

PROPOSTA DE ESTUDOS DE RECUPERAÇÃO PARA A GEOMETRIA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A Proposal of Recovery Study for Geometry in the Last Grades of Elementary School

Andrielly Viana Lemos

Carmen Teresa Kaiber

Resumo

Apresenta-se, neste artigo, uma proposta de estudos de recuperação para a Geometria do Ensino Fundamental desenvolvida sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). Esta proposta busca retomar conceitos, definições, propriedades e procedimentos pertinentes à Geometria trabalhada ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental, sendo planejada considerando indicações dos documentos oficiais, pesquisas da área e aportes teóricos do EOS. No que se refere à estrutura dos materiais de estudos, estes foram construídos no Power Point, visando integrar tanto o uso das tecnologias digitais, por meio de atividades, jogos *online*, objetos de aprendizagem, vídeos, animações e uso de *softwares*, como também atividades de construção, manipulação e a resolução de problemas. O estudo foi implementado junto a um grupo de 15 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal do Município de São Leopoldo/RS. A realização da investigação possibilitou refletir em torno do desenvolvimento de propostas de estudos de recuperação, mais especificamente no que se refere à Geometria dos Anos Finais do Ensino Fundamental, envolvendo questões epistemológicas, cognitivas, didáticas, metodológicas, interacionais e mediacionais. Considera-se que a recuperação de aprendizagens de um estudante ocorre quando lhe é oportunizado retomar os conhecimentos até

então não compreendidos, buscando trabalhar de uma forma diferenciada da já desenvolvida em sala de aula. Ressalta-se, assim, a importância do desenvolvimento de propostas como a aqui apresentada, pois se está oferecendo ao estudante um estudo complementar e não substitutivo.

Palavras-chave: Estudos de Recuperação. Geometria. Enfoque Ontossemiótico.

Abstract

This article presents a Proposal of Recovery Study for Geometry in Elementary School developed based on the Ontosemiotic Approach to Knowledge and Mathematics Education (EOS). This proposal aims to recover knowledge, definition, properties, and procedures of Geometry studied in the last grades of Elementary School, and was planned considering the guidelines in official documents, specific research, and the theoretical framework of EOS. The teaching materials were prepared in PowerPoint to integrate the use of digital technologies through activities, online games, teaching objects, videos, animations, and softwares, in addition to development, handling, and solution of problems. This study was carried out with a group of 15 9th graders in an Elementary School in the Municipality of São Leopoldo, Rio Grande do Sul, Brazil. The study afforded to reflect about the development of Recovery Proposals, more specifically for Geometry taught in the last grades of the Elementary School, addressing epistemological, cognitive,

didactic, methodological, interactional, and mediatory questions. The recovery of contents by students takes place when they learn knowledge so far not understood, aiming to work contents in a different way, compared with what was done in the classroom. The results show the importance of developing proposals like the one developed in the present study, since it represents a complementary, not an alternative study.

Keywords: Recovery studies. Geometry. Ontosemiotic approach.

Introdução

Os processos de ensino e aprendizagem desenvolvidos na Educação Básica visam contemplar estratégias de ensino as quais possibilitem aos estudantes a construção de conhecimentos para sua formação como um todo, considerando os objetivos estabelecidos pelas áreas do conhecimento, Ciências Humanas e Naturais, Linguagens e a Matemática. Especificamente, no que se refere à Matemática, o número de alunos que apresentam dificuldades na apropriação dos conhecimentos matemáticos, na visão dos professores, é elevado e uma constante nas escolas. À medida que novos conceitos são apresentados, ao invés da superação dessas dificuldades, os estudantes vão acumulando outras.

Considera-se, todavia, que o desempenho nem sempre satisfatório dos estudantes apontados pelos professores e por avaliações externas¹ não se refere somente a questões de capacidade cognitiva, mas também passam pela estrutura e qualidade da Educação no país. No ambiente escolar, que é múltiplo e heterogêneo, têm-se estudantes com competências, habilidades, interesses, motivações e tempos de aprendizagem distintos. Assim, pode ocorrer que nem todos, nos mesmos espaços e tempos, conseguem apropriar-se e desenvolver os conhecimentos necessários para uma aprendizagem satisfatória.

Nesse contexto, entende-se que, à medida que os processos avaliativos são postos

em prática e apontam dificuldades, entraves e defasagens ao longo dos processos de ensino e aprendizagem, as ações e práticas devem ser ajustadas de acordo com as necessidades dos alunos, aproximando-se do que estabelece a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB nº 9.394/96, no inciso V do art. 24, quando aponta para a “[...] obrigatoriedade de estudos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, para os casos de baixo rendimento escolar, a serem disciplinados pelas instituições de ensino em seus regimentos” (BRASIL, 2014, p.19).

Assim, as discussões em torno do desenvolvimento de propostas de estudos de recuperação retomam a posição de elemento necessário e importante dentro do processo de ensino e aprendizagem. Particularmente, no que diz respeito à aprendizagem em Matemática, a frequência com que os estudantes apresentam baixo desempenho e rendimento remete à necessidade de se organizarem propostas que permitam uma retomada de conceitos, definições, propriedades e procedimentos que, em um primeiro momento, não foram aprendidos como o esperado.

Considerando essa necessidade e essa pertinência de se promoverem estudos de recuperação, a pesquisa realizada visou investigar o desenvolvimento e a implementação de uma proposta de estudos de recuperação em torno da Geometria para os anos finais do Ensino Fundamental, sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática. A escolha da Geometria como temática da proposta de estudos relacionou-se, em um primeiro momento, ao fato de ela ter sido foco de investigações e discussões não só no que se refere a pesquisas em torno do seu processo de ensino e aprendizagem, mas também sobre a possível ausência da Geometria na sala de aula da Educação Básica (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995; ANDRADE, 2004), aspecto reforçado pelas professoras participantes da investigação, tornando-se uma área da Matemática fragilizada na escola.

As reflexões possibilitadas pela pesquisa realizada e apresentada em Lemos (2013) permitiram perceber que estudos de recuperação, os quais considerem as dificuldades e entraves dos estudantes sobre um determinado tema, envolvem distintos elementos, desde a identificação dos objetos matemáticos a serem considerados

¹ Avaliações para diagnóstico, em larga escala, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC). Têm o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos.

no estudo, o planejamento de atividades e dos materiais até o seu processo de implementação e avaliação. Assim, encontrou-se no Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS), desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática liderado por Juan D. Godino,² um aporte para a investigação desenvolvida, tendo em vista que esse enfoque contempla discussões tanto no que se refere ao conhecimento matemático como também a aspectos cognitivos, mediacionais, interacionais e emocionais envolvidos no ensino e aprendizagem da Matemática.

No que segue, são apresentados aspectos teóricos do EOS que embasaram a Proposta de Estudo de Recuperação; em seguida, são discutidos elementos da sua constituição e estrutura.

Enfoque Ontossemiótico: reflexões, possibilidades teóricas e metodológicas

Os constructos do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução (EOS) Matemática, ao se voltarem para o conteúdo do conhecimento, para o ambiente escolar, para as ações e interações do professor e para o pensamento do estudante, permitem lançar um olhar para o processo educativo considerando uma multiplicidade que possibilita não mais se olhar para o conteúdo ou para o método, para o professor ou para o aluno, para o ensino ou para a aprendizagem, isoladamente, ou em dicotomias que se alternavam no interesse de professores e pesquisadores. É nesse espaço interativo que se situa a investigação realizada.

