

## POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Software usage possibilities geogebra in the development of geometrical thinking in the sixth grade of elementary school

*Cristiane Stedile Dall'Alba*  
*Carmen Teresa Kaiber*

### Resumo

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa que teve por objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, a partir da inserção do *software* GeoGebra em atividades de ensino, tomando como base o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Como parte da investigação, foram planejadas e implementadas Unidades de Ensino organizadas em torno das temáticas: Ângulos; Reta, Semirreta, Segmento de Reta; Polígonos; Triângulos e Quadriláteros. Apresentam-se, aqui, atividades e análises referentes a temática Triângulos. Teoricamente a investigação busca apoio nos referenciais os quais destacam a utilização de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Foram analisadas as produções dos alunos, a partir das atividades realizadas no GeoGebra, bem como registros realizados em diário de campo, no âmbito de uma investigação qualitativa. Resultados apontam que as Unidades de Ensino provocaram discussões, interações e permitiram desenvolver os conteúdos previstos, sendo que o GeoGebra se mostrou um importante recurso didático. Foi possível perceber um significativo avanço no nível 1 (visualização) e o transitar dos estudantes no nível 2 (análise) do modelo de Van Hiele. A

movimentação dos objetos proporcionada pelo *software* permitiu aos estudantes a visualização de características e propriedades bem como a construção de conceitos. As representações, a visualização e a movimentação dos objetos se constituíram em um diferencial no desenvolvimento das atividades.

**Palavras-chave:** Geometria. *Software* de Geometria Dinâmica. Desenvolvimento do pensamento geométrico. GeoGebra. Van Hiele.

### Abstract

This article presents part of a research that aimed to investigate the development of geometric thinking of a group of students of the sixth grade of elementary school, from the insertion of GeoGebra software in teaching, based on the model of development of thought Geometric Van Hiele. As part of the research have been planned and implemented teaching units organized around themes: angles; straight, semi straight line segment; polygons; triangles and quads. They present here, activities and analyzes regarding the issue triangles. Theoretically the search research support in references which highlight the use of digital technologies in the teaching and learning of mathematics and the development model of geometrical thinking of Van Hiele. The productions of the students were analyzed, from the activities carried out in Ge-

oGebra, as well as records held in a field diary, as part of a qualitative research. Results show that the Teaching Units provoked discussions, interactions and enabled the development of the planned contents, and GeoGebra proved to be an important resource. It was revealed a significant advance in level 1 (display) and the transition of students at Level 2 (analysis) of the Van Hiele model. The movement of objects provided by the software allowed students to display characteristics and properties as well as the construction of concepts. The representations, visualization and movement of objects formed in a gap in the development of activities.

**Keywords:** Geometry. Dynamic Geometry software. Development of geometric thinking. GeoGebra. Van Hiele.

## Introdução

O desenvolvimento do pensamento geométrico, no que diz respeito à aprendizagem em sala de aula, é foco de investigações e reflexões por parte, tanto de professores em processo de formação, quanto de professores que atuam na Educação Básica e pesquisadores na área de Educação Matemática. Pesquisadores como Fainguelernt (1999), Andrade (2004), Lorenzato (2006) e Matos e Silva (2011) têm voltado seus estudos para a pesquisa no âmbito da Geometria, focada em aspectos referentes ao ensino e aprendizagem dessa área da Matemática, em distintos níveis.

Pesquisa desenvolvida por Andrade (2004) que realizou um estudo dos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM – entre os anos de 1987 a 2001, com o objetivo de identificar e analisar as pesquisas e trabalhos que envolvessem a Geometria, seu ensino e aprendizagem, permitiu ao autor, entre outras constatações, destacar a influência das tecnologias nos processos educacionais, especialmente no que se refere a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, argumentando que, se forem utilizados nas salas de aula, poderão transformar a cultura das aulas de Matemática.

Com relação à Geometria, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) evidenciam a sua importância para o desenvolvi-

mento das capacidades cognitivas fundamentais destacando que os conceitos geométricos são parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, a partir dos quais o aluno desenvolve um tipo de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar o mundo onde vive de forma organizada.

No que se referem às questões didáticas que envolvem a Geometria, esses mesmos Parâmetros destacam que o computador é um instrumento que proporciona muitas possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, indicando a utilização de *softwares* como mais uma forma de auxiliar o aluno no que diz respeito ao raciocínio geométrico e apropriação dos conceitos fundamentais da área.

Nesse contexto, esse artigo apresenta parte de uma pesquisa de Mestrado (DALL'ALBA, 2015) que teve por objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, a partir da inserção do *software* GeoGebra em atividades de ensino, tomando como base o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Como parte da investigação foram planejadas e implementadas Unidades de Ensino organizadas em torno de cinco temáticas: Ângulos; Reta, Semirreta, Segmento de Reta; Polígonos; Triângulos e Quadriláteros. Apresenta-se, aqui, o trabalho desenvolvido e a investigação realizada referente à temática Triângulos.

## A Geometria no Ensino Fundamental e as Tecnologias Digitais

A Geometria, enquanto conhecimento escolar está presente nos currículos de Matemática da Educação Básica sendo que, no Ensino Fundamental, os conhecimentos geométricos a serem desenvolvidos estão organizados em um bloco denominado Espaço e Forma, que inclui o estudo de figuras planas e espaciais e suas características, localização e deslocamentos, ângulos, perpendicularismo e paralelismo, bem como as transformações no plano. Associado ao desenvolvimento desses tópicos é destacado a importância do trabalho com a linguagem e simbologia geométrica (BRASIL, 1998).

Lorenzato (1995) pondera que, para justificar a necessidade de se ensinar Geometria na escola, seria suficiente o argumento de que

sem aprender Geometria os indivíduos não desenvolvem o raciocínio visual e o pensamento geométrico. Sem esses, dificilmente resolveriam situações da vida que necessitam da Geometria, não podendo utilizá-la, também, como facilitadora para a compreensão e resolução de questões que envolvam outras áreas da Matemática, bem como outras áreas de conhecimento. Para o autor, “Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.” (LORENZATO, 1995, p.5).

Ainda, de acordo com o autor, pesquisas apontam a aprendizagem da Geometria como imprescindível para o desenvolvimento da criança, visto que muitas situações escolares demandam percepção espacial, não apenas na Matemática, mas, também, em outras áreas. Aponta que a Geometria pode auxiliar a criança no que diz respeito à indicação do seu nível de compreensão, de raciocínio, das dificuldades ou soluções, uma vez que essa valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar, servindo de apoio às demais disciplinas, uma vez que “A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui [...]” (LORENZATO, 1995, p. 6-7).

