LOGARITMOS, TRIGONOMETRIA, MATRIZES E DETERMINANTES: UMA ANÁLISE DE ITENS DO ENEM DO PONTO DE VISTA CURRICULAR

Logarithms, trigonometry, matrices and determinants: An item analysis from a curricular viewpoint

Jean Piton-Gonçalves
Erica Rachel de Souza
Maiza Lamonato

Resumo

Este artigo responde à questão "de que forma e quantidade os itens que envolvem os conteúdos de logaritmos, trigonometria, matrizes e determinantes vêm ocorrendo nas provas do Enem ao longo dos últimos anos?" A motivação provém (i) da lacuna da literatura quanto à proporção entre os conteúdos curriculares propostos do Ensino Médio e aqueles avaliados pelo Enem e (ii) dos conteúdos que são requisitos para as disciplinas de Cálculo, Geometria Analítica e Álgebra Linear em cursos de ciências exatas e de engenharias. Foram minerados os microdados do Enem de 2009 a 2014 e analisado o currículo de Matemática do Estado de São Paulo. Resultados mostram que, em seis anos de aplicação do Enem, apenas 3.3% do conteúdo curricular pertence aos conteúdos analisados, comprometendo a validade de conteúdo do teste.

Palavras-chave: Exame Nacional do Ensino Médio. Currículo de Matemática do Ensino Médio. Validade de Conteúdo. Análise de Itens.

Abstract

This article answers the question "how many items are in logarithms content, trigonometry, matrices and determinants has occurred in Enem over the past few years?" The motivation comes from (i) gap in the literature of the high school math curriculum and those assessed by Enem and (ii) subjects of which are requirements for Analytical Geometry, Calculus and Linear Algebra in sciences and engineering. For analysis, we data mining the microdados of the Enem (2009-2014) and considered the high school math curriculum of São Paulo State. Our results show in last six years of Enem, only 3.3% of the curriculum containts logarithms, trigonometry, matrices and determinants, which decreases the test validity.

Keywords: National High School Exam. High School Math Curriculum. Content Validity. Item Analysis.

Introdução

Para Wienbusch (2012) e Horta Neto (2010), a avaliação pode ser classificada em duas dimensões. A primeira, dita *interna*, fornece o diagnóstico, acompanha e regula a aprendizagem e tem consequências sobre a progressão do estudante. A segunda, dita *externa,* diz respeito à avaliação realizada por um agente externo à escola, que pode avaliar o desempenho dos estudantes e das instituições. Os autores destacam que a partir dos anos de 1990, inicia-se maior adesão por partes dos países da América Latina à implementação de avaliações externas em escala nacional de aplicação. Na avaliação externa, são utilizados testes de rendimento, questionários contextuais e diagnósticos do sistema. Seus resultados oferecem subsídios para a formulação e monitoramento de políticas educacionais possibilitando ainda o diagnóstico, a autoavaliação, a seleção, a classificação e a certificação (WIESBUCH, 2012). Horta Neto (2010, p.88) acrescenta que é necessário compreender que existem diversos tipos de avaliação que permeiam o sistema educacional:

> [...] aquelas que acontecem em sala de aula, passando por outras que ocorrem na própria escola, ou até as que perpassam todo o sistema educacional. Com relação às avaliações externas, existem aquelas que têm consequências diretas sobre indivíduos e instituições e que apresentam resultados numéricos (somativas) e aquelas que têm como propósito aprender mais sobre o processo educacional com objetivo de procurar melhorias, e que não têm o interesse em dar consequência imediata ao seu resultado (formativas).

Baseado nos estudos de Becker (2010) e Horta Neto (2010), a primeira iniciativa em avaliação externa no Brasil ocorreu em 1976 com a avaliação dos Programas de Pós-Graduação, realizada por iniciativa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (Capes). Em 1980, foi criado o Programa Educação Básica para o Nordeste Brasileiro (EDURURAL), sob a responsabilidade do Ministério da Educação (MEC), que tinha como principal objetivo a expansão das oportunidades educacionais e a melhoria das condições da educação no meio rural do Nordeste. Para tal, eram aplicadas provas e realizados estudos de caso.

Em 1988, surgiu o Sistema Nacional do Ensino Público (SAEP), fruto das experiências do MEC com o programa EDURURAL e dos estudos sobre avaliação externa dos estudantes do 1º grau, desenvolvidos pelo Instituto Nacional Estudos Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em parceria com a Fundação Carlos Chagas.

Em 1990, o SAEP é realizado em escala nacional e, em 1991, passou a ser chamado de Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). As avaliações externas em âmbito nacional estão sob responsabilidade do MEC e são desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Na avaliação da Educação Básica, destacam-se o SAEB, o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) e o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), cenário desta pesquisa.

O Enem foi criado em 1998, com objetivo inicial de avaliar os estudantes ao final da Educação Básica. Em 2009, o exame passa por uma reformulação metodológica. A partir dessa reformulação, além da autoavaliação, o exame passa a ser instrumento de: (i) certificação do Ensino Médio, (ii) seleção e classificação para o ingresso em universidades e (iii) critério para a participação em programas educacionais (BRASIL, 2013).

Enquanto instrumento de seleção e de classificação, o Enem, atrelado ao Sistema de Seleção Unificada (SISU), permite que o candidato escolha diversos cursos de graduação em universidades públicas, mediante sua nota obtida no exame. De acordo com dados de 2015, o Enem é o segundo[1] exame de acesso ao Ensino Superior do mundo, sendo o primeiro o Exame *Gaokao* da China.

Considerando que o Enem é um exame do Ensino Médio tão importante e abrangente no Brasil, podemos então apontar sobre seus possíveis impactos no currículo do Ensino Médio. Um cenário para se analisar é o currículo escolar da Secretaria do Estado de São Paulo (SEE/SP), que, em 2008, implantou um currículo baseado nas competências formuladas para o Enem (SÃO PAULO, 2012).

Silva e Hypolito (2015) analisaram os impactos da certificação do Enem nas práticas pedagógicas e curriculares dos docentes na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Segundo as análises dos depoimentos dos docentes, vem ocorrendo uma reestruturação do currículo a partir da lógica das matrizes de referência do Enem. Com a hipótese de que as matrizes de referência do Enem podem estar reestruturando

[1] <http://www.brasil.gov.br/educacao/2015/10/enem-a-segunda-maior-prova-de-acesso-ao-ensino-superior-do-mundo>.

o currículo do Ensino Médio, podemos inferir que também estejam ocorrendo mudanças nos conteúdos disciplinares curriculares no Ensino Médio.

O artigo 2º da Portaria INEP nº 109 de 27/05/2009 sistematiza a realização e os objetivos do Enem. Com destaque ao art. 2º, item VII, que institui o Enem a "promover avaliação do desempenho acadêmico dos estudantes ingressantes nas Instituições de Educação Superior". *A priori*, um dos objetivos do Enem é avaliar o desempenho dos participantes que, futuramente, poderão ingressar em cursos de bacharelado, licenciatura e tecnológicas em ciências exatas, tais como Matemática, Engenharias, Física, Química, Estatística, entre outros.