Entende-se que a multiplicidade mencionada revela-se na visão da Matemática dada pelo EOS. Godino, Batanero e Font (2008) apontam que a Matemática, no EOS, é considerada a partir de um triplo aspecto: como atividade socialmente compartilhada de resolução de problemas, como linguagem simbólica e como um sistema conceitual logicamente organizado.

Nesse contexto, as noções teóricas que compõem, atualmente, o EOS estão articuladas em cinco grupos: *Sistemas de Práticas, Configu-*

ração Ontossemiótica, Configuração Didática, Dimensão Normativa e Idoneidade Didática. Cada um desses grupos permite um nível de análise do processo de ensino e aprendizagem de tópicos específicos, objetivando descrever, explicar e avaliar as interações e práticas educativas presentes nas salas de aula de Matemática (GODINO, 2017). O quinto nível de análise proposto, a Idoneidade Didática, que neste estudo é tomado como referência, baseia-se nos quatro níveis iniciais e constitui-se em uma síntese final orientada à identificação de potenciais melhoras do processo de estudo em novas implementações.

A idoneidade de um processo de instrução é definida como o grau atribuído ao referido processo ou parte dele. Ou seja, apresenta características que, ao serem analisadas, permitem que o processo seja qualificado com uma idoneidade alta, média ou baixa. Para se alcançar a idoneidade desejável entre os significados pessoais alcançados pelos alunos (aprendizagem) e os significados institucionais pretendidos ou implementados (ensino), levando em consideração as ações dos educadores, do conhecimento posto em jogo, dos recursos disponíveis e utilizados, deve ocorrer uma articulação coerente e sistêmica das seis dimensões: epistêmica, cognitiva, mediacional, interacional, emocional e ecológica (GODINO, 2017). No quadro da Figura 1, apresentam-se os principais aspectos compreendidos em cada uma dessas dimensões.

Cabe destacar que a idoneidade de uma dimensão não garante a idoneidade global do processo de ensino e aprendizagem, as quais devem ser integradas, considerando-se interações entre elas (Godino, 2012). A Figura 2 ilustra uma representação da Idoneidade Didática e suas dimensões. Está representada pelo hexágono regular, correspondente a um processo de estudo pretendido ou programado em que se supõe um grau máximo das idoneidades parciais (dimensões). Já o grau das idoneidades (dimensões) efetivamente atingido na realização de um processo de estudo implementado é representado pelo hexágono irregular inscrito.

Segundo Godino (2011), essas noções teóricas podem ser aplicadas à análise de um processo de estudo implementado em uma aula, ao planejamento ou ao desenvolvimento de uma unidade didática, bem como podem ser úteis

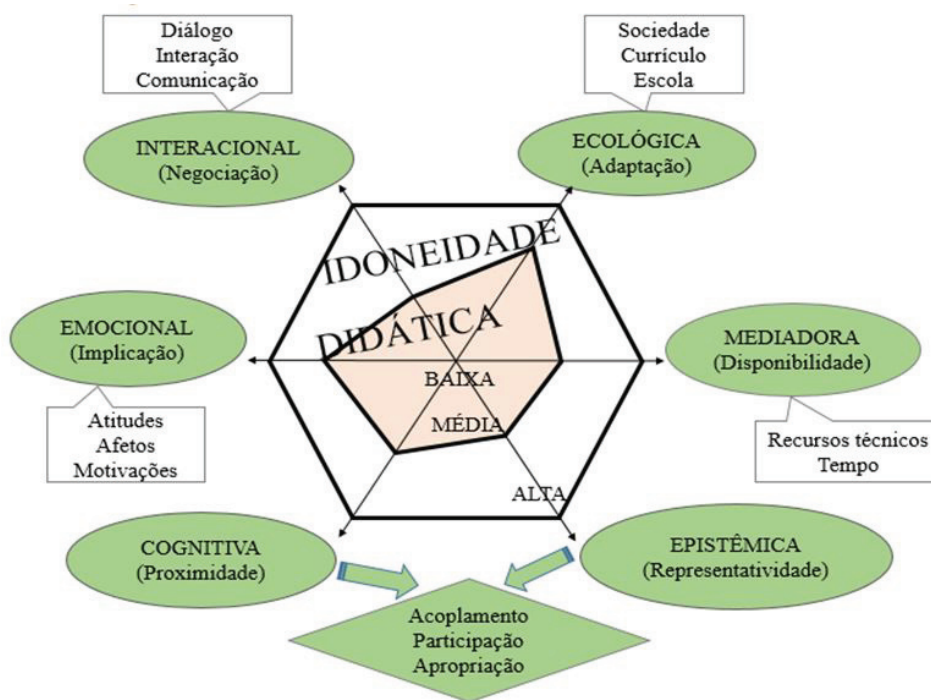
² O conjunto de trabalhos que foram desenvolvidos em torno do EOS está disponível em <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>.

Figura 1 – Quadro síntese das dimensões da Idoneidade Didática.

Idoneidade	Síntese
Epistêmica	Refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados, ou pretendidos, com relação a um significado de referência.
Cognitiva	Focada no grau em que os significados pretendidos/implementados estão na área de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como o grau de proximidade entre os significados pessoais atingidos e os significados pretendidos/implementados.
Interacional	Um processo de ensino e aprendizagem terá maior idoneidade quando as configurações e trajetórias didáticas implementadas permitirem identificar conflitos semióticos potenciais, bem como resolver os conflitos que são produzidos durante o processo de ensino.
Mediacional	Refere-se ao grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.
Emocional	Contempla o grau de envolvimento dos alunos no processo de ensino. Essa dimensão está relacionada com fatores que dependem tanto da instituição como do aluno e da sua história escolar prévia.
Ecológica	Refere-se ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educacional, a escola, a sociedade e ao ambiente em que se desenvolve.

Fonte: adaptado de Godino, Batanero e Font (2008).

Figura 2 – Idoneidade Didática e suas dimensões.



Fonte: adaptado de Godino, Batanero e Font (2008, p. 24).

para o desenvolvimento de um curso ou de uma proposta curricular. Dessa maneira, esse conjunto de noções teóricas permite realizar diferentes tipos e níveis de análises dos processos de estudo matemático, contribuindo cada um deles com informações úteis para o planejamento, a implementação e a avaliação de tais processos.

No âmbito da investigação desenvolvida, as análises produzidas foram fundamentadas pelo EOS, lançando um olhar para a Proposta de Estudos por meio das dimensões da Idoneidade Didática, buscando evidenciar os graus de idoneidade alcançados a partir dos materiais produzidos sobre os tópicos e a sua implementação.

Ressalta-se que o foco deste artigo é apresentar a Proposta de Estudos desenvolvida, discutindo sua concepção e sua estrutura, não sendo destacadas as análises produzidas.