Outro fator relevante no que diz respeito à importância da Geometria é que a mesma ativa as estruturas mentais (FAINGUELERNT, 1999), sendo tema integrador entre as diversas partes da Matemática, favorável ao exercício do aprender a fazer e aprender a pensar, desempenhando importante papel no ensino, pois intuição, formalismo, abstração e dedução compõem sua essência.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) apontam que, inicialmente, o indivíduo percebe o espaço como algo que existe ao seu redor e reconhece as figuras geométricas por sua forma, aparência e totalidade. É por meio da experimentação e da observação que começa a distinguir as características de determinada figura e passa a utilizar as propriedades para conceituar classes de formas. O documento destaca, também, que é importante instigar o indivíduo a reconhecer nos objetos que se encontram ao seu redor diferentes formas: bidimensionais, tridimensionais, planas e não planas, bem como identificar posições relativas dos objetos, fazer

modelos, desenhos ou construções do espaço e descrevê-los.

Corroborando com o que estabelecem os PCN, Fainguelernt (1999) aponta que:

O estudo da Geometria é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo e para que a visão da Matemática não fique distorcida. Essas razões são suficientes para que o ensino da Geometria no 1º grau não seja desenvolvido através de automatismo, memorização e técnicas operatórias, nem baseado em um processo de formalização com crescente nível de rigor, abstração e generalização. (FAINGUELERNT, 1999, p.53).

Sobre a visualização, a autora coloca que o valor da mesma se dá pelo tipo de processos mentais envolvidos e necessários, os quais podem ser transferidos para outras partes da Matemática e também para outras áreas de conhecimento. Nesse contexto, Fainguelernt (1999) acredita ser de grande importância o uso do computador na escola, fato este que não pode ser ignorado por professores e pesquisadores na busca de entender o caminho de construção do conhecimento e suscitar condições adequadas para que o mesmo ocorra.

Sobre a questão, Valente (1999) pondera que o uso do computador em ambientes de aprendizagem, os quais destacam a construção do conhecimento, expõe desafios como, por exemplo, perceber o computador como um novo modo de representar o conhecimento, ocasionando uma readequação dos conceitos já conhecidos e oportunizando a busca e compreensão de novas ideias e valores.

Nesse mesmo sentido, Borba (1999) destaca que os ambientes de aprendizagem originados por aplicativos informáticos permitem potencializar os conteúdos curriculares e o processo de ensino e da aprendizagem voltados à “experimentação matemática”. Surgem, então, possíveis novos conceitos e novas teorias matemáticas que possam tornar a tecnologia um aliado importante

na construção do conhecimento. Busca-se, assim, o uso do computador na sala de aula, contexto no qual o professor seja visto como mediador do conhecimento, e os alunos passem a participar ativamente do processo de aprendizagem com uma visão crítica e inovadora, ambos sustentados por uma boa metodologia de ensino.

No que se referem à tecnologia, os PCN (BRASIL, 1998) apontam que um dos objetivos para o Ensino Fundamental é que os alunos saibam utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos, destacando que o mercado de trabalho busca pessoas aptas para tratar com tecnologias e linguagens diferenciadas. No ensino de Matemática, indicam que o computador pode ser um aliado para o desenvolvimento cognitivo dos alunos, pois permite desenvolver um trabalho que se adéqua a diferentes ritmos de aprendizagem e possibilita que o aluno aprenda com seus erros.

Porém, o uso do computador para criar condições com as quais o aluno possa construir seu conhecimento implica grandes desafios. É necessário compreender o computador como um diferencial na forma de apresentar o conhecimento, acarretando uma reorganização dos conceitos explorados anteriormente, viabilizando a investigação e o entendimento de novas concepções e novos valores. Ainda, de acordo com Valente (1999), usar o computador com essa função “[...] requer uma análise cuidadosa do que significa ensinar e aprender bem como, demanda rever o papel do professor nesse contexto.” (VALENTE, 1999, p. 27). Por outro lado, o autor alerta que o computador pode se tornar apenas uma ferramenta para avançar na condução das informações para o aluno, o que faz com que o mesmo atue como uma “máquina de ensinar”, mantendo a prática pedagógica sem alterações.

Kaleff (2003) pondera que a tecnologia pode contribuir para encaminhar soluções para problemas relacionados ao ensino da Matemática, em especial da Geometria, principalmente no que diz respeito ao desenvolvimento de habilidades de percepção e visualização de objetos, chamando a atenção para o aumento de *softwares* educacionais voltados para conteúdos de Matemática e, em especial, para o ensino da Geometria.

Borba e Penteado (2001) destacam que as atividades realizadas utilizando *softwares* mate-

máticos possibilitam aos alunos a experimentação, colocando a visualização no centro da aprendizagem, e assim “[...] as mídias informáticas associadas a pedagogias que estejam em ressonância com essas novas tecnologias podem transformar o tipo de Matemática que é abordada em sala de aula” (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 36).

Nesse contexto, destaca-se, no âmbito da Geometria, os *softwares* de Geometria Dinâmica e, particularmente, o GeoGebra, cuja utilização pode possibilitar o desenvolvimento de tarefas, atividades e projetos, se constituindo, assim, em importante recurso a ser integrado às aulas de Matemática, tal como preconizam Borba e Penteado (2001).

O GeoGebra<sup>1</sup> é um *software* de Matemática dinâmica, de acesso livre, desenvolvido para o ensino e aprendizagem de Matemática nos diversos níveis de ensino. Possui recursos para o trabalho com Geometria, Álgebra, Probabilidade e Estatística, possibilitando a realização de cálculos simbólicos, construção de tabelas, gráficos e figuras geométricas no mesmo ambiente, o que permite apresentar, simultaneamente, diferentes representações de um mesmo objeto, as quais interagem entre si. Como o GeoGebra tem ferramentas que possibilitam a construção de objetos geométricos com base nas propriedades que os definem, pode-se movimentar o objeto sem que esse perca suas características geométricas, as quais são determinadas no momento da construção. Seu criador foi Markus Hohenwarter, que contou com a ajuda de uma equipe internacional de programadores.

Barbosa et al. (2010) ressaltam, também, que a visualização, a mudança de perspectiva e a movimentação dos objetos propiciada pelo GeoGebra permite conceber um cenário novo, uma vez que se podem analisar as figuras geométricas em posições variadas. Assim, segundo os autores, tendo em vista que as construções não são fechadas, estáticas, podem surgir diversas conjecturas, em que os alunos podem ultrapassar expectativas ampliando e aprofundando seus conhecimentos.