No contexto do currículo do Ensino Superior em ciências exatas, avaliamos o ementário das disciplinas que envolvem os conhecimentos de cálculo, geometria analítica e álgebra linear dos cursos de ciências exatas da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Universidade Federal do Ceará (UFC) e Universidade Federal do ABC (UFABC); com o objetivo de estabelecer relações entre o currículo do primeiro ano do ingressante em cursos de ciências exatas e de engenharias e o Enem. Especificamente, para esta pesquisa, verificamos que os conteúdos de logaritmos, trigonometria e matrizes e determinantes são pré ou correquisitos para o ingressante.

Nesse contexto, a revisão da literatura nos indicou uma lacuna no que se refere ao relacionamento entre os conteúdos curriculares matemáticos do Ensino Médio avaliados no Enem e aqueles necessários para um bom desempenho nas disciplinas de Cálculo, Geometria Analítica e Álgebra Linear. Nesta pesquisa, procuramos, portanto, responder à questão "*de que forma e quantidade os itens que envolvem os conteúdos de logaritmos, trigonometria, matrizes e determinantes vem ocorrendo nas provas do Enem ao longo dos últimos anos?*"

Para respondê-la, buscamos (i) dados brutos das provas e documentos do Enem, (ii) o currículo do Ensino Médio publicado pelo MEC, (iii) o currículo de Matemática da SEE/SP e (iv) o ementário do primeiro ano dos cursos de ciências exatas e de engenharias de três universidades federais que utilizam o Enem como processo seletivo.

Currículo do Ensino Médio

Em 1929, a Matemática, antes organizada em quatro campos específicos (Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria), passa a ser instituída como uma disciplina (VALENTE, 2004). Com as Reformas Francisco Campos (1931) e Gustavo Capanema (1943), a Matemática passa a ser incluída em todas as séries.

Mais recentemente, na década de 90, temos a publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) e a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). A partir do PCNEM, surgem outros documentos que buscam aperfeiçoar e aprofundar essas ideias, entre elas as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais ou PCN+ (BRASIL, 2002), que têm como objetivo facilitar a organização do trabalho educacional.

O PCN+ está organizado nas seguintes áreas do conhecimento: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias, e Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. As disciplinas de Biologia, Física, Química e Matemática compõem a área de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. A Matemática está organizada a partir das três competências: (i) representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento, (ii) investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências e (iii) contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

O PCN+ aponta para o desenvolvimento de competências nas disciplinas, em particular na Matemática. No documento, os conteúdos matemáticos são estruturados em três eixos: álgebra, geometria e medidas e análise de dados. O primeiro eixo possui como uma das unidades temáticas a trigonometria, e o segundo, a geometria analítica. Em termos de proposta de distribuição curricular, o Quadro 1 aponta, explicitamente, o conteúdo de função logarítmica para o 1º ano e trigonometria para o 1º e 2º anos. Implicitamente, matrizes e determinantes estão no 2º ano, em geometria analítica.

Quadro 1 – Proposta de distribuição dos temas no Ensino Médio dos PCN+ Ensino Médio.

1ª Série (1º ano)	**2ª Série (2º ano)**	**3ª Série (3º ano)**
Noção de função; funções analíticas e não analíticas; análise gráfica; sequências numéricas; função exponencial ou logarítmica. Trigonometria do triângulo retângulo.	Funções seno, cosseno e tangente. Trigonometria do triângulo qualquer e da primeira volta.	Taxas de variação de grandezas.
Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.	Geometria espacial: poliedros; sólidos redondos; propriedades relativas à posição; inscrição e circunscrição de sólidos. Métrica: áreas e volumes; estimativas.	Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.
Estatística: descrição de dados; representações gráficas.	Estatística: análise de dados; Contagem.	Probabilidade.

Fonte: Brasil (2002, p.125).

Além das iniciativas federais, os Estados desenvolveram propostas curriculares próprias, como é o caso da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE/SP), que possui um currículo estruturado com base no Enem – edição de 2008.

O currículo do Estado de São Paulo

Em 1986, a Matemática passou a figurar no currículo escolar do Estado de São Paulo em duas perspectivas: (i) o desenvolvimento da prática e (ii) o desenvolvimento do raciocínio lógico. Em 2008, a SEE/SP propôs um currículo básico para os últimos anos do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio (SÃO PAULO, 2012) baseado nas competências formuladas no Enem (BRASIL, 1998).

O currículo é estruturado em: Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e suas Tecnologias, Linguagens e Códigos e suas Tecnologias, e Matemática e suas Tecnologias. A Matemática é mantida como área específica do conhecimento, e os conteúdos disciplinares são organizados em três grandes blocos temáticos, a saber (SÃO PAULO, 2012):

- NÚMEROS: envolvem as noções de contagem, medida e representação simbólica, tanto de grandezas efetivamente existentes quanto de outras imaginadas a partir das primeiras, incluindo-se a representação algébrica das operações fundamentais sobre elas. Duas ideias fundamentais na constituição da noção de número são as de equivalência e de ordem.
- GEOMETRIA: diz respeito diretamente à percepção de formas e de relações entre elementos de figuras planas espaciais; a construção e a representação de formas geométricas, existentes ou imaginadas, e a elaboração de concepções de espaço que ajudam a compreender o mundo físico que nos cerca.
- RELAÇÕES: consideradas como um bloco temático. Incluem a noção de medida a riqueza da ideia de aproximação, as relações métricas em geral e as relações de interdependência, como as de proporcionalidade ou associadas à ideia de função.

Além disso, o documento sistematiza a distribuição dos conteúdos curriculares nos três anos do Ensino Médio, em que são relacionados os conteúdos matemáticos com as habilidades que se espera desenvolver com os estudantes durante os bimestres dos anos letivos.

Em relação à distribuição de conteúdos por ano, o documento aponta que os conteúdos de (i) logaritmos pertence ao 3º bimestre do 1º ano, (ii) trigonometria pertence ao 4º bimestre do 1º ano e continua no 1º bimestre do 2º ano, e (iii) matrizes e determinantes pertencem ao 2º bimestre do 2º ano.

Enem

Criado em 1998 como uma das medidas da reforma educacional brasileira, o Enem teve o objetivo inicial de avaliar os estudantes ao fim da Educação Básica. É um exame realizado em edições anuais sob a responsabilidade do INEP e que, em 2009, passou por uma reformulação metodológica buscando atender ao crescente número de participantes e atender à necessidade de ampliar o acesso à universidade pública.

A Matriz de Referência do exame foi reformulada, tomando como base as matrizes do ENCCEJA, estruturadas nas quatro áreas do conhecimento, avaliadas por 4 provas compostas por 45 itens e mais uma redação, a saber (BRASIL, 2013): (i) Ciências da Natureza e suas Tecnologias, (ii) Ciências Humanas e suas Tecnologias, (iii) Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, e (iv) Matemática e suas Tecnologias. A partir dessa reformulação, além da autoavaliação, o exame passa a ser instrumento de: (i) certificação do Ensino Médio, (ii) seleção e classificação e (iii) critério para a participação em programas educacionais. No que diz respeito à seleção e classificação para o Ensino Superior, desde 2004 o exame passou a ser critério para o Programa Universidade para Todos (PROUNI).

