firstly by approaching definitions and rules to be applied in “problems”.

Keywords: Problem solving. Last Years of Middle School. Pedagogical actions.

Introdução

Este estudo é um recorte da dissertação de mestrado defendida em 2016 na qual entendemos que quando o professor de Matemática utiliza um problema como ponto de partida, assume a conduta de mediador entre ideias matemáticas e as estratégias dos alunos, possibilitando a compreensão de conteúdos matemáticos. Desse modo, ao ensino de um conteúdo de Matemática na abordagem da resolução de problemas, focalizamos duas perspectivas: a) a ação pedagógica ao uso do problema como atividade inicial para abordagem de um novo conteúdo de Matemática, dando significado ao processo de resolução; b) as ações pedagógicas

posteriores, tendo em vista a mediação oferecida aos alunos no desenvolvimento do processo de resolução dos problemas.

Essas perspectivas estão presentes nos documentos oficiais norteadores do processo pedagógico. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), indica-se utilizar a resolução de problemas no ensino de Matemática, enfatizando o uso do problema como ponto de partida da atividade matemática. Nesse documento, afirma-se que “[...] a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas” (BRASIL, 1998, p.41).

Nesse sentido, as perspectivas acima se configuram como uma orientação da aprendizagem, ou seja, como constituintes de uma prática pedagógica a qual enseja, diretamente em sala de aula, em ações pedagógicas que buscam favorecer essa aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. Desse modo, as práticas pedagógicas a serem desenvolvidas no ensino envolvem escolhas como o enfoque metodológico e os materiais didáticos, antecedendo às ações em sala de aula.

Para compor as ações pedagógicas no ensino de Matemática na abordagem da resolução de problemas, destacamos indicações de vários autores. Pozo e Angón (1998) propõem que o problema possa ser resolvido por diferentes estratégias no contexto do aluno. Andrade e Nogueira (2005, p.47) mostram que é preciso levar o aluno a “inferir, generalizar, deduzir, argumentar e sintetizar” através de perguntas orais. Itacarambi (2010) optou por pequenos grupos de alunos para maior interação entre eles. Já Allevato e Onuchic (2014) indicam que a ação docente é a de observar o trabalho dos grupos e sua interação. Silva e Siqueira Filho (2011) defendem que os questionamentos devem conduzir os alunos a utilizarem seus conhecimentos matemáticos e auxiliá-los a perceber se suas concepções estão corretas ou não. Andrade e Nogueira (2005) pontuam a análise da solução do problema de acordo com a situação proposta.

Para que tais ações pedagógicas possam ser realizadas, é importante uma organização das ideias sobre resolução de problemas. Pozo e

Angón (1998) destacam o Ensino Fundamental para o início da formação de hábitos e atitudes necessários à solução de problemas. Ao fazer escolha pela resolução de problemas, é preciso que o professor tenha clareza de que os conceitos e os métodos não partem do professor, mas do problema a ser discutido. Nesse sentido, é preciso ter clareza de que “para que possamos falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria para seguir para alcançar a meta” (ECHEVERRÍA, 1998, p.48).

Quando se reconhece uma tarefa como problema, o seu processo de resolução segue, segundo Brito (2010), quatro etapas de pensamento, a saber: representação, planejamento, execução e monitoramento. A etapa de representação corresponde à compreensão do problema pela pessoa. A etapa de planejamento é que envolve o uso de estratégias. A etapa de execução implica realizar os procedimentos necessários para desenvolver a estratégia. Por fim, o monitoramento é a avaliação que deve fazer da solução encontrada com base na natureza do problema. Dessa forma, resolver um problema “[...] refere-se a uma atividade mental superior ou de alto nível e envolve o uso de conceitos e princípios para atingir a solução” (BRITO, 2010, p.18).

Apesar dessas ideias importantes sobre a resolução de problemas, seu trabalho em sala de aula pode seguir abordagens diferentes e contraditórias. Os autores Schroeder e Lester (1989) apresentaram três modos distintos de interpretar a resolução de problemas: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para resolução de problemas, ensinar via resolução de problemas.

Ensinar sobre resolução de problemas: o professor apresenta aos alunos o modelo proposto por Polya (1887-1985), de acordo com seus quatro passos (compreender o problema, elaborar um plano para resolvê-lo, executar o plano elaborado e fazer a verificação do resultado), de modo que os sigam para resolver problemas.

Ensinar para resolução de problemas: as ações do professor são direcionadas a levar os alunos à aplicação da Matemática em “problemas”, o que na verdade seria um trabalho com exercícios. Conforme indicam os PCN (BRASIL,

1998, p.41), “[...] o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório”. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

Ensinar via resolução de problemas: o problema deve ser utilizado como ponto de partida para iniciar o ensino de um conteúdo. Nesse ensino, pode-se levar os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios de Matemática para interpretar o problema e estruturar uma estratégia que possa ajudá-los na busca da solução.

Schroeder e Lester (1989) enfatizaram que o ensinar via resolução de problemas é a abordagem de ensino mais adequada para se abordar o problema, justamente porque os alunos podem ser levados a estabelecer relações entre as várias ideias matemáticas. Uma vez que se adota essa abordagem, Proença (2015) apresentou uma sequência de ações a serem desenvolvidas em sala de aula, a saber: a) *O problema como ponto de partida* – adota-se o problema como ponto de partida para que um conteúdo que o aluno ainda não sabe possa ser construído mediante a busca da solução; b) *Permitir aos alunos expor suas estratégias* – deixar que os alunos, em grupos, apresentem/utilizem suas maneiras para resolver o problema proposto; c) *Discutir as estratégias dos alunos* – promover a socialização das estratégias de resolução dos alunos, buscando avaliar e discutir suas dificuldades; d) *Articular as estratégias dos alunos ao conteúdo* – a ação do professor é a de formalizar o conteúdo que se quer ensinar, utilizando-se das estratégias dos alunos.