Proposta de estudos de recuperação para a Geometria dos anos finais do Ensino Fundamental

Considera-se a recuperação como ato ou efeito de recuperar, retomar o que não foi plenamente consolidado no que se refere à apropriação de conceitos ou procedimentos. A recuperação é assumida como parte do processo de ensino e aprendizagem, não se constituindo em momento isolado, que ocorre por meio da aplicação de uma avaliação que objetiva somente recuperar uma nota, por exemplo. A recuperação aqui proposta é constituída de estudos específicos, os quais consideram as necessidades, dificuldades e entraves manifestados pelos estudantes, ocorrendo de forma paralela às aulas e tão logo que as dificuldades se apresentem.

Foi a partir dessa visão de recuperação que a proposta de estudos foi constituída, considerando, ainda, que estudos de recuperação devem ser pensados e organizados a partir de estratégias distintas das já utilizadas em sala de aula. Assim, busca-se oportunizar aos estudantes, que vêm apresentando dificuldades na apropriação dos conhecimentos, conceitos e procedimentos, a vivência de situações e ações

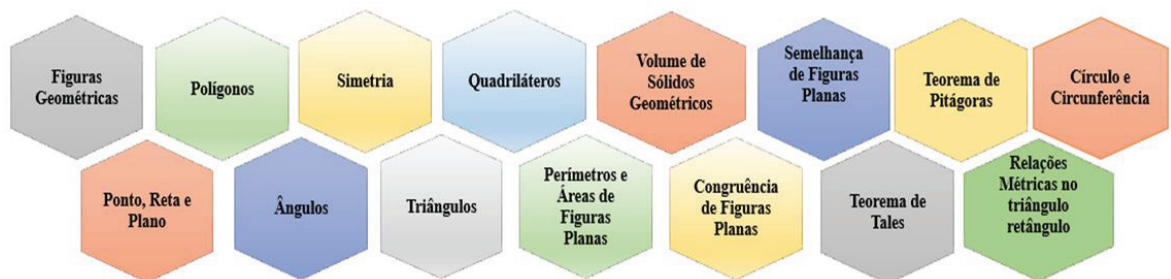
que retomem sob outra perspectiva caminhos já trilhados.

Nesse contexto, a proposta de estudos de recuperação desenvolvida tem como foco os conhecimentos geométricos do Ensino Fundamental, os quais foram organizados a partir de 15 materiais de estudos planejados levando em consideração as indicações de documentos oficiais para o ensino da Geometria, os aportes teóricos e as pesquisas da área (BRASIL, 1998; 2017; CRESCENTI, 2005; PIRES, 2000, ANDRADE, 2004) como também os pressupostos do EOS (GODINO, 2011; 2012; GODINO; BATANERO; FONT, 2008; ANDRADE, 2014). Esses materiais foram estruturados objetivando integrar tanto o uso das tecnologias digitais, por meio de atividades, jogos *online*, objetos de aprendizagem, vídeos e uso de *software*, como também atividades envolvendo manipulações e construções.

Entendeu-se pertinente desenvolver o trabalho buscando a integração desses recursos tendo em vista a importância no ensino de Geometria de atividades que potencializam visualizações, manipulações, comparações, construções, estabelecimento de relações, conjecturas, análises e sínteses. Considera-se que, desse modo, criam-se condições favoráveis para uma maior interação entre o estudante e o conteúdo, já que são disponibilizadas diferentes mídias para que este seja desenvolvido.

Apresenta-se, na Figura 3, a planificação dos tópicos desenvolvidos na proposta de estudo elaborada.

Figura 3– Planificação dos tópicos da proposta.



Fonte: a pesquisa.

Para cada tópico apresentado na Figura 3, foi desenvolvido um material de estudo, construído no *Power Point*, em que foram sendo apresentadas e desencadeadas as situações de aprendizagens, visando retomar ideias, conceitos, definições, proposições e procedimentos em torno dos conteúdos de Geometria dos anos finais do Ensino Fundamental.

Nos materiais, são articuladas situações que possibilitem aos estudantes realizarem tanto um estudo focado no conhecimento teórico do objeto matemático que está sendo trabalhado como também são apresentadas atividades que encaminhem para a aplicação desses conhecimentos em situações-problema, podendo estas serem de contextualização, exercícios, construção ou explicações e justificativas presentes no próprio material, na utilização de *software*, objetos de aprendizagem ou por meio de atividades *online*.

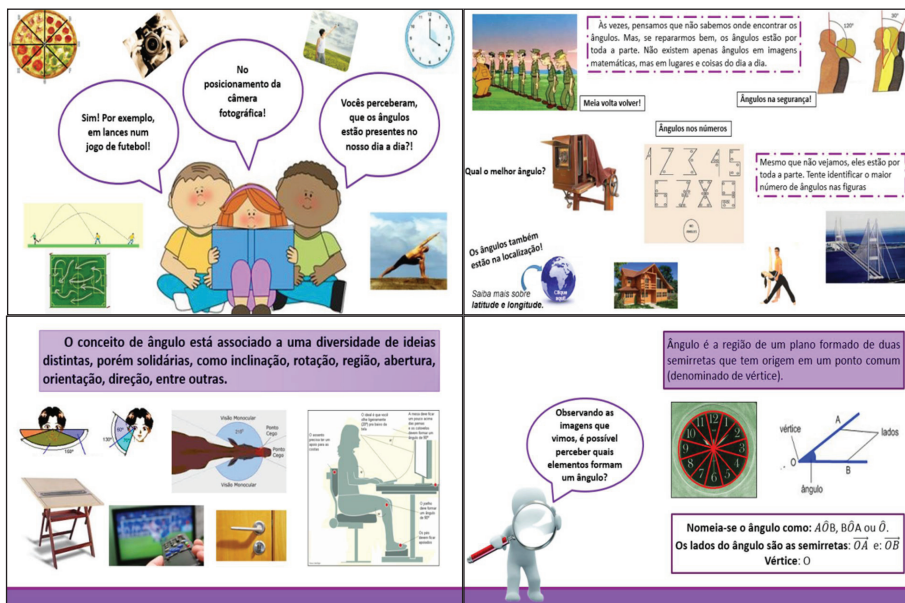
Visando ilustrar como o trabalho foi desenvolvido com os materiais de estudo, no sentido de como foi realizada a introdução, o desenvolvimento e a finalização dos tópicos trabalhados, apresentam-se telas de materiais de estudos (Figuras 4, 5, 6 e 7).

Na Figura 4, apresentam-se telas do material de estudo sobre Ângulos, com o objetivo de elucidar como são realizadas as discussões iniciais em torno de cada tópico a ser trabalhado. Nesse caso, buscou-se instigar os estudantes a refletir sobre a presença dos ângulos no meio que os cerca e, a partir de imagens, foram ilustradas possíveis situações que indicam a presença de ângulos. A partir dessa introdução mais visual e intuitiva, foi encaminhada a formalização do conceito de ângulo.

Na Figura 5, apresentam-se telas do material de estudo referente a Triângulos, a fim de ilustrar uma situação-problema trabalhada com o objetivo de discutir uma definição ou propriedade, exemplificando e encaminhando para a resolução de exercícios em um *link* externo (Vamos Praticar) e um vídeo como material complementar (Saiba +) no qual é discutido sobre a desigualdade triangular. São apresentadas também telas do material sobre círculo e circunferência exemplificando a discussão sobre as definições de raio, diâmetro e área da circunferência por meio da utilização de imagens, vídeos e animações.