Em termos de modelagem estatística para a elaboração e cálculo das notas (escore) dos participantes, o exame passa a utilizar a Teoria de Resposta ao Item (TRI). Em linhas gerais, a TRI possibilita a comparabilidade dos resultados e a realização de mais de uma edição do exame por ano, além de posicionar a nota dos candidatos numa mesma escala. Detalhes da TRI são encontrados nos trabalhos de Lord (1980) e Andrade et al. (2000).

O boletim de desempenho do participante apresenta os resultados por área do conhecimento somados à redação. Geralmente, as notas são distribuídas em uma escala[2] de proficiência de 0 a 1000 para cada uma das áreas avaliadas. Por exemplo, na edição de 2014 do Enem, o desempenho mínimo na prova de Matemática e suas Tecnologias foi de 318,50 pontos, e o desempenho máximo, de 973,60 pontos, sendo que o desempenho médio alcançado pelos participantes foi de 473,50 pontos.

As Matrizes de Referência do Enem são organizadas em cinco eixos cognitivos e comuns às quatro áreas do conhecimento (mais a redação) da seguinte forma (BRASIL, 2013): (i) Dominar Linguagens, (ii) Compreender Fenômenos, (iii) Enfrentar Situações-Problema, (iv) Construir Argumentação e (v) Elaborar Propostas.

Além dos Eixos Cognitivos, cada área do conhecimento passa a ter uma matriz organizada em competências de área e habilidades, que estão relacionadas aos componentes curriculares do Ensino Médio. As competências estão organizadas por conteúdos matemáticos: números, geometria, álgebra, grandezas e medidas, modelagem, tratamento da informação e conhecimentos de estatística e de probabilidade. Essas sete competências geram trinta habilidades que podem ser consultadas em Brasil (2013).

Resultados

A revisão da literatura nos indicou uma lacuna em pesquisas pautadas nos microdados do Enem e que realize uma análise descritiva dos itens de Matemática, com foco na proporção entre os conteúdos curriculares propostos do Ensino Médio e aqueles avaliados pelo Enem.

Além disso, há uma lacuna na literatura dessa discussão quando recorremos aos requisitos do candidato em cursos de ciências exatas, mais precisamente àqueles necessários para cursar as disciplinas de Cálculo, Geometria Analítica e Álgebra Linear.

Enquanto trabalho correlato, Santos e Cortelazzo (2012) analisaram os itens da prova de Biologia com enfoque na frequência e na forma que o conteúdo de biologia celular aparece no Enem. Silva, Santiago e Santos (2013) analisaram as prova de Matemática das edições de 2009, 2010 e 2011 com foco no conceito de números racionais nos seus diferentes significados e suas representações semióticas, concluindo que nem todos os significados dos números racionais foram abordados nas provas.

Com o objetivo de responder à questão de pesquisa: "de que forma e quantidade os

[2] Na edição de 2015, houve o caso de um participante obter 1008,3 pontos em Matemática e suas Tecnologias.

itens que envolvem os conteúdos de logaritmo,[3] trigonometria,[4] matrizes e determinantes[5] vêm ocorrendo nas provas do Enem ao longo dos últimos anos?", buscamos os conteúdos de logaritmo, trigonometria, matrizes e determinantes nas edições de 2009 a 2014 do Enem, uma vez que consideramos como importantes e necessários conhecimentos para um bom desempenho em cursos superiores de ciências exatas e de engenharias.

Materiais e métodos

Visando analisar os acertos e os erros dos candidatos por item, utilizamos os microdados do Enem de 2009 a 2014 disponibilizados pelo INEP (2015). Foram minerados 44,1GB (gigabytes) de dados brutos relativos a seis anos de aplicação do Enem, em um total de 35.842.545 inscritos.

Uma vez que os microdados são dados brutos do exame, houve a necessidade do desenvolvimento, pelos autores, de algoritmos computacionais em linguagem R (cran.r-project.org) e C++, como implementação e execução específicas para a mineração de dados educacionais, utilizando de computadores de alto desempenho.

Com efeito estatístico, o número de inscritos (em dados brutos) nas edições de 2009, 2010, 2011, 2013 e 2014 são, respectivamente, 4.148.721, 4.626.092, 5.380.856, 5.791.065, 7.173.563 e 8.722.248.

Foram considerados, para este estudo, somente os candidatos que responderam aos itens das provas. Itens não marcados ou com dupla marcação foram desconsiderados e, por isso, o total de respondentes varia conforme o item analisado.

Para classificar os itens, adotou-se o Índice de Acerto Efetivo *(IE)* (COHEN, 1992*)* do i-ésimo item de acordo com a expressão:

$$IE_i = \frac{c_i}{r_i}$$

em que c_i é o número de respostas corretas e r_i é o número efetivo de respondentes, isto é, que marcaram alguma das alternativas de resposta. Uma vez calculado o *IE*, classificou-se cada item de acordo com o Quadro 2 de Cerdá (1972).

Quadro 2 – Classificação da dificuldade de um item.

IE (intervalo)	Classificação do Item
[0,75;0,95]	Muito fácil
[0,55;0,74]	Fácil
[0,45;0,54]	Normal (moderada)
[0,25;0,44]	Difícil
[0,05;0,24]	Muito difícil

Fonte: traduzido e adaptado de Cerdá (1972).

Para alguns itens, foi necessário calcular o Percentual de Resposta (PR) de determinadas alternativas. O PR é o quociente do número de candidatos que marcaram aquela alternativa pelo número de respondentes do item.

Nesta pesquisa, resolvemos e analisamos 270 itens das provas amarelas de Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2016), selecionando os itens que necessitem, em sua resolução, dos conhecimentos de logaritmos, trigonometria, matrizes e determinantes. Ressalta-se que as demais provas (cinza, rosa e azul) possuem os mesmos itens que a prova amarela, porém com diferentes ordenações.

Foram consideradas a estrutura e o funcionamento do Enem e o Currículo de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012). Quanto ao ementário das disciplinas de primeiro ano do Ensino Superior, foram estudadas as ementas das disciplinas que possuam em sua ementa implícita ou explicitamente os conteúdos de logaritmos, trigonometria, matrizes e determinantes.

De maneira geral, o conteúdo de matrizes e determinantes é trabalhado, em poucas horas, nas disciplinas ou de Geometria Analítica ou Álgebra Linear. Os conteúdos de logaritmos e trigonometria não constam explicitamente nas ementas, pois são considerados pré-requisitos para a disciplina de Cálculo (em uma variável real), uma vez que nos temas de limites, continuidade, derivadas e integrais envolvem funções logarítmicas e trigonométricas.