Diante dessas considerações, o objetivo do presente artigo foi investigar as ações pedagógicas desenvolvidas em sala de aula por professores do Ensino Fundamental de escolas públicas, quando buscam ensinar um conteúdo de Matemática na abordagem da resolução de problemas.

Metodologia

A pesquisa é qualitativa, de cunho interpretativo, em que o interesse reside na qualidade das respostas dos sujeitos e não em sua quantidade (CRESWEL, 2007). Para coletar dados, utilizamos os seguintes instrumentos: a) questionário

online, para seleção de participantes; b) Diário de Campo, para registro da observação de aulas.

Segundo Chaer, Diniz e Ribeiro (2011), o uso do questionário como instrumento de pesquisa tem como vantagens: a) não gerar gastos com treinamento do pesquisador; b) permitir a participação de um maior número de sujeitos, independentemente do lugar geográfico em que estejam; c) oferecer a possibilidade de ser respondido no tempo desejado. Como uma de suas desvantagens, citamos o relacionado ao nosso estudo, que seria o de correr o risco de boa parte dos sujeitos de nosso universo de pesquisa não dar o retorno dentro do prazo estabelecido. Já o uso de Diário de Campo como instrumento de pesquisa, de acordo com Minayo (2012), representa uma fonte legítima de informações e registro das observações de situações de ensino, o que foi importante para registro das ações pedagógicas identificadas durante as aulas observadas.

No primeiro momento, o questionário *online* foi enviado aos professores de Matemática, jurisdicionados ao Núcleo Regional de Educação (NRE) de Maringá, junto a uma carta-convite, esclarecendo o objetivo da pesquisa. De acordo com a ordem de resposta dos participantes, organizamos as falas utilizando elemento de par ordenado, constituído pela letra P de professor, e um segundo elemento dado pelo número de ordem de chegada dos e-mails. Por exemplo: P₁ representa o primeiro professor que enviou as respostas do questionário *online*.

Foram encaminhados 405 *e-mails* aos referidos professores. Destes, 11 responderam ao questionário *online*. A partir das respostas dos participantes da pesquisa, elaboraram-se os critérios de seleção dos sujeitos: a) utilização da resolução de problemas; b) se leciona nos anos finais do Ensino Fundamental; c) se permite a observação de suas aulas. Assim, selecionamos três professores: P₇, P₉ e P₁₁.

Tais sujeitos apresentam idades entre 31 e 42 anos, tempo de magistério entre seis anos e seis meses a 31 anos e 7 meses. Trabalham em regime efetivo, além da Licenciatura em Matemática, apresentam outros níveis de escolaridade, a carga de hora/aula varia de menos de 20h/a a 40h/a. Atuam nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Em um segundo momento, passamos a fazer a observação das suas aulas em dias previa-

mente agendados. Na visão de Lakatos e Marconi (2003, p.190), a observação é entendida como “[...] uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade”. As observações foram anotadas no Diário de Campo em que registramos as ações pedagógicas de P_{11} , P_9 e P_7 quanto aos conteúdos trabalhados, à proposição de problemas, às estratégias, à sondagem de conhecimentos prévios, o nível de dificuldade do problema, à discussão e cooperação na interpretação e compreensão do enunciado, a postura do professor durante a resolução das atividades, à organização dos alunos na sala de aula, o tempo disponibilizado aos alunos para execução das tarefas e a socialização do conceito.

Para analisar os dados, elaboramos categorias e subcategorias, situando as ações pedagógicas, identificadas em sala de aula. Essas informações foram dispostas em quadros. Em seguida, a cada quadro apresentamos a descrição das ações dos professores e os diálogos entre eles e seus alunos. Desse modo, realizamos a discussão dos dados analisados.

Análise e discussão das aulas

O Quadro 1, abaixo, é referente à primeira categoria, a de introdução do problema como ponto de partida, revelando sua ocorrência ou não em sala de aula.

Quadro 1 – Propor o problema como ponto de partida.

Categorias	Subcategorias	Ações pedagógicas
Propor o problema como ponto de partida para introduzir um novo conteúdo de Matemática que pudesse ser resolvido por diferentes estratégias	Quanto à abordagem de um determinado conteúdo/assunto	P_{11} – Abordagem tendo o problema como ponto de partida
		P_9 – Abordagem tendo o problema como ponto de partida
		P_7 – Inicia o conteúdo por meio de conceitos/definições
	Quanto à proposição de problemas que podem ser resolvidos por diferentes estratégias	P_{11} – Problemas propostos permitindo diferentes estratégias de resolução
		P_9 – O problema proposto permitia diferentes estratégias de resolução
		P_7 – Traz conceitos a serem aplicados nas atividades
	Quanto à sondagem dos conhecimentos prévios	P_{11} – Não retoma conceitos antes nem durante a abordagem
		P_9 – Sondagem oral, pesquisa nos cadernos e livro do aluno
		P_7 – Sondagem oral, pesquisas em livros e internet
	Quanto ao nível de dificuldade do problema	P_{11} – Problemas contextualizados e condizentes ao cotidiano
		P_9 – Problema adequado à realidade do aluno
		P_7 – Questionamentos para se aproximarem das definições

Fonte: os autores.