Já a Figura 6 apresenta telas de materiais de estudos que destacam a forma como, em geral,

Figura 4 – Telas exemplificando a introdução do conceito de um material.



Fonte: a pesquisa.

Figura 5 – Telas exemplificando discussão em torno de uma propriedade com exemplos e exercícios.

Mariana tentou construir um triângulo com 3 varetas com comprimentos iguais a 2 cm, 3 cm e 6 cm. Veja o que aconteceu:

Percebeu que nem sempre é possível construir um triângulo conhecendo as medidas de 3 segmentos. Há uma condição para que isso aconteça.

Você consegue perceber que condição é esta?

Veja Mariana!
Só é possível construir um triângulo se a medida do maior lado for menor que a soma das medidas dos outros dois lados.

Veja as medidas dos lados deste triângulo:

Observe que a condição de existência é mantida:

O lado de maior medida tem 6 cm.
 $6 < 5 + 4$

É possível formar um triângulo com as medidas 2 cm, 3 cm e 5 cm? Por que?

Vamos praticar?

CLIQUE E SAIBA

Vamos conhecer mais!
Clique na imagem

A partir da imagem e o que vimos no vídeo, qual a relação entre o raio e o diâmetro?

CLIQUE NA IMAGEM AO LADO E VAMOS PRACTICAR!

Observe que quando desenrolamos a circunferência mais externa o comprimento do segmento é $2\pi r$

Produção: Laboratório Didático Visual - Escola de Física - USP
Programação: Marcos Krieger

Fonte: a pesquisa.

Figura 6 – Exemplos de atividades de construção e situações-problemas dos materiais de estudos.

Responda as perguntas de acordo com a imagem do mapa ao lado:

A) Escreva o nome de duas ruas paralelas à Rua México.

B) Escreva o nome de duas ruas perpendiculares à Rua França.

C) O nome de uma rua que é paralela à Rua Brasil e perpendicular à Rua Itália.

D) O nome de uma rua concorrente à Rua Brasil.

E) O nome de três ruas paralelas entre si.

F) O nome de duas ruas que não são paralelas nem perpendiculares.

Em uma eliminatória para uma Copa do Mundo, o Brasil realizou 18 jogos. O gráfico de setores abaixo nos dá informações sobre as vitórias, os empates e as derrotas nesses 18 jogos. Complete a tabela com base nas informações.

	Vitórias (V)	Empates (E)	Derrotas (D)
Número			
Porcentagem			
Ângulo			

Aproxime as porcentagens com uma casa decimal.

TANGRAM

Tangram é um quebra-cabeça chinês formado por 7 peças: 5 triângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo. Esse quebra-cabeça é utilizado pelos professores de matemática como instrumento facilitador da compreensão das formas geométricas. Além de facilitar o estudo da geometria, ele desenvolve a criatividade e o raciocínio lógico, que também são fundamentais para o estudo da matemática.

Qual a área de cada figura do tangram representado na malha quadriculada?

CLIQUE NA IMAGEM E SE VENÇA OS DESAFIOS DO TANGRAM!!

As extremidades de um fio de antena totalmente esticado estão presas no topo de um prédio e no topo de um poste, respectivamente, de 16 e 4 metros de altura. Considerando-se o terreno horizontal e sabendo-se que a distância entre o prédio e o poste é de 9 m. Qual é o comprimento do fio?

O esquema abaixo representa o projeto de uma escada de 5 degraus com mesma altura.

Continue praticando, clique aqui!

Vamos praticar um pouco?

Crterios de Igualdade de Triângulos Série 1

Está com dificuldades nas atividades. Clique no vídeo e saiba mais!

Vamos aprender a construir retas paralelas e perpendiculares:

Com régua e compasso **Com régua e esquadro**

CLIQUE NAS IMAGENS PARA INICIARMOS AS CONSTRUÇÕES

Fonte: a pesquisa.

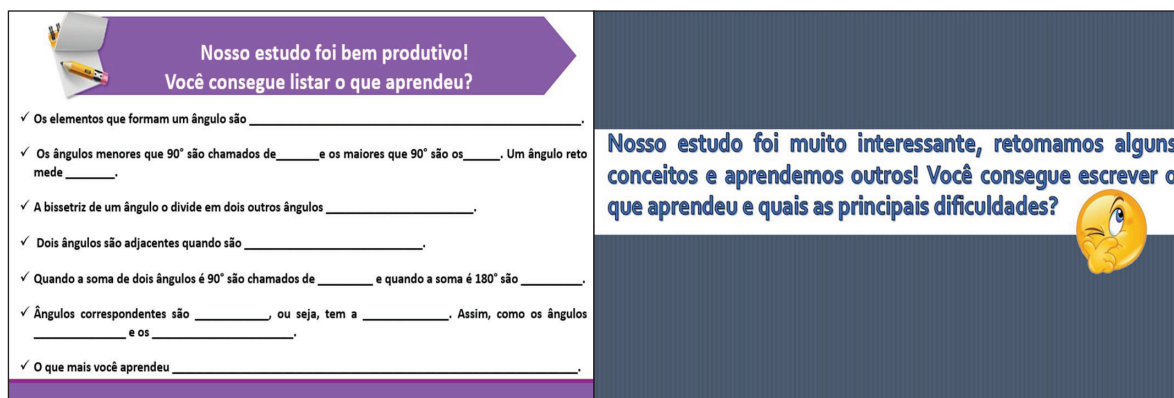
foram conduzidos os encaminhamentos para atividades, exercícios, situações-problemas e construções, sejam elas apresentadas no próprio material ou em *links* externos.

Conforme pode ser observado na Figura 6, os materiais de estudos contaram com um conjunto de atividades diversificadas, organizadas a fim de possibilitar aos estudantes praticarem e compreenderem o que estava sendo estudado, contemplando situações-problemas, exercícios, atividades de manipulação, observação e cons-

trução, sendo estas apresentadas no próprio material ou por meio de *links* externos como atividades *online* ou a partir da utilização de *software*.

Com o objetivo de incentivar os estudantes a refletir e relacionar o que estudaram nos materiais de estudo, na busca de uma síntese ao final de cada tópico trabalhado, é proposto que escrevam o que conseguiram aprender apontando os aspectos mais significativos ou em que tiveram maior dificuldade, conforme exemplificado na Figura 7.

Figura 7 – Síntese final dos materiais de estudos.



Fonte: a pesquisa.

As telas dos materiais de estudos destacadas buscaram apresentar uma visão geral de como estes foram estruturados, quais as estratégias estabelecidas e os recursos utilizados na proposta de estudos de recuperação desenvolvida. No que segue, serão destacados mais detalhadamente os recursos utilizados nos materiais de estudos como atividades *online*, objetos de aprendizagens, animações, atividades de construções, vídeos, entre outros.