Sobre o trabalho com a Geometria em um ambiente de Geometria Dinâmica, Gravina (1996) destaca que:

<sup>1</sup> As informações apresentadas foram tomadas do *site* do GeoGebra (<https://www.geogebra.org/>) onde o mesmo encontra-se disponível para *download*.

Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir de invariantes no movimento. (GRAVINA, 1996, p. 6).

Nesse contexto, buscou-se no estudo realizado investigar as possibilidades de utilizar o GeoGebra, articulado a outros procedimentos e metodologias, para o desenvolvimento dos conteúdos de Geometria abordados no sexto ano do Ensino Fundamental, no sentido de proporcionar aos estudantes um ambiente favorável à aprendizagem e o progresso nos níveis estabelecidos no modelo de Van Hiele.

### **O Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele**

Apesar do reconhecimento do destacado papel da Geometria no desenvolvimento do pensamento matemático e na leitura e compreensão do mundo que o cerca, professores da Educação Básica mencionam problemas relacionados ao seu ensino e à aprendizagem, problemas esses que já haviam sido identificados, em 1957, pelo casal Van Hiele em suas teses de doutorado. O modelo Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico foi criado por Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele Geoldof, a partir da percepção das dificuldades que seus alunos do curso secundário, na Holanda, apresentavam.

De acordo com Hamazaki (2004), o casal Van Hiele traçou um modelo baseado na valorização da aprendizagem da Geometria numa evolução gradual, global e construtiva. Segundo a autora, a evolução é considerada gradual pois os Van Hiele ponderam que linguagem geométrica, raciocínio e intuição são adquiridos de forma gradativa. É dita global uma vez que propriedades e

figuras se inter-relacionam, presumindo vários níveis que conduzem a significados distintos, sendo apontada como construtiva por subentender que o próprio aluno tem que construir os seus conceitos.

Lopes e Nasser (1997) indicam que a ideia preliminar desse modelo denota que os alunos progredem a partir de uma sequência de níveis de compreensão de conceitos percebidos durante o tempo em que os estudantes aprendem Geometria, no qual cada nível caracteriza-se por relações entre objetos de estudo e linguagem próprios. De acordo com as autoras, o modelo de Van Hiele se desenvolve por meio da dualidade de sequência de etapas de compreensão de conceitos e aprendizagem da Geometria.

A tese de Pierre, de acordo com Villiers (2010), procurava explicar as dificuldades de aprendizagem e, assim, “[...] sob tal aspecto ela era explicativa e descritiva. Já a tese de Dina versava sobre um experimento educacional e, sob tal aspecto, é mais prescritiva com relação à ordenação do conteúdo de Geometria e atividades de aprendizagem dos alunos” (VILLIERS, 2010, p. 400).

O modelo, no seu aspecto descritivo e explicativo, se caracteriza por possuir níveis e fases. São cinco níveis hierárquicos classificados de zero a quatro, ou o equivalente, de um a cinco, os quais determinam as particularidades do processo do pensamento geométrico do aluno; são, também, cinco fases de aprendizagem, fundamentais para o progresso do aluno de um nível para outro. No que diz respeito ao aspecto prescritivo, o modelo apresenta cinco características pertinentes ao planejamento das atividades que nortearão o ensino da Geometria e que são fundamentais para o êxito na aprendizagem em cada nível e no avanço para o nível subsequente (VILLIERS, 2010; NASSER e SANT’ANNA, 2010).

Desta forma, o modelo de Van Hiele presuppõe que, enquanto os alunos aprendem Geometria, avançam de acordo com uma sequência de cinco níveis de compreensão de conceitos que motivam as peculiaridades do processo do pensamento geométrico dos mesmos. Os níveis preconizados no modelo, bem como suas características, são apresentados no quadro da Figura 1, tomando como referência Crowley (1994) e Nasser e Sant’Anna (2010).

Figura 1 – Os níveis no modelo de Van Hiele.

Níveis	Características
1 Visualização ou Reconhecimento	Os estudantes entendem o espaço como algo que existe em torno deles; fazem reconhecimento visual das figuras geométricas por sua aparência física e as entendem de maneira global, como algo único; associam o nome à figura; reconhecem nos elementos do meio ambiente formas geométricas. Porém, não reconhecem as figuras por suas propriedades e não enxergam as características de uma figura em outra figura da mesma classe.
2 Análise	Começam a perceber as características das figuras geométricas e a identificar as propriedades das mesmas; reconhecem as figuras por suas partes. Entretanto, não conseguem explicar relações entre propriedades, não compreendem inter-relações entre figuras e não fazem, ainda, inclusões de classes.
3 Dedução Informal	Percebem relações e propriedades comuns entre diferentes figuras; constroem uma figura a partir de outra dada; fazem inclusão de classes; compreendem o significado das definições; conseguem acompanhar e formular argumentos informais; acompanham uma prova informal, mas não tem condições de fazê-la.
4 Dedução Formal	Deduzem informações a partir de informações dadas; constroem uma figura específica a partir de informações dadas; fazem provas formais e raciocinam em um contexto de um sistema matemático completo; tem domínio do processo dedutivo e das demonstrações; consegue fazer distinção entre uma afirmação e sua recíproca.
5 Rigor	Compreendem e comparam sistemas baseados em diferentes sistemas geométricos ou axiomas; compreendem as Geometrias não-euclidianas; enxergam a Geometria no plano abstrato.

Fonte: Crowley (1994), Nasser e Sant’Anna (2010).

Corroborando o também apresentado em Crowley (1994), Nasser e Sant’Anna (2010) ressaltam que o modelo prevê que o aluno só avança para o próximo nível se tiver domínio dos níveis anteriores. Esse avanço depende mais de uma aprendizagem adequada do que da idade ou da maturidade do aluno, uma vez que a passagem para outro nível ocorre pela experiência com atividades adequadas e ordenadas, organizadas pelo professor.

Ainda no que se refere aos níveis do modelo de Van Hiele, Nasser (1992) aponta que o aluno pode mostrar estratégias características de dois níveis diferentes em tópicos distintos da Geometria, sendo possível transitar entre um nível e outro imediatamente anterior ou posterior durante a resolução de uma mesma atividade. De acordo com Nasser e Sant’Anna (2010) o estudante pode, também, apresentar raciocínio de um nível ainda que não tenha atingido completamente o nível imediatamente anterior.