Quanto à abordagem de um determinado conteúdo/assunto: o professor P_{11} , ao iniciar o conteúdo de Números fracionários, entregou a cada aluno do 6º ano cinco problemas digitados. Solicitou o trabalho em pequenos grupos, não mencionando o conteúdo; apenas disse o conteúdo após as soluções apresentadas pelos alunos. O professor P_9 , ao abordar o conteúdo Juros simples na turma de 9º ano, apresentou aos alunos uma situação-problema com o objetivo de introduzir o conceito temático. Os dois professores utilizam o problema como ponto de partida. De acordo com Günzel, Kessler, Rosa, Jantsch e Meller (2013, p.6), “numa aula baseada na metodologia de resolução de problemas, o problema deve ser o ponto de partida”. Para

Cocco, Reisdoerfer, Oliveira, Moura e Martins (2013), apresentar uma situação-problema como ponto de partida deve propiciar aos alunos o desenvolvimento do raciocínio, da atenção e da retomada de conhecimentos conhecidos.

Em relação ao conteúdo Geometria plana, o professor P_7 não trouxe o problema como ponto de partida. Suas ações se basearam em questões orais sobre noções de geometria plana, seguidas de construção no *GeoGebra*, apontando os elementos da imagem construída por ele e a formalização em linguagem matemática utilizando o quadro de giz.

Registramos fragmentos de diálogo entre os alunos e o professor P_7 . São estes:

Docente: O que vamos estudar hoje é geometria euclidiana. Geometria euclidiana vem de Euclides, grego. Nossa avaliação é sobre geometria plana e espacial. A geometria é separada em duas partes: plana e espacial. O que vocês entendem por geometria, o que vocês lembram?

Aluno: Retângulo, esfera, etc.

Docente: O que remetem ao plano, qual a ideia, a superfície do quadro é plana? Mas antes do plano tem dois elementos que eu quero que vocês procurem identificar, conseguem?

Aluno: Segmento de reta tem começo e fim?

Docente: Para segmento de reta, agora temos definição. Aqui na sala temos segmento de reta: no quadro, em cima da porta, no chão. Temos muitos exemplos.

Aluno: Como separa a reta?

Docente: A reta não separa. Marcamos um ponto nesta reta, vou chamar de O, que vem da palavra origem. A partir de O (origem) todas as partes que vão pra lá são um segmento de reta.

O professor P_7 retoma o conteúdo já apresentado na construção no *software GeoGebra* e solicita aos alunos o registro em seus cadernos. As ações pedagógicas de P_7 , conforme Schroeder e Lester (1989), são uma abordagem de ensino para a resolução de problemas. Ocorreu, nesse caso, uma aplicação dos conhecimentos matemáticos para solucionar problemas ou exercícios. Segundo Souza e Guimarães (2015), a resolução de problemas por essa via toma primeiro os conceitos, depois as atividades.

Quanto à proposição de problemas resolvidos por diferentes estratégias, não é importante a resposta, mas a construção do processo de resolução. No desenvolvimento das atividades, o professor P_{11} recomendou a cada grupo a leitura e a utilização da forma de resolução que quisesse para responder ao problema; solicitou um voluntário para ler o primeiro problema. “Como você resolveria cada situação? Pode desenhar e/ou fazer operações?”. Se os alunos tinham escolhido apenas uma estratégia, perguntava: “mas será que pode ser feito de outro

jeito?”. De acordo com a pesquisa de Mesquita, Santos e Santos (2013), nas interações entre alunos num pequeno grupo sobre um problema envolvendo o conceito de área e de perímetro, em vários momentos o pesquisador valia-se de dicas para que os alunos prosseguissem. Essa foi a atitude de P_{11} e a classe, a postura do professor é de mediador, não anuncia respostas, mas faz com que o aluno reflita. Quanto às estratégias de resolução dos problemas apresentados pelo professor P_{11} , registramos fragmentos do diálogo entre os alunos e P_{11} , conforme segue.

Aluno: Pode sobrar?

Docente: Você é quem vai pensar.

Aluno: Fiz conta de dividir.

Docente: Com esta conta vai dar para responder a pergunta? Por que você fez esta conta?

Aluno: Porque o problema fala em repartir.

Docente: Você discutiu com a colega? É sua opinião ou é opinião do grupo?

Aluno: Vai dividir e não multiplicar. Não entendi nada...

Docente: Eu quero que você pense. Você acha que fazendo assim está respondendo?

Aluno: É para representar em fração? Pode desenhar?

Docente: Se achar que tem mais de uma forma, desenha, escreve, explica a estratégia para a mim, a resolução é sua. Como chegaram a essa resposta?

O diálogo favorece a interação entre o professor e os alunos. Para resolver os problemas apresentados pelo professor P_{11} , os alunos utilizaram cálculos e a representação por desenho. Dante (2010) ressalta a valorização do desenvolvimento de certas estratégias utilizadas em diferentes situações que auxiliam na solução.