[3] Incluíram-se as equações e funções logarítmicas.
[4] Incluíram-se as equações e funções trigonométricas.
[5] Desconsiderou-se a resolução de sistemas lineares.

Análises

Com o objetivo de responder à questão desta pesquisa, analisamos a resolução e a quantidade de respostas dos itens. Com isso, identificamos nove itens, e suas análises seguem nas próximas seções, ordenadas por edição/ano do Enem.

Ano 2009 – Item 164 – Trigonometria

O item 164 da prova amarela da edição de 2009 (Figura 1) trata da divisão de um terreno de forma retangular deixado como herança a três irmãos (João, Pedro e José). O triângulo AED corresponde à parte do terreno que cabe a João na partilha.

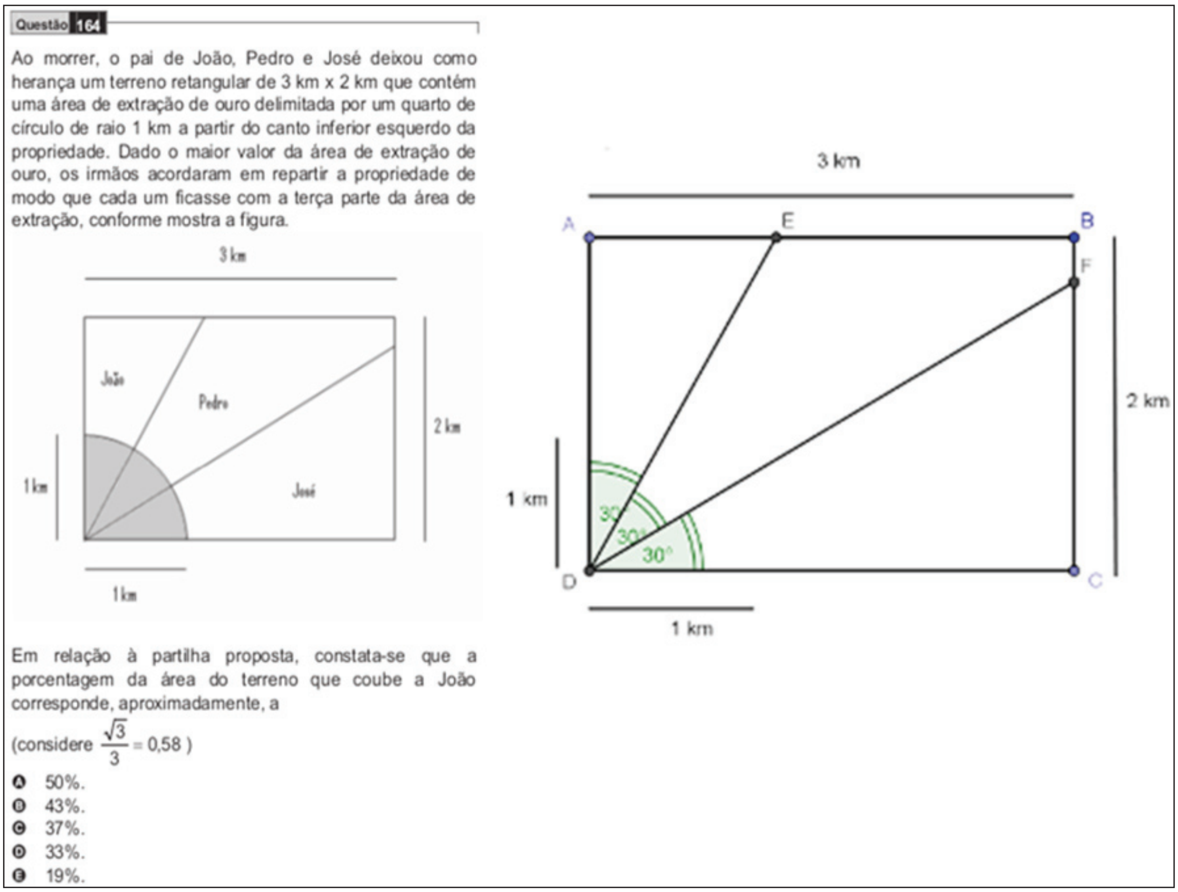
Portanto, inicialmente,

$$tg(30°) = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \Longrightarrow A_{ADE} = \frac{1{,}16\,.\,2}{2} = 1{,}16\ km^2.$$

A área do terreno retangular é dada por $A_t = (2.3) = 6\,km^2$. Portanto, a porcentagem da área de João é equivalente a $\frac{A_{ADE}}{A_t} = \frac{1{,}16}{6} \approx 0{,}193 = 19{,}3\%$ do terreno inicial. O único conceito de trigonometria envolvido nesse item é o cálculo da tangente de um ângulo em um triângulo retângulo. A alternativa mais adequada é a (E).

Dos 2.421.280 respondentes, 641.377 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=26,49%, indicando como difícil. A alternativa mais assinalada foi a (D), com um PR=29,31%. A alternativa correta foi a segunda mais assinalada.

Figura 1 – Item 164 da prova amarela do Enem 2009 e o seu esquema geométrico de resolução.



Fonte: adaptado de Brasil (2016).

2010 – Item 160 – Trigonometria

O item 160 (Figura 2) aborda a trajetória de um balão atmosférico usado em um experimento. O esquema geométrico nos indica claramente que se trata da trigonometria no triângulo retângulo, que pode ser resolvido rapidamente da seguinte forma:

$$tg(60°) = \frac{h}{1,8} \Longrightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{1,8} \Rightarrow h = 3,11\ km,$$

indicando a alternativa (C) como correta. Outras resoluções poderiam ser adotadas, tais como relacionar a tangente de 30° com a soma de 1,8km + 3,7km; ou então, de maneira mais trabalhosa, relacionar senos e cossenos, determinando as hipotenusas e relacionando-as.

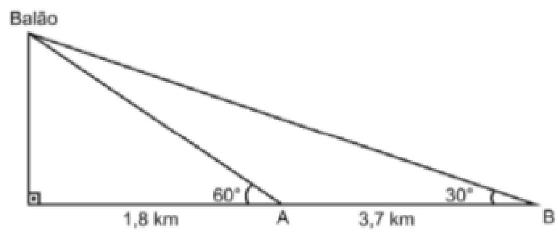
Dos 3.231.122 respondentes, 837.702 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=25,93%, indicando como difícil. Entre as alternativas, a correta foi a mais assinalada, seguida da (D), com um PR=22,20%.

Figura 2 – Item 160 da prova amarela do Enem 2010.

Questão 160

Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

Disponível em: http://www.correiodobrasil.com.br. Acesso em: 02 maio 2010.



Na data do acontecido, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a 1,8 km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a 5,5 km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°.

Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

- Ⓐ 1,8 km
- Ⓑ 1,9 km
- Ⓒ 3,1 km
- Ⓓ 3,7 km
- Ⓔ 5,5 km

Fonte: Brasil (2016).