O modelo prevê, para cada nível, cinco fases sequenciais de aprendizagem, a saber: fase de informação sobre os objetos de estudo - momento em que professor e aluno conversam, desenvolvem atividades relativas aos objetos de

estudo do nível em questão; fase de orientação dirigida - na qual os estudantes exploram o conteúdo por meio de atividades que o professor elegeu e classificou; fase de explicação - em que, tomando como base as estruturas ressaltadas, os alunos expressam e transformam seus pontos de vista, devendo ser orientados pelo professor, quanto a utilização da linguagem adequada; fase de orientação livre - quando os alunos buscam saídas adequadas para tarefas mais complexas e, pelas soluções encontradas, acabam compreendendo as relações estabelecidas acerca dos objetos de estudo; fase de integração - na qual o aluno, auxiliado pelo professor, pode revisar e sintetizar o que aprendeu tendo uma visão ampla do sistema de objetos e relações do nível atingido.

Nasser e Sant’Anna (2010) ressaltam que as fases descritas no modelo podem ocorrer concomitantemente e em diferentes ordens, no entanto, a última fase só deve se dar após as anteriores terem sido desenvolvidas, uma vez que fornecem a estrutura necessária para que a aprendizagem ocorra.

De acordo com o modelo de Van Hiele, o professor deve ter cuidado ao selecionar as ativi-

dades, considerando que o método, o conteúdo, os materiais utilizados e a organização das instruções são relevantes na prática pedagógica e o professor tem um papel de destaque. O modelo

apresenta, ainda, características que auxiliam os professores na tomada de decisões referentes ao ensino da Geometria, as quais são destacadas e descritas no quadro da Figura 2.

Figura 2 – Características do modelo de Van Hiele.

Características	Descritores
Sequencial	Para chegar a um nível mais avançado, o aluno deve, necessariamente, passar por todos os níveis anteriores a este.
Avanço	O avanço de um nível para outro independe da idade, pois está relacionado ao conteúdo e aos métodos de instruções. Os métodos devem ser elaborados para não ser possível ao aluno pular um nível, sendo que alguns métodos intensificam o avanço e outros podem tardar ou, até mesmo, impossibilitar a progressão.
Intrínseco e extrínseco	Um objeto intrínseco em um nível é extrínseco ao outro nível.
Linguística	Existem níveis distintos de símbolos linguísticos e sistemas de relações que unem os símbolos.
Combinação adequada	Se o nível das aulas estiver mais elevado do que o nível do pensamento geométrico dos alunos, o avanço não irá ocorrer.

Fonte: Crowley (1994).

Os aspectos apresentados referentes ao modelo de Van Hiele se constituem em uma breve descrição do mesmo e buscam destacar os elementos que nortearam o que, no âmbito do trabalho desenvolvido, se constituiu em fonte de investigação: a organização, pelo professor, de Unidades de Ensino envolvendo conhecimentos geométricos pertinentes ao sexto ano do Ensino Fundamental, com forte apoio do *software* GeoGebra integrado a outros procedimentos e metodologias, bem como seu desenvolvimento junto aos alunos.

### Aspectos Metodológicos

A pesquisa teve como cenário uma escola estadual do Município de Canoas, Rio Grande do Sul e se desenvolveu ao longo do ano de 2014. O ano investigado foi um sexto ano do Ensino Fundamental, que contava, inicialmente, com 36 alunos, mas que ao término da pesquisa contava com 38. Destes, vinte e um alunos eram do gênero feminino e dezessete, do masculino, com idades entre onze e quinze anos. Na turma, oito alunos estavam repetindo o sexto ano.

A investigação seguiu os pressupostos da pesquisa qualitativa, pois se revestiu de características tais como as apresentadas por Bogdan e Biklen (1999), nas quais é destacado que o ambiente natural é fonte direta de dados e o pesquisador seu principal instrumento. Os dados são predominantemente descritivos, existe maior preocupação com o processo do que com os resultados, tendo como foco a forma como ocorre. A investigação tende a uma abordagem indutiva na análise dos dados e o significado das respostas obtidas é o eixo central, sendo de fundamental importância.

Como parte da investigação foram planejadas e implementadas, junto aos estudantes, Unidades de Ensino organizadas em torno das temáticas: Ângulos; Reta, Semirreta, Segmento de Reta; Polígonos; Triângulos e Quadriláteros. As Unidades de Ensino foram estruturadas considerando a utilização do *software* GeoGebra, aliado a outros procedimentos didáticos. Atividades de Investigação (aplicadas em sala de aula e no laboratório de informática utilizando o *software* GeoGebra), fizeram parte da Unidades de Ensino, a partir das quais grande parte dos dados foram

coletados. Destaca-se que as Unidades de Ensino foram elaboradas previamente a sua aplicação, porém estavam abertas a alterações no decorrer do trabalho, uma vez que se entendeu que era necessário incorporar as demandas advindas do grupo.

No que diz respeito à análise dos dados, foram analisadas as produções dos alunos a partir de arquivos contendo atividades realizadas no GeoGebra, anotações feitas no caderno e nas folhas de atividades e registros realizados em diário de campo. No que segue, como já destacado, apresentam-se atividades e análises referentes às Unidades de Ensino da temática Triângulos.

### Sobre as Unidades de Ensino da Temática Triângulos

Apresenta-se, aqui, uma descrição e análise de aplicação das Unidades de Ensino referentes à temática Triângulos. Será descrito o andamento das aulas, apresentados e analisados os dados obtidos a partir das produções dos estudantes e da observação da professora pesquisadora. Para os processos que conduziram à análise dos dados e apresentação dos resultados, as informações advindas das produções dos alunos, a partir de sucessivas releituras, foram sistematicamente revistas e reorganizadas, buscando capturar e registrar todas as manifestações.

As Unidades de Ensino foram planejadas com atividades individuais e em dupla, pois, de acordo com Villarreal (1999), ao trabalhar em duplas são elaborados diálogos que auxiliam na construção do conhecimento, bem como ocorre uma ajuda mútua. Sendo assim, em determinadas atividades são analisadas as respostas em dupla e, em outras, as respostas individuais. No entanto, em algumas situações os alunos também tiveram que se organizar em trios, de acordo com o número de computadores disponíveis.

Para identificação dos estudantes foi utilizado um código alfanumérico do tipo A7, A2-15 ou A3-5-10, os quais se referem ao aluno que na lista de chamada corresponde ao número 7, a dupla que corresponde aos números 2 e 15 e ao trio que corresponde a 3, 5 e 10.

Destaca-se, ainda, que as Unidades de Ensino foram estruturadas para, em cada uma das temáticas, proporcionar aos alunos passarem pelas cinco fases de aprendizagem descritas no modelo de Van Hiele – informação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração, tal como apontado por Nasser e Sant’Anna (2010).