Ainda em relação às estratégias de resolução, o professor P_9 , diante dos dados elencados no problema “Mario comprou uma casa por R\$175.000,00. Para o pagamento foi dada uma entrada de \$145.000,00 e o restante parcelado a juros simples com taxa de 12% ao ano durante 5 anos. Qual o valor total de juros?”, solicita que

os alunos apresentem as formas de resolução. Alguns explicam como chegaram ao resultado utilizando cálculos. O professor anota as informações no quadro de giz e refaz com um dos alunos os passos da atividade, ou seja, vai escrevendo no quadro de giz a forma como esse aluno tinha pensado para que ele e os demais colegas percebam até onde o procedimento trouxe a solução para a questão apresentada. À medida que os registros, as discussões se aproximam da solução do problema proposto, o professor P_9 diz: “Nossa, que volta grande vocês estão dando”. Essa expressão condiz com a proposta, uma vez que o professor se interessa em conhecer o ponto de vista dos alunos ao escutá-los e, dessa forma, incentiva-os a participarem da aula, pois anota as falas dos alunos no quadro de giz e prende a atenção deles para avaliarem se a resolução era realmente dessa ou daquela maneira. Neste sentido, de acordo com Pissato, Blauth e Reisdoefer (2013), para possibilitar um ambiente capaz de mobilizar os alunos, os problemas devem ser elaborados capacitando-os a buscar conexões por experimentação movimentando a imaginação.

Para dinamizar o conteúdo, ressaltamos algumas ações de P_7 : fez as demonstrações do ponto, da reta, do segmento de reta, entre outros, no *software GeoGebra*, perguntando aos alunos o que entendiam e lembravam associando os conceitos geométricos aos elementos da sala de aula. Fez um breve contexto histórico sobre a Geometria Euclidiana, falou sobre o *software GeoGebra* e apresentou alguns comandos. Também fez as representações de ponto, reta e plano e disse que esses entes primitivos da geometria não possuem definição. Para que os alunos pudessem fazer associações, exemplificou o plano, a sombra, a folha de papel, a tela do computador. Reproduziu a imagem construída na tela do computador no quadro de giz, pela linguagem matemática. Reforçou que o ponto, a reta e o plano são conceitos geométricos, e o que temos é uma ideia primitiva, ou seja, “são representações, não temos acesso, entes primitivos são abstratos e existem apenas no mundo das ideias”. A ação das definições cabe ao professor, a participação do aluno é pouco representativa no desenvolvimento da elaboração dos conceitos; é o professor quem informa o conteúdo/assunto da aula.

Os professores P_9 e P_{11} propuseram problemas que permitiram aos alunos construir

diferentes maneiras de resolvê-los. O professor P_7 optou por iniciar o conteúdo trazendo os conceitos.

Quanto à sondagem dos conhecimentos prévios, P_{11} não fez a retomada de nenhum pré-requisito. Iniciou pelo problema: “Durante um passeio, Simone comprou 5 barras de cereais. Resolveu repartir igualmente entre ela e três amigas. Que parte da barra de cereal comeu cada uma?”. O grupo optou pela divisão e pelo desenho; quando questionados, disseram que o desenho era mais fácil do que uma conta com vírgula.

Em relação à revisão de algum conhecimento necessário para a abordagem do conteúdo em pauta, o professor P_9 fez de forma oral, retomou conteúdos já estudados como regra de três, frações, números decimais e o sentido das operações básicas. P_9 sugeriu que pesquisassem nos próprios cadernos ou livros os conteúdos para esclarecer dúvidas. Para a resolução do problema de cálculos de juros, os alunos utilizaram conhecimentos prévios para responder. O professor P_9 incentivou e abriu espaço para discussões. O professor P_7 lembrou, de forma rápida e oralmente, os conteúdos estudados anteriormente. Solicitou buscar informações no próprio livro e na internet como, por exemplo, a denominação de alguns polígonos, o alfabeto grego completo. Mencionou assuntos estudados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Consideramos relevantes as ações de explicar conteúdos anteriores antes de abordar novos conteúdos; nesse aspecto, os professores P_9 e P_7 realizaram uma sondagem de forma oral. O professor P_{11} não retomou nenhum conteúdo durante a abordagem de ensino dos Números fracionários.

Quanto ao nível de dificuldade do problema, os alunos da turma do professor P_{11} , de modo geral, interagem com respostas relacionadas às questões apresentadas. Registraram os procedimentos de resolução. O professor optou pela leitura das soluções trazidas pelos alunos ressaltando a representação por desenhos. A turma do 9º ano, de P_9 , demonstrou interesse no desenvolvimento da aula. Os alunos queriam ser ouvidos, pois tinham propostas, argumentos; demonstraram que a questão problematizadora estava relacionada a conhecimentos matemáticos conhecidos deles. De acordo com Polya (1978),

é importante o professor propor problemas nem tão fáceis nem muito difíceis, que despertem curiosidade e estejam em um nível cognitivo “adequado” ao aluno.

De modo geral, a elaboração dos problemas apresentados por P_{11} e P_9 adequou-se ao

conhecimento dos alunos. Embora o professor P_7 não tenha apresentado o problema por escrito, seus questionamentos conduziam o aluno às definições.

Com relação à segunda categoria, o Quadro 2 mostra as subcategorias e as ações pedagógicas identificadas em sala de aula.

Quadro 2 – Discutir e ouvir as estratégias.