2010 – Item 161 – Trigonometria

A resolução do item 161 da edição de 2010 (Figura 3) envolve uma função composta por uma função trigonométrica. O item aborda a descrição da trajetória de um satélite por meio da função $r(t)$. Para que r(t) seja máximo, então cos (0,06t) deve ser mínimo, ou seja, igual a -1 . Por outro lado, r(t) é mínimo quando cos (0,06t) é máximo, ou seja, igual a 1. Com estas informações, calcula-se o máximo:

$$r_{max} = \frac{5.865}{1 + 0{,}15.(-1)} = \frac{5.865}{1 - 0{,}15} = \frac{5.865}{0{,}85} = 6.900\ km$$

O mínimo é calculado como:

$$r_{min} = \frac{5.865}{1 + 0{,}15.(+1)} = \frac{5.865}{1 + 0{,}15} = \frac{5.865}{1{,}15} = 5.100\ km$$

A soma dos valores é obtida por

$$S = r_{max} + r_{min} = 6.900 + 5.100 = 12.000\ km,$$

indicando a alternativa (B) como correta.

Dos 3.227.871 respondentes, apenas 568.417 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=17.61%, indicando como muito difícil. A alternativa mais assinalada foi a (C) com um PR=23,83%. A alternativa (B) foi a quarta mais assinalada, seguida da alternativa (A), com PR=17,18%.

Figura 3 – Item 161 da prova amarela do Enem 2010.

Questão 161

Um satélite de telecomunicações, *t* minutos após ter atingido sua órbita, está a *r* quilômetros de distância do centro da Terra. Quando *r* assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de *r* em função de *t* seja dado por

$$r(t) = \frac{5\ 865}{1 + 0{,}15 \times \cos(0{,}06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de *r*, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por *S*.

O cientista deveria concluir que, periodicamente, *S* atinge o valor de

Ⓐ 12 765 km.
Ⓑ 12 000 km.
Ⓒ 11 730 km.
Ⓓ 10 965 km.
Ⓔ 5 865 km.

Fonte: Brasil (2016).

2011 – Item 139 – Logaritmos

O item 139 (Figura 4) trata da Escala de Magnitude de Momento, que é uma escala logarítmica utilizada para estimar a magnitude de um terremoto M_ω e, especificamente neste item, trata do terremoto Kobe. Uma vez que a fórmula equaciona M_ω e M_o, e dado que M_ω = 7,3, então:

$$M_\omega = -10{,}7 + \frac{2}{3}.\log_{10}(M_o) = 7{,}3 \Longrightarrow\Longrightarrow \frac{2}{3}.\log_{10}(M_o) = 18 \Rightarrow \log_{10}(M_o) = \frac{3}{2}.18 = 27$$

Portanto, $M_o = 10^{27}$ em *dina.cm*, que corresponde à alternativa (E).

Dos 3.847.296 respondentes, apenas 480.985 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=12,50 %, indicando como muito difícil. A alternativa mais assinalada foi a (B) com um PR=33,41%. A alternativa (E) foi a menos assinalada.

Figura 4 – Item 139 da prova amarela do Enem 2011.

QUESTÃO 139

A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10{,}7 + \frac{2}{3}\log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina·cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude M_W = 7,3.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. Historic Earthquakes. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. **USGS Earthquake Magnitude Policy**. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina·cm)?

- **A** $10^{-5,10}$
- **B** $10^{-0,73}$
- **C** $10^{12,00}$
- **D** $10^{21,65}$
- **E** $10^{27,00}$

Fonte: Brasil (2016).

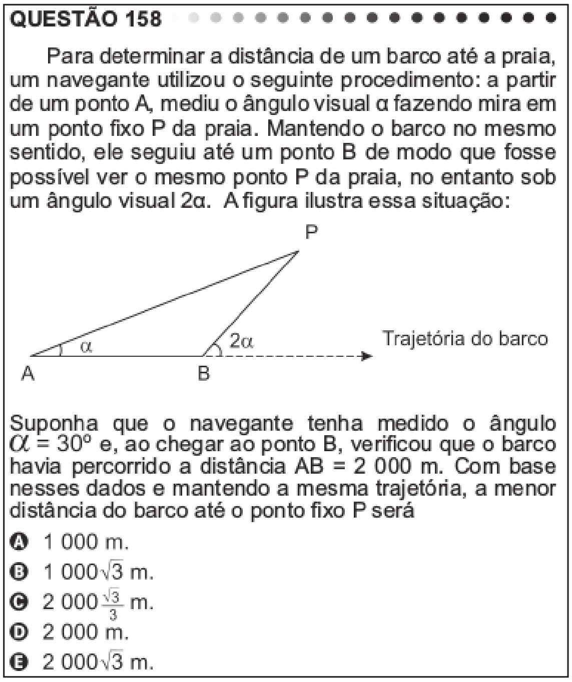
2011 – Item 158 – Trigonometria

O item 158 (Figura 5) aborda a distância de um barco até a praia (P) a partir de um observador que segue uma trajetória retilínea. A condição que atende a menor distância do barco até P é a perpendicular. Sendo assim, a resolução depende de reconhecer o triângulo isósceles *ABP*. Com isso, $AB = BP = 2.000\ m$. Neste caso, tem-se que $d = 2.000.\cos(30°) = 2.000.\frac{\sqrt{3}}{2} = 1.000.\sqrt{3}\ m$.

Outra forma de resolução é considerar o ângulo enquanto $2\alpha = 60°$. Portanto: $d = 2000.sen(60°) = 1000.\sqrt{3}\,m$. A alternativa correta é a (B).

Dos 3.846.401 respondentes, 892.754 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=23,21%, indicando como muito difícil. Dentre a alternativa correta foi a mais assinalada, seguida da (D), com um PR=21,46%.

Figura 5 – Item 158 da prova amarela do Enem 2011.



QUESTÃO 158

Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:

Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30°$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2 000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será

- A 1 000 m.
- B $1\,000\sqrt{3}$ m.
- C $2\,000\frac{\sqrt{3}}{3}$ m.
- D 2 000 m.
- E $2\,000\sqrt{3}$ m.

Fonte: Brasil (2016).

2012 – Item 178 – Matrizes e Determinantes

O item 178 (Figura 6) foi o único, entre todos os anos analisados, que abordou o conteúdo de matrizes. Ressalta-se que o conteúdo de determinantes não ocorreu em nenhuma das edições analisadas nesta pesquisa.