Para a temática Triângulos, foram elaboradas três Unidades de Ensino, as quais tinham por objetivo identificar e classificar os diferentes tipos de triângulos (isóscele, escaleno e equilátero), analisar e enunciar a condição de existência de um triângulo, bem como classificar triângulos quanto à medida dos ângulos internos, com destaque para o triângulo retângulo.

**Unidade de Ensino T1 (3 períodos):** Inicialmente, os alunos foram encaminhados ao laboratório de informática, onde lhes foi entregue o material referente à atividade denominada “Construção de Triângulos”, a qual continha instruções para construções de quatro triângulos utilizando as ferramentas *segmento com comprimento fixo*, *círculo dado centro e raio*, *intersecção entre dois objetos* e *polígono* do GeoGebra. Os lados dos quatro triângulos tinham diferentes medidas de maneira a, posteriormente, ser possível analisar a condição de existência de um triângulo.

Após a construção do primeiro triângulo, os estudantes deveriam responder a quatro itens a respeito das medidas dos lados e das medidas dos ângulos do triângulo, descrever o que acontece ao movimentar os vértices, bem como classificá-lo quanto às medidas dos lados e dos ângulos. A abordagem quanto à classificação dos triângulos foi feita concomitantemente com a construção dos mesmos, com o recurso do livro didático e o auxílio da professora. Esta tarefa foi enquadrada no nível 2 (análise), uma vez que os alunos deveriam perceber características e identificar propriedades nas figuras construídas para responder aos itens propostos. Na Figura 3, apresenta-se a produção da dupla A28-31, a qual foi realizada com desempenho muito satisfatório, pois, além de construírem o triângulo de forma adequada, de acordo com as medidas indicadas, também responderam aos itens corretamente.



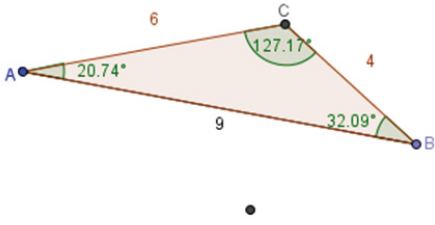
Figura 3 – Atividade Construção de Triângulos - Produção A28-31.

Qual a medida dos lados desse triângulo?  
 6 cm  
 9 cm e  
 4 cm.

Qual a medida dos ângulos desse triângulo?  
 20.74,  
 127.17 e  
 32.09

Quanto a medida dos lados e dos ângulos classifique esse triângulo? *escaleno e obtusângulo.*

Movimente os vértices desse triângulo e descreva o que acontece?  
*Conseguimos movimentar os vértices A e o B. Mas apenas para girar o triângulo e para mudar o triângulo de lugar. Já o vértice C não dá para movimentar.*



Fonte: a pesquisa.

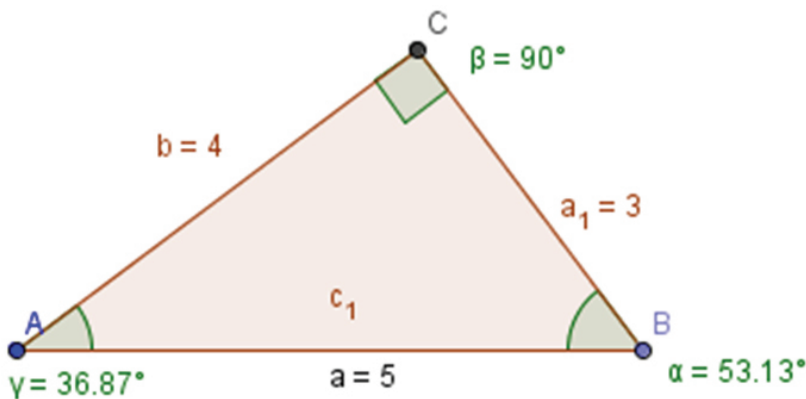
A tarefa dois propunha a construção de um triângulo cujas medidas dos lados correspondiam a 3, 4 e 5 cm. Era solicitado que medissem os ângulos e respondessem o que há de importante nesse triângulo que o torna interessante para profissionais da construção civil. Essa tarefa também foi considerada do nível 2 (análise) do modelo de Van Hiele.

Em relação à construção do triângulo todos os grupos a fizeram corretamente. Já, no que

diz respeito à importância desse triângulo para a construção civil, surgiram repostas como: “serve para construir cantos de azulejos e de móveis”, “ele é importante porque é diferente dos outros triângulos” sem especificar, no entanto, qual a diferença. Porém, em torno de 60% dos grupos responderam que esse triângulo é importante “por causa do ângulo reto”. Observa-se, na Figura 4, a tarefa realizada pelos alunos A12-27.

Figura 4 – Atividade Construção de Triângulos - Produção A12-27

O que torna esse triângulo importante para a construção civil é o seu Ângulo reto.



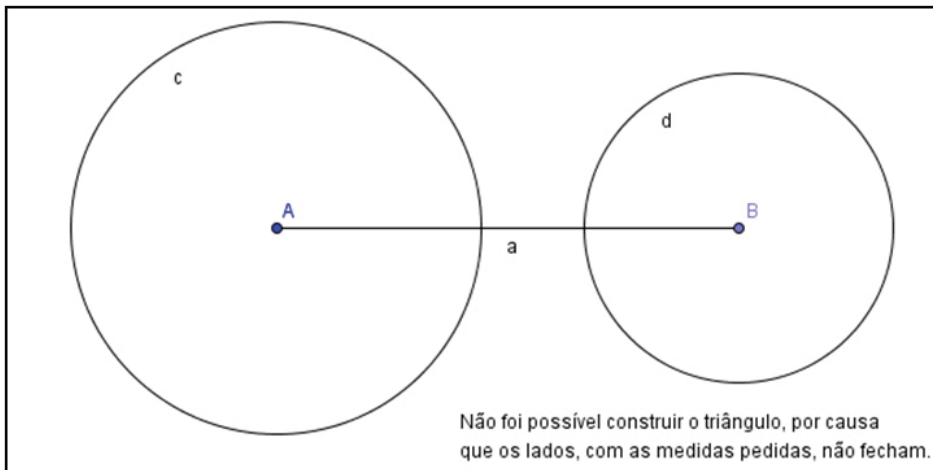
Fonte: a pesquisa.

A terceira tarefa solicitava aos alunos que construíssem um triângulo com as seguintes medidas dos lados: 9 cm, 4 cm e 3 cm. Questionava-se a possibilidade de se realizar a construção, com justificativa para a resposta, objetivando encaminhar a compreensão, por parte dos alunos, da condição de existência de um triângulo.