Categorias	Subcategorias	Ações pedagógicas
Discutir e cooperar na interpretação e na compreensão do enunciado e das estratégias de resolução, dando voz aos alunos e/ou demonstrar as maneiras utilizadas para solução do problema proposto	Quanto à compreensão do problema	P_{11} – Leitura, questionamentos e interpretação
		P_9 – Leitura, releitura e questionamentos para compreensão
		P_7 – Dita conceitos, faz representações no quadro e em <i>software</i>
	Quanto à postura do professor que esteja relacionada às contribuições entre professor e alunos	P_{11} – Questionador, propiciando a reflexão dos estudantes
		P_9 – Questionador, propiciando a reflexão dos estudantes
		P_7 – Ouve as respostas e acentua as contribuições coerentes

Fonte: os autores.

Quanto à compreensão do problema, levou-nos a analisar a cooperação na interpretação e compreensão do enunciado e se o professor daria voz aos alunos acerca das estratégias elaboradas. Para nós, essa atitude foi acentuada pelo professor P_{11} , porque houve a socialização das atividades na busca pela solução. Os alunos se envolveram com os problemas propostos e se empenharam em solucioná-los. Houve diálogo entre o professor P_{11} e os alunos. O professor esclareceu as dúvidas, incentivou-os ao debate. Em relação ao problema: “Rubens quer repartir meio queijo entre três amigos. Que parte do queijo receberá cada um?”, este foi muito discutido. Alguns grupos perceberam a insistência do professor em questionar sobre qual parte do queijo representava a parte recebida por cada amigo “do queijo inteiro ou da metade” e viram que sua solução não respondia à pergunta proposta no problema. Então, quiseram ir ao quadro mudar a resposta, o que não lhes foi permitido. O professor queria analisar o que estava sendo examinado. Esses questionamentos foram importantes para que os alunos entendessem qual era o núcleo do problema. Após esse debate, os alunos compreenderam o sentido da pergunta e o professor solicitou-lhes refazer a atividade. Situação semelhante ocorreu com turma de 8º ano em uma atividade sobre o conteúdo de proporção. Nessa atividade, podemos destacar, conforme

Sturion, Dezilio e Martin (2013, p.9), que “esse fato nos leva a pensar que os alunos precisam ser expostos a problemas que os levem a pensar e interpretar, logo, a leitura matemática entre os alunos deve ser praticada e incentivada”.

P_9 preocupou-se em envolver os alunos para solucionar o problema proposto. Insistiu na leitura e na compreensão do enunciado, solicitou a leitura em voz alta e propôs questões com vários caminhos de solução. Desse modo, a compreensão e a interpretação de um problema estão relacionados com os procedimentos de sua leitura. Acompanhamos esse processo de P_{11} e P_9 . De acordo com Barnett, Sowder e Vos (1997), os procedimentos de leitura do problema devem ser realizados de diversos modos, ou seja, ler o enunciado completo, fazer uma (re)leitura, buscar compreender os termos e seus significados.

Os procedimentos de P_7 para a compreensão de um assunto baseava-se em perguntas e comentários aos alunos. Representou no *software GeoGebra* o ponto, a reta, o segmento de reta e a semirreta. Ao mesmo tempo em que executava a construção, fazia comentários, “por dois pontos, passa uma única reta, reta não tem definição, não tem começo, nem fim, não tem limite, segue. Para ponto, usamos letra maiúscula, e para reta, letra minúscula”. Representou ângulo utilizando o *software GeoGebra* e com ajuda de ferramentas fez algumas medidas de abertura desse ângulo

para poder classificá-lo em agudo, reto, obtuso, raso, de uma volta e nulo. Perguntou se os alunos conheciam um transferidor: “O que vocês imaginam que seja um ângulo?”; apresentou o conceito de ângulo em linguagem matemática e descarrou o ângulo de 90° (reto), indicando-o em vários locais da sala de aula e nomeou os demais ângulos. Trazemos fragmentos:

Docente: Qual a definição de ângulo? Olha nos cantos da sala, do quadro. A gente usa o ângulo para enxergar, – o ponto de vista – no linguajar comum. Qual a ideia de ângulo? Lá na trave.

Aluno: Junção de duas retas.

Docente: Quase. Vou “ditar”: Ângulo é a reunião de duas semirretas de mesma origem.

Quanto à compreensão do enunciado e a interpretação do problema, vimos que os professores P₁₁ e P₉, além dos procedimentos de

leitura e (re)leitura do problema, questionaram os alunos sobre os problemas expostos para buscar a solução. O professor P₇ “ditou” os conceitos e solicitou seus registros.

Quanto à interação entre professor e alunos, o professor P₁₁ fez muitas perguntas, deu atenção às respostas e respondeu-as com outras perguntas. Em certo momento, disse: “Até agora, ninguém fez certo ou errado, cada grupo vai apresentar como fez. Os demais prestem atenção como os outros grupos fizeram”. No que concerne ao professor P₉ e a sua turma, observamos o interesse de muitos alunos em dar sua contribuição. Todos são ouvidos pelos colegas e pelo professor. O professor P₇ reforça as respostas coerentes e, quando os alunos não falavam, solicitava-lhes ver os cadernos. Os professores P₉ e P₁₁ foram questionadores e propiciaram reflexão dos alunos.

Sobre a terceira categoria que elaboramos para análise dos dados, o Quadro 3 mostra as subcategorias e as ações pedagógicas.

Quadro 3 – Agrupar os alunos e disponibilizar o tempo.