A resolução envolve o cálculo de uma média aritmética que identificará qual das alternativas satisfaz esse cálculo por meio da multiplicação de matrizes. Se *M* é a matriz composta de todas as notas, *N* é a matriz (coluna) com as médias aritméticas e *X* é a matriz da multiplicação, então $M.X = N$ deve ser satisfeito. Ou seja,

$$M.X = \begin{bmatrix} 5{,}9 & 6{,}2 & 4{,}5 & 5{,}5 \\ 6{,}6 & 7{,}1 & 6{,}5 & 8{,}4 \\ 8{,}6 & 6{,}8 & 7{,}8 & 9{,}0 \\ 6{,}2 & 5{,}6 & 5{,}9 & 7{,}7 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5{,}9 + 6{,}2 + 4{,}5 + 5{,}5}{4} \\ \frac{6{,}6 + 7{,}1 + 6{,}5 + 8{,}4}{4} \\ \frac{8{,}6 + 6{,}8 + 7{,}8 + 9{,}0}{4} \\ \frac{6{,}2 + 5{,}6 + 5{,}9 + 7{,}7}{4} \end{bmatrix} = N$$

Uma propriedade matricial é a extração do escalar $\frac{1}{4}$ da matriz coluna *N*, o que imediatamente indica ao examinado a alternativa (E) como correta. Outra forma não recomendada é resolver o sistema linear 4x4, pois demandará um tempo maior do que a primeira forma de resolução.

Dos 4.065.551 respondentes, 924.385 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=22,74%, indicando como um muito difícil. A alternativa mais assinalada foi a (B), com um PR=34,01%. A alternativa correta foi a segunda mais assinalada.

Figura 6 – Item 178 da prova amarela do Enem 2012.

QUESTÃO 178

Um aluno registrou as notas bimestrais de algumas de suas disciplinas numa tabela. Ele observou que as entradas numéricas da tabela formavam uma matriz 4x4, e que poderia calcular as médias anuais dessas disciplinas usando produto de matrizes. Todas as provas possuíam o mesmo peso, e a tabela que ele conseguiu é mostrada a seguir.

	1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
Matemática	5,9	6,2	4,5	5,5
Português	6,6	7,1	6,5	8,4
Geografia	8,6	6,8	7,8	9,0
História	6,2	5,6	5,9	7,7

Para obter essas médias, ele multiplicou a matriz obtida a partir da tabela por

A) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

B) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

D) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

E) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Fonte: Brasil (2016).

2013 – Item 156 – Trigonometria

No item 156, pede-se a área da base de um prédio cujo formato é um prisma oblíquo de base quadrada, conforme mostra a Figura 7. Para a resolução, é necessário utilizar as relações trigonométricas do triângulo retângulo. Dado que $tg(15°) \approx 0{,}26$, tem-se que:

$$tg(15°) = \frac{AC}{AB} \Longrightarrow 0{,}26 = \frac{AC}{114} \Longrightarrow AC \cong 0{,}26.114 = 29{,}64\ m.$$

Sabendo que a base é quadrada, então a área da base do prédio é $(29{,}64)^2 = 878{,}5296\ m^2$. Analisando as alternativas, a mais adequada é a (E).

Dos 4.999.705 respondentes, 568.307 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=11,37%, indicando como muito difícil. A alternativa mais marcada foi a (B), com um PR=31,41%.

Figura 7 – Item 156 da prova amarela do Enem 2013 e o seu esquema de resolução.

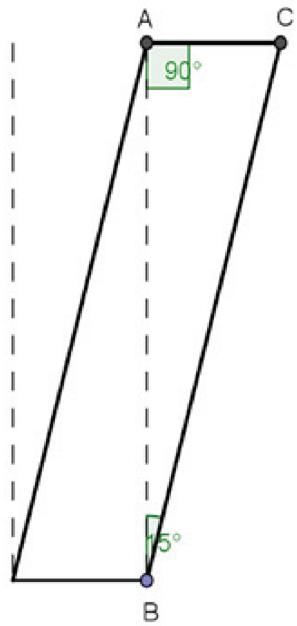
QUESTÃO 156

As torres Puerta de Europa são duas torres inclinadas uma contra a outra, construídas numa avenida de Madri, na Espanha. A inclinação das torres é de 15° com a vertical e elas têm, cada uma, uma altura de 114 m (a altura é indicada na figura como o segmento AB). Estas torres são um bom exemplo de um prisma oblíquo de base quadrada e uma delas pode ser observada na imagem.

Disponível em: www.flickr.com. Acesso em: 27 mar. 2012.

Utilizando 0,26 como valor aproximado para a tangente de 15° e duas casas decimais nas operações, descobre-se que a área da base desse prédio ocupa na avenida um espaço

- **A** menor que 100 m².
- **B** entre 100 m² e 300 m².
- **C** entre 300 m² e 500 m².
- **D** entre 500 m² e 700 m².
- **E** maior que 700 m².



Fonte: Brasil (2016).

2013 – Item 162 – Logaritmos

O item 162 (Figura 8) envolve o cálculo da meia-vida de um material radioativo. Para a resolução, o examinado precisa utilizar as propriedades operatórias do logaritmo. Para a resolução, faz-se necessário o conhecimento da definição e de algumas propriedades dos logaritmos e de que $\log_{10} 2 \approx 0{,}3$.

A meia-vida do césio é $M(30) = \frac{A}{2}$. Então,

$$M(30) = A.(2,7)^{30k} = \frac{A}{2} \Longrightarrow (2,7)^{30k} = \frac{1}{2} = 2^{-1}.$$

Calculando k, então:

$$\log_{10}(2{,}7)^{30k} = \log_{10} 2^{-1} \Rightarrow 30k \log_{10}(2{,}7) = -0{,}3.$$

Isolando k, tem-se que

$$k = -\frac{0{,}3}{30\log(2{,}7)} = -\frac{0{,}01}{\log(2{,}7)}.$$

Uma vez que se pede uma redução de 10%, então

$$M(t) = \frac{10}{100}.A = \frac{A}{10} = A(2{,}7)^{kt} \Rightarrow \log(2{,}7)^{kt} = \log(10^{-1}) = -1.$$

Portanto:

$$k = -\frac{1}{t\log(2{,}7)} = -\frac{0{,}01}{\log(2{,}7)} \Rightarrow t = \frac{1}{0{,}01} = 100$$

Portanto, a resposta correta é a alternativa (E).

Dos 4.992.931 respondentes, 627.620 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=12,57%, indicando como um item muito difícil. A alternativa mais assinalada foi a (A), com um PR=26,09%. A alternativa (E) foi a menos assinalada.

Figura 8 – Item 162 da prova amarela do Enem 2013.

QUESTÃO 162

Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após *t* anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2{,}7)^{kt}$, onde *A* é a massa inicial e *k* é uma constante negativa.

Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

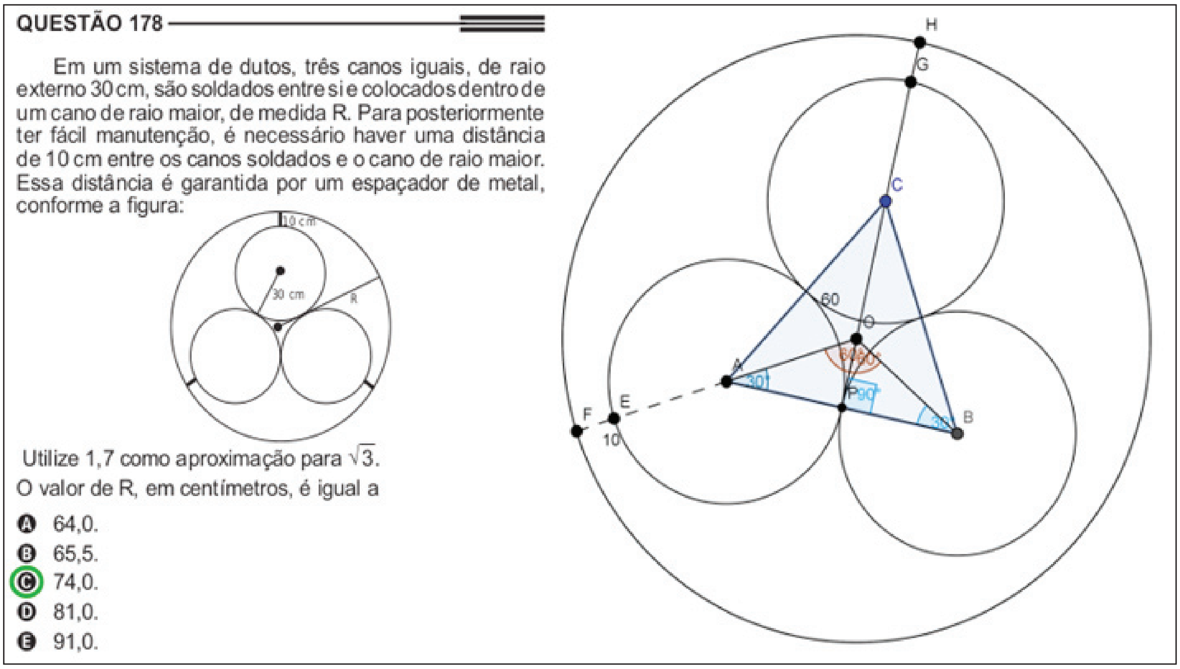
A 27
B 36
C 50
D 54
E 100

Fonte: Brasil (2016).

2013 – Item 178 – Trigonometria

No item 178, é necessário, inicialmente, calcular o raio R de acordo com o enunciado, mostrado na Figura 9.

Figura 9 – Item 178 da prova amarela do Enem 2013 e o seu esquema de resolução.



QUESTÃO 178

Em um sistema de dutos, três canos iguais, de raio externo 30 cm, são soldados entre si e colocados dentro de um cano de raio maior, de medida R. Para posteriormente ter fácil manutenção, é necessário haver uma distância de 10 cm entre os canos soldados e o cano de raio maior. Essa distância é garantida por um espaçador de metal, conforme a figura:

Utilize 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

O valor de R, em centímetros, é igual a

A 64,0.
B 65,5.
C 74,0.
D 81,0.
E 91,0.

Fonte: adaptado de Brasil (2016).

Para a resolução, exploraram-se as relações do triângulo equilátero utilizando-se as propriedades geométricas de suas bissetrizes e do seu centro de simetria. Considerando o triângulo equilátero *ABC* e traçando suas bissetrizes, obtemos o triângulo *OAP*.

Dessa forma,

$$cos30° = \frac{AP}{AO} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{30}{AO} \Rightarrow AO = 20\sqrt{3}\,cm.$$

O raio R é calculado como

$$R = OA + AE + EF = 20\sqrt{3} + 30 + 10 \cong 74\ cm.$$

Outra forma de resolução é interpretar o segmento PC como a altura do triângulo equilátero. Neste caso, $h = l.\frac{\sqrt{3}}{2}$, em que l é a medida dos lados do triângulo, assim tem-se que $h = 60.\frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}\,cm$. O objetivo é determinar $R = OC + CG + GH$. A partir da Figura 9, temos que $CG=30$ e $GH=10$. Pelas propriedades do baricentro,

$$OC = \frac{2}{3}h = \frac{220}{3}\sqrt{3} = 34 \Longrightarrow R = 34 + 30 + 10 = 74\ cm,$$

o que corresponde à alternativa (C), que foi a mais assinalada. Observa-se que a segunda forma de resolução não contempla as relações trigonométricas.

Dos 4.990.239 respondentes, 1.507.588 assinalaram a alternativa correta, ou seja, um IE=30,21%, indicando como um item difícil. A segunda alternativa mais assinalada foi a (B), com um PR=22,42%.

Na edição de 2014 do Enem, não houve itens no escopo dos conteúdos curriculares analisados nesta pesquisa.

Discussão dos dados

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica (Lei 9.394/96) prevê a obrigatoriedade do cumprimento mínimo de 200 dias letivos em todas as unidades escolares. De acordo com o currículo de Matemática do Estado de São Paulo, o ano escolar é dividido em quatro bimestres, ou seja, são destinados, em média, 50 dias letivos para cada conteúdo bimestral. Somando os dias letivos destinados aos conteúdos de logaritmo, trigonometria, matrizes e determinantes, obtêm-se 130 dias letivos.

Se os três anos do Ensino Médio devem cumprir 600 dias letivos, então os conteúdos de logaritmos, trigonometria e matrizes e determinantes representam, aproximadamente, 21% do tempo dedicado ao ensino. Do ponto de vista pedagógico e psicométrico, o ideal é que essa proporção seja seguida nas provas do Enem.

As provas do Enem, no entanto, têm-se mostrado omissas na avaliação desses conteúdos inquestionavelmente importantes para os cursos de ciências exatas e engenharias. Uma situação é o conteúdo de logaritmos, avaliados apenas em dois itens, um em 2011 e outro em 2013.

Outra situação é o conteúdo de matrizes e determinantes, que foi avaliado em um único item e somente na edição de 2012. A pior situação foi na edição de 2014, em que nenhum dos conteúdos de interesse foi avaliado. O melhor caso foi em 2013, em que, aproximadamente, 6,6% da prova avaliaram em trigonometria e matrizes e determinantes. Quando tomamos os 270 itens acumulados de 2009 a 2014, esses conteúdos, somados, representam apenas 3,3% em relação a todo o conteúdo do Ensino Médio. A Tabela 1 sintetiza parte dos resultados dessa pesquisa.

Tabela 1 – Quantidade de itens nos conteúdos pesquisados.

Conteúdo/Ano	2009	2010	2011	2012	2013	2014	Total
Trigonometria	1	2	1	0	2	0	6
Logaritmos	0	0	1	0	1	0	2
Matrizes e determinantes	0	0	0	1	0	0	1
Total	1	2	2	1	3	0	9

Fonte: a pesquisa.

Entre os nove itens analisados, sete apresentaram resultados negativos quanto à escolha das opções de resposta, uma vez que a alternativa correta não foi a mais assinalada pelos candidatos. É o caso, por exemplo, do item 162 de 2013, em que a alternativa correta foi a menos assinalada.

Com efeito comparativo, o item 140 de 2013, que é um item do conteúdo das razões e proporções (do Ensino Fundamental), obteve um IE de 60,43% (fácil) sendo a alternativa correta (A) também a mais assinalada. Ou seja, existem itens bem-sucedidos no Enem.