A tarefa foi classificada no nível 2 (análise) do modelo de Van Hiele.

Foi possível perceber que em torno de 55% dos grupos realizaram a tarefa com sucesso, concluindo que não é possível construir um triângulo com as medidas indicadas. Na Figura 5 apresenta-se a tarefa realizada pelos alunos A18-37.

Figura 5 – Atividade Construção de Triângulos - Produção A18-37.

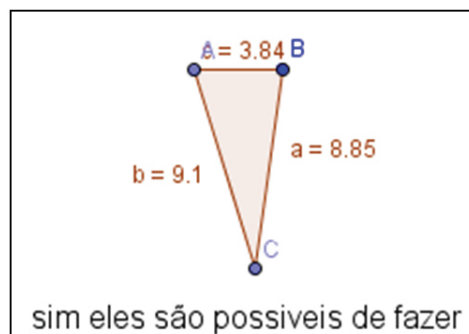


Fonte: a pesquisa.

No entanto, em torno de 30% dos grupos construiu o triângulo sem levar em consideração as medidas indicadas. Tentaram construir com as

medidas informadas, mas, quando perceberam que não seria possível, alteraram as medidas para que a construção fosse concluída. Exemplo desse tipo de solução é apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Atividade Construção de Triângulos - Produção A2-9.



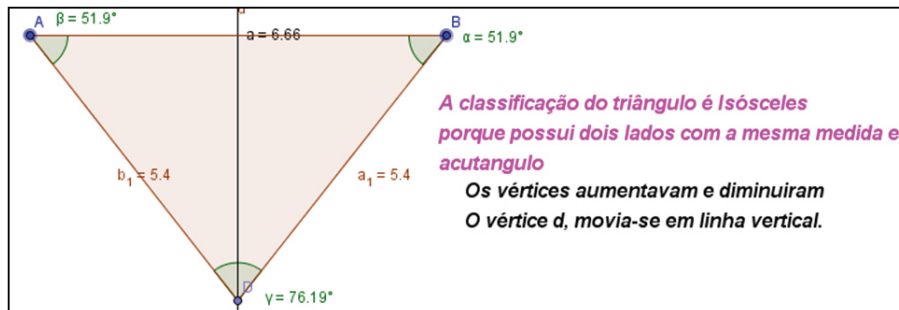
Fonte: a pesquisa.

Observa-se que as medidas dos lados não correspondem às medidas indicadas na tarefa (9, 4 e 3 cm), as quais foram alteradas, possibilitando a construção. Observam-se, também, erros de grafia e gramática na resposta ao questionamento feito.

Ainda nessa atividade, a quarta tarefa propõe a construção de um triângulo isóscele

acutângulo. Foi solicitado aos estudantes que construíssem o triângulo, medissem seus ângulos e lados, o classificassem, movimentassem os vértices e descrevessem o que ocorria, sendo a tarefa indicada como do nível 2 (análise). A Figura 7 apresenta a produções da dupla A19-33 relacionada a essa tarefa.

Figura 7 – Atividade Construção de Triângulos - Produção A19-33.



Fonte: a pesquisa.

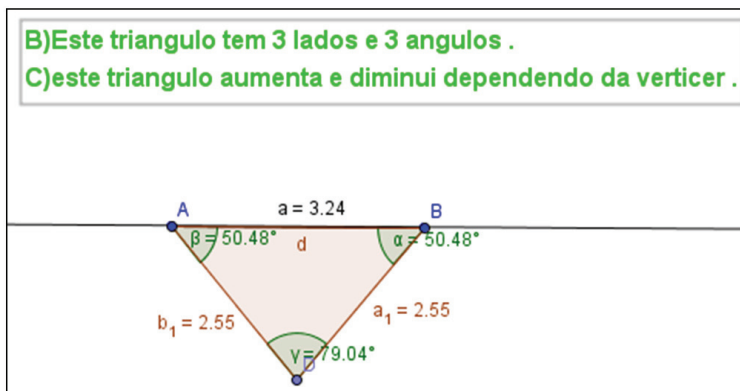
A construção do triângulo foi realizada de forma plenamente satisfatória, sendo possível perceber, pelas medidas, que o triângulo é isóscele. No entanto, a dificuldade de se expressar por meio da escrita fica evidente mais uma vez.

A tarefa foi realizada de forma muito satisfatória por em torno de 69% dos grupos, os quais a enriqueceram mostrando empenho nas construções. Percebeu-se que, como as construções dos triângulos exigiam mais atenção e dedicação pela sua complexidade, isso se constituiu em um desafio para os alunos que buscaram alternativas

para realizar as tarefas, tanto no que se refere à utilização do *software*, quanto questionando a professora e trocando ideias com os colegas.

No entanto, cerca de 31% dos grupos realizou a tarefa obtendo um desempenho abaixo do esperado, como, por exemplo, a produção dos alunos A11-22, apresentada na Figura 8. A dupla construiu o triângulo de modo correto, mas não o classificou e a resposta dada com relação ao que acontece ao movimentar os vértices não foi satisfatória.

Figura 8 – Atividade Construção de Triângulos - Produção A11-22.



Fonte: a pesquisa.

Além do desempenho insatisfatório quanto à construção e classificação do triângulo, também se percebeu erros de grafia, como, por exemplo, “da verticer” e triângulo sem acento.

**Unidade de Ensino T2 (2 períodos):** A unidade refere-se a uma síntese da temática Triângulos, correspondente a fase de integração do modelo de Van Hiele. Foram retomados o conceito, elementos, classificação e condição de existência de triângulos. Buscou-se retomar os tópicos abordados dialogando, questionando, trocando ideias e propiciando aos estudantes um momento de reflexão com relação ao conteúdo abordado. Utilizou-se, nessa aula, o GeoGebra ligado ao projetor e, assim, à medida que as discussões iam surgindo, fazia-se construções no *software* para ilustrar o que estava sendo discutido, buscando uma sistematização.

Especialmente, no que se refere à condição de existência de um triângulo, esse diálogo com os estudantes e a projeção de construções feitas a partir do *software* possibilitaram aos mesmos compreender, enunciar e aplicar essa condição nas suas construções e nas resoluções de outras tarefas.

**Unidade de Ensino T3 (2 períodos):** Realização de avaliação referente à temática Triângulos, sendo composta por seis questões que abordavam os elementos (e suas notações), a classificação e nomenclatura, construção e condição de existência dos triângulos.