Categorias	Subcategorias	Ações pedagógicas
Agrupar os alunos e permitir o tempo necessário para o planejamento e a execução de um plano elaborado	Quanto à organização dos alunos na sala	P ₁₁ – Organiza os alunos em pequenos grupos
		P ₉ – Alunos trabalham individualmente, mas cooperam entre si
		P ₇ – Alunos trabalham individualmente
	Quanto à disponibilidade de tempo para a execução das tarefas	P ₁₁ – Disponibiliza tempo adequado
		P ₉ – Estipula 10', porém amplia esse tempo a pedido dos alunos
		P ₇ – Correção das atividades extraclasse pelo professor

Fonte: os autores.

Quanto à organização dos alunos na sala e quanto à disponibilidade de tempo para execução das tarefas, o professor P₁₁ realizou os trabalhos em grupos de 2 ou 3 alunos. O professor P₉ não formou grupos com seus alunos devido ao pequeno espaço físico para 31 alunos. De início, solicitou o trabalho em 10 minutos. O tempo não foi suficiente. Os alunos por duas vezes solicitaram mais tempo. Estavam empenhados em resolver o problema e não queriam ser interrompidos. O professor P₉ circulou pela sala para ouvir os alunos. Foi solicitado a tirar dúvidas, mas não lhes respondia; apresentava nova pergunta. P₇ buscou o envolvimento dos alunos para a compreensão

das definições dos termos específicos. Informou que o conteúdo trabalhado seria apresentado de maneira resumida. Indicou as atividades referentes no livro do aluno para atividades extraclasse. Na aula seguinte, deu as indicações das respostas quando os alunos não chegavam a uma conclusão. De acordo com Schoenfeld (1997), se há contribuições dos alunos, as respostas dadas aos problemas são mais dinâmicas se compararmos com atividades de exercícios que podem ser resolvidos seguindo um modelo.

Por fim, o Quadro 4, abaixo, mostra as categorias e as ações pedagógicas identificadas nas aulas dos professores.

Quadro 4 – Socializar e formalizar o conceito.

Categorias	Subcategorias	Ações pedagógicas
Socializar com a classe as estratégias apresentadas, promovendo o desenvolvimento de conceitos pelos alunos	Quanto à socialização das estratégias dos alunos	P ₁₁ – Socializa estratégias promovendo a formação do conceito
		P ₉ – Socializa estratégias e usa-as para formalizar o conceito
		P ₇ – Os conceitos e as definições são apresentados pelo professor

Fonte: os autores.

Quanto à socialização das estratégias apresentadas pelos alunos, o docente P₁₁ estabeleceu que cada grupo apresentaria para a classe suas conclusões para mostrar como chegou à solução. Combinou com os alunos a apresentação das formas de resolução das três primeiras atividades. Dividiu o quadro de giz em partes iguais e disse que cada grupo, um por vez, teria um espaço para apresentar as estratégias e as considerações que utilizou para resolver cada problema.

Apresentamos a seguir parte do diálogo ocorrido entre cada um dos grupos e o professor P₁₁ durante a socialização das estratégias de resolução do problema “Durante um passeio, Simone comprou 3 barras de cereais. Resolveu repartir igualmente entre ela e três amigas. Que parte da barra de cereal comeu cada uma?”.

Grupo 1: **Docente:** Como vocês pensaram
Alunos: A gente pensou que era pra fazer em fração.
Docente: Por que vocês dividiram?
Alunos: Porque eram cinco barras para dividir entre 4 pessoas.
Docente: Registraram só isso?
Alunos: Sim.

Grupo 2: **Docente:** Como vocês fizeram?
Alunos: A gente contou 1, 2, 3, 4.
Docente: Explica pra gente.
Alunos: A gente dividiu as 4 barras e fez o desenho pra dividir a última barra.
Docente: Cada um comeu o que?
Alunos: Cada um recebeu uma barra e ¼.

Os alunos do Grupo 3 eram muito tímidos e não conseguiram explicar pra classe os procedi-

mentos que utilizaram. Com muitas dificuldades para se expressarem, responderam que tinham pensado através de fração. Alguns colegas comentaram: “Imaginem esses caras presidentes do Brasil” (muitos risos).

Grupo 4: **Docente:** O que é aquele 5? (Indicando o número no cálculo realizado)
Alunos: Comprou 5 barras.
Docente: O que é aquele 4?
Alunos: Ela mais 3 amigas.

Grupo 5: **Docente:** Como vocês pensaram para fazer assim?
Alunos: Cada uma delas comeu uma barra inteira, e cada uma delas comeu um pedaço.

Grupo 6: **Docente:** Por que dividiram?
Alunos: Porque ela comprou.

P₁₁ e seus alunos esclareceram as dúvidas; no início, cada grupo apresentou a resolução no quadro. Em seguida, explicavam para os colegas como fizeram os procedimentos. P₁₁ fazia intervenção por meio de perguntas para socializar as estratégias; o professor promoveu o desenvolvimento dos conceitos.

Nesse sentido, Teodoro, Santos, e Pedroso (2013) apresentaram um problema a alunos de 6º ano para conhecer suas estratégias. Esses pesquisadores procederam com ações semelhantes ao docente P₁₁, ou seja, formação de pequenos grupos; entrega do problema digitado para cada grupo para proceder a leitura e interpretação do enunciado. Acompanhamento à discussão sem fornecer respostas, fazendo perguntas que permitiam a continuidade do debate na busca da solução. Ao término da tarefa, cada grupo dirigiu-se ao quadro para descrever as diversas

resoluções. O que difere na proposição dos problemas entre o docente P_{11} e este estudo é que o problema dos pesquisadores foi aplicado em uma realidade diferente da vivenciada pelos alunos de P_{11} . Tivemos grupos com dificuldades em justificar o modo de resolução no quadro como sinalizado pelo grupo 3. O mesmo fato pode ser também observado na pesquisa de Francisco, Igarashi, Santos, Calada e Beline-Or-Or (2013) desenvolvida em uma turma de 6º ano. Alguns alunos, quando convidados a apresentar o registro da estratégia de resolução no quadro, “se intimidaram”.