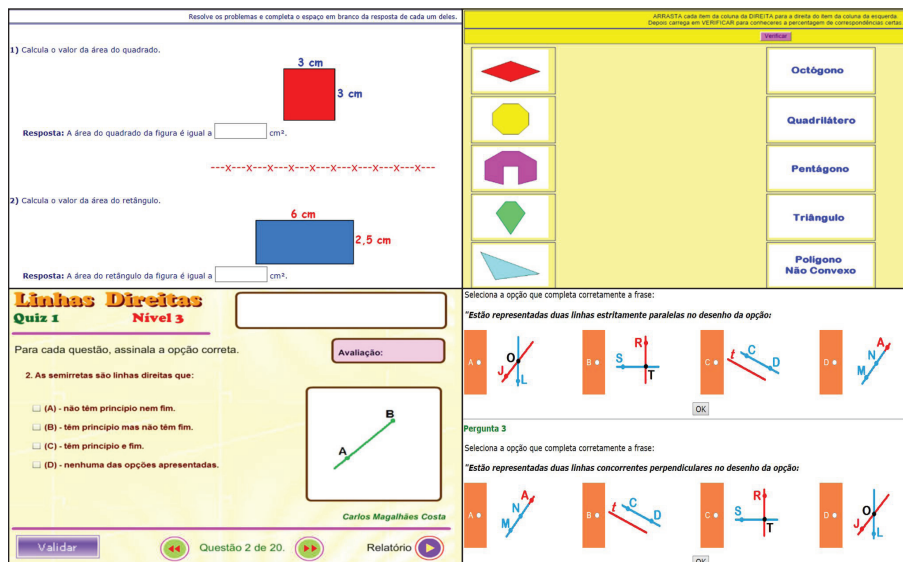
Atividades *online*

As atividades *online* foram selecionadas e utilizadas nos materiais de estudos objetivando oportunizar que os conceitos, as definições, as propriedades e os procedimentos estudados nos tópicos fossem exercitados, o que se buscou atingir propondo-se atividades *online* com diferentes características e objetivos, conforme ilustrado na Figura 8.

No que se refere às atividades *online* utilizadas como exercícios, ressalta-se, como um aspecto diferenciado, a estrutura das atividades, as quais contemplam questões no formato de associações, respostas escritas, múltipla escolha, representações, entre outras formas de apresentação. Considera-se que essa diversidade torna o estudo e a resolução de exercícios mais dinâmicos e atrativos para os estudantes, tendo em vista que estes, assim, exercitam o que está sendo estudado de diferentes formas e com abordagens distintas, podendo apresentar dificuldades ou facilidades em determinadas atividades e em outras não, o que possibilita identificar entraves específicos em relação ao conteúdo ou parte dele.

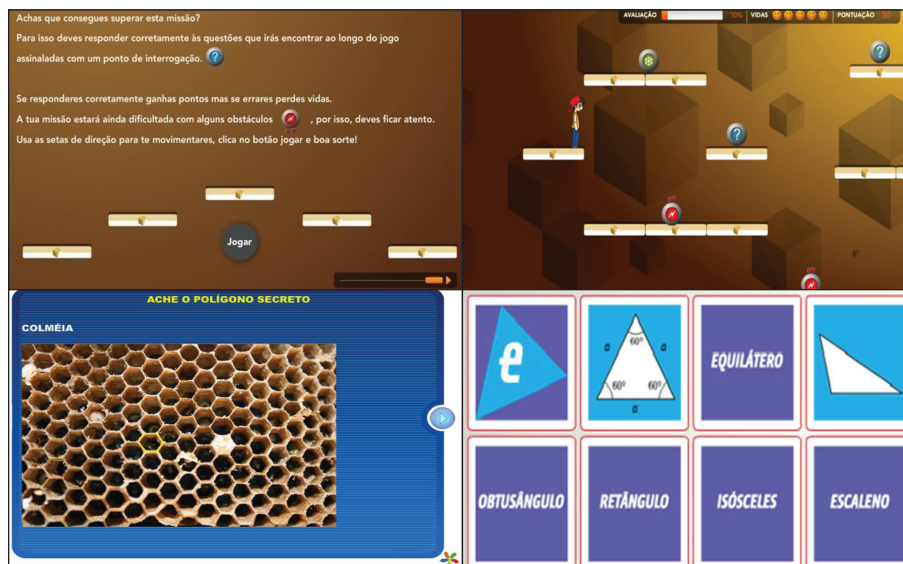
Outra característica a ser destacada das atividades *online* refere-se à ludicidade. Buscaram-se atividades que contemplassem os conteúdos trabalhados e que também os abordassem por meio de jogos ou interfaces mais dinâmicas. Na Figura 9, apresentam-se

Figura 8 – Atividades *online*: exercícios.



Fonte: a pesquisa.³

Figura 9 – Atividades *online*: jogos.



Fonte: a pesquisa.⁴

³ http://www.cmcrc.pt/MAT/MAT5/21_PER_ARE/HOT_POTATOES/HP_AR_2/E8_JCI_Enunc_1.htm
http://www.cmcrc.pt/MAT/MAT5/11_POL/HOT_POTATOES/E3_JMa_Po_1.htm
http://www.cmcrc.pt/MAT/MAT5/10_LIN/PROG_A/LINHAS=CM/n3_q1_linhas=cm.asp
http://www.cmcrc.pt/MAT/MAT5/10_LIN/QUIZ_FABER/teste_2/Linhas%20-%20Quiz%202021.htm

⁴ http://www.cmcrc.pt/rec_mat6_isometrias.asp
http://www.educacaodinamica.com.br/ed/views/game_educativo.php?id=14&jogo=Jogo%20dos%20Pol%C3%ADgonos
<http://guiadoestudante.abril.com.br/estudar/jogos-multimedia/voce-sabe-quais-sao-tipos-triangulos-687832.shtml>

exemplos de atividades lúdicas utilizadas nos materiais de estudos.

As atividades *online* propostas e o conjunto de situações-problema apresentadas nos materiais tiveram grande importância tanto para o estudo como para a investigação desenvolvida, pois, por meio de sua resolução pelos estudantes, foi possível realizar análises sobre o grau de compreensão desses alunos em relação ao que estava sendo estudado e o que era esperado.