A conclusão é de que os candidatos são muito pouco avaliados em importantes conteúdos necessários para um bom andamento em disciplinas do Ensino Superior.

Considerações finais

Tomando os currículos do Ensino Médio via PCN+ e da SEE/SP, esta pesquisa buscou identificar quais itens das provas do Enem de 2009 a 2014 abordam, em situações de enunciado e de resolução, os conteúdos de logaritmo, trigonometria, matrizes e determinantes.

O resultado é de que, entre 270 itens analisados, apenas 9 contemplam tais conteúdos, ou seja, 3,3% em seis anos de aplicação do exame. A partir dos resultados obtidos dos microdados, o desempenho geral nesses itens, em geral, ainda é baixo.

Por outro lado, de acordo com o currículo de Matemática da SEE/SP, os conteúdos de logaritmos, trigonometria e matrizes e determinantes representam 21% de todo o currículo. Esse cenário negativo compromete a validade de conteúdo do teste, que subsidia a análise qualitativa da composição do Enem. Nesse aspecto, Pasquali (2009, p.998) define que:

> A validade de conteúdo de um teste consiste em verificar se o teste constitui uma amostra representativa de um universo finito de comportamentos (domínio). É aplicável quando se pode delimitar a priori e com clareza um universo de comportamentos, como é o caso em testes de desempenho, que pretendem cobrir um conteúdo delimitado por um curso programático específico.

De acordo com Pasquali e Primi (2003), para se viabilizar um teste com validade de conteúdo, necessita-se especificar (i) o conteúdo, (ii) explicitar os objetivos a serem avaliados e (iii) determinar a proporção relativa de representação no teste de cada tópico do conteúdo.

Para Rodrigues (2006), um teste que contenha amostras insuficientes de competências relacionadas aos conteúdos/temas para avaliar o conhecimento do examinado estará com sua validade comprometida.

Além do comprometimento com a validade de conteúdo das provas de Matemática do Enem em relação ao currículo escolar, os candidatos são avaliados em importantes conteúdos necessários para um bom andamento no Ensino Superior. Quando recorremos ao currículo dos cursos de ciências exatas e engenharias, observamos que a maior parte das disciplinas de Geometria Analítica, Cálculo e Álgebra Linear requer os conteúdos de logaritmos, trigonometria, matrizes e determinantes.

Uma vez que um dos objetivos do Enem é de "promover avaliação do desempenho acadêmico dos estudantes ingressantes nas Instituições de Educação Superior", esta pesquisa mostra que as provas de Matemática não estão avaliando adequadamente e proporcionalmente o currículo de Ensino Médio, o que compromete a validade de conteúdo do teste em relação ao currículo do Ensino Médio.

Enquanto proposta, a validade de conteúdo do Enem poderia ser mais bem contemplada se, além das matrizes de referência do Enem, também fosse considerada uma "matriz de conteúdos". Assim, poderia haver relações ou correlações estatísticas entre as habilidades e os conteúdos curriculares de Matemática. A explicitação de uma matriz de conteúdos poderia aumentar a validade de conteúdo da prova e, consequentemente, os candidatos seriam avaliados em uma quantidade maior de conteúdos, sem prejudicar as matrizes de referência do exame.

Referências

ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. da C. *Teoria de resposta ao item:* conceitos e aplicações. Associação Brasileira de Estatística, São Paulo, 2000. 154p.

BECKER, F. R. Avaliação educacional em larga escala: a experiência brasileira. *Revista Ibero-Americana de Educação, Organização dos Estados Ibero-Americanos*, Espanha, n.53/1, jun. 2010.

BRASIL. *Exame Nacional do Ensino Médio*. *Relatório Final.* Brasília, DF, 1998.

______. *PCN+ Ensino Médio:* orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF, 2002.

______. *Relatório pedagógico do Enem 2011-2012*. Brasília, DF, 2013.

______. *Prova Amarela de Matemática e suas Tecnologias:* edições 2009, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014. Brasília, DF. Disponível em: <portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-anteriores/ provas-e-gabaritos>. Acesso em: 4 jan. 2016.

CERDÁ, E. *Psicometria general*. Editorial Herder, 1972.

COHEN, R.; SWERDLIK, M.; PHILLIPS, S. *Psychological testing and assessment:* An introduction to tests a.brnd Measurement. Mayfield Pub, 1996.

HORTA NETO, J. L. Avaliação externa de escolas e sistemas: questões presentes no debate sobre o tema. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, INEP, v.91, p.84-104, jan./abr. 2010.

INEP. Microdados do Enem de 2009 a 2014. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília: Inep, 2015. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/basica-levantamentos-acessar>. Acesso em: 1 dez. 2015.

LORD, F. M. Application of item response theory to practical testing problems. First. Hillsdale, New Jersey, EUA: Lawrence Erlbaum Associates, 1980.

PASQUALI, L. *Psicometria. Revista da Escola de Enfermagem da USP*, v.43, n.spe, Dec. 2009.

PASQUALI, L.; PRIMI, R. Fundamentos da teoria de resposta ao item – TRI. *Avaliação Psicológica*, v.2, p.99-110, 2003.

RODRIGUES, M. M. M. Proposta de análise de itens das provas do SAEB sob a perspectiva pedagógica e a psicométrica. *Estudos em Avaliação Educacional, Fundação Carlos Chagas*, v.17, n.34, p.43-78, maio/ago. 2006.

SANTOS, J. S. S.; CORTELAZZO, A. L. Os conteúdos de biologia celular no Exame Nacional do Ensino Médio – Enem. *Avaliação*, v.18, n.3, p.591-612, nov. 2013.

SÃO PAULO (Estado). *Currículo do Estado de São Paulo:* Matemática e suas Tecnologias. São Paulo/SP, 2012. 72p.

SILVA, F. A. F.; SANTIAGO, M. L.; SANTOS, M. C. Análise de itens da prova de matemática e suas tecnologias do Enem que envolvem o conceito de números racionais à luz dos seus significados e representações. *REVEMAT*, v.8, Ed. Especial, p.190-208, Florianópolis/SC, dez. 2013.

SILVA, S. G.; HYPOLITO Álvaro M. Enem: implicações curriculares na educação de jovens e adultos. In: *37ª Reunião Nacional da ANPEd*. Florianópolis/SC, 2015.

VALENTE, W. R. Mello e Souza e a crítica aos livros didáticos de matemática: demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v.4, n.8, out. 2004.

WIENBUSCH, E. M. Avaliação em larga escala: uma possibilidade para a melhoria da aprendizagem. In: *Anais do IX ANPED Sul, GT05:* Estado e Política Educacional. Caxias do Sul/RS: ANPED Sul, 2012.

Jean Piton-Gonçalves – Professor do Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos. E-mail: jpiton@ufscar.br

Erica Rachel de Souza – Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos. E-mail: rachels.erica@gmail.com

Maiza Lamonato – Doutora em Educação pela Universidade Federal de São Carlos. E-mail: maizalamonato@gmail.com