Para socializar as estratégias apresentadas para gerar o desenvolvimento dos conceitos com a efetiva participação dos alunos, o docente P_9 conduziu a resolução no quadro e ficou atento às sugestões dos alunos. Se o aluno indicava algo incorreto, anotava e aguardava para ver se havia prosseguimento ou se tinha opiniões contrárias, apontando o cálculo ou a estratégia indevida. Após discussão, entre acertos e erros, P_9 finalizou o procedimento que indicou a solução do problema. Quando finalmente o professor chegava à solução do problema, retomava a atenção da classe e dizia: “Tem um caminho mais curto. Todo esse caminho pode ser formalizado!”. Os alunos ficaram surpresos e pediram que mostrasse a outra forma. Apresentou a fórmula usada para calcular juros simples e justificou cada uma das variáveis envolvidas na equação para que os alunos identificassem a representação correta das informações da situação-problema. Conforme nossos registros, destacamos alguns fragmentos de diálogo dos alunos e o docente P_9 , durante a aula.

Aluno: Dá para fazer usando calculadora? Com calculadora é fácil? Como faz porcentagem na calculadora? Pode fazer consulta?

Docente: Esta organização chega na resposta? Verifique se está certo ou errado. É esta a proposta? É este o caminho? Se não der por um caminho, não apague, deixe de lado e tente outro. Se você não consegue na estrutura de antes, regra de três, tente outro jeito, busque outro caminho. Você usou estes valores? Vai usar este jeito mesmo? Leia de novo. Veja a pergunta. É real? Faça

de conta que você está comprando. Eu não sei o resultado final, preciso que vocês me digam.

Aluno: O que estou fazendo com a calculadora? Pra que eu uso a calculadora? Como escrevo sessenta por cento? Em fração ou número decimal?

Podemos perceber pelo diálogo que o professor fez o papel de mediador com seus alunos. O diálogo entre P_9 e seus alunos aproximou-se de uma das etapas da resolução de problemas que, de acordo com Sternberg (2000), se refere ao processo de resolução até alcançar a meta final. O docente P_9 fez a reavaliação, utilizou as estratégias dos alunos e a formalização. Percebemos que as ações pedagógicas de P_9 e P_{11} contribuíram para a socialização das estratégias valorizando os alunos. Em relação ao docente P_7 , ao final de cada aula relembra cada conteúdo abordado. Além da construção no *GeoGebra* e no quadro, utilizou outras formas para apresentar o assunto contextualizando-o com atividades do cotidiano dos alunos.

Considerações finais

Este estudo teve como objetivo identificar as ações pedagógicas de três professores de Matemática, P_7 , P_9 , P_{11} , dos anos finais no Ensino Fundamental de escolas públicas, quando trabalham na abordagem da resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem de conteúdos de Matemática.

Em nossa análise, afirmamos que P_{11} contemplou as ações pedagógicas propostas pelo estudo. Ou seja, utilizou o problema como ponto de partida para iniciar uma atividade matemática, organizou os alunos em pequenos grupos, circulou pela sala incentivando, questionando os alunos, levando-os a reflexão. Permitiu ao aluno expor suas estratégias de resolução, socializou com a classe os procedimentos de resolução, valorizando a participação do aluno na compreensão do conceito do novo conteúdo.

O professor P_9 , devido à sua turma numerosa, não pôde trabalhar grupos de alunos. Isso não inviabilizou as interações entre ele e os alunos. O professor P_9 iniciou suas aulas por uma situação-problema com investigação dos

conhecimentos prévios dos alunos, valorizou as estratégias que estes apresentam e formalizou conceitos pelas interações dos alunos.

O professor P₇, ao trabalhar o tema Geometria plana, utilizou o problema depois de apresentar os conceitos e não como ponto de partida. P₇ apresentou diversas definições; fez uma relação entre os conceitos estudados e sempre interrogou os alunos com a finalidade de averiguar o que pensavam ou sabiam sobre o conteúdo/assunto em questão. Realizou construções no *software GeoGebra*, ressaltando o uso de tecnologias para facilitar a aceleração e apresentação dos conteúdos. Ao final de cada aula, discutia com os alunos sobre suas dúvidas. Fazia retomadas do processo dando ênfase a alguns termos e justificando seus porquês. Nesse sentido, “explicar aos alunos de onde vêm os argumentos [...] quando possível, pode ajudar a desmistificar a matemática e permitir-lhe enfrentá-la com menos medo e apreensão” (SCHOENFELD, 1997, p.22).

De acordo com a observação das aulas quanto às ações pedagógicas realizadas, percebemos que os professores P₉ e P₁₁ apresentaram práticas vinculadas à abordagem da resolução de problemas no ensino. Conforme Schroeder, Lester (1989) há maneiras diversas de interpretar a resolução de problemas na abordagem de ensino; essas maneiras foram identificadas na prática escolar dos professores, P₉ e P₁₁. Estes encaminharam para um ensino via resolução de problemas quando utilizaram o problema como ponto de partida da atividade matemática. A abordagem de ensino que evidenciamos nas ações pedagógicas do professor P₇, de acordo com a interpretação dos pesquisadores Schroeder, Lester (1989), direcionam-se para uma abordagem de ensino para resolução de problemas. Os conceitos e definições são apresentados pelo professor, e os alunos vão utilizar esses conhecimentos matemáticos para a resolução proposta pelo professor, quer sejam problemas ou exercícios.