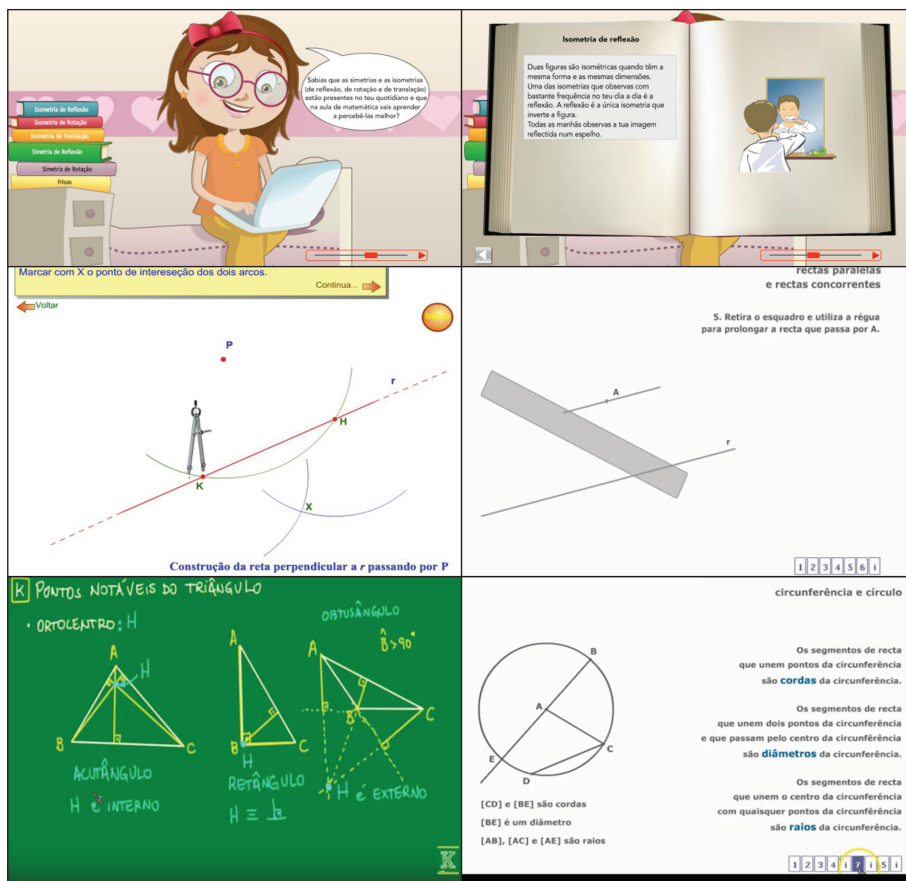
Animações e vídeos

Os materiais de estudos foram contemplados, também, com animações e vídeos, visando auxiliar os estudantes na compreensão dos tópicos trabalhados tanto no que se refere

a conceitos, definições e propriedades como também a procedimentos de resolução e construções. Assim, esses recursos foram utilizados em distintos momentos dos materiais, por vezes para introduzir ou retomar uma ideia ou noção ou para aprofundar os conhecimentos em torno do que estava sendo estudado. Na Figura 10, apresentam-se imagens de animações e vídeos utilizados nos estudos.

Conforme pode ser observado na Figura 10, as animações e os vídeos utilizados têm abordagens, estruturas e dinâmicas distintas, sendo cada uma delas adequada ao objetivo com que está sendo utilizado, seja como um estudo complementar para superar dificuldades e aprofundar os conhecimentos ou explicativo, com procedimentos de resoluções e construções.

Figura 10 – Animações e vídeos.



Fonte: a pesquisa.⁵

⁵ http://www.cmcrc.pt/MAT/MAT6/05_ISOM/PROG_P/04_5_DESCOB_ISOMETRIAS_SIMET=TEXTO.swf
http://www.cmcrc.pt/MAT/MAT5/10_LIN/PROG_P/R_PARAL.swf

Ressalta-se uma característica comum à maioria deles: a narrativa. Ou seja, os vídeos ou animações têm sons e um narrador, o qual vai conduzindo o estudo. Esse aspecto foi considerado importante, dentro da proposta de estudos, pela aproximação com a forma que os estudantes estão habituados a estudar, a explicação oral e também pelo de fato que os demais recursos disponibilizados nos materiais não têm essa característica, estando mais voltados para a leitura e interpretação do estudante em face do que está escrito ou ilustrado.

Objetos de aprendizagem

Estão sendo considerados como objetos de aprendizagem recursos que contemplam, ao mesmo tempo, uma retomada do que está sendo estudado, apresentando explicações e exemplos, encaminhando, em seguida, para atividades, às

quais são propostas manipulações, resoluções parciais ou o estabelecimento de relações. Em grande parte desses objetos, é possível que o estudante confira se a resposta indicada é a correta. Na Figura 11, apresentam-se exemplos de objetos de aprendizagem utilizados nos materiais de estudos.

Considera-se que os objetos de aprendizagem utilizados contribuíram, fortemente, na constituição dos materiais, no sentido que não encaminham para uma resolução imediata de questões, conforme pode ser observado na Figura 11. Suas atividades visam retomar e construir conceitos e procedimentos pertinentes aos conteúdos, privilegiando as representações e possibilitando que sejam realizadas manipulações dos objetos em estudo, o que pode potencializar o estabelecimento de conjecturas e a aprendizagem dos estudantes.

Figura 11 – Objetos de aprendizagem.

The image shows two screenshots of educational software. The top screenshot is a similarity activity. It features a character and a text box: "Veja as medidas da imagem original. Entre com valores de forma a aumentarmos duas vezes as medidas da largura e da altura. Clique em Confirmar." Below this are three grid-based images: "ORIGINAL" (a girl with a balloon), "DOBRO" (the girl enlarged), and "METADE" (the girl reduced). Input fields show "Largura 3" and "Altura 4". A "Confirmar !" button is present. The bottom screenshot is a geometry activity. It shows a 3D prism and its 2D net. Text includes: "Prisma recto que tiene cuadrados como bases." and "Clica un prisma". A list of instructions: "-Clica y arrastra la regla. -Gira la regla en la posición correcta. -Mide lo que necesitas para hacer los cálculos. -Pon la medida en el recuadro correspondiente. -Calcula el área lateral y total del prisma." Below is a table for calculating lateral and total area:

Área lateral y total del prisma	
Perímetro de la base.....	x
Altura del prisma.....	x
Área lateral.....	x
Área de la primera base.....	x
Área de la segunda base.....	x
Área total.....	x

 A "Comprobar" button is at the bottom right.

Fonte: a pesquisa.⁶

⁶ http://rived.mec.gov.br/atividades/matematica/semelhanca_atraves_da_ampliacao/index2.html
<http://www.genmagic.net/repositorio/displayimage.php?album=6&pos=12>
<http://www.genmagic.org/mates1/prisr1c.swf>

Atividades de construção e aplicações no Geogebra

Nos materiais de estudos, optou-se por utilizar o *software* Geogebra tanto para realizar atividades de construções como para apresentar aplicações do *software*, ou seja, objetos já construídos que possibilitam a manipulação. Na Figura 12, apresentam-se exemplos de aplicações do Geogebra utilizadas nos materiais.

