

IX Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Rio de Janeiro

ARGUMENTAÇÃO E PROVA MATEMÁTICA NO PISA 2012

Carlos Augusto Aguilar Júnior
Universidade Federal Fluminense
carlosaugustobolivar@hotmail.com

João Carlos Caldato
UFRJ/PEMAT e IFRJ/Nilópolis
joao.caldato.correia@gmail.com

Resumo:

O presente trabalho apresenta uma pesquisa em fase inicial sobre os itens públicos do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA, em inglês) que exploraram os três processos matemáticos, em particular, “empregar” e “interpretar”, fundamentais para o desenvolvimento da habilidade de argumentar a veracidade (ou não) de afirmações. O nosso objetivo é analisar questões-exemplo do PISA 2012 que versem sobre argumentação e prova em Matemática. Na abordagem teórico-metodológica, recorremos a trabalhos referenciados na literatura que discutem as funções da prova, bem como apresentam outros trabalhos exploratórios envolvendo estudantes e professores. O estudo se caracteriza por uma pesquisa documental, de cunho qualitativo. No levantamento realizado na base de questões públicas, selecionamos 10 itens que atendiam a critérios previamente estabelecidos e procedemos à análise de dois destes itens, à luz dos referenciais que discutem os papéis da prova. Os resultados mostram que os itens buscam mobilizar no estudante habilidades que tencionam o desenvolvimento do raciocínio lógico, conforme estabelecido na BNCC. A título de conclusões parciais, consideramos que a abordagem destas questões em avaliações de largo alcance, bem como em avaliações institucionais (realizadas pela própria escola), estimula o trabalho pedagógico voltado à construção das habilidades de argumentar e demonstrar, que serão úteis tanto para o desenvolvimento em Matemática como também para sua atuação num contexto social mais ampliado.

Palavras-chave: BNCC; Habilidades e Competências; Argumentação e Prova Matemática; Raciocínio Lógico-Dedutivo.

1. Introdução

O que é ensinar matemática? Restringe-se a fazer com que nossos estudantes dominem técnicas de cálculo e resolução de enunciados/problemas? Os Parâmetros

Curriculares Nacionais (PCN) dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio (BRASIL, 1998, 1999) preceituavam, para além destas habilidades, o trabalho com o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo por meio de atividades pedagógicas que fomentassem a argumentação e prova matemática desde então. Tomando como referência um dos princípios norteadores dos PCN, o ensino de Matemática deveria

[...] garantir o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa (BRASIL, 1998, p. 56).

Muitas são as pesquisas que exploram o trabalho com argumentação e provas na sala de aula da Educação Básica (LIMA; SANTOS, 2020; NOTARE; BASSO, 2018; CALDATO; UTSUMI; NASSER, 2017; NUNES; ALMOULOU, 2013; AGUILAR JÚNIOR; NASSER, 2012). Em comum, estas pesquisas ressaltam a importância de se trabalhar com atividades exploratórias com os estudantes do Educação Básica, visando ao fomento da cultura da argumentação em sala de aula (BOAVIDA, 2005), ao desenvolvimento do raciocínio matemático por meio da construção de argumentos que “demonstrem” a validade de uma afirmação feita em Matemática.

Lima e Santos (2020) trazem contribuições de autores consagrados na discussão sobre argumentação e prova no ensino de Matemática. Os autores afirmam que o trabalho pedagógico envolvendo esta temática não pode ser direcionado com o objetivo de que os estudantes demonstrem teoremas como o faz o matemático na Academia. Defendem que os estudantes possam ser instigados a explorar mais a compreensão da Matemática por meio da análise dos enunciados dos teoremas para buscar argumentos convincentes que justifiquem a afirmação feita, bem como formular conjecturas ou mesmo refutá-las. Desta forma, as demonstrações de teoremas, propriedades e proposições/corolários em Matemática poderiam fazer sentido para estes estudantes.

O trabalho de Notare e Basso (2018), de caráter qualitativo exploratório, realizado no âmbito de um curso de formação inicial de professores em um ambiente virtual, com a exploração de softwares computacionais, destaca a importância do desenvolvimento pedagógico com a prova matemática no sentido de favorecer a compreensão e as conexões entre os diversos conhecimentos matemáticos. Os autores consideram que o ato de provar/demonstrar em Matemática é uma tarefa natural desta ciência e destacam que não estão “defendendo o trabalho com provas matemáticas que envolvem excesso de rigor e

formalismo, mas o processo de raciocínio lógico-dedutivo como ferramenta essencial para a compreensão da Matemática” (p. 1).