Destaca-se, aqui, a sexta questão da avaliação a qual se referia à condição de existência do triângulo, considerada de nível 2 (análise) do modelo de Van Hiele. A questão remetia às construções dos triângulos feitas no GeoGebra, e questionava: a) Porque não havia sido possível construir um triângulo com as medidas 9 cm, 4 cm e 3 cm? b) Qual a relação que deve ser estabelecida entre as medidas dos lados de um triângulo para que possamos construí-lo? c) Quais as possíveis medidas de lados que deveríamos ter para podermos construir um triângulo? d) Por fim, era solicitado que as lacunas em um pequeno texto, o qual se referia a uma síntese da condição de existência de um triângulo, fossem completadas.

Quanto ao questionamento sobre o porquê da não possibilidade de construção de um triângulo com as medidas 9 cm, 4 cm, e 3 cm, destacam-se as respostas dos alunos:

A11: “Porque  $4 + 3$  dá 7 e a soma deveria dar mais do que 9 para fechar o triângulo.”

A5: “é que a soma de 2 lados não era maior que o outro lado.”

A33: “A soma de dois lados era menor do que o outro lado.”

Essas respostas, cuja análise indicou um desempenho considerado satisfatório, foram dadas por em torno de 63% dos alunos, dando indícios de que os mesmos compreenderam que não foi possível construir o triângulo porque a soma de dois de seus lados é menor que a medida do terceiro lado.

No entanto, respostas como as apresentadas a seguir, indicam que um grupo de alunos (em torno de 23%) não compreendeu a condição de existência dos triângulos, como, por exemplo:

A21: “porque esses números são negativos.”

A34: “as medidas não são compatíveis.”

A2: “as medidas são muito pequenas para construir um triângulo.”

O item *b* da questão 6, solicitava a indicação de uma relação entre as medidas dos lados de um triângulo que possibilitasse sua construção ser possível. Ressaltam-se as respostas dos alunos (em torno de 70%), as quais indicavam a compreensão da relação das medidas dos lados para a construção de um triângulo.

A18: “Que o maior lado não pode ser maior do que a soma dos outros dois lados.”

A14: “Que a soma de dois lados dê um resultado maior que a medida do terceiro lado.”

No entanto, em torno de 30% dos alunos não responderam ou responderam insatisfatoriamente como evidenciam as respostas destacadas:

A34: “No triângulo as medidas dos lados tem que ser iguais.”

A15: “elas precisam ter  $60^\circ$  em cada lado para serem triângulo.”

Em conversa com os alunos que não responderam à questão, foi possível perceber que os mesmos têm dificuldade para se manifestar por escrito, o que foi fortemente percebido ao longo de todo o trabalho. Em muitos casos foi possível perceber que os estudantes até sabiam a resposta, mas, por vezes, não estão dispostos a responder à questão “porque tem que escrever”.

O item *c* questionava os alunos sobre possíveis medidas de lados que se deveria ter para que se pudesse construir um triângulo. Novamente, um considerável grupo (em torno de 72%), apresentou respostas consideradas satisfatórias, apontado um conjunto de medidas pertinentes a existência de um triângulo.

No entanto ainda observaram-se respostas que não condiziam com a condição de existência de um triângulo, as quais foram dadas por cerca de 16% dos estudantes, como, por exemplo:

A36: “3 lados, 3 vértices e 3 ângulos internos”

A21: “precisa ter 3 lados para ser um triângulo”

A15: “60° cada lado do triângulo”

Soma-se, ainda, aos estudantes que responderam insatisfatoriamente, 10% que não responderam ao item justificando que “não sabiam” ou “não encontravam as palavras para escrever”.

O último item da questão 6, o item *d*, era para completar as lacunas da frase: “Podemos concluir que para construirmos um triângulo é necessário que a \_\_\_\_ de qualquer um dos lados seja \_\_\_\_ que a soma das \_\_\_\_ dos outros dois lados.” Enunciava-se, desse modo, a condição de existência de um triângulo. Em torno de 66% respondeu satisfatoriamente à questão.

Considerando, em conjunto, as seis questões que constituíram a avaliação da temática Triângulos, a análise dos resultados indica que mais de 80% dos estudantes obtiveram desempenho satisfatório.

Ao término do trabalho com a temática Triângulos foi possível perceber que as tarefas de construção de triângulos com o GeoGebra, as quais demandaram mais atenção quando de sua realização, cativaram os estudantes, pois, apesar de ser visível que as aulas no laboratório já não despertavam tanto interesse, o desafio proposto pelas tarefas dessa temática aguçou mais uma vez a curiosidade dos alunos, trazendo de volta o entusiasmo inicial.

A análise das tarefas relacionadas à temática evidencia que os alunos transitam com facilidade no nível 2 – análise. Pondera-se que o planejamento das atividades, as quais levaram em consideração o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, as fases e características preconizadas pelo modelo,

contribuíram para o avanço e consolidação do pensamento geométrico dos estudantes no nível 1, e o progresso para o nível 2.

## Considerações Finais

Apresentou-se, nesse artigo, parte de uma pesquisa que teve por objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, a partir da inserção do *software* GeoGebra em atividades de ensino construídas para esse nível/ano, tomando como base o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele.

Considera-se que a proposta de trabalhar o conteúdo de Geometria, intercalando aulas expositivas e dialogadas com atividades práticas e a utilização do *software* GeoGebra, com momentos de trabalho em grupo e outros individuais, proporcionou um ambiente diferenciado para a aprendizagem de Geometria, o que, entende-se, possibilitou o domínio dos estudantes no nível 1 e o avanço para o nível 2. Destaca-se, também, a estrutura das Unidades de Ensino as quais foram organizadas e aplicadas observando os níveis, fases e características preconizadas pelo modelo de Van Hiele.

Assim, no que se refere a investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, tomando como base o modelo de Van Hiele, uma análise geral dos dados apontou que ocorreu um satisfatório progresso do grupo no que se refere ao nível 1 (visualização) do modelo, tendo em vista que no início do trabalho os estudantes não o dominavam, havendo espaço para progredir no nível, o que foi confirmado pelos dados obtidos tanto na análise das atividades como nas avaliações, não só na temática Triângulos, mas também nas demais. Com relação ao nível 2 (análise) foi possível perceber uma evolução satisfatória ao longo do desenvolvimento das Unidades de Ensino, particularmente no estudo de Triângulos que contava com, praticamente, todas as atividades nesse nível.

A investigação permitiu perceber, também, o já destacado em pesquisas anteriores (CROWLEY, 1994; NASSER e SANT’ANNA, 2010) em relação ao modelo: de que no sexto ano os alunos apresentam raciocínio geométrico compatível com o domínio do nível 1, e transitam

no nível 2, podendo por vezes oscilar entre um e outro, dependendo do tópico abordado, o que aponta que os estudantes estão num momento de transição entre um nível e outro, fato que foi observado nos sujeitos desta investigação.