Contudo, as ações pedagógicas dos professores sujeitos de nossa pesquisa revelam que dois deles utilizaram o problema como ponto de partida e desenvolveram um ambiente propício para a compreensão dos conteúdos que foram trabalhados em sala de aula. Ainda encontramos, porém, um professor que limita seu ensino em

sala de aula ao adotar o problema após explicação do conteúdo que abordou em suas aulas. Essa situação merece atenção porque os PCN indicam, desde sua criação, ano de 1998, que nos anos finais do Ensino Fundamental o professor aborde o problema como ponto de partida e não a definição matemática.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTILIN, A. M (Orgs.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p.35-52.
- ANDRADE, D.; NOGUEIRA, C. M. Tendências em educação matemática escolar: das relações aluno-professor e o saber matemático. In: ANDRADE, D.; NOGUEIRA, C. M. (Orgs.). *Educação matemática e as operações fundamentais*. Maringá: EDUEM, 2005, p.41-48.
- BARNETT, J. C. SOWDER, L.; VOS, K. E. Problemas de livros didáticos: complementando-os e entendendo-os. In: S. KRULIK; R. E. Reys (Orgs.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997, p.131-147.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais – 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998
- BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Solução de problemas e a matemática escolar*. Campinas, Alínea, 2010, p.13-53.
- CHAER, G., DINIZ, R. R. P.; RIBEIRO, E. A. A técnica do questionário na pesquisa. *Evidência*, 7(7), p.251-266, 2011.
- COCCO, P. M.; REISDOERFER, C.; OLIVEIRA, D. H.; MOURA, M. C.; MARTINS, J. C. G. Resolução de problemas e jogos como metodologias em sala de aula. *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2013, p.1-7.
- CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- DANTE, L. R. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. São Paulo: Ática, 2010.
- ECHEVERRÍA, M. D. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: ArtMed, p.44-65, 1998.

- FRANCISCO, B. M.; IGARASHI, D. M.; SANTOS, L. S.; CALADA, T. V.; BELINE-OR-OR, W. Resolução de problemas: um método alternativo para o ensino de matemática na educação básica. *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2013, p.1-11.
- GUNZEL, V.; KESSLER, D.; ROSA, J. R.; JANTSCH, L. C. F. S.; MELLER, C. B. Resolução de problemas como metodologia para o Ensino-Aprendizagem de equivalência e frações. *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2013, p.1-10.
- ITACARAMBI, R. R. *Resolução de problemas: construção de uma metodologia*. São Paulo: Livraria da Física, 2010.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. *Fundamentos da metodologia científica*. 5.ed. São Paulo: Atlas, 2003.
- MESQUITA, F. N. A.; SANTOS, P. F.; SANTOS, J. K. R. As interações na resolução de problema matemático em pequeno grupo. *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2013, p.1-10.
- MINAYO, M. C. S. Análise qualitativa: teoria, passos e fidedignidade. *Ciência e Saúde Coletiva*, n.17, v.3, p.621-626, 2012.
- PISSATO, C.; BLAUTH, I. F.; REISDOEFER, D. N. Resolução de problemas através de atividades que estimulem o raciocínio lógico. *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2013, p.1-10.
- POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. A solução de problemas como conteúdo Procedimental da Educação Básica. In: POZO, J. I. (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender* Porto Alegre: ArtMed. 1998, p.139-165.
- PROENÇA, M. C. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. *Bolema*, 29 (52), p.729-755, 2015.
- SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, S. E. (Orgs.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução: DOMINGUES, H. H.; OLGA, C. São Paulo: Atual, 1997, p.13-29.
- SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing in mathematics via problem solving. In: TRAF-TON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). *New directions for elementary school mathematics*. Reston: NCTM, 1989, p.31-42.
- SILVA, C. M. S.; SIQUEIRA FILHO, M. G. *Matemática: resolução de problemas*. Brasília: Líber Livros. (Coleção Ser Professor), 2011.
- SOUZA, M. A. V. F.; GUIMARÃES, H. M. A resolução de problemas na educação em matemática: uma conversa sobre ensino, formação de professores e Currículo desde Pólya. *Revista Ifes Ciência*, 1(1), 2015, p.109-136.
- STERNBERG, R. J. *Psicologia cognitiva*. Tradução: OSÓRIO, M. R. B. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- STURION, E. C.; DEZILIO, K.; MARTIN, R. W. S.; SILVA, S. D.; BELINE-OR-OR, W. Resolução de problemas em uma turma de 8º ano: o problema da proporção. *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2013, p.1-10.
- TEODORO, F. P.; SANTOS, C. H. M.; PEDROSO, S. A utilização de resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem na matemática. *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática*. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2013, p.1-11.

Geralda de Fatima Neri Santana – Professora da rede de ensino da Secretaria de Educação do Estado do Paraná – disciplina de Matemática. Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Maringá. E-mail: pipo_ziga@hotmail.com

Marcelo Carlos de Proença – Professor do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”. E-mail: mcproenca@uem.br