Estas reflexões dialogam com as ideias de Aguilar Júnior e Nasser (2012), Nunes e Almouloud (2013) e de Caldato, Utsumi e Nasser (2017), no que diz respeito ao trabalho com argumentação e prova na Educação Básica para o desenvolvimento mais amplo do raciocínio lógico-dedutivo, em diálogo com as preocupações constantes nos textos curriculares orientadores, tais como, os PCN, as Diretrizes Curriculares e, mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Aguilar Júnior e Nasser (2012) desenvolveram uma pesquisa em duas etapas, sendo uma referente à aplicação e à coleta de respostas a um questionário com questões de raciocínio argumentativo em Matemática e uma segunda, em que professores da Educação Básica avaliaram respostas selecionadas, com base nos tipos de prova de Balacheff (1988), de estudantes participantes da primeira fase. Valendo-se também de um estudo exploratório, os autores concluem que os resultados encontrados nas respostas dos estudantes permitem inferir que não há um trabalho pedagógico mais sistematizado com argumentações que levem a uma demonstração por parte dos estudantes da escola básica (p. 145).

Nunes e Almouloud (2013) descrevem em seu manuscrito a metodologia de Toulmin para avaliar os níveis argumentativos apresentados por estudantes referentes ao desenvolvimento das habilidades de provar e demonstrar em Matemática, evidenciando a prática da argumentação como método que favorece a compreensão de conceitos matemáticos (p. 488). Nesse estudo, de cunho qualitativo caracterizado pela metodologia do estudo de caso, os pesquisadores perceberam que o estímulo ao trabalho pedagógico com a argumentação e a prova em sala de aula e no laboratório de Matemática possibilitou que os estudantes investigados aprendessem e compreendessem melhor os conceitos de área e perímetro das figuras planas.

Caldato, Utsumi e Nasser (2017), numa pesquisa semelhante àquela realizada por Aguilar Júnior e Nasser (2012), aplicaram questionários a estudantes do 9º ano do ensino fundamental e professores de duas escolas públicas paulistas, de modo que se pudesse constatar as percepções de estudantes e de professores acerca dos processos de argumentação e prova desenvolvidos (ou não) na escola básica. Em seu estudo, concluem que os professores participantes, embora tenham declarado que receberam durante seus cursos de formação inicial estímulos para o desenvolvimento de atividades pedagógicas

voltadas ao trabalho com argumentação e prova, se confundem na compreensão das diferenças entre estas terminologias (argumentação, prova e demonstração), indicando não haver um trabalho pedagógico mais sistematizado que desenvolva a habilidade de argumentar e provar resultados em Matemática.

Estas discussões iniciais reforçam sobre nós, pesquisadores e proponentes deste trabalho, a importância do trabalho pedagógico com argumentação, visando ao desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, caro ao desenvolvimento em Matemática e ao próprio exercício da cidadania do educando, fomentando a construção da habilidade de justificar e demonstrar. Para tanto, considerando as influências das agendas internacionais, como a da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e Banco Mundial, como indutoras de reformas curriculares, especialmente por meio da centralização de um modelo curricular que valoriza o trabalho pedagógico pautado pelo desenvolvimento de habilidades e competências, propusemos o presente trabalho com o objetivo de analisar questões-exemplo do *Programme for International Student Assessment* (PISA) de 2012, que versem sobre argumentação e prova em Matemática.

Nosso trabalho é um estudo exploratório, de caráter documental, que analisou as questões públicas do PISA 2012 segundo as funções da prova debatidos por De Villiers (1990, 1999) e Hanna (1990), dialogando também com a BNCC, especialmente no contexto das competências matemáticas na educação básica.

Ademais, nosso trabalho se aproxima da proposta de Ortigão, Santos e Lima (2018) envolvendo questões da prova cognitiva de Matemática da edição do PISA 2012, no que tange à análise das questões em relação ao seu conteúdo. Estes pesquisadores, além desta análise, realizaram um estudo exploratório com os dados estatísticos dessa edição, bem como aplicaram os itens públicos a estudantes com o perfil da amostra PISA (alunos de 15 anos, matriculados no 1º ano do ensino médio) de duas escolas públicas estaduais do Rio de Janeiro. À semelhança do que realizaram estes autores, pretendemos numa segunda fase desta investigação aplicar estas questões a estudantes das redes públicas e privadas, segundo o corte do PISA para seleção da amostra (estudantes entre 15 e 17 anos, cursando a partir do 8º ano do ensino fundamental).