Com relação ao GeoGebra, foi possível observar que a movimentação dos objetos proporcionada pela dinâmica do mesmo permitiu aos alunos, por meio das construções realizadas e da movimentação dos objetos, a compreensão de conceitos e a visualização de características e propriedades as quais não são evidenciadas quando as construções são realizadas no quadro ou no papel. Considera-se que as representações, a visualização e principalmente, a movimentação proporcionada pelo *software*, se constituíram em um diferencial na utilização do mesmo que deve ser amplamente explorada nas aulas de Matemática.

Assim, entende-se que a investigação possibilitou perceber que o uso do GeoGebra oportunizou reflexões e apropriações de conceitos, propriedades, relações, por meio da construção, movimentação e visualização dos objetos geométricos, tornando, assim, os tópicos de Geometria abordados mais significativos para os estudantes, evidenciando a importância da inserção das tecnologias na sala de aula.

Contudo, mesmo intercalando a utilização da tecnologia (ambiente do laboratório e o *software* GeoGebra) com outras práticas, foi possível perceber que, em determinados momentos, os alunos demonstraram desinteresse em relação ao trabalho com o *software*. Entretanto, as observações também possibilitaram perceber que, quando as tarefas envolviam desafios, os alunos se mostravam mais interessados e engajados no propósito de realizar as mesmas. Ao se depararem com tarefas mais instigantes, que exigiam maior concentração e articulação para seu desenvolvimento, os estudantes se engajavam na tentativa de “superar o desafio”, se empenhando em realizar as construções, buscando soluções adequadas, discutindo com seus pares e, por vezes, até articulando discussões com a turma e com a professora. Nesses momentos se percebeu a importância da escolha das tarefas e da forma como o conteúdo é abordado, tal como destacado no modelo de Van Hiele.

Ao finalizar este trabalho considera-se que a investigação produzida permitiu lançar um

olhar para o ensino e aprendizagem da Geometria no sexto ano do Ensino Fundamental, a partir da utilização de recursos tecnológicos, que ao mesmo tempo em que apontaram possibilidades reais de trabalho, também mantiveram o desafio de se buscar cada vez mais possibilidades didáticas de se produzir um ensino de qualidade.

## Referências

ANDRADE, José Antonio Araújo. *O ensino de Geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência as publicações nos Anais dos ENEMs*. 2004. 249 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação. Universidade São Francisco. Itatiba/SP, 2004.

BARBOSA, Andreia Carvalho Maciel. et al. *O Uso de Softwares Educativos no Ensino da Matemática*. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Salvador: jul. 2010. Disponível em: < [http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/PT/T15\\_PT1705.pdf](http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/PT/T15_PT1705.pdf) >. Acesso em: 07 set. 2014.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação Qualitativa em Educação*. Traduzido por Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1999.

BORBA, Marcelo de Carvalho. *Tecnologias informáticas na educação Matemática e reorganização do pensamento*. In: BICUDO, M. A. V. (org.). *Pesquisa em educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999. p. 285 – 295.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Mirian Godoy. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental*. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p. Disponível em: < <http://www.portaleducarbrasil.com.br/UserFiles/P0001/Image/PCNsEnsinoFundamental2/matematica.pdf> >. Acesso em: 20 mai. 2013.

CROWLEY, Mary L. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico*. In: LINDQUIST, M.M, SHULTE, A.P. (orgs.). *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

DALL’ALBA, Cristiane Stedile. *Possibilidades de utilização do software GeoGebra no desenvolvimento do pensamento geométrico de um grupo de alunos do sexto ano do Ensino Fundamental*. 2015. 188f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós Graduação em

- Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil, Canoas/RS, 2015.
- FAINGUELERNT, Estela Kaufman. *Educação Matemática Representação e Construção em Geometria*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.
- GRAVINA, Maria Alice. *Geometria Dinamica Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria*. In: VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Belo Horizonte: nov. 1996, p. 1-13. Disponível em: < [http://www.ufrgs.br/espma/disciplinas/geotri/pdf/maria-alice\\_Geometria-dinamica1996-vii\\_sbie.pdf](http://www.ufrgs.br/espma/disciplinas/geotri/pdf/maria-alice_Geometria-dinamica1996-vii_sbie.pdf) > . Acesso em: 05 jul. 2014.
- HAMAZAKI, Adriana Clara. *O Ensino da Geometria Sob a Ótica dos Van Hiele*. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Recife, Brasil, jul 2004.
- KALEFF, Ana Maria. *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra cabeças geométricos e outros materiais concretos*. 2. ed. Rio de Janeiro: EDUFF, 2003.
- LOPES, Maria L.M. L. NASSER, Lilian. *Geometria na Era da Imagem e do Movimento*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, 1997.
- LORENZATO, Sergio. *Por que Não ensinar Geometria?* Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Blumenau, Ano III, nº 4, 1º semestre, 1995.
- \_\_\_\_\_. *Para Aprender Matemática*. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- MATOS, José Manoel; SILVA, Maria Célia Leme da. O Movimento da Matemática Moderna e Diferentes Propostas Curriculares para o Ensino da Geometria no Brasil e em Portugal. *Bolema*. Rio Claro, v. 24, nº 38, p. 171 a 196, abr. 2011. Disponível em: < <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291222086008.pdf> > Acesso em: 05 dez. 2014.
- NASSER, Lilian. *Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria?* Boletim GEPEM (USU), Rio de Janeiro, v. 29, p. 33-38, 1992.
- NASSER, Lilian. SANT'ANNA Neide.F.P. *Geometria segundo a teoria de Van Hiele*. 2. ed. rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.
- VALENTE, José A. *Informática na Educação no Brasil: Análise e Contextualização histórica*. In: VALENTE, José A. *O computador na sociedade do conhecimento*. (org.). Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999.
- VILLARREAL, Mónica. E. *O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas*. 1999. 387f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- VILLIERS, Michael de. *Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele*. Tradução de Celina A. A. P. In: Educação Matemática Pesquisa a partir da versão original apresentada no IV Congresso de professores de Matemática da Sociedade Croata de Matemática, Zagreb, 2010.

**Cristiane Stedile Dall'Alba** – Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Professora da Rede Pública Estadual do Rio Grande do Sul, [cristianesd25@gmail.com](mailto:cristianesd25@gmail.com).

**Carmen Teresa Kaiber** – Doutora em Ciências da Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM/ULBRA, [kaiber@ulbra.br](mailto:kaiber@ulbra.br).