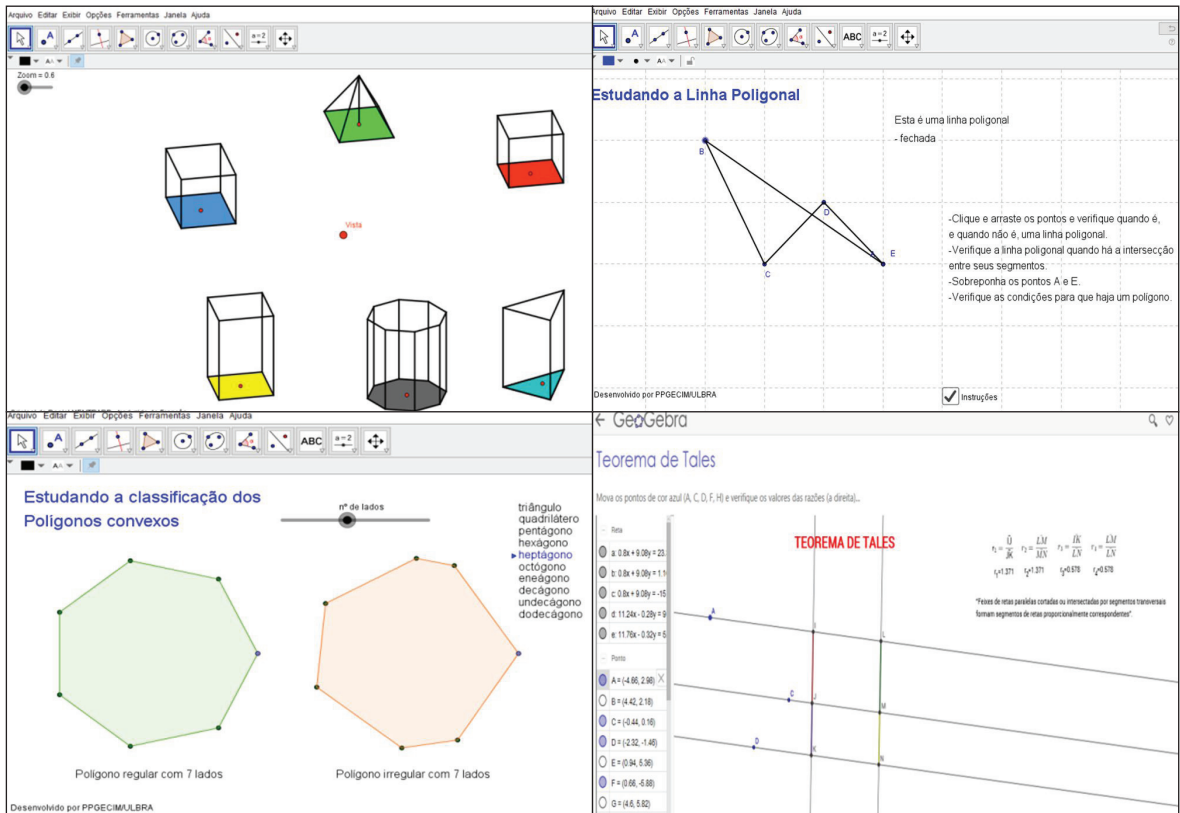
As imagens apresentadas na Figura 12 destacam exemplos de atividades de aplicações no Geogebra, as quais têm como características a apresentação de objetos já construídos que possibilitam a movimentação, por meio de controles deslizantes, de pontos ou dos pró-

prios objetos. Utilizou-se esse tipo de atividade visando oportunizar aos estudantes experimentarem, verificarem e comprovarem as definições e propriedades trabalhadas, assim como uma atividade de estudo complementar.

Já na Figura 13, apresentam-se imagens dos materiais de estudos com as instruções que encaminham para as atividades de construção no Geogebra.

Com essas atividades (Figura 13), pretendeu-se que os estudantes construíssem os objetos em estudo, considerando as definições e as propriedades estudadas. Em conjunto com as atividades no Geogebra, foram trabalhadas as atividades de construção com régua e compasso, as quais passam a ser discutidas no que segue.

Figura 12 – Aplicações no Geogebra.



Fonte: a pesquisa.⁷

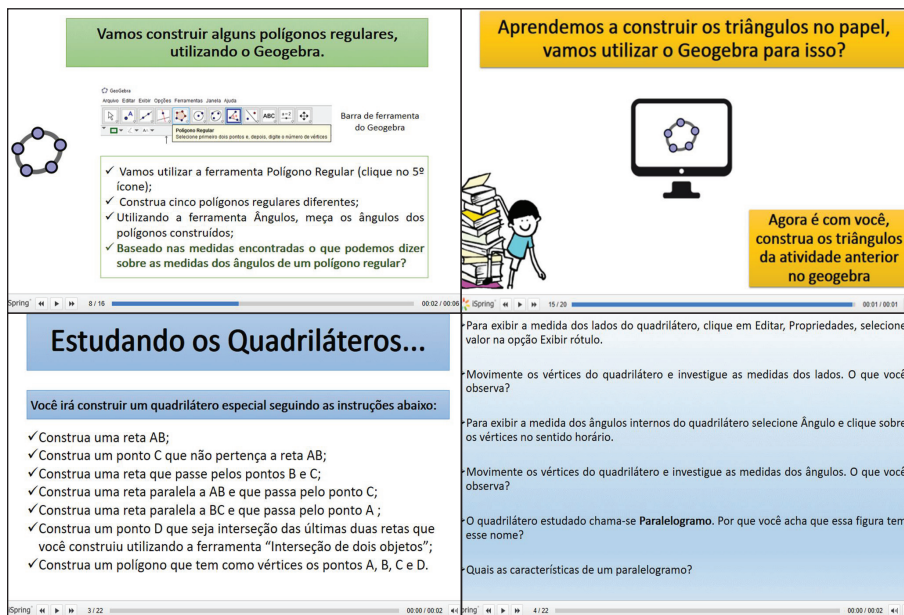
⁷ <https://archive.geogebra.org/en/upload/files/zeca/solidtrace.html>
<http://ppgecim.ulbra.br/laboratorio/index.php/atividades-didaticas/ensino-fundamental-2/>
<https://www.geogebra.org/m/efmfvdZ4>

Atividades de construção: régua, compasso e transferidor

Assim como foram propostas atividades no Geogebra, os materiais contemplaram, também,

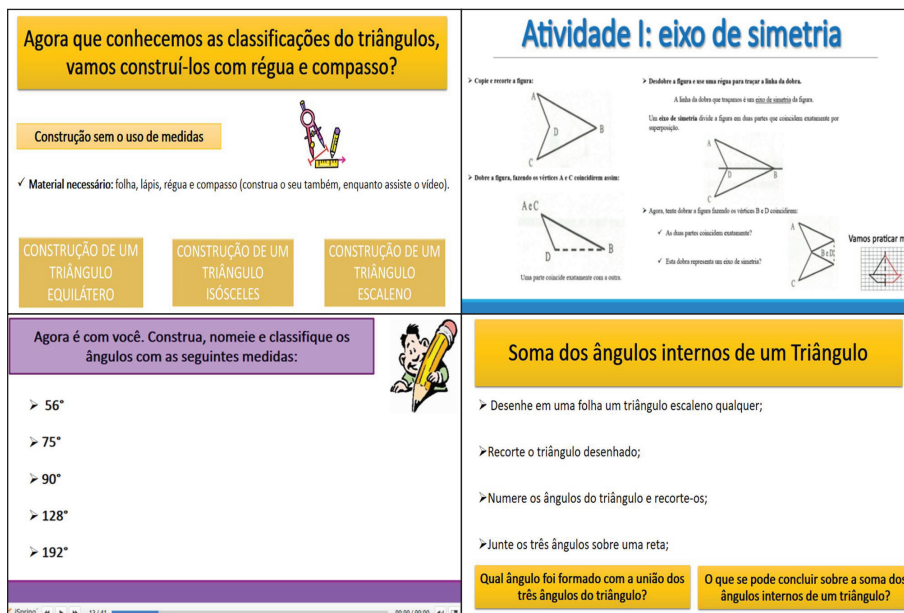
atividades de construções com instrumentos de desenhos adequados, como régua, compasso e transferidor, conforme ilustrado na Figura 14. Entende-se que as atividades de construções devem ser trabalhadas de modo articulado tanto

Figura 13 – Construções no Geogebra.