Além desta seção introdutória, este texto apresenta outras três: na segunda seção, trazemos uma breve discussão teórica sobre as funções da prova, dialogando com os atuais textos curriculares que abordam o trabalho pedagógico com argumentação e prova,

no contexto do desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo; já na terceira seção apresentamos as questões selecionadas do banco de itens públicos do PISA 2012, bem como fazemos uma descrição desta avaliação, além das análises que realizaremos à luz dos aportes teóricos selecionados; a quarta e última seção traz algumas considerações acerca desta pesquisa.

2. Referencial teórico-metodológico

Nosso estudo se caracteriza como uma pesquisa documental, visto que as principais referências foram fontes primárias caracterizadas “pela relação direta com os fatos a serem analisados” (GONSALVES, 2001, p. 32). No caso, utilizamos os seguintes documentos oficiais referentes ao PISA 2012: os itens liberados de Matemática, o relatório nacional e a matriz de avaliação de Matemática (BRASIL, 2012, 2013a, 2012b). Além disso, também analisamos a BNCC.

Do ponto de vista teórico, utilizamos as discussões trazidas por De Villiers (1990, 1999) e Hanna (1990).

As leituras De Villiers (1990, 1999) nos indicam algumas funções que a prova apresenta, tencionando especialmente seus desdobramentos para o ensino de Matemática. De acordo com o autor, uma prova pode assumir o papel de:

- a) Verificação/Convicção (validar uma afirmação);
- b) Explicação (esclarecer as razões de uma afirmação ser verdadeira);
- c) Sistematização (organizar os vários resultados em um sistema dedutivo de axiomas, definições, proposições e teoremas);
- d) Descoberta (descobrir/inventar novos resultados);
- e) Comunicação (transmitir o conhecimento matemático);
- f) Desafio intelectual (satisfação pessoal).

Hanna (1990) discute o movimento da matemática moderna que é uma reavaliação quanto ao papel das estruturas axiomáticas e das provas formais. Segundo a autora,

[...] neste novo olhar, as provas passam a ter diferentes graus de validade formal, mantendo o mesmo grau de aceitação, permitindo com isso a reconsideração do que poderia ser prova ideal e de que se deveria ensinar nas escolas (p. 8, tradução nossa).

O nível de aprendizagem do aluno e o nível de exigência do argumento dado para se comprovar uma declaração matemática não precisam necessariamente seguir os padrões de rigidez quanto à validade de proposições, teoremas e corolários. Desse modo, percebe-se que muitos educadores matemáticos assumem uma postura de afastamento quanto à exigência ou dependência extrema de provas rigorosas em Matemática, dando ênfase na concepção de prova como argumento convincente.

Esta (re)avaliação está diretamente ligada ao ensino-aprendizagem da prova matemática. Provar um resultado matemático é validar a declaração feita, a partir de hipóteses verificadas e certificadas como verdadeiras. De acordo com Balacheff (1982), existem diferenças entre os termos *argumentação*, *prova* e *demonstração*. O ato de argumentar consiste num discurso que busca justificar uma afirmação, que poderá ser ou não tomada como verdadeira e aceita pela comunidade epistêmica. A aceitação de tal argumentação a converte numa prova. A demonstração é a prova no contexto da Matemática, sendo aceita pela comunidade dos matemáticos como forma de validar as afirmações. Vale destacar, como em Almouloud (2007), que as demonstrações

[...] respeitam certas regras: alguns enunciados são considerados verdadeiros (axiomas), outros são deduzidos destes ou de outros anteriormente demonstrados a partir de regras de dedução tomadas num conjunto de regras lógicas e trabalham sobre objetos matemáticos com um estatuto teórico, não pertencentes ao mundo sensível, embora a ele façam referência (ALMOULOU, 2007, p. 3).

Ensinar por meio de uma prova consiste em mostrar ao educando a validade da declaração feita, exibindo as etapas do processo dedutivo, para assim desenvolver seu raciocínio lógico-dedutivo e com isto possibilitar a construção de habilidades e competências em Matemática.

As discussões que realizamos com base na literatura dialogam com os preceitos contidos na BNCC. Durante a nossa leitura, buscamos identificar trechos que discutiam conceitos, ideias e preceitos referentes às habilidades e competências relacionadas à argumentação e prova. Para tanto, realizamos buscas por meio de alguns prefixos, como “argument”, “justi”, “expli”, “demonstr”, “prov”, “mostr” e “raciocin”, os quais faziam alusão às palavras argumente, justifique, explique, demonstre, prove, mostre, raciocínio e seus respectivos cognatos. Além de habilidades específicas que exploram demonstração, a BNCC apresenta orientações gerais para o trabalho com argumentação e provas, como o trecho a seguir:

Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática (BRASIL, 2018, p. 265).

No mesmo texto da BNCC são trazidas competências específicas para o ensino fundamental e o médio. De acordo com o texto, são competências previstas no texto de centralidade curricular, em relação ao ensino fundamental:

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

(...)

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes (BRASIL, 2018, p. 267).

Quanto ao ensino médio, é prevista a seguinte competência:

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 531).

Considerando estas competências, vimos que elas guardam relação com as funções da prova no processo de ensino-aprendizagem em Matemática, nos termos colocados por De Villiers (1999). Dessa forma, todo este arcabouço teórico permitirá que nossa análise consiga identificar essas funções nos itens públicos selecionados do PISA 2012, num diálogo com as competências propostas na BNCC.

Tal articulação com a BNCC se deve ao fato de que este documento curricular foi pensado em meio às tensões advindas dos resultados brasileiros nas avaliações internacionais de largo alcance, bem como a posição do Brasil na agência internacional e as políticas emanadas pelas agências multilaterais, destacadamente a OCDE e o Banco Mundial, como se pode verificar na discussão realizada por Jolandek (2020). De forma resumida, estas agências defendem que os currículos abordem a construção de habilidades e competências, em detrimento de um trabalho mais sistematizado com as disciplinas escolares. O PISA é organizado e aplicado em cooperação com os países-membros e “convidados” pela OCDE.

Na próxima seção discutimos as questões selecionadas do banco de itens públicos do PISA.

3. Os itens públicos do PISA 2012

Como comentado na parte introdutória, a proposta de trabalho com a exploração dos itens do PISA 2012 foi inspirada no trabalho desenvolvido por Ortigão, Santos e Lima (2018). Estes autores selecionaram itens públicos deste exame internacional envolvendo os subtemas de Geometria e aplicaram a estudantes com o perfil semelhante ao do público-alvo do PISA. Inspirados na proposta, realizamos uma seleção dentre os itens públicos que abordassem o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao raciocínio matemático por meio da argumentação e da prova matemática. Neste manuscrito, restringimo-nos a discutir estes itens, sem aplicá-los a estudantes, o que será nossa próxima fase de investigação.

Mas antes da discussão dos itens públicos, convém uma apresentação sobre o PISA e o processo de avaliação do letramento matemático a que ele se pretende realizar. O Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA, na sigla em inglês) conduzido pela OCDE, tem regularidade trienal e em cada edição avaliam o letramento nas áreas de Leitura, Matemática e Ciências. A nossa escolha pelos itens públicos de 2012 se deve pelo fato de que foi a última vez que a Matemática fora o foco da avaliação. Na ocasião, o letramento matemático foi definido como sendo

[...] a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (BRASIL, 2018, p. 266)¹.

Desta definição, depreende-se que o estudante letrado em Matemática é aquele que detém, dentre outras habilidades, aquelas relacionadas ao raciocínio, o que estaria relacionado com a capacidade de elaborar argumentos convincentes que possam justificar a validade (ou não) de afirmações, o que passa pelos processos matemáticos de *formular*

¹Esta definição da matriz do PISA 2012 (BRASIL, 2013b) é descrita em nota de rodapé na BNCC.

(situações com base na matemática), *empregar* (conceitos, fatos, procedimentos e raciocínio matemático) e *interpretar* (resultados matemáticos), estabelecidos como:

Formular: refere-se à capacidade do indivíduo de reconhecer e identificar oportunidades para utilizar a matemática, providenciando uma estrutura matemática para a resolução de um problema apresentado dentro de um contexto.