Fonte: a pesquisa.

Figura 14 – Construções com régua, compasso e transferidor.



Fonte: a pesquisa.

por meio de um *software* como com lápis e papel, pois cada recurso possibilita o desenvolvimento de habilidades e competências específicas, considerando, sempre, conceitos e propriedades pertinentes nas construções.

Destaca-se que, nas construções com régua e compasso, as atividades envolviam a utilização de régua não graduada, buscando colocar em evidência aspectos das propriedades dos objetos geométricos e não suas medidas, embora também tenham sido desenvolvidas tarefas envolvendo medidas.

Estudos complementares: links externos

Utilizou-se o recurso de *links* externos com a intenção de proporcionar um estudo complementar. Em geral, foram destacados como um

Saiba mais, Não fique com dúvidas, Clique aqui, com o que o estudante era encaminhado a uma página da *web*, a qual apresentava uma discussão mais teórica, com exemplos ou resoluções de atividades, conforme exemplificado na Figura 15.

Apresentou-se aqui uma visão geral de como os materiais de estudos foram estruturados, os recursos utilizados e os caminhos adotados para o desenvolvimento e a retomada dos tópicos trabalhados. Ressaltam-se como aspectos positivos dos materiais produzidos a diversidade de recursos e atividades, que, articulados, podem potencializar o estudo no sentido de trabalhar a partir de diferentes perspectivas e estratégias, visando estabelecer um caminho para o aprofundamento nos conhecimentos geométricos como também a superação de dificuldades de aprendizagens.

Figura 15 – Links externos.

Arcos, Ângulos e Circunferências

Ângulo	Vértice e Lados	Figura	Medida
Central	Vértice no centro da circunferência		$\alpha = AB$
Inscrito	Vértice na circunferência e lados secantes		$\alpha = \frac{AB}{2}$
Ângulo de segmento	Vértice na circunferência e um lado secante e o outro tangente à circunferência		$\alpha = \frac{AB}{2}$
Excêntrico interior	Vértice na região interior da circunferência		$\alpha = \frac{AB + CD}{2}$
Excêntrico exterior	Vértice na região exterior e lados secantes ou tangentes à circunferência		$\alpha = \frac{AB - CD}{2}$

1 Ângulo central

Um **ângulo central** é um ângulo cujo vértice coincide com o centro da circunferência.

O ângulo \widehat{ACB} na figura abaixo é um ângulo central.

Razão e Proporção de Segmentos:

Razão de dois segmentos: Sejam AB e CD tais que:

A → 7,5cm → B
C → 3,0cm → D

A razão entre \overline{AB} e \overline{CD} é

$$\frac{AB}{CD} = \frac{7,5}{3,0} = 2,5$$

RAZÃO SEGMENTOS PROPORCIONAIS

PROPORÇÃO

Vamos relembrar?

Clique Aqui!

Fonte: a pesquisa.⁸

⁸ <http://www.matika.com.br/arcs-e-angulos-na-circunferencia/angulo-central>
<http://pt.slideshare.net/AdrianoCapilupe/aula-9-ano-razo-e-proporo>

Considerações finais

A realização da investigação possibilitou refletir em torno do desenvolvimento de propostas de estudos de recuperação, mais especificamente no que se refere à Geometria dos Anos Finais do Ensino Fundamental, envolvendo questões epistemológicas, cognitivas, didáticas, metodológicas, interacionais e mediacionais. Considerando um olhar tanto para o conhecimento matemático como para o seu processo de ensino e aprendizagem, o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) foram tomados para o embasamento da investigação, tendo em vista que seus pressupostos foram considerados para o planejamento e a constituição da proposta de estudo de recuperação, e suas ferramentas de análise mostraram-se importantes elementos para a avaliação dessa proposta.

Considera-se que a recuperação de aprendizagens de um estudante ocorre quando lhe é oportunizado retomar os conhecimentos até então não compreendidos, buscando trabalhar de uma forma diferenciada daquela já desenvolvida em sala de aula. Ressalta-se, assim a importância do desenvolvimento de propostas de estudos de recuperação que ofereçam ao estudante um estudo complementar e não substitutivo.

Destaca-se ainda que, apesar de essa proposta voltar-se para a Geometria, os caminhos metodológicos e os pressupostos teóricos tomados para sua constituição e análise podem ser adaptados a outros temas. Assim, o que se vislumbra com a divulgação dessa proposta é que a recuperação seja repensada e, acima de tudo, planejada para uma retomada de forma diferenciada, não se limitando a uma “nota ou outra prova”.

Referências

ANDRADE, J. A. A. *O ensino de Geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos Anais dos ENEMs*. (Dissertação de Mestrado) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação. Universidade de São Francisco, Itatiba, 2004.

ANDRADE, L. S. *Currículos de Matemática no Ensino Médio: um olhar sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática*. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências

e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil, Canoas. 2014.

BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. 11.ed. Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2014. – (Série legislação; n. 159). Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/documentos-e-pesquisa/edicoes/paginas-individuais-dos-livros/lei-de-diretrizes-e-bases-da-educacao-nacional>. Acesso em 25 abr. 2016.

_____. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática, terceiro e quarto ciclos*. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 11 fev. 2014.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. *Base Nacional Comum Curricular. Proposta Preliminar. Segunda versão*. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 21 out. 2016.

CRESCENTI, E. P. *Os professores de Matemática e a Geometria: opiniões sobre a área e seu ensino*. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2380/TeseEPC.pdf?sequence=1>. Acesso em: 29 out. 2016.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: XIII CIAEM – IACME. *Anais*. Recife, 2011. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf. Acesso em: 10 jun. 2014.

_____. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. In: ESTEPA, A. et al. (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XVI*. p.49-68. Jaén: SEIEM, 2012. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf. Acesso em: 11 jun. 2014.

_____. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, n.11, p.111-132, 2013. Disponível em <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/14720/13965>. Acesso em: 19 mar. 2015.

_____. Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. In: CONTRERAS, M. J. et al. (Eds.). *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*, 2017. Disponível em

<http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino.pdf>. Acesso em: 29 set. 2017.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque ontossemiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae*, Canoas, v.10, n.2, jul./dez. 2008, p.07-37. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/62>. Acesso em 30 mar. 2014.

GODINO, J. D.; RIVAS, H.; ARTEAGA, P. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v.7, n.2, jul./dez. p.331-354, 2012. Disponível em: <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>>. Acesso em: 06 jan. 2015.

LEMOS, A.V. *Recuperação de conteúdos: desenvolvendo uma sequência didática sobre equações de 1º grau disponível no sistema integrado de ensino e aprendizagem (SIENA)*. Dissertação (Mestrado Acadêmico) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2013.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista*, v.3, n.4, p.3-13, 1995.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, Campinas, ano I, n.1, p.7-17, 1993.

PIRES, C. M. C. *Currículos de Matemática: da organização linear à ideia de Rede*. São Paulo: FTD, 2000.

Andrielly Viana Lemos – Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil – ULBRA.
E-mail: andriellyemos@gmail.com

Carmen Teresa Kaiber – Doutora em Ciências da Educação. Universidade Luterana do Brasil – ULBRA.
E-mail: carmen_kaiber@hotmail.com