Empregar: refere-se à capacidade do indivíduo para aplicar conceitos, fatos, procedimento e raciocínio matemáticos para resolver problemas formulados matematicamente e chegar a conclusões.

Interpretar: refere-se à capacidade do indivíduo para refletir sobre soluções, resultados, conclusões e interpretações matemáticas em problemas presentes em um contexto real. (BRASIL, 2013a, p. 25, 27, 29)

Com relação aos itens liberados de Matemática da edição do PISA 2012, disponíveis no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), observaram-se 23 situações-problema, as quais geraram um total de 56 itens/questões, sendo 30 abertos (discursivo ou preenchimento de lacuna) e 26 fechados (múltipla escolha, sim/não ou verdadeiro/falso). Dentre eles, identificamos que em 10 itens abertos discursivos, de 8 situações distintas, solicitou-se, direta ou indiretamente, que os respondentes justificassem as suas respostas.

Esta identificação foi realizada de forma semelhante àquela ocorrida durante a leitura da BNCC, a partir da busca por prefixos relacionados a argumentação e prova em Matemática.

Observamos que entre os 10 itens identificados, havia pelo menos uma questão para cada um dos três processos matemáticos, a saber: formular (1), empregar (6) e interpretar (3). Logo, houve um predomínio do processo “empregar”, seguido pelo “interpretar” nas questões do PISA 2012 que estimulavam o raciocínio argumentativo.

Em vista disso, a partir dos 10 itens que se encaixaram nos critérios adotados, selecionamos duas questões para discussão e análise, as quais se enquadram, respectivamente, no processo de empregar e de interpretar.

A situação-problema ilustrada na figura 1 aborda a reforma de uma sorveteria, que se desdobra em três itens. Selecionamos o primeiro deles, transcrito a seguir, que trabalha com o processo empregar.



Figura 1 – Situação-problema “Na sorveteria”

Fonte: BRASIL (2012, p. 12)

O comando da questão 1 era o seguinte: *“Maria deseja instalar uma nova borda ao longo da parede externa do balcão. Qual é o comprimento total da borda de que ela precisa? Demonstre seu raciocínio”*.

Esta questão exigia que o aluno soubesse interpretar a planta da sorveteria e a escala indicada, na qual cada quadrado da grade representava $0,25 \text{ m}^2$. Posteriormente, para calcular o comprimento total da parede externa do balcão, era necessário a aplicação do teorema de Pitágoras. Nesta parte da resolução, o estudante que identificasse a terna pitagórica 3, 4, 5 (cada unidade representaria 0,5 m), executaria cálculos mais simplificados. Deste modo, o comprimento solicitado seria dado pela hipotenusa do triângulo pitagórico (2,5 m) acrescido por quatro unidades (0,5 m cada).

Observemos que o estudante, para responder corretamente à questão, precisou empregar conceitos e procedimentos para obter conclusões, viabilizando a “demonstração” do seu raciocínio. Este tipo de questão dialoga com as discussões realizadas por Hanna (1990), uma vez que estimula a construção de uma argumentação que justifica as escolhas, sem o rigor de uma demonstração. Além disso, se apresenta como um tipo de prova que apresenta as características de verificação e de explicação (DE VILLIERS, 1990, 1999). Particularmente este item explora a habilidade de utilização de estratégias (leitura de escala), bem como de conceitos matemáticos (unidades de medida, teorema de Pitágoras) para analisar os resultados e construir argumentos consistentes (BRASIL, 2018, p. 531).

Agora, vejamos a segunda questão selecionada, a seguir:

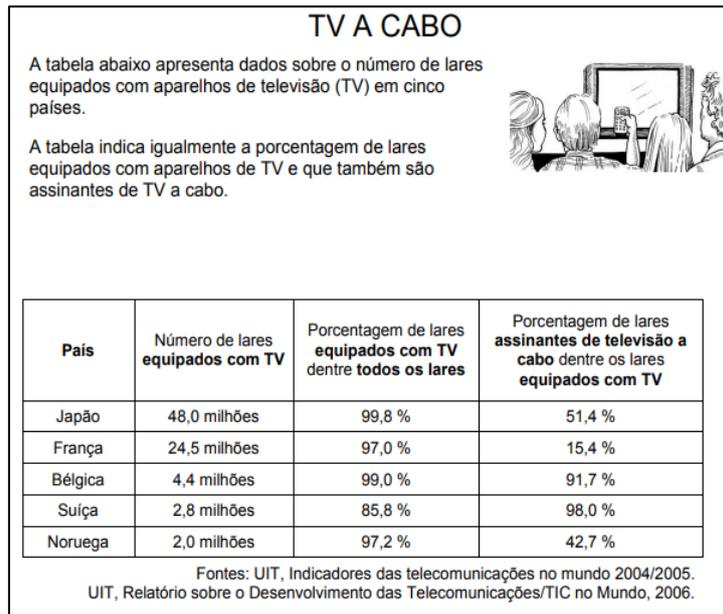


Figura 2 – Situação-problema “TV a Cabo”

Fonte: BRASIL (2012, p. 59)

Questão 2: TV A CABO PM978Q02 – 00 11 12 99

Carlos examina as informações dadas pela França e pela Noruega na tabela.

Ele diz: “Porque a porcentagem de lares equipados com TV é quase a mesma para os dois países, a Noruega, entretanto, tem mais lares assinantes de televisão a cabo.”

Explique porque essa afirmação é falsa. Justifique sua resposta.

Figura 3 – Questão 2 da situação-problema “TV a Cabo” que explora o processo “Interpretar”

Fonte: BRASIL (2012, p. 60)

As figuras 2 e 3 trazem, respectivamente, a situação-problema “TV a Cabo”, que traz dados tabelados referentes à presença de aparelhos de televisão e de pacote de TV por assinatura nos lares de 5 países (4 europeus e 1 asiático) e a questão que queremos analisar. Esta situação-problema se desdobrava em dois itens e escolhemos a questão 2.

Na descrição desta questão, há a informação de se tratar de um item que explora o processo interpretar. Analisando-a, verifica-se que, de fato, a afirmação é falsa, uma vez que 42,7% dos 2 milhões de lares noruegueses equipados com televisão (ou seja, 854.000 lares com TV a cabo) não é maior que 15,4% dos 24,5 milhões de lares franceses que possuem este equipamento (ou 3.773.000 de lares franceses com TV a cabo). Destacamos que a leitura descuidada da tabela pode levar à compreensão de que,

realmente, é falsa a afirmativa partindo de uma premissa equivocada: calcular porcentagem de porcentagem. Realmente, ao se calcular 42,7% de 97,2% dos 2 milhões de lares noruegueses equipados com televisão, verifica-se que este valor não é maior que 15,4% de 97% dos 24 milhões de lares franceses que possuem este equipamento.

Esta mobilização do processo interpretativo nos leva a considerar que este item explora a função da prova assumindo o papel de verificação e de explicação (DE VILLIERS, 1990, 1999), bem como dialoga com a competência 2 do ensino fundamental referente ao desenvolvimento do raciocínio lógico em Matemática, conforme se depreende da leitura da BNCC (BRASIL, 2018, p. 267). A construção da justificativa da afirmação falsa feita pela personagem do enunciado se assemelha ao da apresentação de um contraexemplo para demonstrar que a afirmação realizada não é verdadeira.

4. Considerações Finais

O presente manuscrito é parte inicial de uma pesquisa sobre argumentação e prova na Educação Básica que articula a avaliação em largo alcance, como o PISA, com a BNCC. Como discutimos ao longo do texto, é possível inferir que a política de avaliação que perpassa o PISA seja responsável por estampar habilidades e competências que exploram o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo em Matemática desde a Educação Básica – ensino fundamental e médio –, a despeito do que já se propunha nos PCN (BRASIL, 1998, 1999).

Independentemente das questões relacionadas às avaliações de largo alcance e o que representa social, econômica, cultural e politicamente uma centralização curricular tencionada por organismos internacionais como OCDE e Banco Mundial, vimos de forma positiva que a habilidade de argumentar e demonstrar em Matemática tenha sido contemplada como uma competência a ser desenvolvida na Educação Básica.

As questões selecionadas para discussão evidenciam potenciais significativos com o trabalho pedagógico envolvendo argumentação em Matemática, especialmente quando esta habilidade é mobilizada para resolver problemas que extrapolam contextos meramente matemáticos, mas sim situações envolvendo realidades sociais plausíveis. São itens que iremos utilizar na próxima fase de nossa investigação, que irá verificar o nível de argumentação e prova matemática dos estudantes com perfil similar ao do público-alvo do PISA.

Um trabalho mais focado em justificativas deve ser estimulado também nos instrumentos de avaliações institucionais (provas, testes, trabalhos internos das escolas, elaboradas pelos professores), conforme nos apontam os trabalhos discutidos na parte introdutória deste texto. Tal movimentação não visa à preparação para os exames externos, mas para a produção de uma cultura da argumentação que é importante para atuação do estudante em outros contextos sociais, para além da sala de aula de Matemática.

5. Agradecimentos

Os autores manifestam os sinceros agradecimentos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fomento e incentivo a esta pesquisa.

6. Referências

AGUILAR JÚNIOR, C. A.; NASSER, L. Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental. *VIDYA*, Santa Maria/RS, v. 32, n. 2, p.133-147, 2012.

ALMOULOUD, S. A. Prova e demonstração em matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem. In: Reunião Anual da ANPEd, 30, Caxambu/MG. *Anais...*, 2007, p. 1-18. Disponível em: <https://anped.org.br/sites/default/files/gt19-2957-int.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2021.

BALACHEFF, N. Preuve et démonstration en mathématiques au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 3, n. 3, p. 261-304, 1982.

_____. Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. In: PIMM, D. (Ed.), *Mathematics, teachers and children*. Londres: Hodder and Stoughton, 1988, p. 216-235.

BOAVIDA, A. M. R. *A argumentação em matemática: investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. 996f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3140/1/ulsd048032_td_Ana_Boavida.pdf. Acesso em: 16 jan. 2021.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, MEC / SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2021.

_____. *PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias*. Secretaria de Educação Básica. Brasília, MEC/SEB, 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2021.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Itens liberados – Matemática PISA 2012*. Brasília/DF: 2012. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/itens/2012/pisa_2012_matematica_itens_liberados.pdf. Acesso em: 16 jan. 2021.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Relatório Nacional PISA 2012: resultados brasileiros*. Brasília/DF: Fundação Santillana, 2013a. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf. Acesso em: 16 jan. 2021.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matriz de avaliação de matemática – PISA 2012*. Brasília/DF: 2013b. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acesso em: 16 jan. 2021.

_____. *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base*. Brasília, MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 16 jan. 2021.

CALDATO, J.; UTSUMI, M. C.; NASSER, L. Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores. *Revista Triângulo*, Uberaba/MG, v. 10 n. 2, p. 74-93, 2017. Disponível em: <http://seer.uftm.edu.br/revistaeletronica/index.php/revistatriangulo/article/view/2583/pdf>. Acesso em: 16 jan. 2021.

DE VILLIERS, M. The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, n. 24, p. 17-24, 1990.

_____. *Rethinking proof with Geometer's Sketchpad*. Emeryville/CA: Key Curriculum Press, 1999.

GONSALVES, E. P. *Conversas sobre iniciação à pesquisa científica*. 2ª ed. Campinas: Alínea, 2001.

HANNA, G. Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, v. 21, n. 1, p. 6-13, 1990.

JOLANDEK, E. G. *Reforma curricular, avaliação em larga escala e pisa: um olhar a partir de percepções docentes*. 187 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2020. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/3093/1/Emilly%20Jolandek.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2021.

LIMA, M. L. S; SANTOS, M. C. Provas e demonstrações e níveis do pensamento geométrico: conceitos, bases epistemológicas e relações. *REVEMAT*, Florianópolis/SC, v. 15, n. 1, p. 01-21, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e66702>. Acesso em: 16 jan. 2021.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. de A. Argumentação e Prova Matemática com Geometria Dinâmica. *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre/RS, v. 16, n. 1, p. 1-10, 2018. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/86021/49384>. Acesso em: 16 jan. 2021.

NUNES, J. S. V; ALMOULOU, S. A. O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo/SP, v. 15, n.2, p. 487-512, 2013. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/viewFile/14592/pdf_1. Acesso em: 16 jan. 2021.

ORTIGÃO, M. I. R; SANTOS, M. J. C.; LIMA, R. L. Letramento em Matemática no PISA: o que sabem e podem fazer os estudantes? *Zetetiké*, Campinas/SP, v.26, n.2, p. 375-389, 2018. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650093/18158>. Acesso em: 16 jan. 2021.